

Properties of the Core in Minimum Cost Forest Games

(最小費用フォレストゲームにおけるコアの性質)

梅澤正史

論文の内容の要旨

本論文では、ネットワーク上で提供されるサービスを利用する顧客間での費用配分問題を考える。従来この問題に対しては、サービス供給者が1つであるケースが主として研究されてきた。この場合、ネットワークは必然的に木になることが知られている。最近、複数のサービス供給者を許容するモデルがいくつか提案されたが、その中で、Kuipers[1997]は、ネットワークが木にならない場合を扱える一般的モデルを初めて定式化した。従って、本論文ではこのモデルを踏襲する。サービス供給者たちはそれぞれ異なるサービスを提供し、各顧客は自分が必要とするサービスの集合を持っている。その際に、全顧客の需要が満たされるネットワークを最小費用で構成し、その総費用の顧客間での公平配分を考えることがここでの問題である。この問題のゲーム理論による定式化を最小費用フォレストゲーム (Minimum Cost Forest Game) と呼ぶ。公平費用配分としては、ゲームの協力解として広く使われているコアを採用する。しかし、Kuipersが与えたコア存在の為の十分条件は極めて限定的なもので、特殊なネットワークにしか適用できない。本論文では、問題の持つ特性を捉え直すことによって、より一般的なクラスのネットワークに適用可能な十分条件を提案する。

まず、顧客が必要とするサービス集合から導出される顧客間の連結関係を用いて、顧客の集合を同値類分割する。さらに、この分割が一意なことを利用することによって、Kuipersの条件を特殊ケースとして含む、より一般化された十分条件を与える。本論文では p 個の同値類からなるゲームに対して、全体最適なフォレストが、各同値類が形成する最小費用全域木から構成されるならば、コアは非空であることを証明した。この命題の系として、高々2個の同値類からなるゲームのコアは常に非空であることが導ける。さらに、この条件がベストポッシブルであることも、反例を通じて確認できた。

最後に、これらの十分条件は、特性関数が単調性を満たさないゲームに対しても有効であることを示した。

以上