

# 電磁散乱問題における物理光学近似と境界回折波

平成15年度

北方 公泰

# 目次

目次	1
第 1 章 序論	3
1.1 研究の背景	3
1.2 本研究の目的	7
1.3 本論文の構成	9
第 2 章 物理光学近似と境界回折波	10
2.1 キルヒホッフの回折公式と物理光学近似	10
2.2 物理光学近似ベクトルポテンシャル	12
2.3 有限平板における物理光学近似のベクトルポテンシャルの境界回折波表現	15
2.4 物理光学近似による近傍界の表現	24
2.5 むすび	25
第 3 章 正方形導体板上に微小ダイポールが置かれた構造例	27
3.1 数値計算例の設定	27
3.2 波源が導体板と垂直に置かれた構造	28
3.2.1 数値計算結果と検討	30
3.2.2 正方形導体板の大きさを変化させた場合の数値計算結果と検討	36
3.2.3 本手法と従来の物理光学近似の計算結果の比較	47
3.3 波源が導体板と水平に置かれた構造	52
3.3.1 数値計算結果と検討	54
3.3.2 正方形導体板の大きさを変化させた場合の数値計算結果	60
3.4 波源が導体板と垂直に置かれた場合と水平に置かれた場合との計算結果の比較	70
3.5 数値計算時間の比較	71
第 4 章 境界回折波表現を用いた円形地板上のモノポールアンテナの解析	72

4.1	まえがき	72
4.2	有限平板の物理光学近似ベクトルポテンシャルの境界回折波表現	73
4.3	平板電磁散乱問題における積分方程式の導出	75
4.3.1	ポイントマッチング法	78
4.4	完全導体円形地板上モノポールアンテナの解析	79
4.4.1	散乱波近傍界の導出	79
4.4.2	電流分布	83
4.4.3	入力インピーダンス特性	86
4.4.4	散乱波遠方界の導出	86
4.4.5	放射パターン	89
4.5	むすび	96
第5章	結論	97
付録A	ベクトル公式等を用いた散乱電磁界の一般式の導出	98
付録B	波源が導体板と垂直に置かれた場合のベクトルポテンシャル及び電磁界の式の導出	102
付録C	波源が導体板と水平に置かれた場合のベクトルポテンシャル及び電磁界の式の導出	117
	謝辞	131
	参考文献	132
	本研究に関する公刊論文	135

# 第1章

## 序論

### 1.1 研究の背景

近年、電子機器の小型化や通信伝送速度の高速化により使用周波数の高周波化が進み、その結果生じる電磁ノイズの影響などの電磁界解析の重要性が増している [1]. 実際の無線通信を考えると、電磁界解析において、入射波である直接波だけではなく、反射波や散乱波の解析も重要になっている.

媒質内に物体が置かれ、そこに電磁波が入射すると、その物体に導電電流や分極が生じ、この導電電流や分極が波源 (2 次波源と呼ばれる) となって、再び電磁波が発生する. これを反射波あるいは散乱波と呼び、任意点における電界強度は入射波と反射波のベクトル和で与えられる [2].

電磁波の解析である電磁界解析の重要な問題に、電磁散乱問題というものがある. その電磁散乱問題の基本的な問題として、電気的完全導体による電磁波の散乱を考えてみる必要がある [3].

電磁散乱では、入射電磁波が散乱体に照射されると、散乱体表面に電流が誘起され、この表面電流から散乱電磁波が発生する. このとき、散乱体の表面電流は、完全導体表面の境界条件式を満たすように表面に分布して流れている. そこで、この散乱体表面を流れる電流分布を求めることが散乱問題を解く一つの出発点となる [3].

このような境界面上での電流分布などの未知の物理量を決定する問題は、数学では境界値問題として分類、定式化されている [3].

電磁散乱問題では、形状が球、無限円柱などのように単純なものについては、境界値問題として波動方程式の一般解に境界条件を適用することにより、解が得られる [2].

任意の形状のものについては、電磁界の積分方程式より出発して、これを離散化して数値計算に便利な形式として解を求めている [2].

いま図 1.1 に示すように、電磁波 { 入射電界  $\mathbf{E}^i$ , 入射磁界  $\mathbf{H}^i$  } が完全導体散乱体に入射し、その表面  $S$  に電流  $\mathbf{J}_S$  が誘起して散乱波 { 散乱電界  $\mathbf{E}^S$ , 散乱磁界  $\mathbf{H}^S$  } が発生する場合、その表面電流分布を決定する方程式は次のようになる。

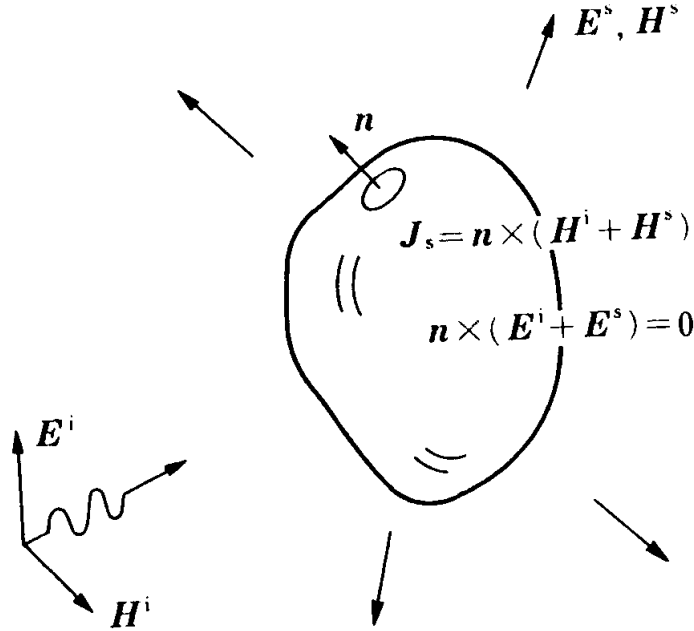


図 1.1: 完全導体の散乱モデル [3]

まず、完全導体表面での境界条件は、入射波と散乱波の和の界について、

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^S) &= 0 \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^S) &= \mathbf{J}_S \end{aligned} \quad (1.1)$$

である。

次に、散乱体表面に誘起した電流  $\mathbf{J}_S$  による散乱界  $\mathbf{E}^S$ ,  $\mathbf{H}^S$  は、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^S &= -j\omega\mu(1 + k^{-2}\nabla\nabla\cdot) \int_S G(R)\mathbf{J}_S dS \\ \mathbf{H}^S &= \nabla \times \int_S G(R)\mathbf{J}_S dS \\ G(R) &= \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \end{aligned} \quad (1.2)$$

となる。

ここで、 $R$  は誘起された散乱体表面  $S$  上の点と観測点の間の長さである。よって、電磁散乱においては、散乱体の表面電流  $\mathbf{J}_S$  が重要となってくる。

次に、指向性というアンテナの指標がある。指向性はアンテナの形状や、波源分布によって固有に決定され、アンテナを観測点から見る位置によって振幅、位相が変化する情報を与え、一般的に、振幅特性が重要とされることが多い [4]。

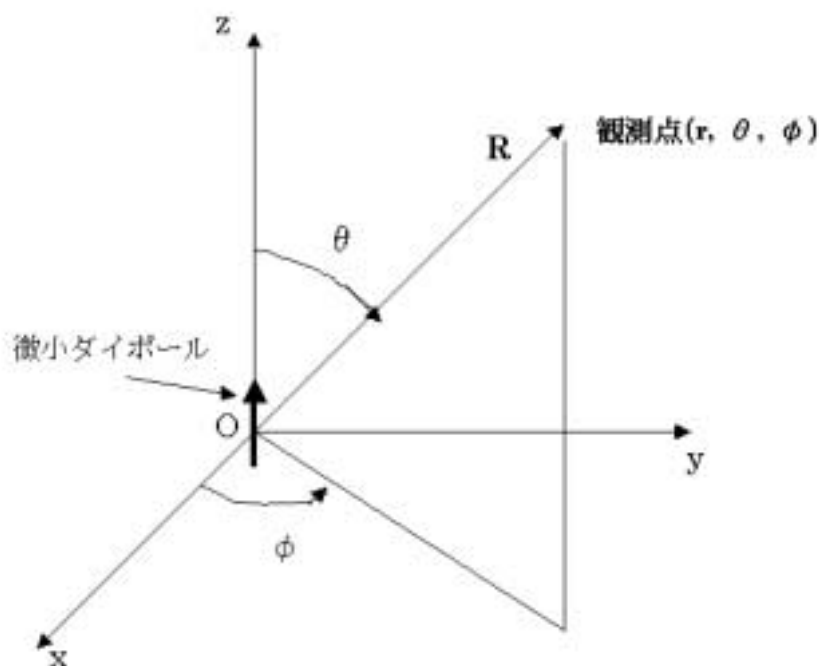


図 1.2: 微小ダイポールと座標系 [4]

その電磁散乱問題や電磁界解析及びアンテナの指向性の問題で、いわゆる起電流法 [5] に出発した物理光学近似 [6–8] という高周波近似が強力な手法として利用されている。この物理光学近似は面積分を使用している。

この物理光学近似は、単純な数値積分の計算 (あるいはその停留位相近似) で、かなりの精度がえられる高周波近似法として広く利用されている。例えば、物理光学近似における遠方界でのベクトルポテンシャルの積分式は、開口面アンテナの指向性の計算で正確な解を与えるものである [9] から、重要な役割を果たす [10]。

実際に物理光学近似の数値計算を行うときに、アンテナの指向性を求めるためなどに用いられる遠方界における数値計算を行う際には、物理光学近似の表現を漸近表示することを利用した停留位相法が使用され、数値計算時間を短縮している。しかし、電磁ノイズの解析に用いられる近傍界や微小散乱体においては停留位相法が使用できず、従来の物理光学近似を用いるため、面積分を実行しなければならないため、数値計算時間が長くなるという難点をもっている。

そうした、近傍界を求める場合は他に、アンテナの指向性を測定する場合が挙げられる。アンテナの指向性を測定する際に、測定された近傍界からフーリエ変換することで、遠方の放射特性を求める方法である [2]。具体的には、自由空間に近い測定環境である電波暗室などで、アンテナに使用される周波数の発信源 (signal generator) と送信アンテナ、被測定アンテナ、アンテナ回転台、受信器、記録計などにより指向性の実測を行う。最近では、ネットワークアナライザによる信頼度の高い測定が可能となり [2]、被測定アンテナの近傍界を測定し、その複素電界をフーリエ変換することにより遠方の放射パターンである指向性を求める近傍界測定法が開口面アンテナ測定に用いられるようになった [2]。

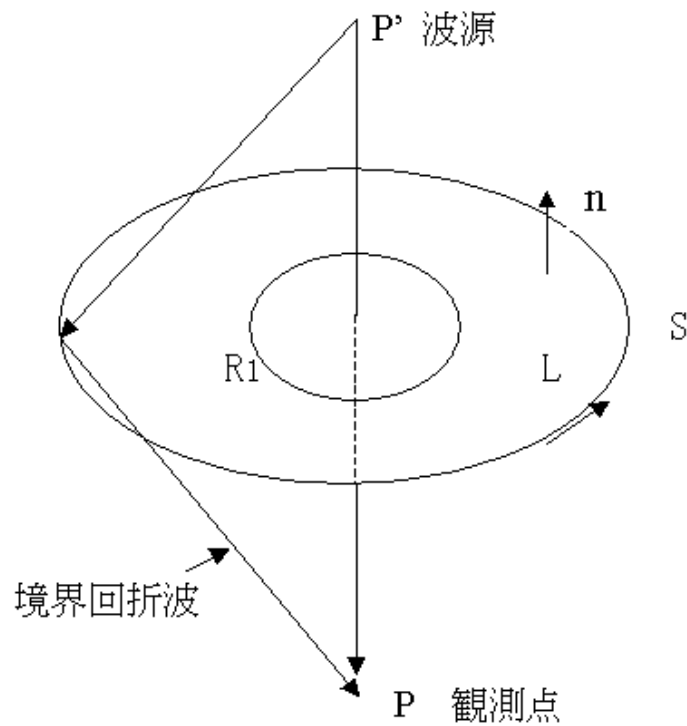


図 1.3: 境界線 L での境界回折波について [3, 11]

## 1.2 本研究の目的

そこで本研究では、従来の面積分により表された物理光学近似を、波源の微小ダイポールが近くに置かれた有限導体平板について、境界回折波を用いて表す方法を提案した [12, 13].

すなわち、導体平板上に置かれた微小ダイポールからの電磁波の照射により生じる散乱波の物理光学近似のベクトルポテンシャルの積分表現を、近傍界でも成り立つルビノビッチ形式 [14–16] で表し、それを

- i) 波源の鏡像からの幾何光学波,
- ii) ルビノビッチが定式化した散乱体の縁効果としての境界回折波,

に加えて、

iii) コットラー形式 [17] に現れた散乱体としての縁効果の境界法線回折波と呼ぶべき回折波,

の三項の和として表せることに着目した.

この方法では、物理光学近似が、鏡像からの幾何光学波、境界回折波及び境界法線回折波の和で解析的に表現され、従来の面積分が線積分に表現されているため、数値計算時間の短縮が期待できる。また、その線積分による物理光学近似表現が近傍界に利用できるため、物理光学近似の利用範囲を近傍界に広げられる可能性をもつ。本研究の目的は、鏡像からの幾何光学波、境界回折波及び境界法線回折波の和で解析的に表現される物理光学近似を導出し、導体板の近くに置かれたアンテナについての数値解析を従来の面積分法による計算結果と比較し、数値計算時間の比較を行うことにある。

ここで、境界回折波とは、図 1.3 に示すように、散乱体の周  $L$  で反射回折されて観測点  $P$  で観測される波を表す。観測点から見て境界線  $L$  から観測される波の和が境界回折波である。この境界回折波は、面積分で表現されたキルヒホッフの回折公式を数学的に等価に線積分表現に変換する際にあらわれる項である。

一方、境界法線回折波は、境界線が開口の境界線である場合は、境界線の外側が導体であるため、電荷の存在する導体面上でなおかつ境界線と垂直に外方向を向いている波であり、境界線が導体板となる場合は、境界線の内側が導体であるため、電荷の存在する導体面上でありなおかつ境界線と垂直に内側を向く波である。この導体上の散乱により発生すると見られる、境界線上での境界回折波と境界法線回折波の合成で、散乱波が観測点において観測される。

完全導体板の上に置かれたダイポール波源からの散乱の解析については正確な解を求める手法が報告されている [18].

また、物理光学近似における面積分を線積分によって表現する手法は、これまでにいく



つかの例について研究されてきている [19–21]. [19] では、観測点のイメージ (鏡像) を考えることにより、最終的に、電界の物理光学近似の線積分表現を求めている. 従って、その線積分表現にも観測点のイメージを含む式が現れている. [20] においては、ルビノビッチの表現を用いて、観測点のイメージを含む式により電界を求めている. これらにおいては、電界特性は計算されているが、磁界特性の計算がされていない. [21] では、Poisson の偏微分方程式から、境界積分の関数を求めている. また、[8] のように、等価端部電流を用いて、解析する手法もある.

本手法の有効性を示すために、垂直に微小ダイポールが置かれた正方形導体平板構造例及び、水平に微小ダイポールが置かれた正方形導体平板構造例についてベクトルポテンシャル、電界、磁界について、境界回折波、境界法線回折波の数値計算を行った. また、正方形導体板の一辺の長さを変化させた場合の数値計算も行った. 従来の面積分を用いた計算結果と本手法の線積分を用いた計算結果はよく一致し、計算時間は  $\frac{1}{10}$  程度に短縮されることを示した.

## 1.3 本論文の構成

本論文は全 5 章及び付録より構成される。

第 1 章 (本章) では, 序論を述べており, 本研究の背景及び目的を述べている。

第 2 章では, 物理光学近似, 及び境界回折波を用いた物理光学近似について述べている。この章では, 従来の面積分を用いた物理光学近似を, 境界回折波を用いた境界線積分で表現される物理光学近似に数学上等価に変換するための導出過程を示している。ベクトルポテンシャル以外の, 散乱電磁界表現については, 一般的な式が書かれている。

第 3 章では, 第 2 章で触れられている, 境界回折波を用いた物理光学近似により, 数値計算を行っている。波源としての微小ダイポールが正方形導体板と垂直に置かれた構造, 及び微小ダイポールが正方形導体板と水平に置かれた構造についての数値計算を行っている。また, 正方形導体板の大きさを変化させた場合の数値計算も行っている。本手法の線積分による物理光学近似と従来の面積分の物理光学近似及び鏡像近似との数値計算の比較を行っている。

第 4 章では, 境界回折波を用いた物理光学近似表現の応用例として, 境界回折波表現を用いた円形地板上のモノポールアンテナの解析について述べている。ここでは, アンテナの電流分布及び入力インピーダンス, 放射特性を計算している。

第 5 章では, 結論を述べている。

付録は式の具体的な導出について展開している。付録 A はベクトル公式等を用いた散乱電磁界の一般的な式の導出, 付録 B は波源が導体板と垂直に置かれた場合のベクトルポテンシャル及び電磁界の式の導出, 付録 C は, 波源が導体板と水平に置かれた場合のベクトルポテンシャル及び電磁界の式の導出をそれぞれ示した。

## 第 2 章

# 物理光学近似と境界回折波

本章では、完全導体平板上に置かれた微小ダイポールを例に挙げながら、従来の面積分による物理光学近似を境界回折波の線積分による物理光学近似に、等価的に変換するための理論を展開する。まず、面積分による物理光学近似の式を示し、その後、導体平板上の積分点を考えながら、線積分に変換するための理論について説明する。

### 2.1 キルヒホッフの回折公式と物理光学近似

この物理光学近似を考える前に、その原点であるキルヒホッフによる回折問題の近似法について述べる。

図 2.1 に示す点  $Q$  からのスカラー球面波が、完全吸収体スクリーンの開口部  $A$  で回折し、観測点  $P$  に回折界  $u$  を発生する問題を考える。

回折界  $u$  を決定する際に、スクリーン  $B$  の上では、電磁波の回折による回り込みを無視するものとする [3]。このスクリーン上での電磁波の回折による回り込みを無視することが物理光学近似と一致している。

ここで、回折が無視できるのは、波長が十分に小さい場合である高周波の場合か、開口部  $A$  の寸法が十分に大きいときである。開口部  $A$  の寸法が十分に大きいと、低周波でも回折が無視できる。したがって、開口部  $A$  の寸法が一定ならば、周波数が高いほど、また周波数が一定ならば、開口部  $A$  の寸法が大きくなるほど回折が無視できる。物理光学近似が高周波近似と呼ばれるのは、開口部  $A$  の寸法が一定のとき、周波数が高ければ、スクリーン  $B$  での電磁波の回折による回り込みが無視できるからである。物理光学近似は波動光学としての性質をもつ。波動としての性質とは、振幅特性と位相特性の双方の特性をもつということである。したがって、物理光学近似では、この位相特性により、波の干渉が発生し、散乱界が合成される。

キルヒホッフによる回折問題の近似法では、スカラー球面波で考えているが、ベクトル波

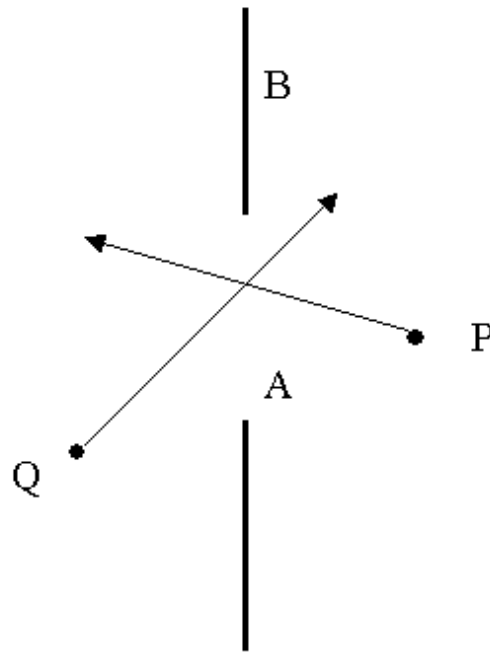


図 2.1: キルヒホッフの回折でのスクリーンと開口 [3]

を考えると、以下のようなになる。図 2.2 のように、ある曲面に光があたるとき、その散乱体上の一点と接する無限に広い接平面に無限の平面波が入射したかのように入射波が反射される。物理光学近似では、その際の接平面での電流を散乱体の各点における電流とする [5, 10, 18]。また、入射波面の曲率半径は波長と比べて大きく、かつ、反射物の曲率半径も同様に波長に比べて十分大きいことを仮定する [5]。したがって、物理光学近似においては、散乱体の大きさが大きければ大きい程、また波長が短ければ短い程、回折が無視できるため、精度が良くなる [5]。

物理光学近似は、導体平面上で近似された電流を導体平板上で、面積分することにより、任意形状の導体による散乱電磁界を任意の観測点の位置において計算する高周波近似法である [1]。散乱体の端部においては、散乱体が例えば、電氣的完全導体であるとする、散乱体の内部では電流が存在するが、端部から外の部分は電流がゼロとなるため、その端部において電流が不連続となる。その端部付近や端部が見えやすい領域では、その不連続による端部の影響が大きくなり、誤差が大きくなる [1]。

図 2.3 の観測点 P における散乱界のベクトルポテンシャルの物理光学近似 A は、

$$\mathbf{A} = \mu \int_S \mathbf{I}_S \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} ds' \quad (2.1)$$

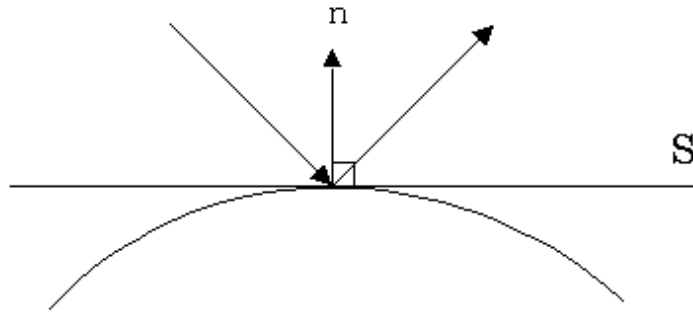


図 2.2: 曲面の点に接する無限に広い接平面に入射する波と反射する波

で表される. ここで,  $\mathbf{n}$  は導体表面からの単位法線ベクトルであり, 電流密度  $\mathbf{I}_S$  は

$$\mathbf{I}_S = 2\mathbf{n} \times \mathbf{H}^i \quad (2.2)$$

である.  $\mathbf{H}^i$  は入射磁界である. 前述のように, 散乱体の一点と接する無限に広い接平面に波が入射すれば, その点での電流が求められ, 同様にして散乱体各点の電流を求める. その電流は, 幾何光学による近似電流であり, その近似電流を散乱界の正確な積分表現である式 (2.2) の電流表現  $\mathbf{I}_S$  に使う [22]. その結果, 物理光学近似での散乱界を求めることができる.

