

Free Boundary Problems for an Incompressible Ideal Fluid

(非圧縮性理想流体の自由境界問題)

小川 聖雄

論文の内容の要旨

非圧縮性理想流体が、時刻によって変化する水面と固定された水底の間の2次元領域を満たしている時、一定の重力場で運動する流体の自由表面を考察する。この運動は、非圧縮性Euler方程式に対する自由境界問題として定式化される。この種の自由境界問題は、流体が渦なし運動をするという仮定の下で考察されることが多いが、本論文では、渦がある場合を考える。そして、自由境界問題の時間局所解が、有限回微分可能な関数空間において一意的に存在することを証明する。

本論文は、全4章で構成されている。

第1章では、本論文で考察する水の波の問題と、この問題の適切性についてこれまでに得られている結果を述べる。

第2章では、(1)表面張力の影響が無視でき、重力が下向きに働いている場合の自由境界問題を考察する。このとき、初期時刻での水面と水底が平坦に近く、初期速度が十分に小さければ、時間局所解が一意的に存在することが示される。また、初期データが0に近づくと、解の存在時間は無限に延びることが分かる。

第3章では、(2)表面張力の影響を考慮に入れた問題を重力の向きに関係なく考える。このときも、問題(1)を解くときと同様の条件が満たされていれば、解が一意的に存在する。更に、表面張力係数を0に近づけると、問題(2)の解は、問題(1)の解に収束することも証明される。

第4章では、(3)表面張力の影響がなく、初期時刻の自由表面と水底が平坦に近くない場合の自由境界問題は、適切であることが示される。この結果は、第2章で得られる結果の拡張になっている。

これらの証明は、自由境界問題を表面上の初期値問題と領域内部の境界値問題とに分け、2つを反復法によって解くことでなされる。第2, 3章では、水面上の問題に現れる逆作用素を、ノイマン級数の形で定義するため、級数を収束させるために境界が殆ど平坦でなくてはならない。これに対して第4章では、ポテンシャル論を利用してこの逆作用素を定義し、境界に対する条件を取り除いている。

以上