## 2.2 物理光学近似ベクトルポテンシャル

誘電率  $\epsilon$ , 透磁率  $\mu$ , 角周波数  $\omega$  (波数  $k = \omega\sqrt{\mu}$ , 特性インピーダンス  $z_0 = \sqrt{\mu/\epsilon}$ ) で時間変化が  $\exp(j\omega t)$  で与えられる定常状態の実用単位系の電磁界を考える.

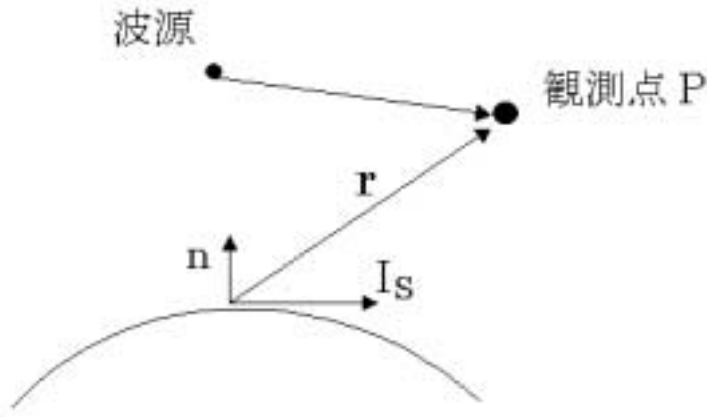
いま, 図 2.4 に示すような無限に広い完全導体平板上で, 高さ  $h$  の位置に置かれたダイポール能率  $p_0$  をもつ球面電磁波のベクトルポテンシャル

$$\mathbf{A}^i = j\omega\mu p_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}_0) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}_0) = \exp(-jk r_0)/4\pi r_0 \quad (2.4)$$

が照射されたとき (その電磁界を  $\mathbf{E}^i, \mathbf{H}^i$  とする), 観測点  $P(x, y, z)$  に散乱波のベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}^S$  (その電磁界を  $\mathbf{E}^S, \mathbf{H}^S$  とする) が発生する問題を考える. このときの概要を図に示す.

導体平板が無限に広いので散乱波のベクトルポテンシャルは, 鏡像法から, 入射波のベ

図 2.3: 物理光学近似に用いられる電流  $I_S$  など

クトルポテンシャル  $A^i$  の鏡像ポテンシャル

$$\mathbf{A}_m^S = j\omega\mu\mathbf{p}_m G(\mathbf{r}_m) \quad (2.5)$$

として決定され, 観測点 P の散乱電磁界は,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^S &= -j\omega(1 + k^{-2}\nabla\nabla\cdot)\mathbf{A}_m^S \\ \mathbf{H}^S &= \mu^{-1}\nabla \times \mathbf{A}_m^S \end{aligned} \quad (2.6)$$

で与えられる.

物理光学近似における散乱波の界  $\mathbf{E}^S$ ,  $\mathbf{H}^S$  は, 鏡像ポテンシャルからではなくて, そのとき導体平板に生ずる表面電流

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{n} \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^S) \quad (2.7)$$

$$\mathbf{H}^i = \mu^{-1}\nabla \times \mathbf{A}^i$$

$$\mathbf{H}^S = \mu^{-1}\nabla \times \mathbf{A}_m^S \quad (2.8)$$

( $\mathbf{n}$  は波源側への法線ベクトル) から求められる散乱波のベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}^S$

$$\mathbf{A}^S = \mu \int_{\text{無限平面}} G(\mathbf{r}) \mathbf{I}_S ds' \quad (2.9)$$

を利用して計算される.

さて, 図 2.5 に示す無限平板の一部の有限平板領域  $S$  のみに平板が存在する問題を物理光学近似で解くときには, 平板  $S$  の上面 (表面) に流れる電流を式 (2.7) で仮定し, 平板  $S$

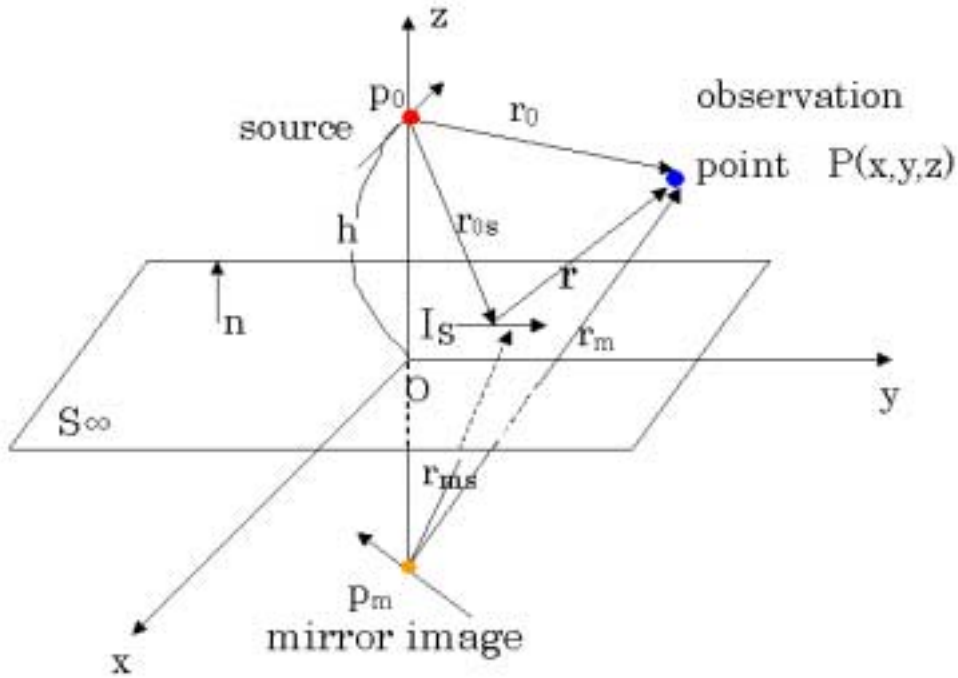


図 2.4: 無限平板上に微小ダイポールが置かれた構造の座標の取り方

の下面 (裏面) に流れる電流はゼロと仮定する. 散乱波のポテンシャルとしては, 式 (2.9) の形の積分を領域  $S$  のみに限定し,

$$\mathbf{A}^S = \mu \int_S G(\mathbf{r}) \mathbf{I}_S ds' \quad (2.10)$$

を物理光学近似のベクトルポテンシャルとして利用する. この場合の表面電流は,

$$\mathbf{I}_S = 2\mathbf{n} \times \mathbf{H}^i \quad (2.11)$$

となる.

以下において, この物理光学近似のベクトルポテンシャルの式を考える.

## 2.3 有限平板における物理光学近似のベクトルポテンシャルの境界回折波表現

$U, V$  の二つのベクトル界について、開口からの回折問題にコットラーが利用したベクトル公式 [17]

$$\begin{aligned} & -(\mathbf{U} \times \nabla \times \mathbf{V} - \mathbf{V} \nabla \cdot \mathbf{U}) \\ & = -\nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{V}) - \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{U} + \mathbf{U} \nabla \cdot \mathbf{V} - \sum_i (U_i \nabla V_i - V_i \nabla U_i) \end{aligned} \quad (2.12)$$

を考える ( $i$  は,  $x, y, z$  を代表して表し,  $\sum_i$  はそれら 3 成分の和を表すものとする).

さて, 式 (2.12) を図 2.5 に示す平板構造と座標系で考え, 平板と観測点  $P$  の間の座標ベクトル  $\mathbf{r}$  を与え, 任意の定ベクトル  $\mathbf{a}$  方向のグリーン関数  $U$  を,

$$\mathbf{U} = \mu \mathbf{a} G(\mathbf{r}) \quad (2.13)$$

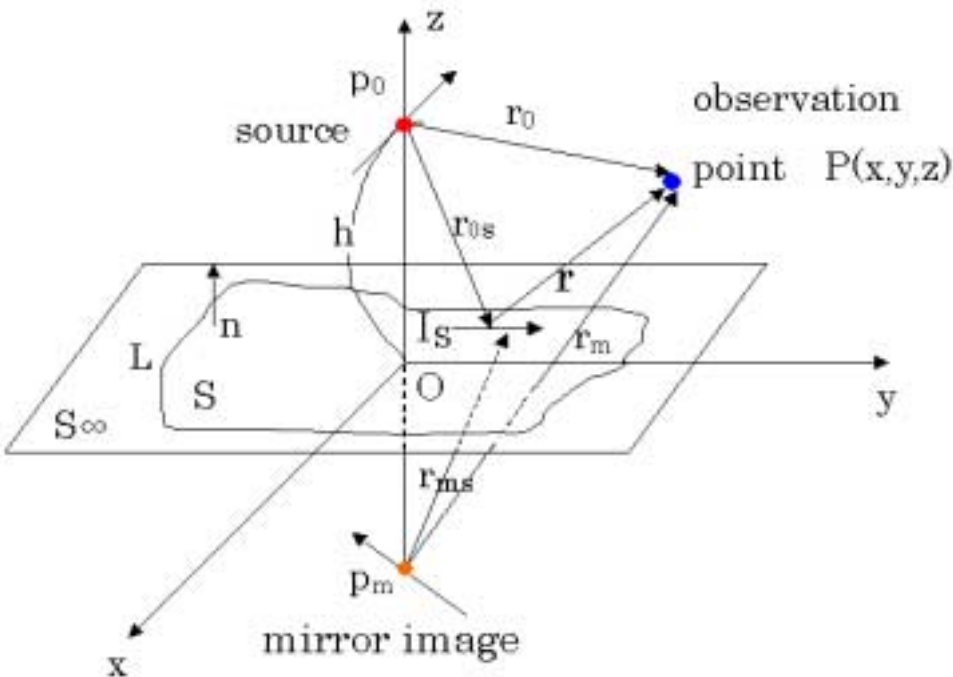


図 2.5: 無限平板の一部を取り出した有限平板上に微小ダイポールが置かれた構造の座標の取り方



そして、式 (2.3)-(2.7) を使った、入射波と鏡像の和ポテンシャル  $V$  を

$$\begin{aligned} V &= \mathbf{A}_m^T = \mathbf{A}^i + \mathbf{A}_m^S \\ &= j\omega\mu\mathbf{p}_0G(\mathbf{r}_0) + j\omega\mu\mathbf{p}_mG(\mathbf{r}_m) \end{aligned} \quad (2.14)$$

と置く。

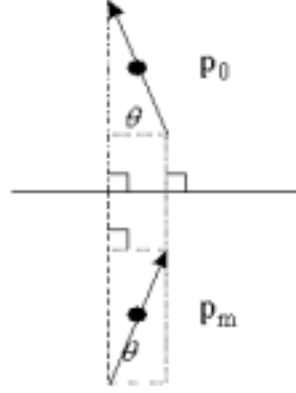


図 2.6:  $\mathbf{p}_0$  と  $\mathbf{p}_m$  の関係

ここで、 $\mathbf{p}_0$ 、 $\mathbf{p}_m$  はそれぞれ、入射波、鏡像のダイポール能率である。また、 $|\mathbf{p}_0|=|\mathbf{p}_m|$  である。図 2.6 は、 $\mathbf{p}_0$  と  $\mathbf{p}_m$  の関係を示している。

この状態で式 (2.12) を、表面  $S$  で面積分すると、式 (2.12) の左辺の積分は、

$$-\mu \int_S \{ \mathbf{a}\mu G(\mathbf{r}) \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^S) - \mathbf{a} \cdot \nabla' G(\mathbf{r}) \mathbf{A}_m^T \} \cdot \mathbf{n} ds' \quad (2.15)$$

であり、この式 (2.15) をベクトル積の公式によって変換すると、

$$\begin{aligned} &= \mu \int_S \{ -\mathbf{a} \cdot \mu G(\mathbf{r}) (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^S) \times \mathbf{n} ds' - \mathbf{a} \cdot \nabla' G(\mathbf{r}) \mathbf{A}_m^T \cdot \mathbf{n} ds' \} \\ &= \mu \{ \mu \mathbf{a} \cdot \int_S \mu G(\mathbf{r}) \mathbf{I} ds' - \mathbf{a} \cdot \int_S \nabla' G(\mathbf{r}) \mathbf{A}_m^T \cdot \mathbf{n} ds' \} \\ &= \mu \mathbf{a} \cdot \{ \mathbf{A}^S - \nabla' \int_S G(\mathbf{r}) \mathbf{A}_m^T \cdot \mathbf{n} ds' \} \end{aligned} \quad (2.16)$$

となる。

また、式 (2.12) の右辺の平板表面  $S$  での面積分は

$$\begin{aligned} &-\int_S \nabla' \times \{ \mathbf{a}\mu G(\mathbf{r}) \times \mathbf{A}_m^T \} \cdot \mathbf{n} ds' \\ &-\int_S [ \mathbf{A}_m^T \times \nabla' \times \{ \mathbf{a}\mu G(\mathbf{r}) \} - \mathbf{a}\mu G(\mathbf{r}) \nabla' \cdot \mathbf{A}_m^T ] \cdot \mathbf{n} ds' \\ &-\mu \sum_i a_i \int_S \{ G(\mathbf{r}) \nabla' \mathbf{A}_{mi}^T - \mathbf{A}_{mi}^T \nabla' G(\mathbf{r}) \} \cdot \mathbf{n} ds' \end{aligned} \quad (2.17)$$

と書ける．

ここで、完全導体平板  $S$  の表面における、ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}_m^T$  について、 $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  をそれぞれ導体平板上の電界、磁界とすると、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n} \times \mathbf{E} &= -j\omega \mathbf{n} \times \mathbf{A}_m^T - \mathbf{n} \times \nabla \nabla \cdot \mathbf{A}_m^T \\
 &= -j\omega \mathbf{n} \times \mathbf{A}_m^T + \frac{j}{\omega \epsilon \mu} \nabla \times \{ \nabla \cdot \mathbf{A}_m^T \mathbf{n} \} + \frac{j}{\omega \epsilon \mu} \nabla \cdot \mathbf{A}_m^T \nabla \times \mathbf{n} \\
 &= -j\omega \mathbf{n} \times \mathbf{A}_m^T + \frac{j}{\omega \epsilon \mu} \nabla \times \{ \nabla \cdot \mathbf{A}_m^T \mathbf{n} \} = \mathbf{0} \\
 \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} &= \mathbf{n} \cdot \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}_m^T = \frac{1}{\mu} \nabla \cdot (\mathbf{A}_m^T \times \mathbf{n}) + \nabla \times \mathbf{n} \cdot \mathbf{A}_m^T = \frac{1}{\mu} \nabla \cdot (\mathbf{A}_m^T \times \mathbf{n}) = 0
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

となる．よって、次の境界条件が成り立つため、式 (2.17) の第二項はゼロとなる．

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n} \times \mathbf{A}_m^T &= 0 \\
 \nabla \cdot \mathbf{A}_m^T &= 0
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

式 (2.17) の第一項については、ストークスの定理とベクトル三重積の公式、そして境界条件 (2.19) から、

$$\begin{aligned}
 & - \int_S \nabla' \times \{ \mathbf{a} \mu G(\mathbf{r}) \times \mathbf{A}_m^T \} \cdot \mathbf{n} ds' \\
 &= \int_L \{ \mathbf{a} \mu G(\mathbf{r}) \times \mathbf{A}_m^T \} \cdot \mathbf{n} dl' \\
 &= -\mathbf{a} \cdot \int_L \mu G(\mathbf{r}) \mathbf{A}_m^T \times d\mathbf{l}' \\
 &= -\mathbf{a} \cdot \int_L \mu G(\mathbf{r}) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{A}_m^T) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}'
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

のように境界  $L$  に沿う線積分に変換できる．

第三項については、その中に使われている関数  $G(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{A}_{m_i}^T$  が点波源のグリーン関数そのものであるため、

$$\begin{aligned}
 & \mu^2 \mathbf{a} \cdot j\omega \mathbf{p}_0 \int_S \{ G(\mathbf{r}_{0s}) \nabla' G(\mathbf{r}) - G(\mathbf{r}) \nabla' G(\mathbf{r}_{0s}) \} \cdot \mathbf{n} ds' \\
 & + \mu^2 \mathbf{a} \cdot j\omega \mathbf{p}_m \int_S \{ G(\mathbf{r}_{ms}) \nabla' G(\mathbf{r}) - G(\mathbf{r}) \nabla' G(\mathbf{r}_{ms}) \} \cdot \mathbf{n} ds'
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

と書ける．ここで、 $r_{0s}$ ,  $r_{ms}$  は、波源、鏡像から平板上の積分点までのそれぞれの距離である．

式 (2.16), (2.20), (2.21) の関係において, 定ベクトル  $\mathbf{a}$  を任意に選べることから, 定ベクトル  $\mathbf{a}$  を取り去り  $\mathbf{A}^S$  に対する次の表現をえる.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}^S &= \nabla \int_S G(\mathbf{r}) \mathbf{A}_m^T \cdot \mathbf{n} ds' \\
 &\quad - \int_L G(\mathbf{r}) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{A}_m^T) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \\
 &\quad + j\omega\mu\mathbf{p}_0 \int_S \left\{ G(\mathbf{r}_{0s}) \nabla' G(\mathbf{r}) - G(\mathbf{r}) \nabla' G(\mathbf{r}_{0s}) \right\} \cdot \mathbf{n} ds' \\
 &\quad + j\omega\mu\mathbf{p}_m \int_S \left\{ G(\mathbf{r}_{ms}) \nabla' G(\mathbf{r}) - G(\mathbf{r}) \nabla' G(\mathbf{r}_{ms}) \right\} \cdot \mathbf{n} ds'
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

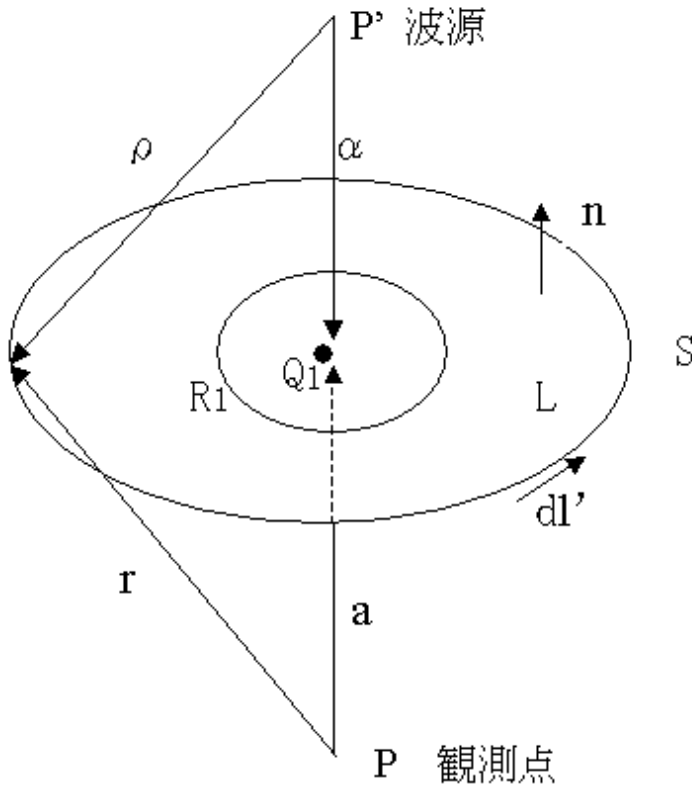


図 2.7: 境界線が L である開口 S を通過する波源と観測点 ([11])

ここで, 図 2.7 のように回折開口を考えながら,

$$\mathbf{J} = \frac{e^{jk_r}}{r} \nabla' \frac{e^{jk_\rho}}{\rho} - \frac{e^{jk_\rho}}{\rho} \nabla' \frac{e^{jk_r}}{r} \tag{2.23}$$

とする [3, 11].

$$\mathbf{J} = \phi \nabla' \psi - \psi \nabla' \phi \tag{2.24}$$

と書くと,  $\phi$  と  $\psi$  は波動方程式の解であり,

$$\begin{aligned}\nabla'^2 \phi &= -k^2 \phi \\ \nabla'^2 \psi &= -k^2 \psi\end{aligned}\quad (2.25)$$

であるから,

$$\nabla' \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.26)$$

よって,  $\mathbf{J}$  は,

$$\mathbf{J} = \nabla' \times \mathbf{W} \quad (2.27)$$

と回転で表すことができる.  $B$  はスカラとし,

$$\mathbf{W} = \boldsymbol{\rho} \times \mathbf{r} \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} B \quad (2.28)$$

$$\nabla'(\boldsymbol{\rho} \times \mathbf{r}) = 2(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}) \quad (2.29)$$

とすると,

$$\nabla' \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} B = \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} \left\{ jk \left( \frac{\mathbf{r}}{r} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{\rho} \right) - \frac{\mathbf{r}}{r^2} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{\rho^2} \right\} B + \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r} \nabla' B \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned}\nabla' \times \mathbf{W} &= 2(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}) \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} B - (\boldsymbol{\rho} \times \mathbf{r}) \times \nabla' \left\{ B \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} \right\} \\ &= 2(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}) \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} B + \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} B \left[ \boldsymbol{\rho} \left\{ jk \left( r + \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{\rho} \right) - 1 - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{\rho^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{r} \left\{ jk \left( \rho + \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{r} \right) - 1 - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{r^2} \right\} \right] \\ &\quad + \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} \{ \boldsymbol{\rho}(\mathbf{r} \cdot \nabla' B) - \mathbf{r}(\boldsymbol{\rho} \cdot \nabla' B) \}\end{aligned}\quad (2.31)$$

となる. 式 (2.23) より,

$$\mathbf{J} = \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho} \left\{ \left( jk - \frac{1}{\rho} \right) \frac{\boldsymbol{\rho}}{\rho} - \left( jk - \frac{1}{r} \right) \frac{\mathbf{r}}{r} \right\} \quad (2.32)$$

式 (2.31) と式 (2.32) を互いに等しいとおき,  $\mathbf{r}$  と  $\boldsymbol{\rho}$  の係数もそれぞれ等しいとおくと,

$$\begin{aligned}- \left( jk - \frac{1}{r} \right) \frac{1}{r} &= -B - \left\{ jk \left( \rho + \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{r} \right) - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{r^2} \right\} B - \boldsymbol{\rho} \cdot \nabla' B \\ \left( jk - \frac{1}{\rho} \right) \frac{1}{\rho} &= B + \left\{ jk \left( r + \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{r} \right) - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{\rho^2} \right\} B + \mathbf{r} \cdot \nabla' B\end{aligned}\quad (2.33)$$

となる. 上の式で  $jk$  の係数を等しいとおくことによって,

$$B = \frac{1}{r\rho + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}} \quad (2.34)$$

が得られる. この  $B$  の値で

$$\frac{1}{r^2} = -B \left( 1 - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}{r^2} \right) - \boldsymbol{\rho} \cdot \nabla' B \quad (2.35)$$

及び  $r$  と  $\rho$  を交換した同様な式が成り立つことを示せばよい. しかしながら,  $B$  が  $r$  と  $\rho$  に関して対称であるから, 2つの式のうち式 (2.35) だけ証明すればよい.

$$\nabla' B = -\frac{1}{(r\rho + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho})^2} \left( \frac{\mathbf{r}}{r} \rho + \frac{\boldsymbol{\rho}}{\rho} r + \mathbf{r} + \boldsymbol{\rho} \right) \quad (2.36)$$

および

$$\nabla' B \cdot \boldsymbol{\rho} = -\frac{1}{(r\rho + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho})^2} \left( 1 + \frac{\rho}{r} \right) (r\rho + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}) = -B \left( 1 + \frac{\rho}{r} \right) \quad (2.37)$$

となるから, この式と式 (2.34) から式 (2.35) が成り立つことが分かる.

よって,

$$\mathbf{J} = \nabla' \mathbf{W} = \nabla' \left\{ \boldsymbol{\rho} \times \mathbf{r} \frac{e^{jk(\mathbf{r}+\boldsymbol{\rho})}}{r\rho(r\rho + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho})} \right\} \quad (2.38)$$

と求まる.

式 (2.23) における  $\mathbf{J}$  の  $S$  での面積分を  $v$  とすると, ストークスの定理より,

$$v = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} ds' = \int_S \nabla' \times \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} ds' = \int_L \mathbf{W} \cdot d\mathbf{l}' \quad (2.39)$$

図 2.7 の観測点  $P$  と波源点  $P'$  を結ぶ線分  $PP'$  と面  $S$  との交点  $Q_1$  において,

$$r\rho + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho} = 0 \quad (2.40)$$

となり, ベクトル  $\mathbf{W}$  は特異点をもつことになる. 面  $S$  上で  $Q_1$  のまわりに曲線  $R_1$  を考える. 物理的に考えると, その特異点は幾何光学的に開口面上で波源が輝く点として見える位置に対応している [3].

$L_1$  を特異点での積分を除いた積分範囲であるとし,

$$v = \int_{L_1} W_L dl' + \lim_{R_1 \rightarrow Q_1} \int_{R_1} W_L dl' \quad (2.41)$$

ここで,  $W_L$  は  $\mathbf{W}$  の開口の境界線の周方向の成分である.

開口を無限に広げると、式 (2.41) の第一項の積分は 0 になる。式 (2.41) の第二項についての導出について説明する。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\rho} &= \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{d} \\ \mathbf{r} &= \mathbf{a} + \mathbf{d}\end{aligned}\quad (2.42)$$

とおく。ここで、 $\mathbf{d}$  は一定の大きさ  $d$  をもち、 $\mathbf{a}$  と  $\boldsymbol{\alpha}$  に垂直である。

そうすると、

$$\begin{aligned}r\rho &= \sqrt{a^2 + d^2}\sqrt{\alpha^2 + d^2} = a\alpha + \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{a} + \frac{a}{\alpha}\right)d^2 + \dots \\ \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho} &= \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\alpha} + d^2 = -a\alpha + d^2 \\ \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} &= (\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{a}) \times \mathbf{d}\end{aligned}\quad (2.43)$$

と表され、 $\mathbf{W}$  は小さな  $d$  に対して第一近似で

$$\mathbf{W} = -(\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{a}) \times \mathbf{d} \frac{2e^{jk(a+\alpha)}}{(a+\alpha)^2 d^2}\quad (2.44)$$

となり、 $R_1$  の  $d\mathbf{l}'$  方向への  $(\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{a}) \times \mathbf{d}$  の成分は  $(a+\alpha)d$  で、周上で一定である。

したがって、

$$\lim_{R_1 \rightarrow Q_1} \int_{R_1} W_L d\mathbf{l}' = \lim_{d \rightarrow 0} 2\pi d(a+\alpha) d \frac{2e^{jk(a+\alpha)}}{(a+\alpha)^2 d^2} = 4\pi \frac{e^{jk(a+\alpha)}}{a+\alpha}\quad (2.45)$$

となる。

式 (2.38) と式 (2.41) および式 (2.45) の結果より、 $v$  は

$$v = \int_L \left\{ \boldsymbol{\rho} \times \mathbf{r} \frac{e^{jk(r+\rho)}}{r\rho(r+\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho})} \right\} \cdot d\mathbf{l}' + 4\pi \frac{e^{jk(a+\alpha)}}{a+\alpha}\quad (2.46)$$

となり、この式の両辺に  $\frac{1}{4\pi} \frac{1}{4\pi}$  をかけると、

$$\frac{v}{4\pi} \frac{1}{4\pi} = \int_L \left\{ \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \frac{e^{jk\rho}}{4\pi\rho} \frac{\boldsymbol{\rho} \times \mathbf{r}}{(r\rho + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho})} \right\} \cdot d\mathbf{l}' + \frac{e^{jk(a+\alpha)}}{4\pi(a+\alpha)}\quad (2.47)$$

となる。式 (2.23) と式 (2.47) より、

$$\begin{aligned}& \int_S \left( \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \nabla' \frac{e^{jk\rho}}{4\pi\rho} - \frac{e^{jk\rho}}{4\pi\rho} \nabla' \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right) \cdot \mathbf{n} ds' \\ &= \int_L \left\{ \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \frac{e^{jk\rho}}{4\pi\rho} \frac{\boldsymbol{\rho} \times \mathbf{r}}{(r\rho + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho})} \right\} \cdot d\mathbf{l}' + \frac{e^{jk(a+\alpha)}}{4\pi(a+\alpha)}\end{aligned}\quad (2.48)$$

が得られる。

式 (2.48) の結果を用いると, 表現式 (2.22) の右辺第三項, 第四項の面積分は, 入射波を表す添字 0 と散乱波を表す添字  $m$  を  $i$  で表せば,

$$\begin{aligned} & \int_S \left\{ G(\mathbf{r}_{is}) \nabla' G(\mathbf{r}) - G(\mathbf{r}) \nabla' G(\mathbf{r}_{is}) \right\} \cdot \mathbf{n} ds' \\ &= -q_i G(\mathbf{r}_i) - \int_L \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) = G(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_{is}) \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{is}}{r r_{is} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{is}} \quad (2.50)$$

と変形される.

式 (2.49) の右辺第一項は幾何光学波であり, その係数  $q_i$  は可視係数と呼ぶべきもので,

$$\begin{aligned} q_i &= 1 (\text{射線が, 一次波源または鏡像波源から完全導体表面を通過し, 観測点に直線的に結ばれ, この射線と法線ベクトル } \mathbf{n} \text{ との内積が負となるとき}) \\ &= -1 (\text{射線が, 一次波源または鏡像波源から完全導体表面を通過し, 観測点に直線的に結ばれ, この射線と法線ベクトル } \mathbf{n} \text{ との内積が正となるとき}) \\ &= 0 (\text{一次波源または鏡像波源と観測点が, 完全導体表面を通過して直線的に結ばれないとき}) \end{aligned} \quad (2.51)$$

で与えられる (図 2.8 を参照). 図 2.8 は可視係数と有限平板構造の関係を示している.  $q_i$  における射線とは, 図 2.8 の  $\mathbf{p}_0$  あるいは  $\mathbf{p}_m$  と有限平板  $S$  の周である端部とを結ぶ線である.

式 (2.49) の右辺第二項は, ルビノビッチがスカラ波動で定式化した境界回折波を表す項である.

以上をまとめると, 式 (2.22) の物理光学近似のベクトルポテンシャルは, 近傍界での表現も包含して次のように表される.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^S &= j\omega\mu \sum_{i=0,m} \left\{ -q_i \mathbf{p}_i G(\mathbf{r}_i) \right. \\ &\quad - \mathbf{p}_i \int_L G(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_{is}) \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{is}}{r r_{is} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{is}} \cdot d\mathbf{l}' \\ &\quad - \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i \int_L G(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_{is}) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \\ &\quad \left. + \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i \nabla \int_S G(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_{is}) ds' \right\} \end{aligned} \quad (2.52)$$

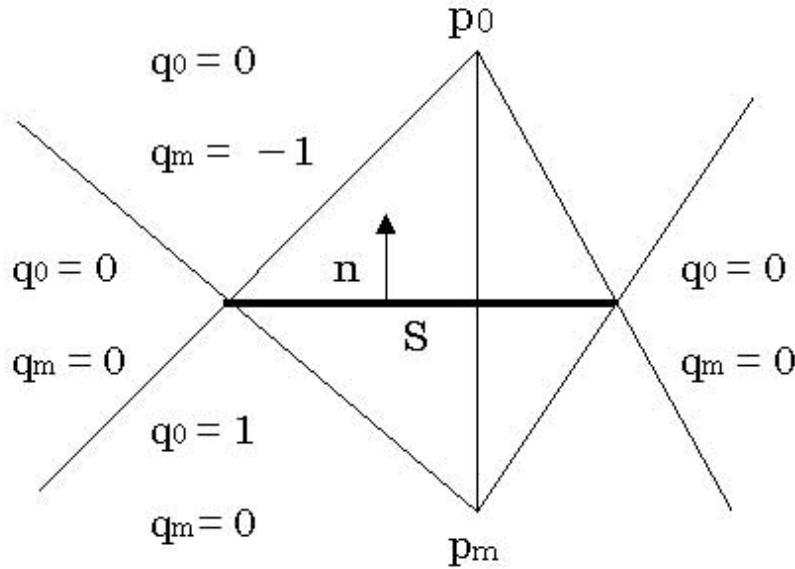


図 2.8: 可視係数と有限平板構造

ここで  $\sum_{i=0,m}$  は  $i$  として  $0, m$  の波源と鏡像の二項の和を表すものとする.

また, 式 (2.10) の面積分による物理光学近似と式 (2.52) の線積分による物理光学近似は数学的に等価である.

さて, 式 (2.52) の右辺,  $\sum$  の中の各項の意味を考える.

第一項と第二項は, それぞれ, 波源, 鏡像と同じ偏波を与える成分としての,

- 1) 波源, 鏡像波源から発生する幾何光学波のポテンシャル,
- 2) 平板の縁部  $L$  から境界回折波として発生する境界回折波のポテンシャル,

である.

第三項は, 波源, 鏡像の偏波とは直接関係がなく, その成分は境界線の垂直方向を内側に向いており,

- 3) 境界法線回折波と呼ぶべき回折波のポテンシャル
- である.

3) の境界法線回折波は, モーメントが  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i)G(r_{is})$  で与えられ, 境界線で取り囲まれた面と垂直でなおかつ境界線とも垂直な方向を境界線の内側に向く境界線上の微小ダイポール列から発生すると考えることもできる.

一方, 2) の境界回折波を発生する波源を境界線上に等価的に仮定すると, その等価波源



のベクトルポテンシャルの方向は幾何光学波の波源のベクトルポテンシャルの方向と一致する。これら境界線上に考えられる 2) と 3) の等価波源は境界線  $L$  上に蓄えられた電荷を表現するものに相当すると考えられる。

そして、最後に式 (2.52) の第四項は、 $\nabla \times$  を取るとゼロとなり、散乱電磁界には影響を与えない項としての

4) ベクトルポテンシャルの自由度関数 [23]

である。

この自由度関数の意味を具体的に理解するため、境界線  $L$  を無限遠方に移動させ、式 (2.52) で境界回折波の効果が無視できる状態にすると、散乱界ポテンシャルは、式 (2.5) の鏡像ポテンシャル  $A_m^S$  を使って

$$A^S = A_m^S + \mu \nabla \int_S G(r) \mathbf{n} \cdot [j\omega \mathbf{p}_0 G(r_{0s}) + j\omega \mathbf{p}_m G(r_{ms})] ds' \quad (2.53)$$

と書ける。

この式から、 $A^S$  と  $A_m^S$  は、 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_0 = 0$  のとき一致するが、 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_0 \neq 0$  のときには一致しないことがわかる。この不一致を滑らかに結び付けるのが自由度関数である\*<sup>1</sup>。

参考のため、式 (2.53) において、一次波との和ポテンシャル

$$\begin{aligned} A_m^T &= A^i + A_m^S \\ A^T &= A^i + A^S \end{aligned} \quad (2.54)$$

が境界面で満たす関係を示すと、次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \times \mathbf{A}_m^T &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{A}_m^T = 0 \\ \mathbf{n} \times (1 + k^{-2} \nabla \nabla \cdot) \mathbf{A}_m^T &= 0 \\ \mathbf{n} \times (1 + k^{-2} \nabla \nabla \cdot) \mathbf{A}^T &= 0 \end{aligned} \quad (2.55)$$

そこで、 $A_m^T$  は、 $A^T$  より多くの境界条件を満たしているといえる。

## 2.4 物理光学近似による近傍界の表現

近傍界を含めた意味での物理光学近似の式は、式 (2.53) のポテンシャル  $A^S$  を式 (2.6) の  $A_m^S$  に置き換え、ベクトル界の微分公式、そしてベクトル三重積の公式を利用し、丹念

\*<sup>1</sup> このような例は、TM 波導波管でも観察される。通常モード分解では、進行方向の成分のみのベクトルポテンシャルで界を表現する。一方、管壁上の電流分布から求めたベクトルポテンシャルの成分には、進行方向以外の成分も含まれている。

に演算を行うと、次のように与えられる.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_S &= \sum_{i=0,m} \left( -q_i \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_i^{bd} + \mathbf{E}_i^{bnd} \right) \\ \mathbf{H}_S &= \sum_{i=0,m} \left( -q_i \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_i^{bd} + \mathbf{H}_i^{bnd} \right)\end{aligned}\quad (2.56)$$

ここで  $\sum_{i=0,m}$  は,  $i$  として一次波 0 と鏡像波  $m$  の和を表す.

そして,  $\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i$  は, 幾何光学波であり, ダイポール能率  $\mathbf{p}_i$  のベクトルポテンシャルによる電界, 磁界である. さらに,  $\{\mathbf{E}_i^{bd}, \mathbf{H}_i^{bd}\}, \{\mathbf{E}_i^{bnd}, \mathbf{H}_i^{bnd}\}$  はそれぞれ, 境界回折波 (bd), そして境界法線回折波 (bnd) であり, それぞれ以下のように表される.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_i^{bd} &= j\omega\mu \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega} \int_L \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' + \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_q \frac{\mathbf{p}_q}{j\omega} \int_L \{\nabla(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}_q \\ &\quad + \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_q \frac{\mathbf{p}_q}{j\omega} \int_L \nabla[d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_q\end{aligned}\quad (2.57)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_i^{bnd} &= +j\omega\mu (\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \int_L G(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_{is}) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \\ &\quad + \frac{j}{\omega\epsilon} (\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \int_L G(\mathbf{r}_{is}) \{(\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \cdot \nabla\} \nabla G(\mathbf{r})\end{aligned}\quad (2.58)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_i^{bd} &= j\omega \mathbf{p}_i \times \int_L [(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \\ &\quad + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]\end{aligned}\quad (2.59)$$

$$\mathbf{H}_i^{bnd} = -j\omega (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i) \int_L G(\mathbf{r}_{is}) \nabla G(\mathbf{r}) \times \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \quad (2.60)$$

ここで,  $\sum_q$  は  $x, y, z$  の 3 成分の和を表す.

式 (2.57)-(2.60) の具体的な導出に関しては, 付録 A を参照.

## 2.5 むすび

導体平板における物理光学近似のベクトルポテンシャルと電磁界を, 幾何光学波と境界回折波の和として解析的に表現し, 示した.

本手法では, 従来の面積分を境界線積分に変換して計算できることから, 数値計算の演算時間を大幅に短縮できるため, ここでの手法は平板の近くに置かれたアンテナの理論に積極的に応用できる.

面積分による物理光学近似では、理論的裏付けよりも実用面が先行しているが、そのような空白を埋めるものとして、観測点における散乱界の物理的意味を明らかにできたので、ここでの境界線積分による物理光学近似を理解していただければ幸いである。

## 第 3 章

# 正方形導体板上に微小ダイポールが置かれた構造例

### 3.1 数値計算例の設定

本章では、波源としての微小ダイポールが正方形完全導体板上に置かれた構造において、式 (2.52), (2.56) によって求められた散乱波の物理光学近似のベクトルポテンシャルとその電磁界を、鏡像近似による幾何光学波、境界回折波、境界法線回折波などに分解して数値計算し、検討を加えた。また、正方形導体板の大きさを変化させた場合の数値計算結果も示した。ここでは、直接波は正方形導体板の大きさの変化の影響を受けないため、導体板の大きさの変化の影響を受ける散乱波の特性について計算結果を示している。

構造は、図 3.1 に示すように、 $x$ - $y$  平面上に正方形完全導体板をおき、その中心に原点  $O$  があり、高さ  $h$  の位置に微小ダイポールが置かれている。微小ダイポールは、長さ  $l$  の導線に電流が周波数  $f$ 、実効値  $I$  の正弦波電流を流したものであり、寸法は以下に示す通りである。

周波数:	$f=1\text{G Hz}$
ダイポールモーメント:	$ \mathbf{p}_0 =\frac{Il}{\omega}=\frac{1}{\omega}\text{Cm}$
ダイポールの平板からの高さ:	$h=0.3\text{m}$
平板の大きさ:	$L_x=L_y=0.4\text{m}$
観測点 P の座標:	$x=0.3\text{m}, y=0, z=0\sim 1.5\text{m}$ .

計算を実行するにあたり、波源としての微小ダイポールの向きが  $z$  軸方向の場合と  $y$  軸方向の場合の 2 つの場合に分けて行った。

数値計算によって求められる散乱波のベクトルポテンシャル及びその電磁界は、振幅位

相表現に統一している。本計算においては近傍界における物理光学近似を考えるという意味から、観測点の位置を波源や導体板と比較的近い位置に設定した。

### 3.2 波源が導体板と垂直に置かれた構造

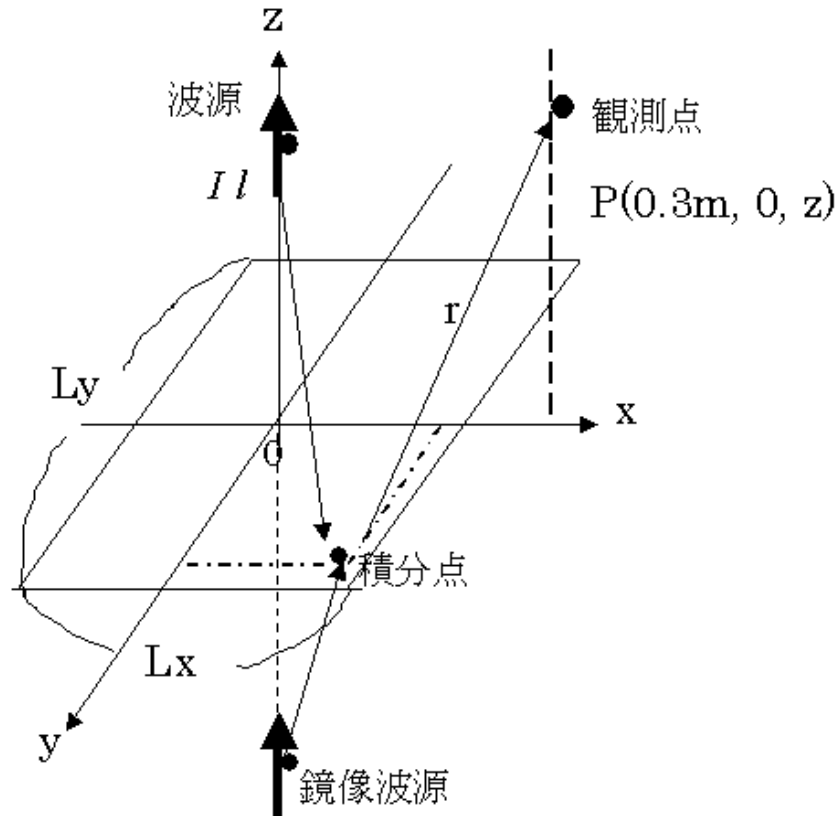


図 3.1: 波源が垂直に置かれた正方形平板構造の座標系

図 3.1 に示す波源としての微小ダイポールは導体板上  $h$  の高さで  $z$  軸方向を向いている。導体板の一辺の長さを  $0.4\text{m}(\frac{4}{3}\lambda)$  にして、数値計算を行った。

波源を正方形導体板の原点から波長  $\lambda$  の高さに、そして、観測点  $(x, y, z)=(0.3\text{m}, 0, z)$  ( $z=0 \sim 1.5\text{m}$ ) に固定する。

実際の計算に用いた具体的な物理光学近似のベクトルポテンシャル、電磁界の式の導出について付録 B に示している。

ベクトルポテンシャル  $A^S$  の式について、

幾何光学波による項の式は, 付録 B の (B.3), (B.4), (B.5)

境界回折波による項の式は, (B.6), (B.7), (B.8)

境界法線回折波による項の式は, (B.9), (B.10), (B.11)

自由度関数による項の式は, (B.12), (B.13), (B.14)

磁界  $H^S$  の式について

幾何光学波による項の式は, 付録 B の (B.15), (B.16), (B.17)

境界回折波による項の式は, (B.19), (B.20), (B.21)

境界法線回折波による項の式は, (B.22), (B.23), (B.24)

電界  $E^S$  の式について

幾何光学波による項の式は, 付録 B の (B.26), (B.27), (B.28)

境界回折波による項の式は, (B.32), (B.33), (B.34)

境界法線回折波による項の式は, (B.36), (B.37), (B.38)

にそれぞれ示す.

### 3.2.1 数値計算結果と検討

まず、ベクトルポテンシャルについて考える。図 3.2 は、観測点の  $z$  座標を変化させた場合の、ベクトルポテンシャルの  $x$  成分  $A_x$  の振幅特性 (a) と位相特性 (b) を表している ( $y$  成分は対称性からゼロとなる)。

同図は、物理光学近似を幾何光学波 (鏡像近似)、境界回折波、境界法線回折波、そして自由度関数に分解して示したもので、幾何光学波 (鏡像近似) と境界回折波はゼロとなり、境界法線回折波と自由度関数が現れることがわかる。

同図 (a) の振幅特性について見ると、可視係数の変化する観測点の  $z$  が 0.15m で境界法線回折波が減少から増加へと変化することで、物理光学近似が増加から減少へと変化している。また、観測点の  $z$  が大きくなり導体板から離れるにつれて、境界法線回折波及び自由度関数の和が物理光学近似に近付いている。

同図 (b) の位相特性については、 $z$  が大きくなると境界法線回折波と自由度関数が物理光学近似をそれぞれ等位相間隔ではさんでいることが分かる。

次に電界、磁界についての振幅、位相特性を図 3.3~3.5 にそれぞれ示しているこれらの図でも物理光学近似をそれぞれの幾何光学波 (鏡像近似) と境界回折波などに分解表現して示している。図 3.3(a) に示す電界の  $x$  成分の振幅特性は、幾何光学波 (鏡像近似) の影響が最も大きく、境界回折波の影響は小さく、その中程に境界法線回折波がある。観測点が導体板から離れるにつれて、おのこの界が物理光学近似に近付いている。

図 3.3(b) の位相特性については、幾何光学波 (鏡像近似)、境界回折波、境界法線回折の位相がそれぞれ一定の間隔に近付いている。

電界の  $z$  成分の振幅、位相特性については図 3.4 に示す。

磁界の  $y$  成分については図 3.5 に示すように、電界の  $x$  成分の特性と似たような特性になっている。図 3.5(a) の振幅特性についてみると、観測点がゼロに近いところでは、境界回折波による影響が大きくなっている。同図 (b) の位相特性についてみると、幾何光学波 (鏡像近似)、境界回折波、境界法線回折波の位相が等間隔ずつになっているのが分かる。

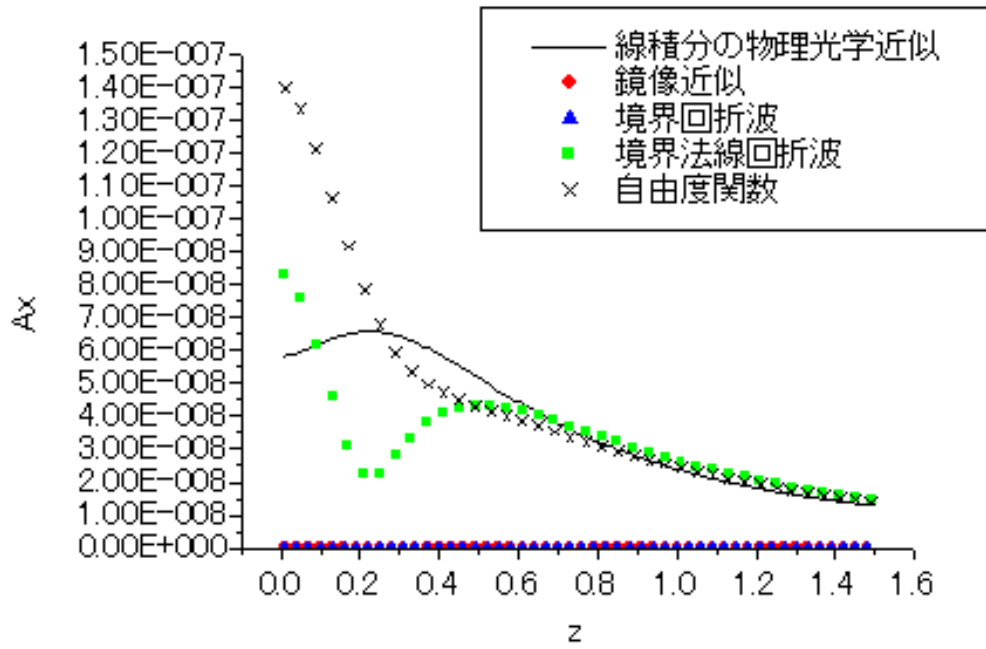
ここで物理光学近似の物理的な解釈について述べると、電界の  $x$  成分と  $z$  成分及び磁界の  $y$  成分は、観測点の  $z$  が 0 から 0.15m までは、鏡像近似の項が 0 であるが、その後、急にジャンプし大きな振幅値から立ち上がり出している。これは第 2 章で述べた可視係数の値の変化によるものである。物理的に考えると、鏡の中に写る鏡像は観測点が鏡の外からその鏡の法線方向に動いた時、最初は鏡像が見えないが、途中からその鏡像が見えるようになる現象と対応していると思われる。

また、境界回折波が最も強く輝いて見える観測点の位置は、鏡像の座標的位置である、 $z=-0.3\text{m}$  から導体板の縁部を通り、縁部から観測点までの距離、すなわち図 2.5 における

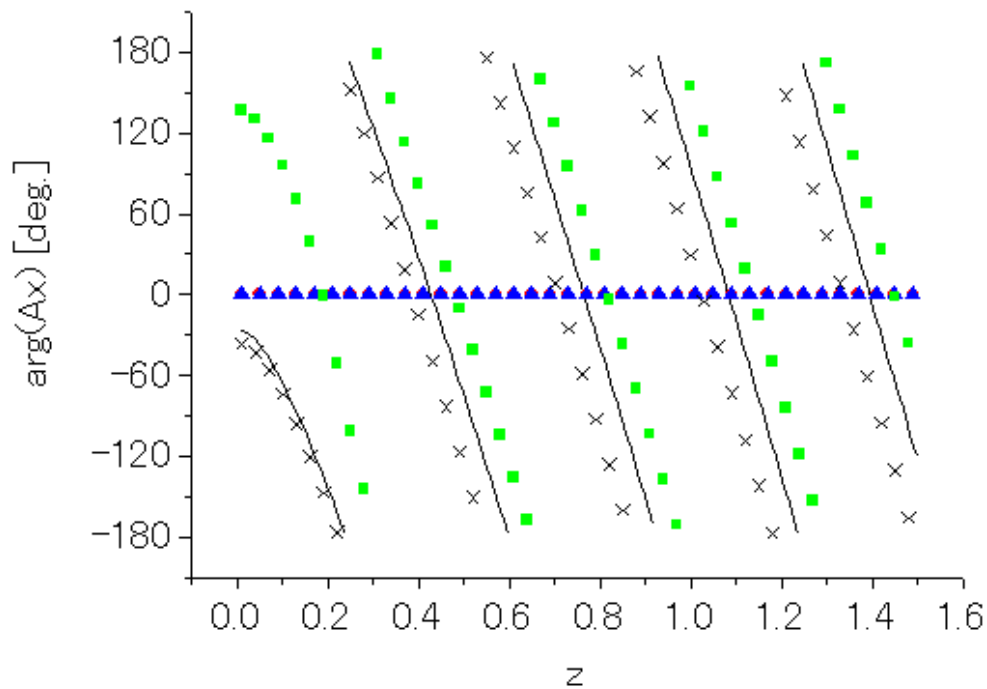
$(r+r_{ms})$  の距離が最小となる付近であり、それらの点は  $z$  座標が 0.15m 以下の位置にある。その位置は観測点から鏡像が見えない位置であり、その分、境界回折波が最も強く輝いて見えるともいえる。

これらの図から、導体平板が有限の大きさの場合の、物理光学近似と幾何光学波（鏡像近似）の差が境界回折波などの関係として示された。



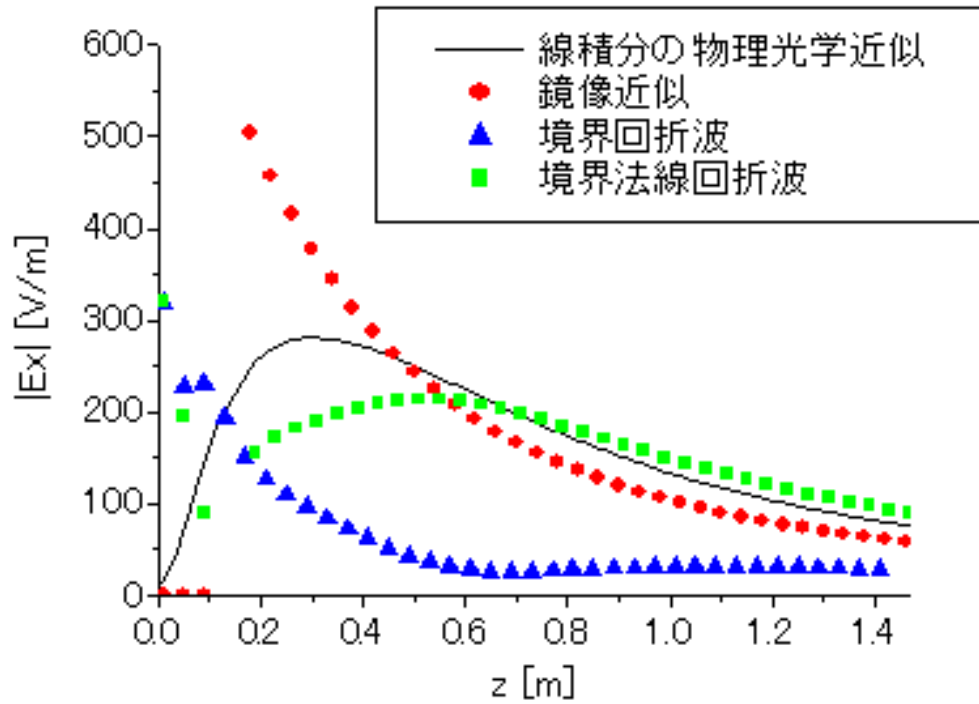


(a)amplitude characteristic

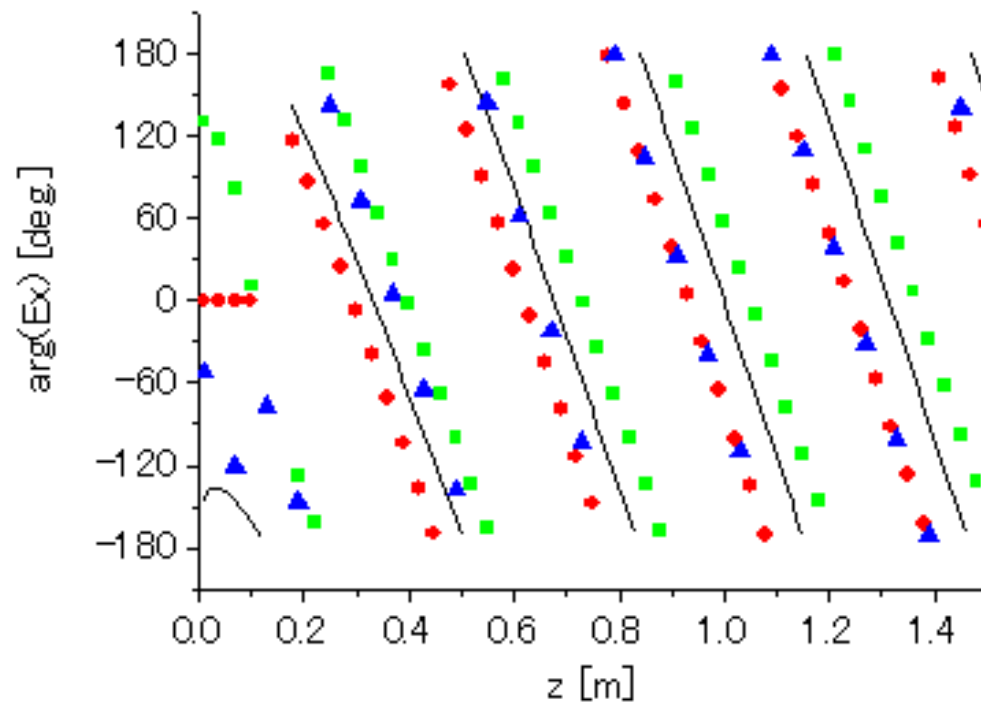


(b)phase characteristic

図 3.2: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$  の場合の物理光学近似のベクトルポテンシャルの  $x$  成分  $A_x$

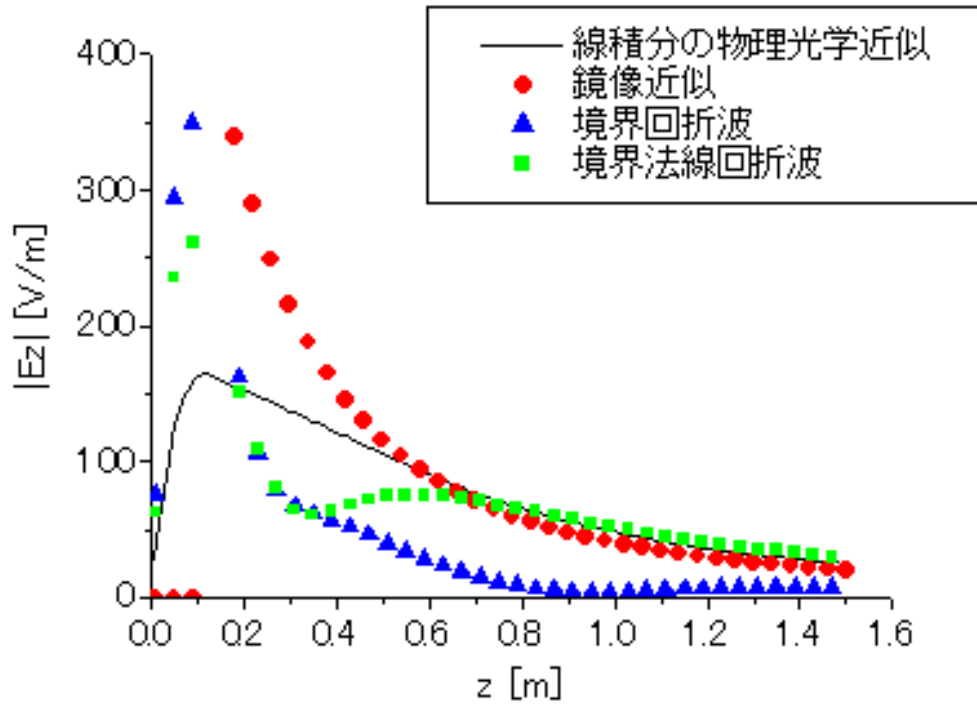


(a)amplitude characteristic

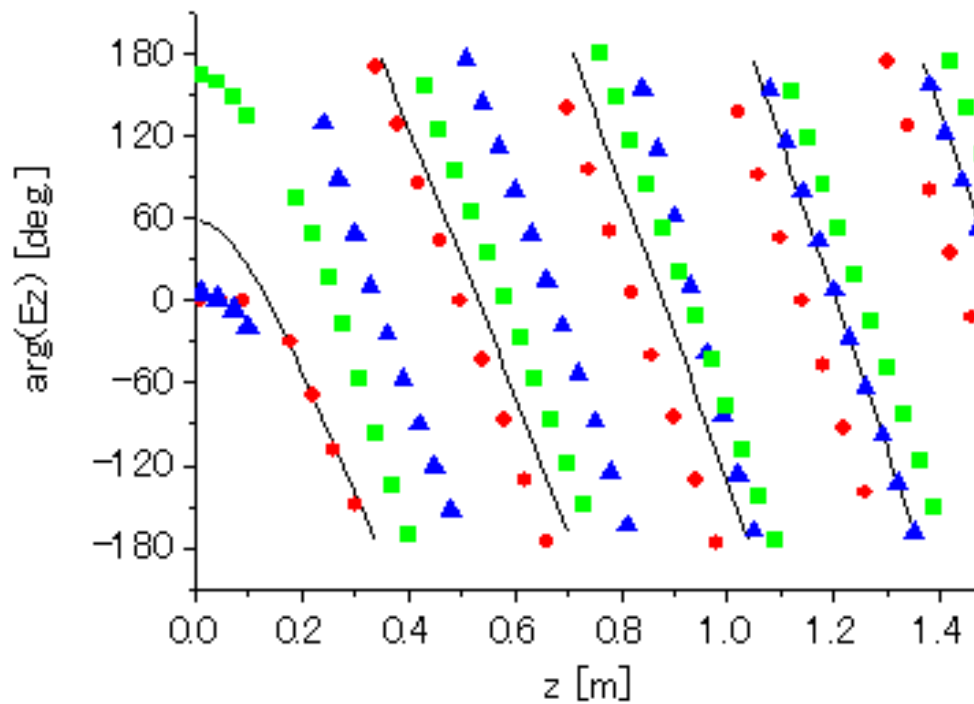


(b)phase characteristic

図 3.3: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の電界の x 成分  $E_x$

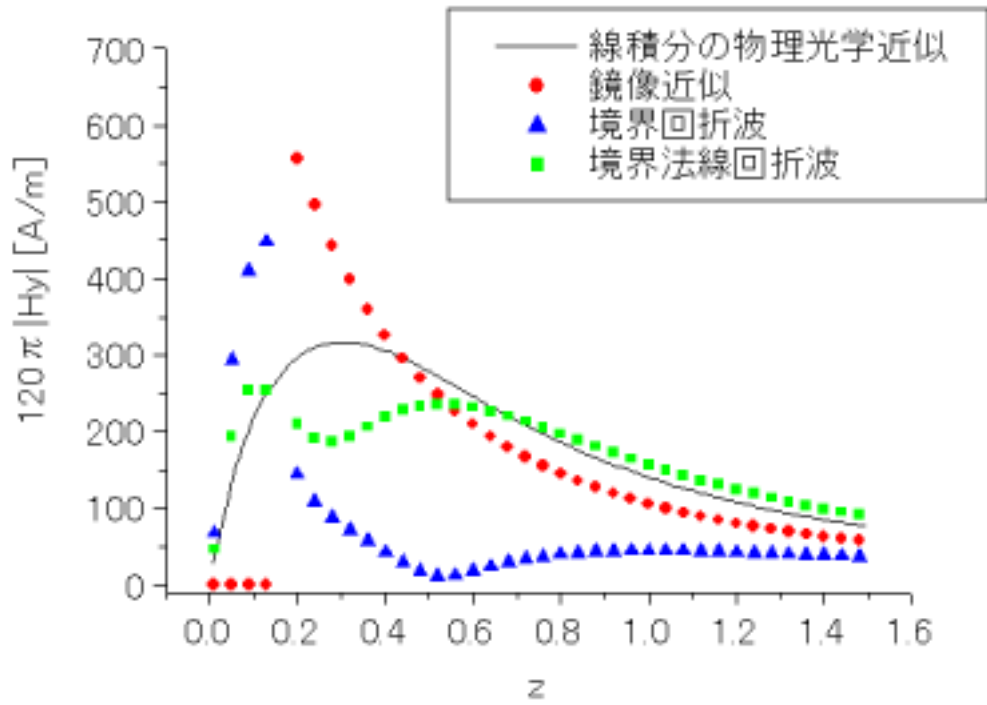


(a) amplitude characteristic

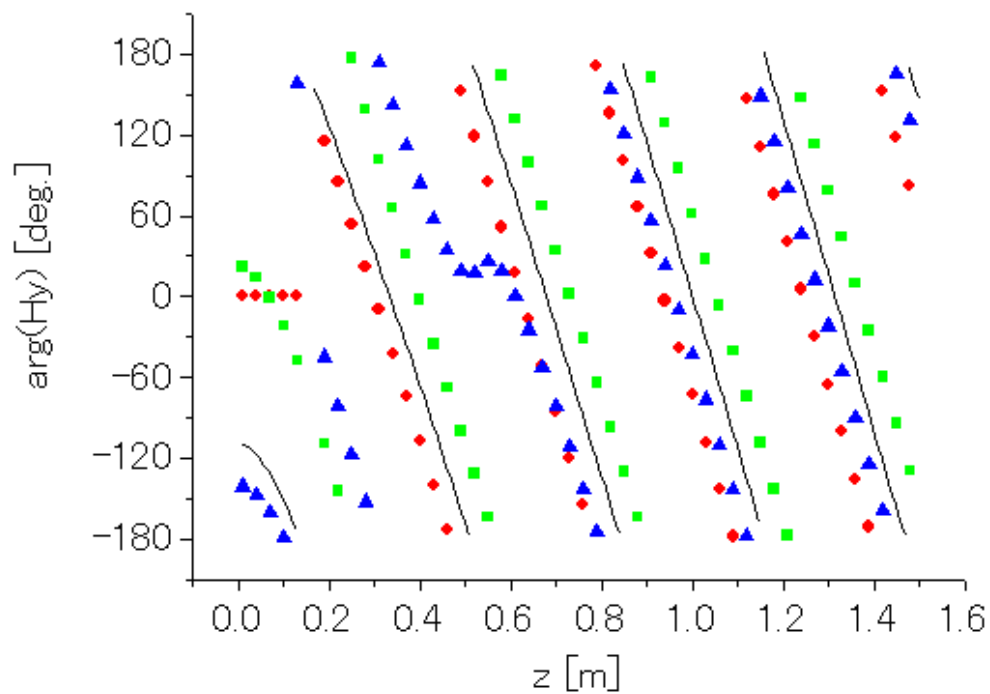


(b) phase characteristic

図 3.4: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の電界の  $z$  成分  $E_z$



(a)amplitude characteristic



(b)phase characteristic

図 3.5: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の電界の  $y$  成分  $H_y$

### 3.2.2 正方形導体板の大きさを変化させた場合の数値計算結果と検討

図 3.1 の構造で正方形導体板の一辺の長さを変化させた時,  $z=0 \sim 1.5\text{m}$  における観測点の物理光学近似のベクトルポテンシャル及び電磁界の変化を, 鏡像近似による幾何光学波と境界回折波などに分解表現してグラフに示す. 導体板の大きさを変えた場合に, 物理光学近似と鏡像近似による幾何光学波との差がどのように近づくかについて, 境界回折波などの和から検討する.

まず, ベクトルポテンシャルについて考える. 図 3.6 は, 導体板の大きさが  $0.8\text{m}(kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi)$  四方の場合のベクトルポテンシャルの  $x$  成分  $A_x$  の振幅特性 (a) と位相特性 (b) を表している.

同図 (a) の振幅特性について見ると, 導体板の一辺が  $0.4\text{m}(kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi)$  の場合に比べて, 物理光学近似は自由度関数と差が接近して, 境界法線回折波の影響は小さくなっている. また, 観測点の  $z$  が大きくなり導体板から離れるにつれて, 境界法線回折波及び自由度関数が物理光学近似に近づくのがはやくなっている.

同図 (b) の位相特性については, 導体板の一辺が  $0.4\text{m}(kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi)$  の場合に比べて,  $z$  が小さい範囲 ( $z=0.2 \sim 0.6\text{m}$ ) では, 物理光学近似と境界法線回折波及び自由度関数の位相差が少なくなっている. 一方,  $z$  が大きくなると境界法線回折波と自由度関数が物理光学近似をより等位相間隔ではさんでいることが分かる.

次に電界, 磁界についての振幅, 位相特性を図 3.7~3.9 にそれぞれ示す.

図 3.7 に示す電界の  $x$  成分をみると (a) の振幅特性では, 鏡像近似による幾何光学波の影響が最も大きく, 境界回折波の影響は小さく, 導体板の一辺が  $0.4\text{m}(kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi)$  の場合と異なり, 境界法線回折波の影響は比較的小さくなっている. 観測点が導体板から離れるにつれて, おのおのの界が物理光学近似に近付いていることがわかる.

同図 (b) の位相特性については, 導体板の一辺が  $0.4\text{m}(kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi)$  の場合に比べて,  $z$  が小さい範囲 ( $z=0.2 \sim 0.6\text{m}$ ) では, 物理光学近似と鏡像近似による幾何光学波及び境界法線回折波の位相差が少なく, 境界回折波に位相のみが大きく離れている. そして, 観測点が導体板から離れるにつれて, 鏡像近似による幾何光学波, 境界回折波, 境界法線回折の位相がそれぞれ一定の間隔に近付いている.

電界の  $z$  成分の振幅, 位相特性については図 3.8 に示す.

磁界の  $y$  成分については図 3.9 に示すように, 電界の  $x$  成分の特性と比較的似た特性になっている. 同図 (a) の振幅特性についてみると, 鏡像近似による幾何光学波の影響が最も大きく, 物理光学近似と接近しており, 境界回折波による影響は小さく, 境界法線回折波の影響も小さくなっている. また,  $z$  が大きくなるにつれて, おのおのの界が物理光学近似に近付いている.

同図 (b) の位相特性についてみると、 $z$  が大きくなり、観測点が導体板と離れるにつれて、鏡像近似による幾何光学波、境界回折波、境界法線回折波の位相が等間隔ずつになっているのが分かる。

また、波源が導体板と垂直に置かれた構造について、導体板の一辺の長さを  $1.2\text{m}$  ( $kL_x = kL_y = 8\pi$ ) に変化させた場合のベクトルポテンシャル、電界及び磁界の特性を図 3.10 ~ 図 3.13 に示している。

図 3.10 はベクトルポテンシャルの  $x$  成分  $A_x$  の振幅特性と位相特性を表している。

同図 (a) のベクトルポテンシャルの振幅特性に関して見ると、導体板の一辺が  $0.8\text{m}$  ( $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$ ) の場合は、 $z = 0 \sim 0.6\text{m}$  付近で、境界法線回折波の影響が大きく  $z = 0.7\text{m}$  付近でゼロに近づくのに対し、次第に境界回折法線回折波の影響が現れ、 $z = 0.5\text{m}$  付近で境界法線回折波がピーク値になりその後減少している。

同じ図 (b) の位相特性については、 $z = 1.0 \sim 1.5\text{m}$  のように  $z$  が大きくなると、物理光学近似と境界法線回折波及び自由度関数の位相がそれぞれほぼ等しくなっている。従って、 $z$  が大きくなるにつれてそれらの位相が等位相になっているといえる。

次に、電界、磁界についての振幅、位相特性を図 3.11 ~ 3.13 にそれぞれ示す。

まず、図 3.11 に示す電界の  $x$  成分をみると (a) の振幅特性に関しては、物理光学近似と鏡像近似による幾何光学波との差となる境界回折波や境界法線回折波の影響は  $z$  の値が小さめでの範囲 ( $z = 0.2 \sim 0.8\text{m}$ ) で現れている。そして  $z$  が  $1.5\text{m}$  近くになり大きくなると鏡像近似との格差が出てくるが、この差は境界法線回折波で表されると考えることができる。

同図 (b) の位相特性については、 $z$  の値が大きくなると、物理光学近似と鏡像近似による幾何光学波と境界法線回折波の位相がそれぞれほぼ等しくなり、境界回折波の位相のみがそれらとは位相が大きくずれた値となっているのが分かる。

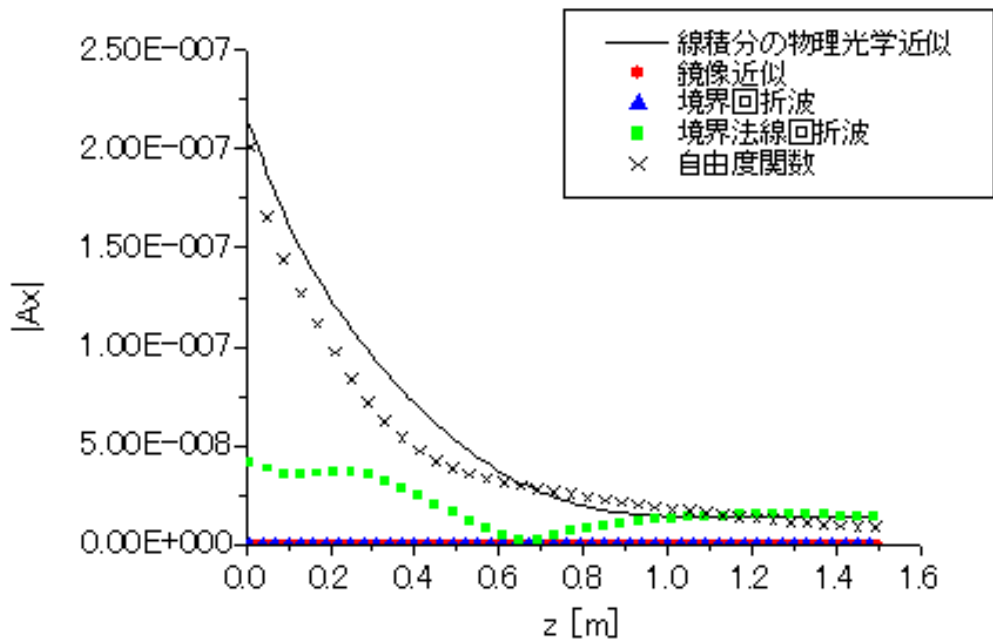
図 3.12 に示す電界の  $z$  成分をみると (a) の振幅特性について、 $z = 0.2 \sim 0.4\text{m}$  の範囲で境界法線回折波の影響が現れ、 $z$  が  $0.6\text{m}$  以上では境界法線回折波の影響がほとんどなくなり、物理光学近似や鏡像近似と近付いている。

同図 (b) の位相特性については、観測点の  $z$  が大きくなるにつれて物理光学近似を鏡像近似と境界法線回折波が等位相になっているのに対し、境界回折波の位相がずれているのが分かる。

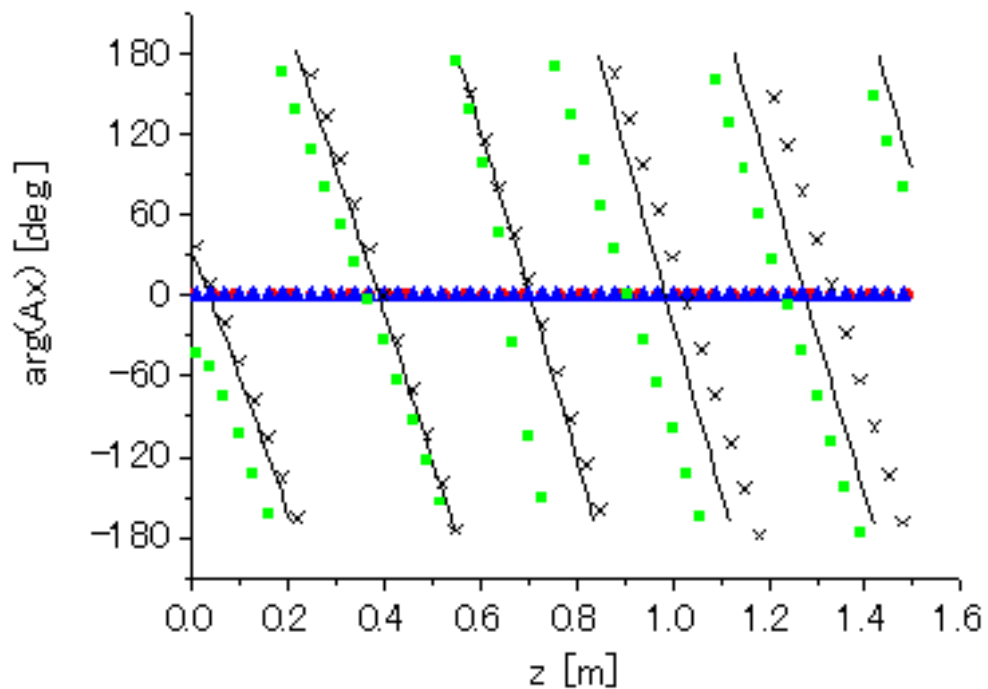
図 3.13 に示す磁界の  $y$  成分の特性は電界の  $x$  成分の特性と似ている特性となっているのが分かる。

物理的な考察をすると、正方形導体板の大きさが大きくなるにつれ、物理光学近似と鏡像近似の差が縮まるということは、波源から鏡や板に光を照射させた場合、鏡や板からの波源の高さが等しいと、その鏡や板の大きさが大きくなる程、鏡や板の裏に回折する光は少なくなるという現象を考えれば理解できる。正方形導体板が大きくなり、板の裏に回折

する光が少なくなると、境界法線回折波などに相当する導体板の周に蓄えられる電荷は、鏡像近似に相当する導体板上の電流密度から比較すると少なくなっているといえる。



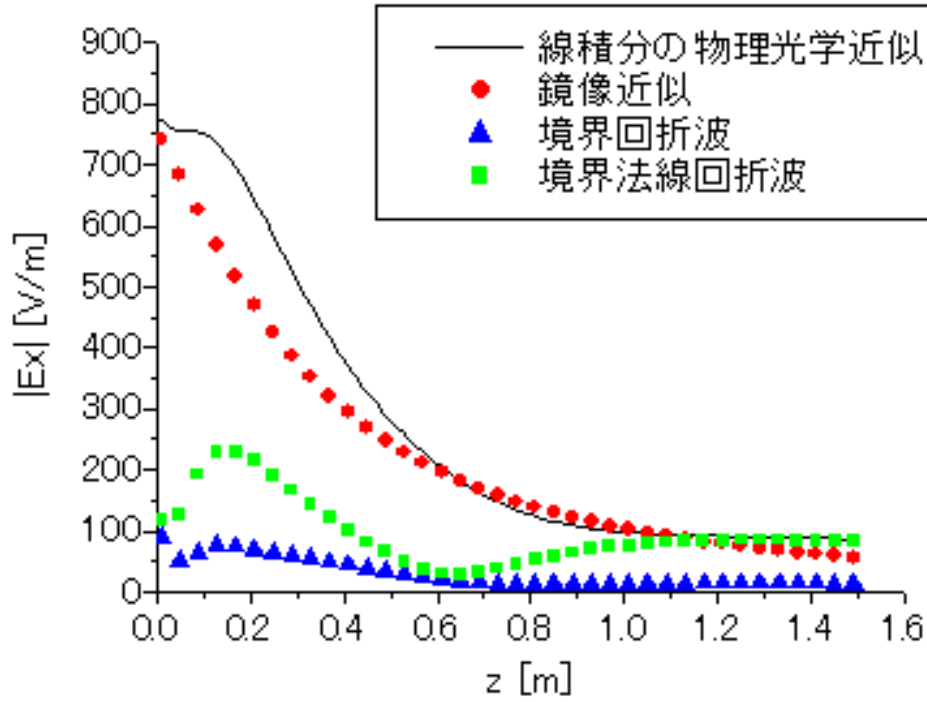
(a)amplitude characteristic



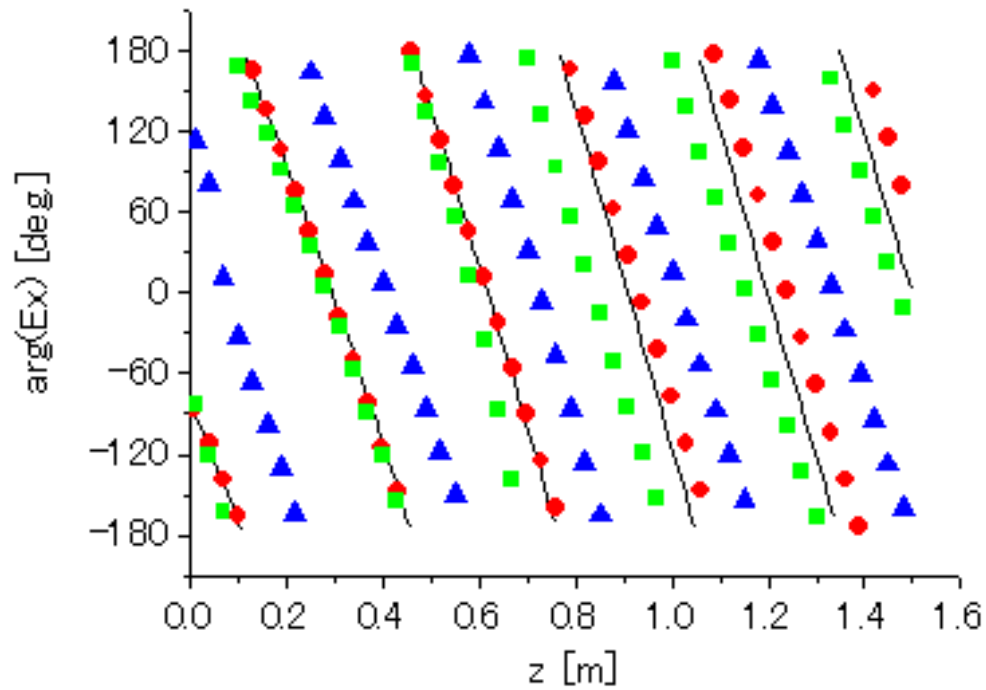
(b)phase characteristic

図 3.6: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の物理光学近似のベクトルポテンシャルの  $x$  成分  $A_x$



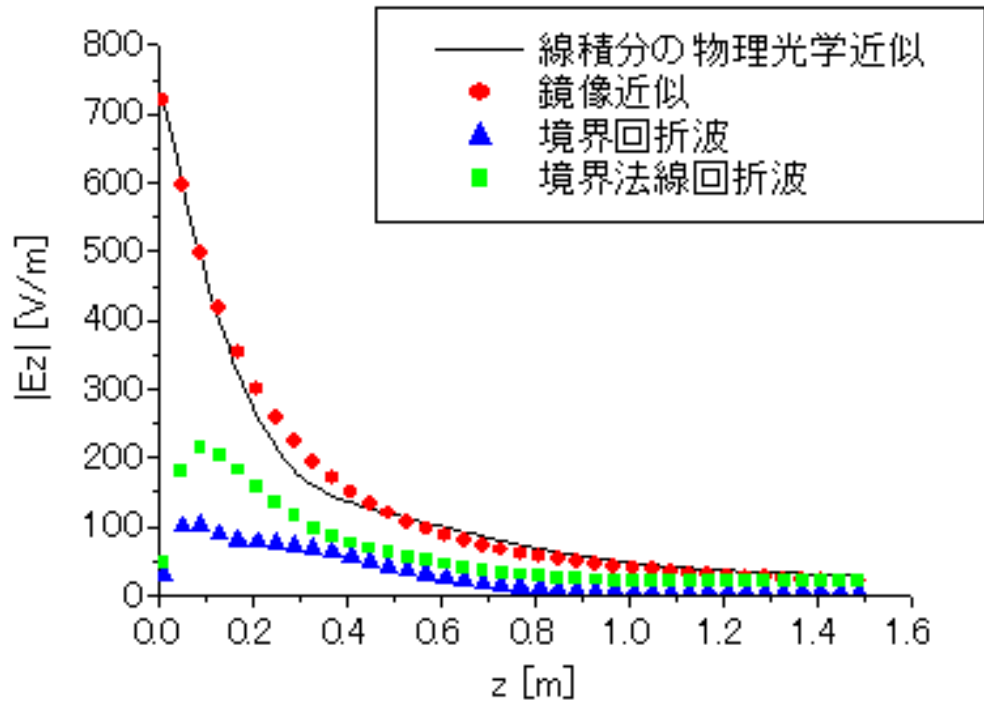


(a)amplitude characteristic

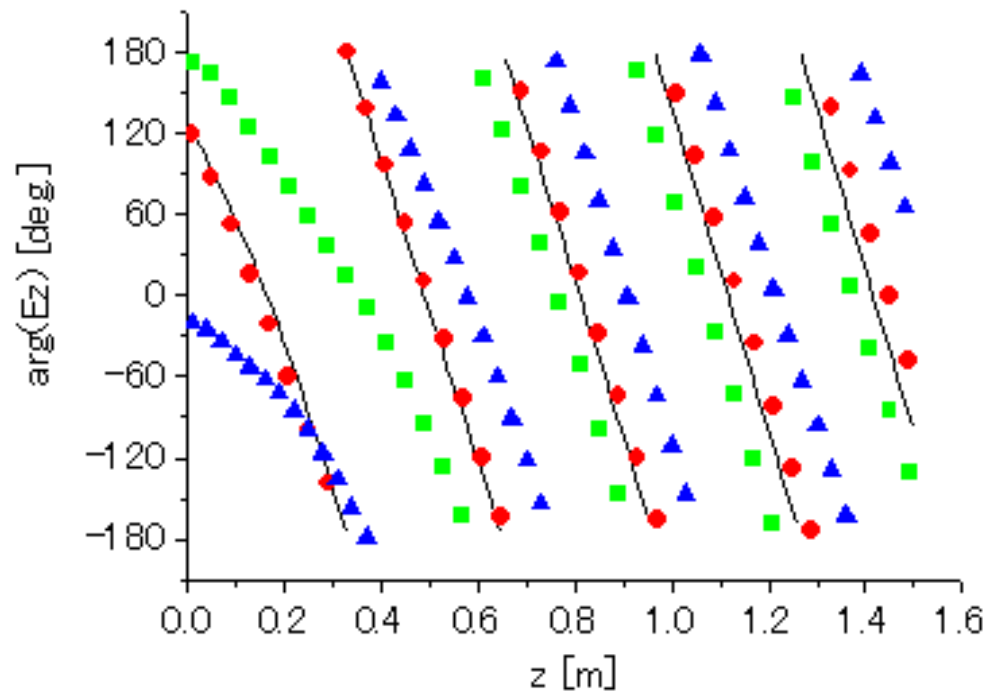


(b)phase characteristic

図 3.7: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の電界の x 成分  $E_x$

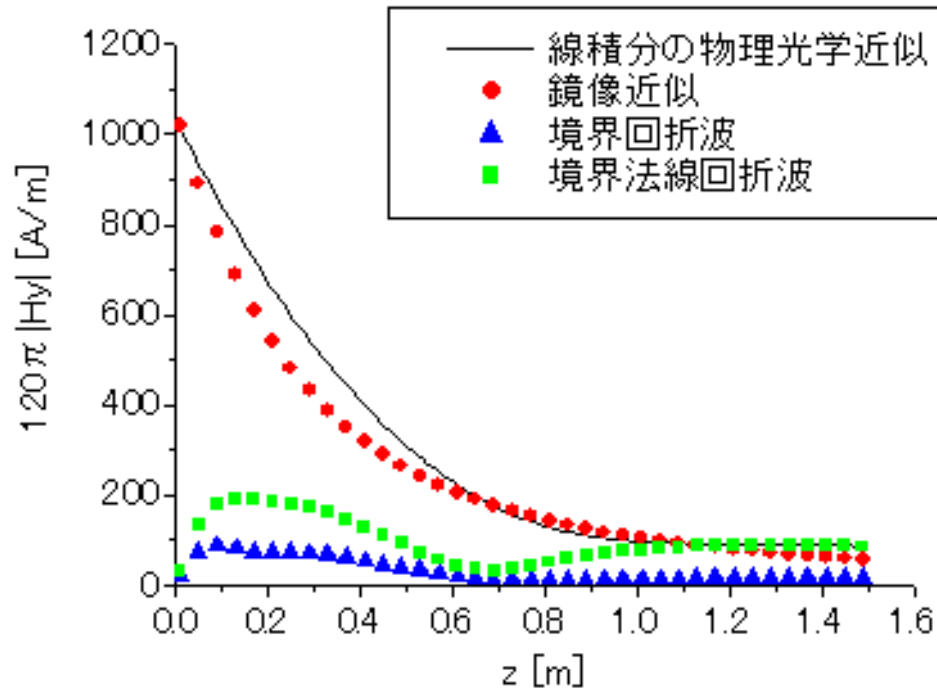


(a)amplitude characteristic

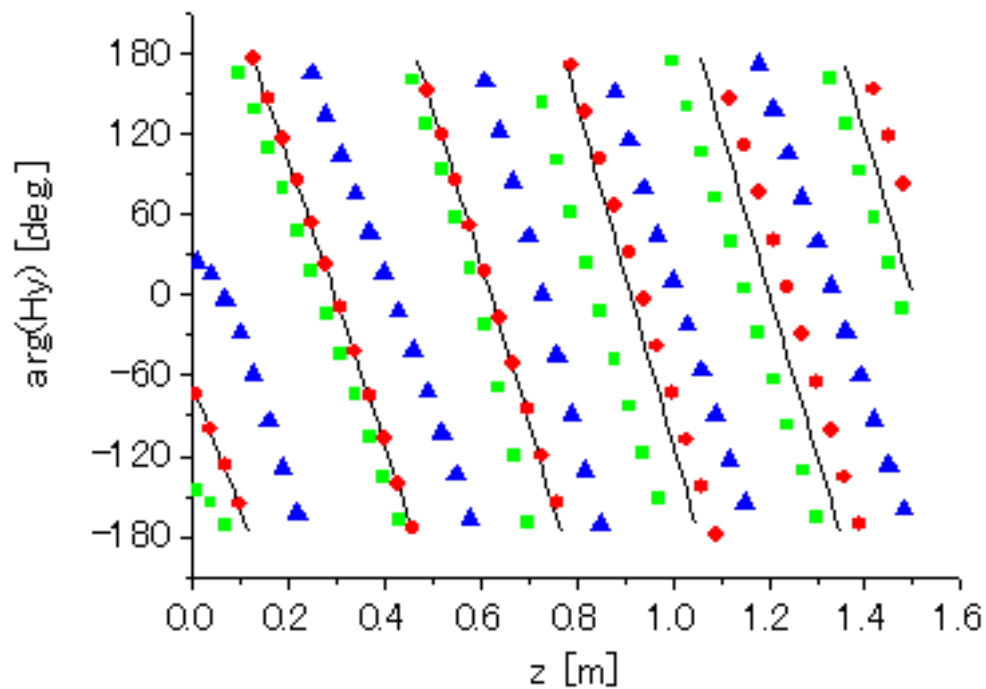


(b)phase characteristic

図 3.8: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の電界の  $z$  成分  $E_z$

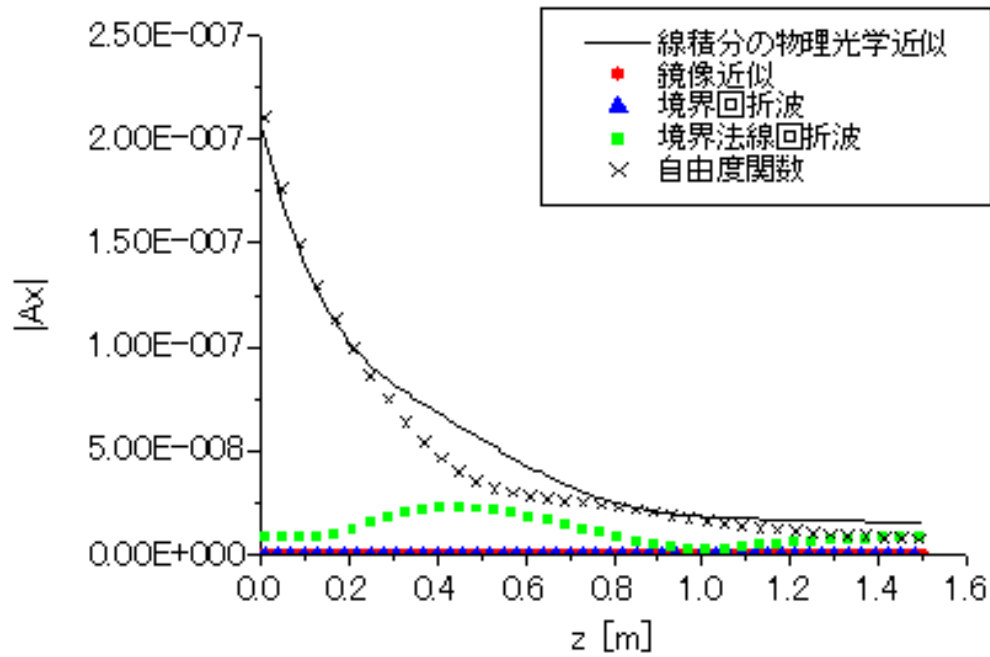


(a) amplitude characteristic

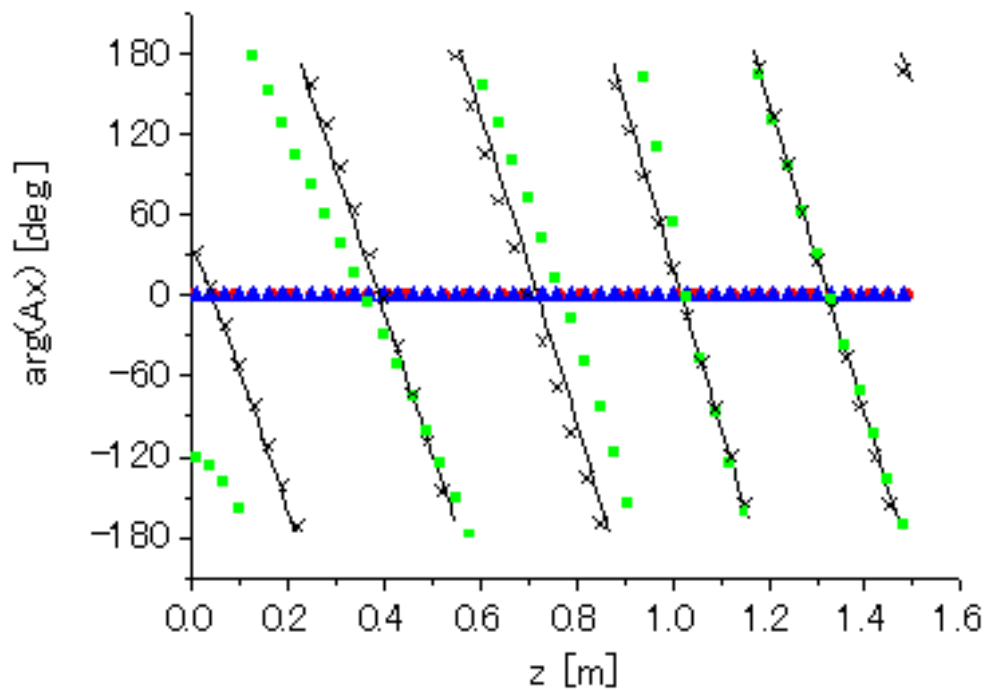


(b) phase characteristic

図 3.9: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の磁界の  $y$  成分  $H_y$

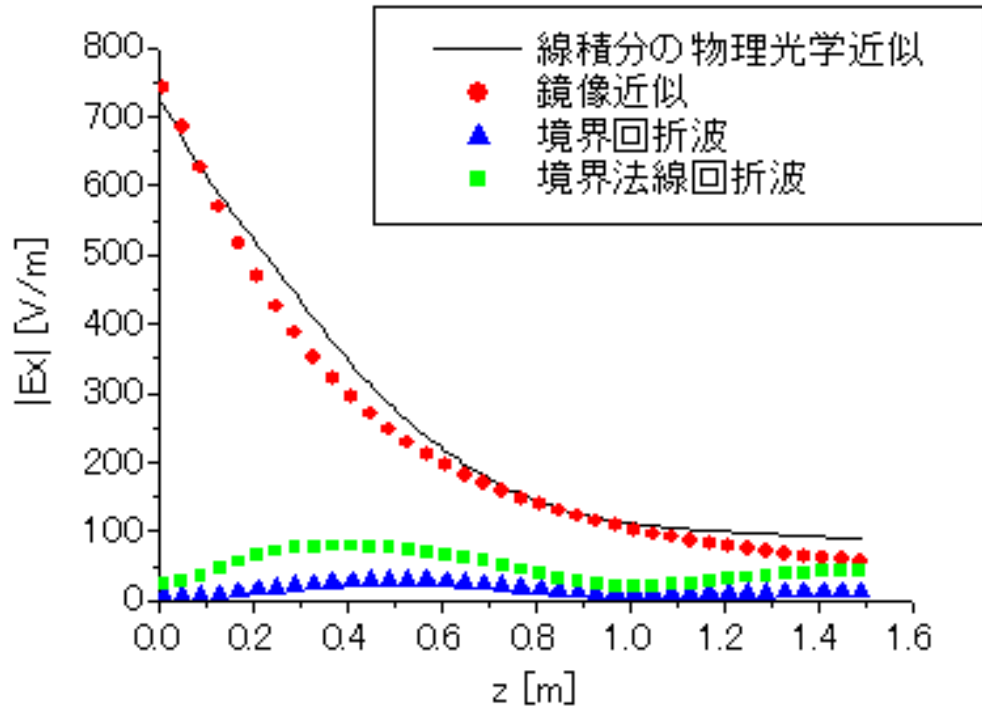


(a) amplitude characteristic

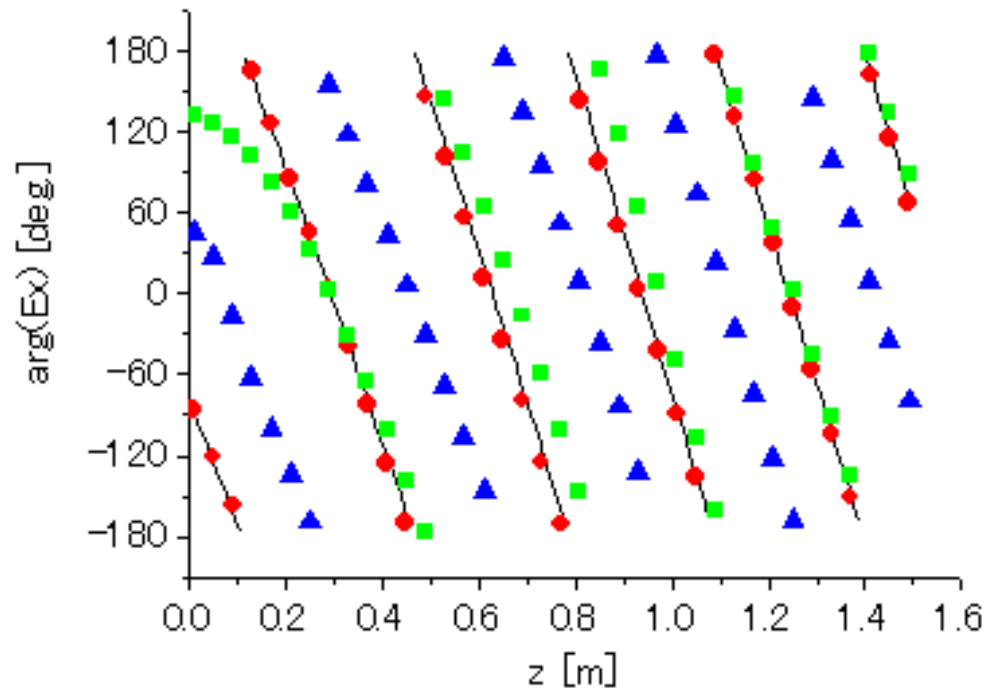


(b) phase characteristic

図 3.10: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = 8\pi$  の場合の物理光学近似のベクトルポテンシャルの  $x$  成分  $A_x$

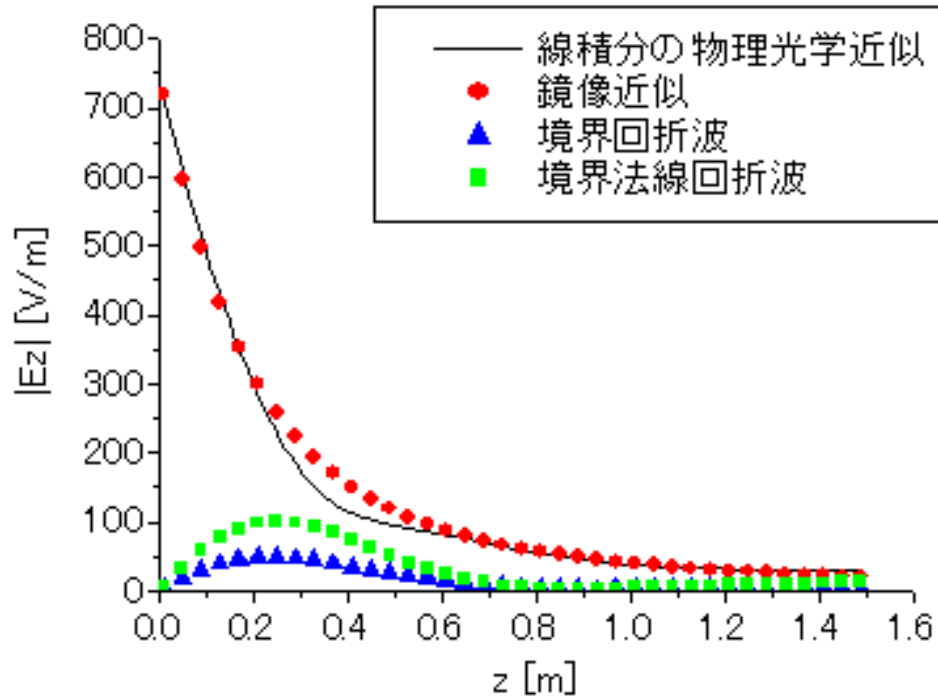


(a) amplitude characteristic

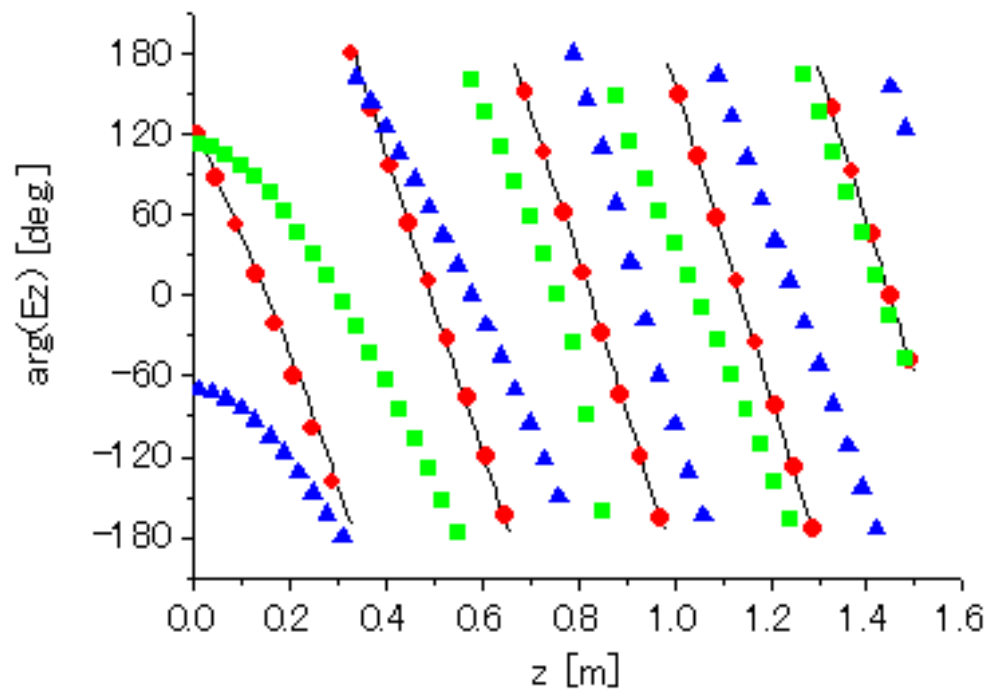


(b) phase characteristic

図 3.11: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = 8\pi$  の場合の物理光学近似の電界の  $x$  成分  $E_x$

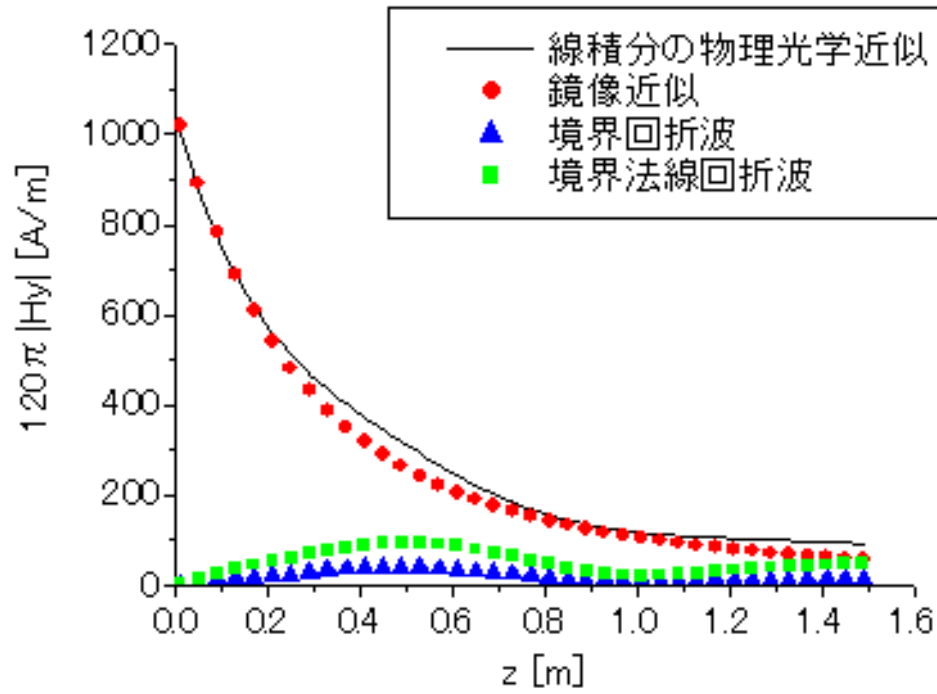


(a) amplitude characteristic

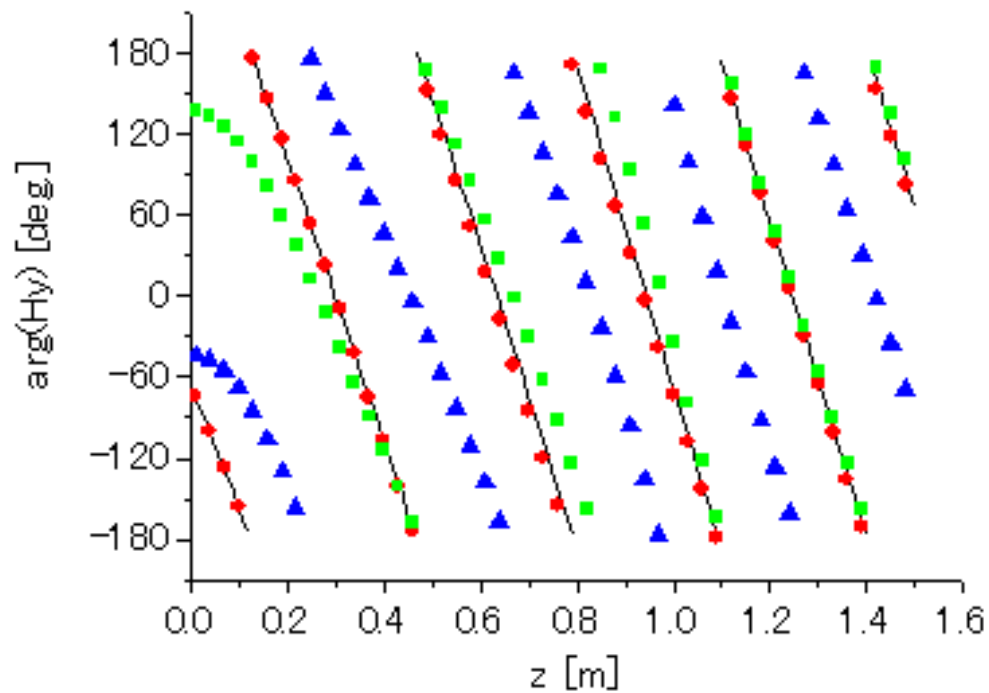


(b) phase characteristic

図 3.12: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = 8\pi$  の場合の物理光学近似の電界の  $z$  成分  $E_z$



(a) amplitude characteristic



(b) phase characteristic

図 3.13: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = 8\pi$  の場合の物理光学近似の磁界の  $y$  成分  $H_y$

### 3.2.3 本手法と従来の物理光学近似の計算結果の比較

線積分を用いた本手法による物理光学近似と従来の面積分を用いた物理光学近似との計算結果の比較をし、数値計算誤差を示す。

図 3.14 ~ 3.16 に、正方形導体の一辺の長さ  $kLx = kLy = \cdot \frac{16}{3}\pi$  にした場合の、本手法の物理光学近似と従来の面積分を用いた物理光学近似及び鏡像近似による数値計算結果の比較したものを示している。本手法の物理光学近似と従来の面積分を用いた物理光学近似の数値計算結果の差が  $\leq 0.002\%$  となるので一致しており、鏡像近似による計算結果との差が縮まっているのが分かる。

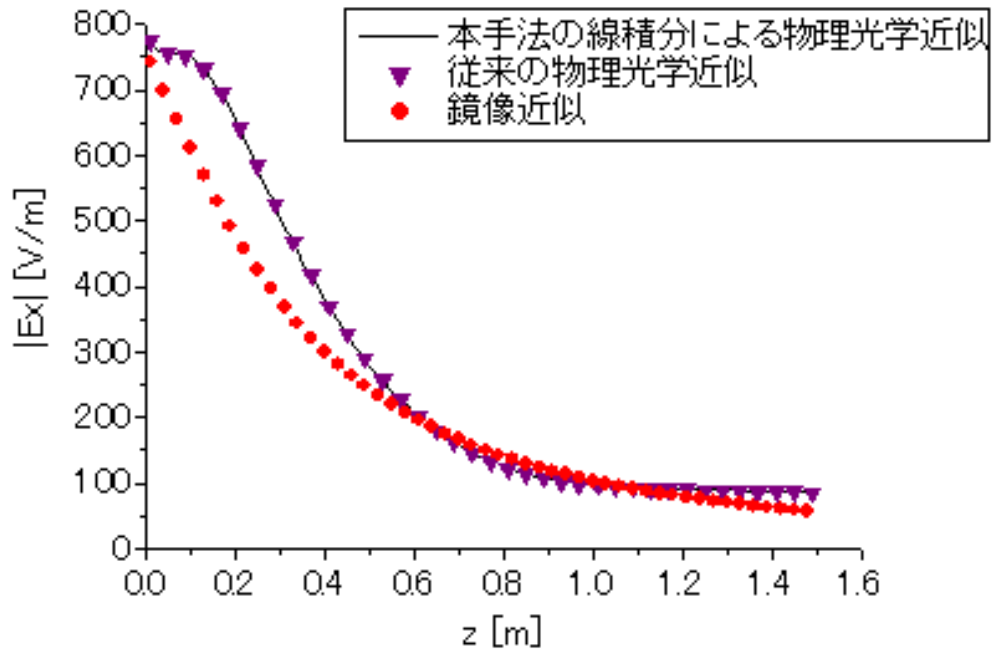
図 3.17 に本手法の線積分を用いた物理光学近似と従来の面積分による物理光学近似の数値計算誤差を示す。同図は、正方形導体の一辺の長さを  $Lx = Ly = 0.4, 0.8, 1.2\text{m}$  と変化させた場合の、電界  $E_x$  の振幅特性に関する誤差を示している。ここでの誤差とは、 $\frac{\text{面積分の物理光学近似} - \text{線積分の物理光学近似}}{\text{面積分の物理光学近似}}$  及び  $\frac{\text{面積分の物理光学近似} - \text{鏡像近似}}{\text{面積分の物理光学近似}}$  である。

電界の  $x$  成分  $E_x$  は、従来の面積分による物理光学近似と本研究の物理光学近似で一致している。一方、鏡像近似においては  $E_x$  に誤差が現れている。しかし、導体板の一辺が大きくなるにつれて、振幅の相対値が小さくなり、誤差は一定に近付いていく。鏡像近似は一辺が  $0.4\text{m}$  の時、 $z$  が小さいと境界回折波の影響で誤差が大きくなっている。

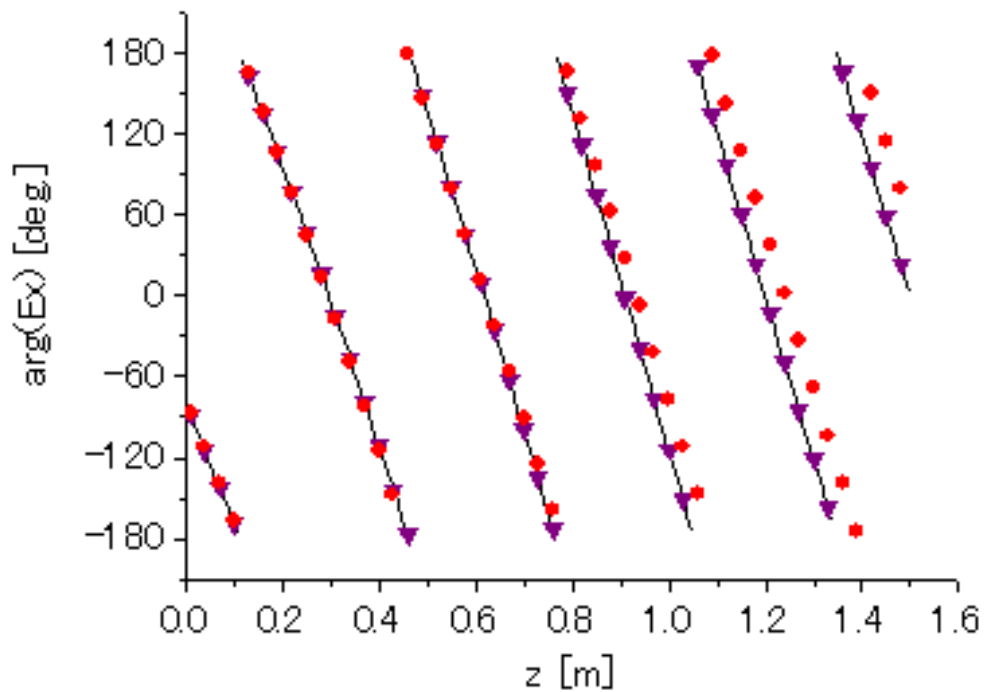
[1] によると、物理光学近似は特に直接波が存在しない影領域で誤差が大きくなることが知られている。それは、導体板の裏側の電流密度を考慮していないためであると思われる。

したがって、本手法は、正方形導体一辺の長さが  $\frac{8}{3}\lambda$  以上のとき有効であると結論される。



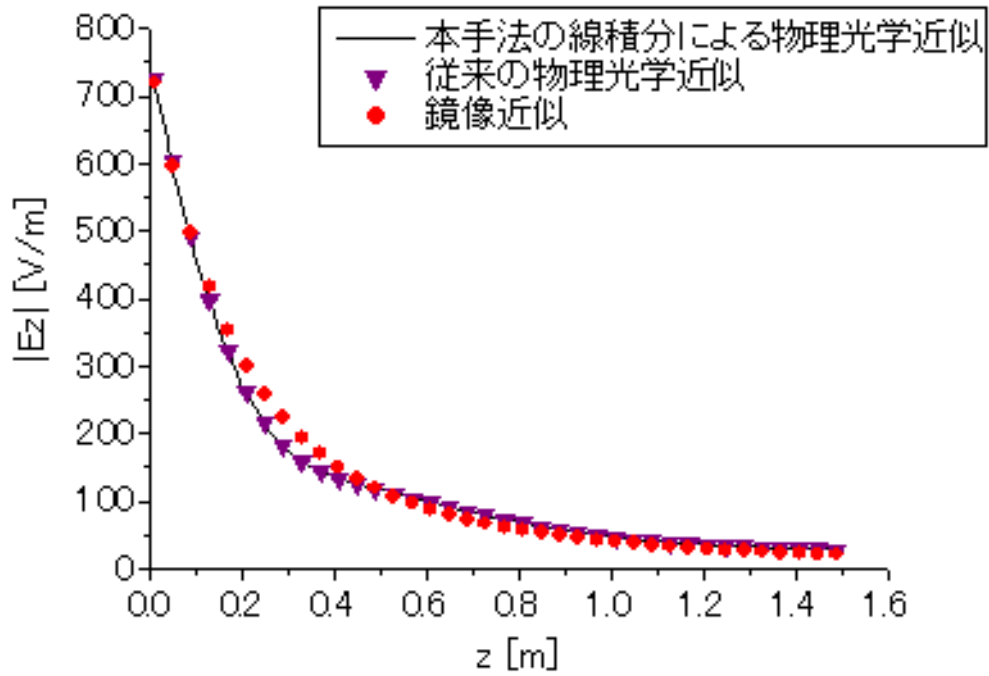


(a) amplitude characteristic

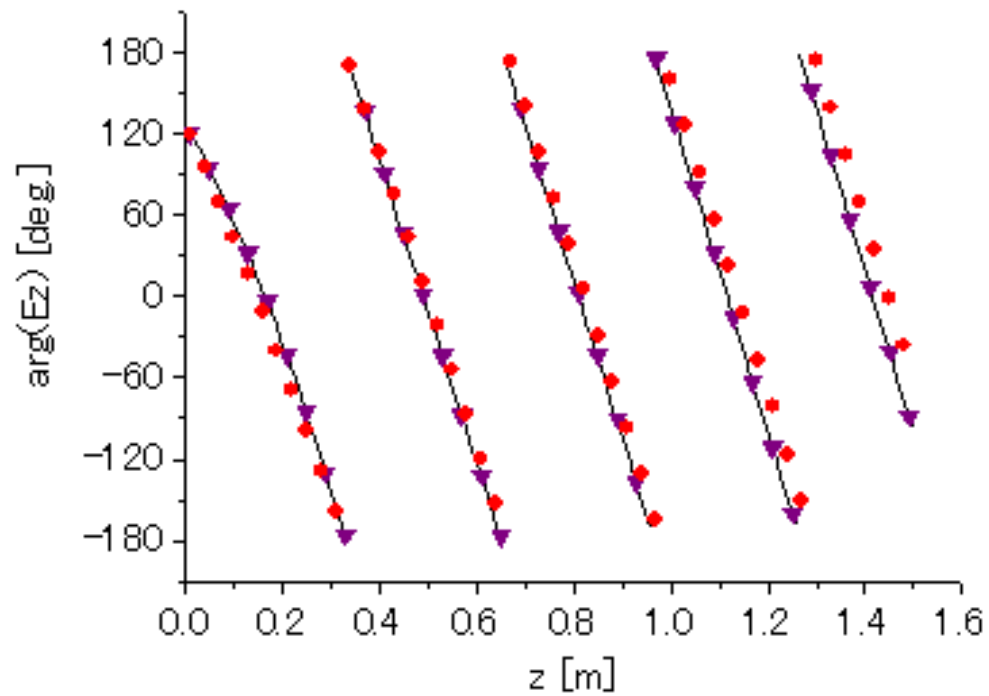


(b) phase characteristic

図 3.14: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の, 本手法と従来の物理光学近似の電界の x 成分  $E_x$  の比較

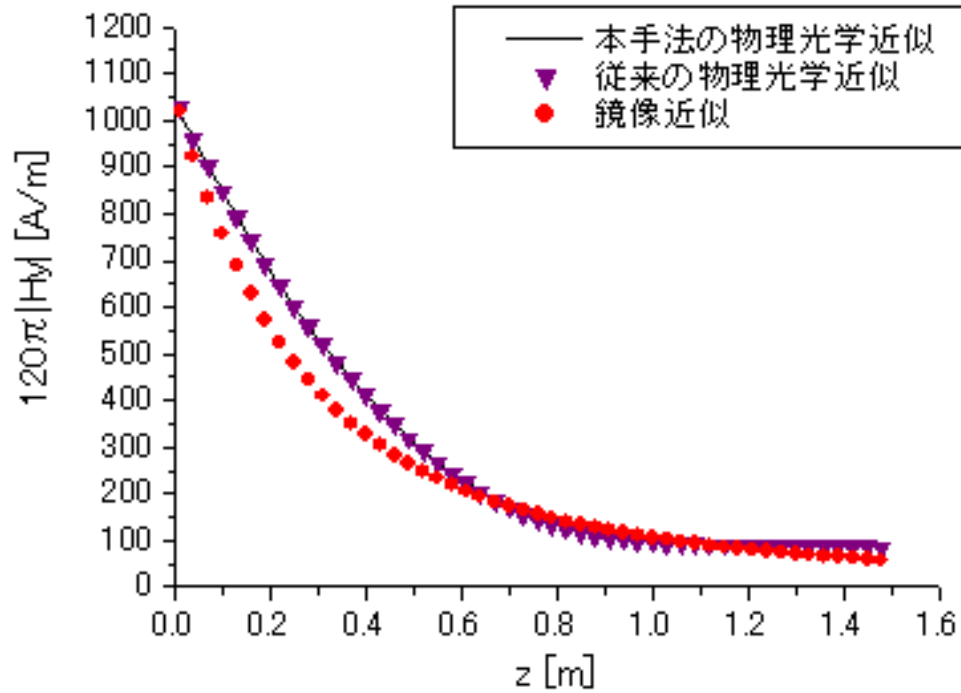


(a)amplitude characteristic

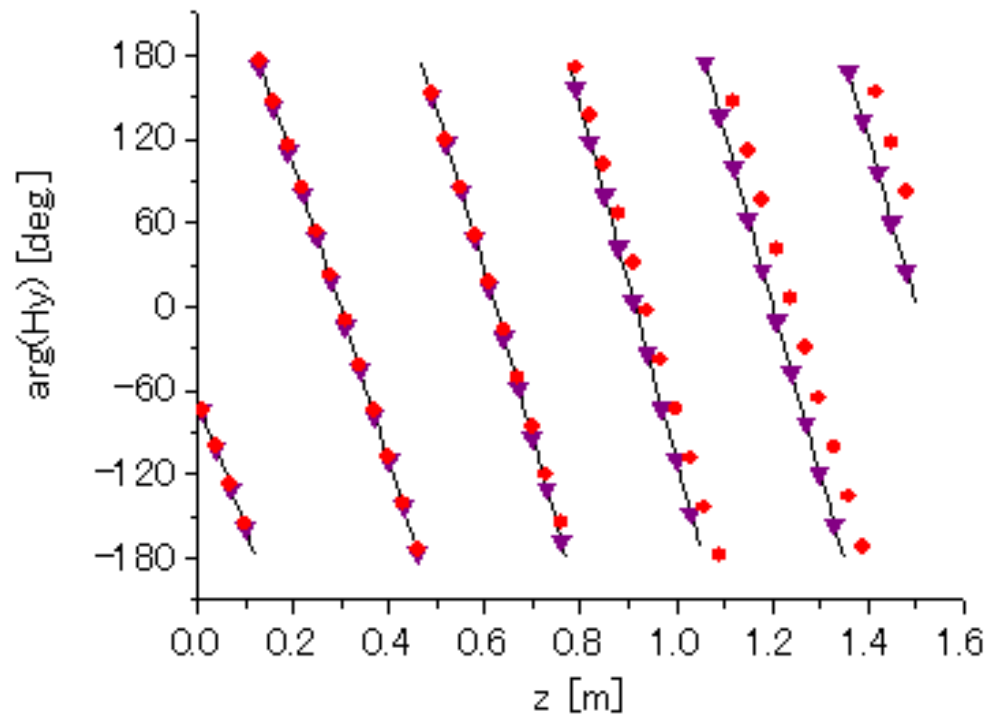


(b)phase characteristic

図 3.15: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の, 本手法と従来の物理光学近似の電界の  $z$  成分  $E_z$  の比較

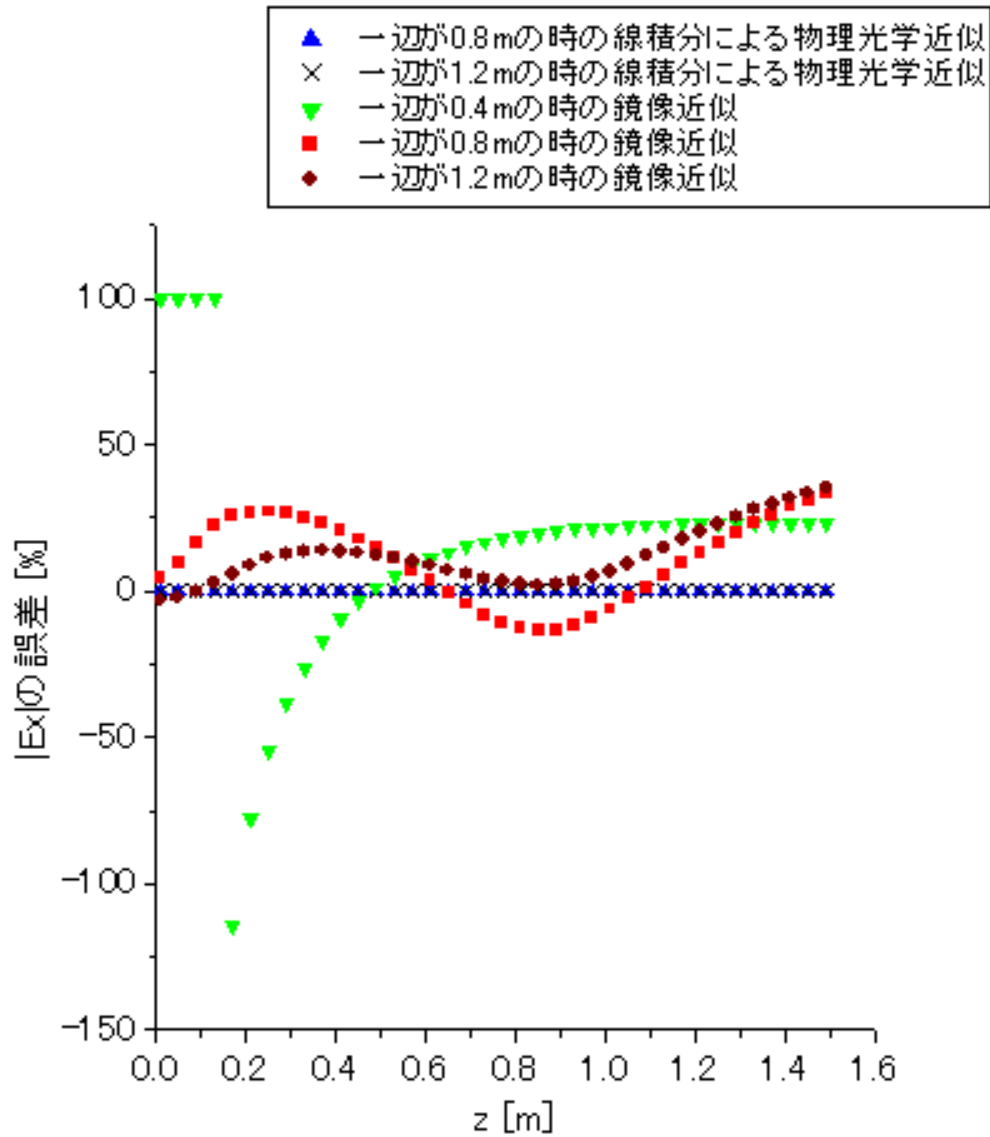


(a)amplitude characteristic



(b)phase characteristic

図 3.16: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の, 本手法と従来の物理光学近似の磁界の  $y$  成分  $H_y$  の比較



(a)amplitude characteristic

図 3.17: 図 3.1 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi, \frac{16}{3}\pi, 8\pi$  の場合の, 従来の物理光学近似に対する線積分による物理光学近似及び鏡像近似との電界の  $x$  成分  $E_x$  の誤差

## 3.3 波源が導体板と水平に置かれた構造

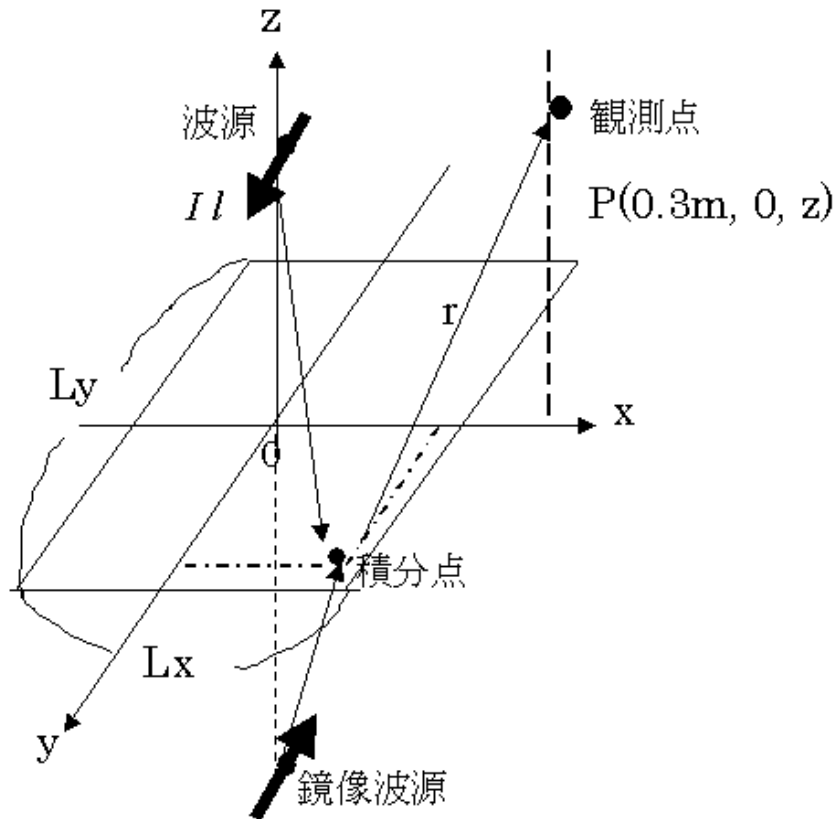


図 3.18: 波源が水平に置かれた正方形平板構造の座標系

図 3.18 に、波源としての微小ダイポールが  $y$  方向を向き、波源が導体板と水平に置かれた構造での座標系を示す。波源が導体板と垂直に置かれている場合と同様に、導体板の一辺の長さを  $0.4\text{m}$  ( $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$ ) にして、数値計算を行った。

波源を正方形導体板の原点から高さ一波長の位置に、そして観測点座標を  $(x, y, z) = (0.3\text{m}, 0, z)$  ( $z = 0 \sim 1.5\text{m}$ ) とし  $z$  の値を変化させる。

波源が導体板と水平に置かれた構造では、波源の向き  $y$  軸方向と法線方向である  $z$  軸方向の内積がゼロになるため、境界法線回折波の成分はゼロとなる。従って、鏡像近似の項と境界回折波の項のみが残る。

実際の計算に用いた物理光学近似ベクトルポテンシャル、及び電磁界の具体的な式の導出については、付録 C に示している。

ベクトルポテンシャル  $A^S$  の式について

幾何光学波による項の式は, 付録 C の (C.2), (C.3), (C.4)

境界回折波による項の式は, (C.5), (C.6), (C.7)

磁界  $H^S$  の式について

幾何光学波による項の式は, 付録 C の (C.8), (C.9), (C.10)

境界回折波による項の式は, (C.11), (C.12), (C.13)

電界  $E^S$  の式について

幾何光学波による項の式は, 付録 C の (C.15), (C.16), (C.17)

境界回折波による項の式は, (C.19), (C.20), (C.21)

にそれぞれ示す.

### 3.3.1 数値計算結果と検討

まず、ベクトルポテンシャルについて考える。図 3.19 は、観測点の  $z$  を変化させた場合の、ベクトルポテンシャルの  $y$  成分  $A_y$  の振幅特性と位相特性を表している ( $x$  成分は対称性からゼロとなる)。同図は、物理光学近似を鏡像近似による幾何光学波及び境界回折波に分解して示している。

同図 (a) の振幅特性について見ると、可視係数の変化により観測点の  $z$  が 0.15m 付近で境界回折波が減少する、もしくは鏡像近似による幾何光学波が最大値から減少していくことで、物理光学近似が増加から減少へと変化している。ここで、物理的に解釈すると、観測点の  $z$  が 0 ~ 0.15m の間では境界回折波のみ観測されるが、これは鏡に写る鏡像が見えない代わりに、鏡の鏡像以外に写っているものが見えているといえ、それが境界回折波であると考えられる。また、観測点の  $z$  が大きくなり導体板から離れるにつれて、鏡像近似による幾何光学波及び境界回折波が物理光学近似に近付いている。

同図 (b) の位相特性については、 $z$  が大きくなると、鏡像近似による幾何光学波と境界回折波が物理光学近似をそれぞれほぼ等位相間隔ではさんでいることが分かる。実線の物理光学近似の位相を境界回折波と鏡像近似が等位相ではさむということは、境界回折波の位相と鏡像近似の位相が反対になっているということであり、鏡像近似の振幅特性と境界回折波の振幅特性を足すと、物理光学近似になるということと合致する。

次に電界、磁界についての振幅、位相特性を図 3.20 ~ 3.22 にそれぞれ示している。これらの図でも物理光学近似をそれぞれの鏡像近似による幾何光学波と境界回折波に分解表現して示している。

電界の  $y$  成分をみると、図 3.20(a) の振幅特性は、鏡像近似による幾何光学波の影響が大きく、境界回折波の影響は小さい。観測点が導体板から離れるにつれて、おのおのの界が物理光学近似に近付いている。

同図 (b) の位相特性については、鏡像近似による幾何光学波及び境界回折波の位相がそれぞれ一定の間隔に近付いている。

図 3.21 に示す磁界の  $x$  成分についてみる。

同図 (a) の振幅特性についてみると、 $z$  が 0.3m 付近で、物理光学近似がピーク値に到達した後、しだいに、減少している。

同図 (b) の位相特性についてみると、鏡像近似による幾何光学波と境界回折波の位相が等間隔ずつになっているのが分かる。

磁界の  $z$  成分の振幅、位相特性については図 3.22 に示す。

同図 (a) の振幅特性についてみると、 $z$  が 0.15m 以下の特性を除けば、物理光学近似は、鏡像近似による幾何光学波との差が小さい。境界回折波の影響が非常に小さくなっている

のが分かる。

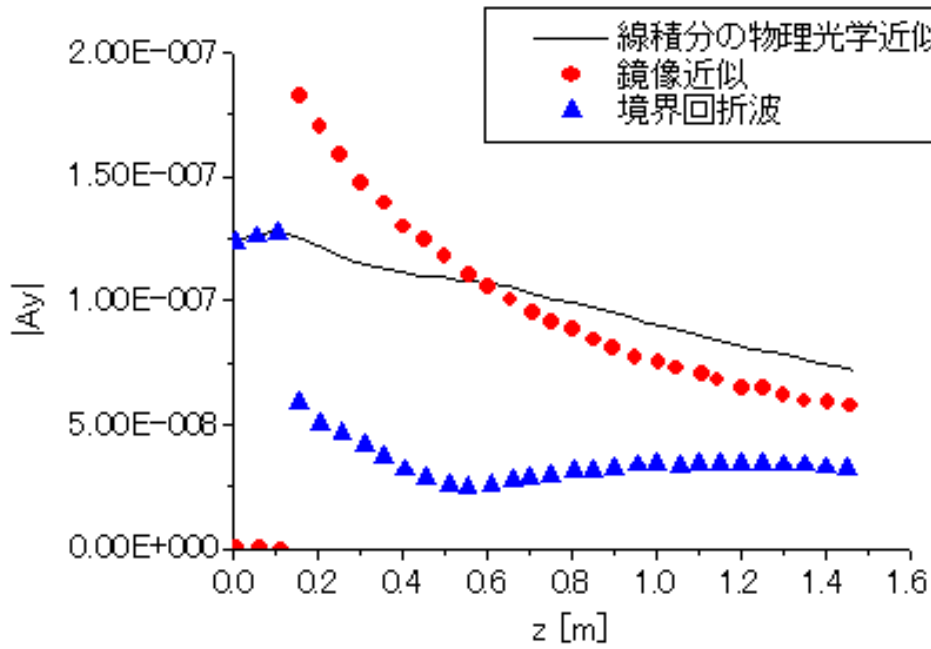
同図 (b) の位相特性についてみると、鏡像近似による幾何光学波と境界回折波が物理光学近似をほぼ等位相間隔ではさんでいることが分かる。

ここで、物理光学近似の物理的な解釈について述べると、電界の  $y$  成分と磁界の  $x$  成分及び  $z$  成分を見てみると、観測点の  $z$  が 0 から 0.15m までは、鏡像近似の項が 0 であるが、その後、急にジャンプし大きな振幅値から立ち上がり出している。これは第 2 章で述べた可視係数の値の変化によるものである。物理的に考えると、鏡の中に写る鏡像は観測点が鏡の外からその鏡の法線方向に動いた時、最初は鏡像が見えないが、途中からその鏡像が見えるようになる現象と対応していると思われる。

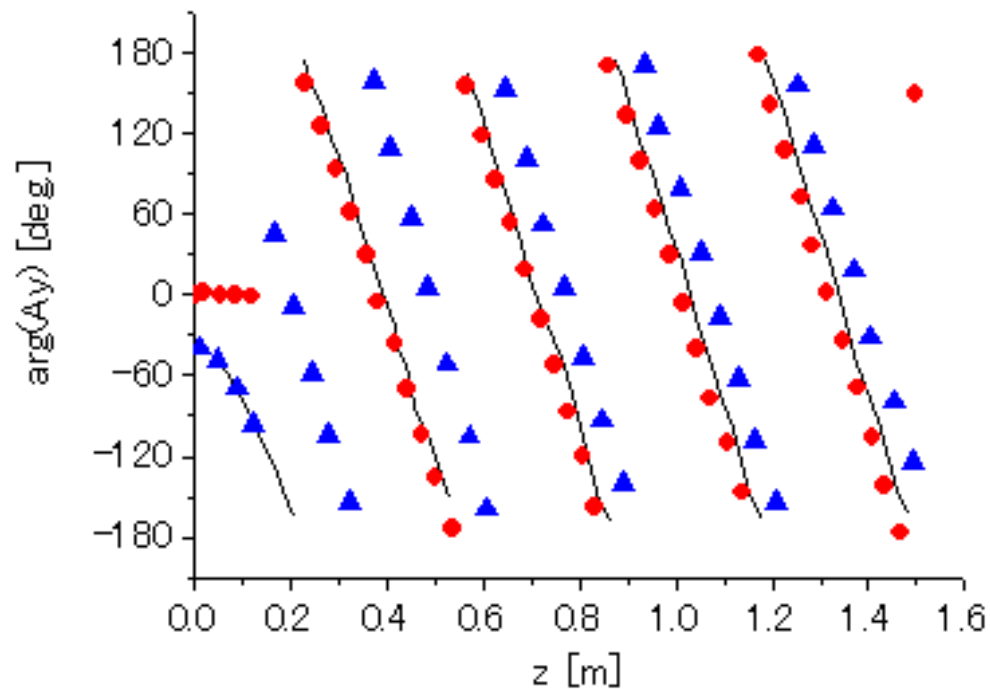
また、境界回折波が最も強く輝いて見える観測点の位置は、鏡像の座標的位置である、 $z=-0.3\text{m}$  から導体板の縁部を通り、縁部から観測点までの距離、すなわち図 2.5 における  $(r+r_{ms})$  の距離が最小となる付近であり、それらの点は  $z$  座標が 0.15m 以下の位置にある。その位置は観測点から鏡像が見えない位置であり、その分、境界回折波が最も強く輝いて見えるともいえる。

以上の図からも、導体平板が有限の大きさの場合の、物理光学近似と鏡像近似による幾何光学波の差が境界回折波の関係として示された。



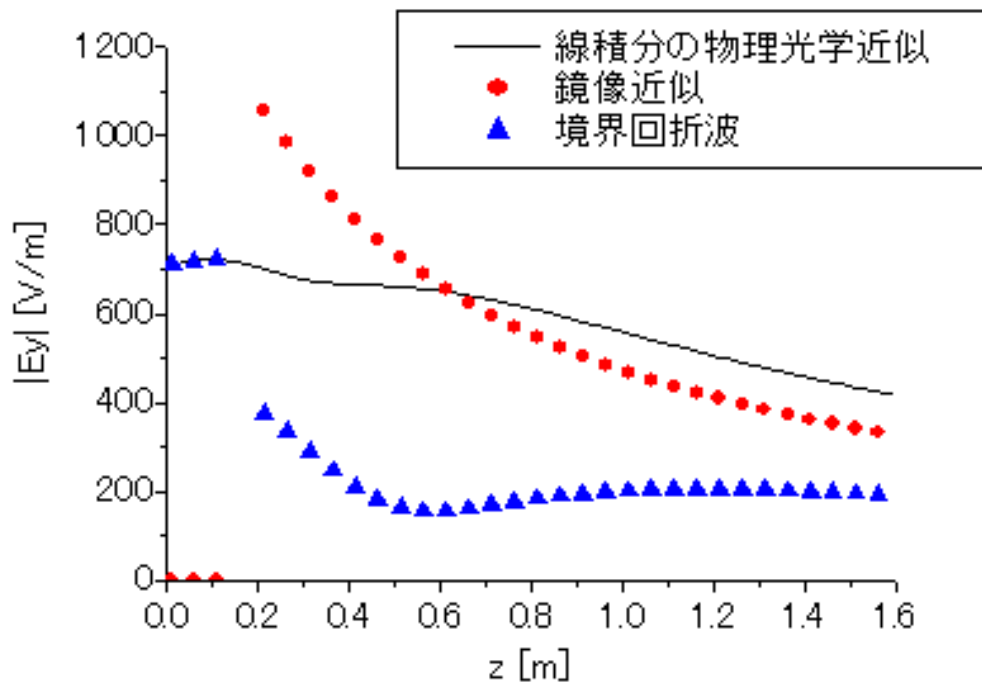


(a) amplitude characteristic

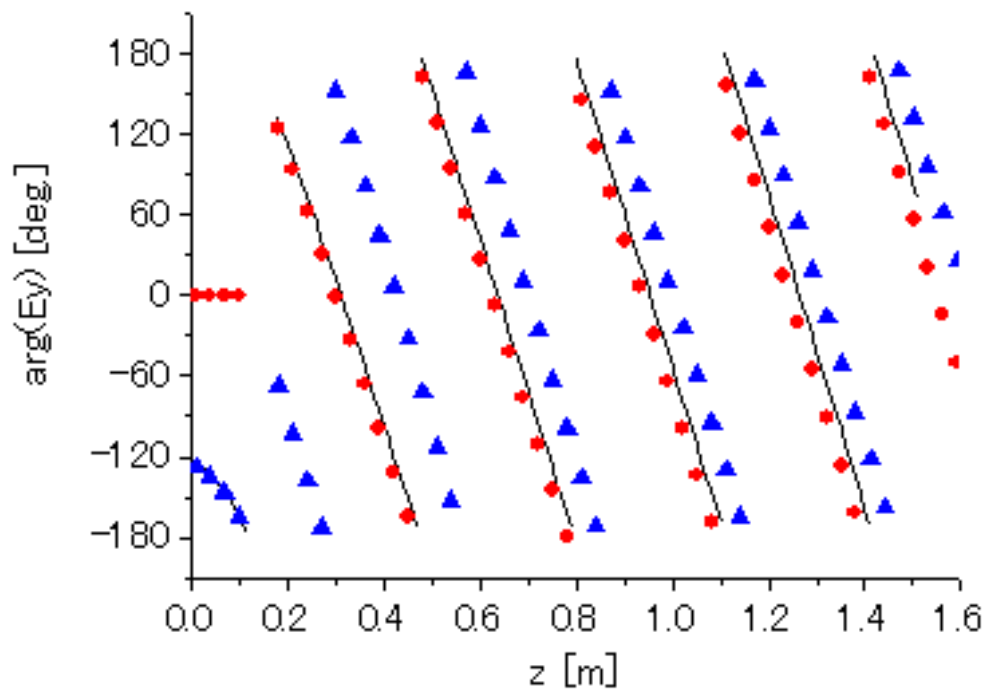


(b) phase characteristic

図 3.19: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$  の場合の物理光学近似のベクトルポテンシャルの  $y$  成分  $A_y$

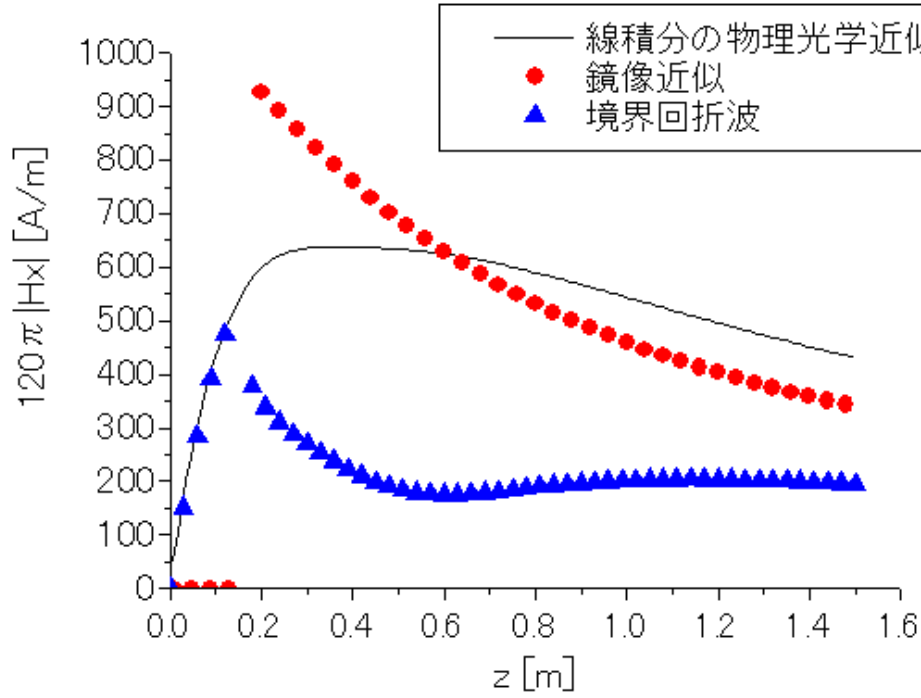


(a)amplitude characteristic

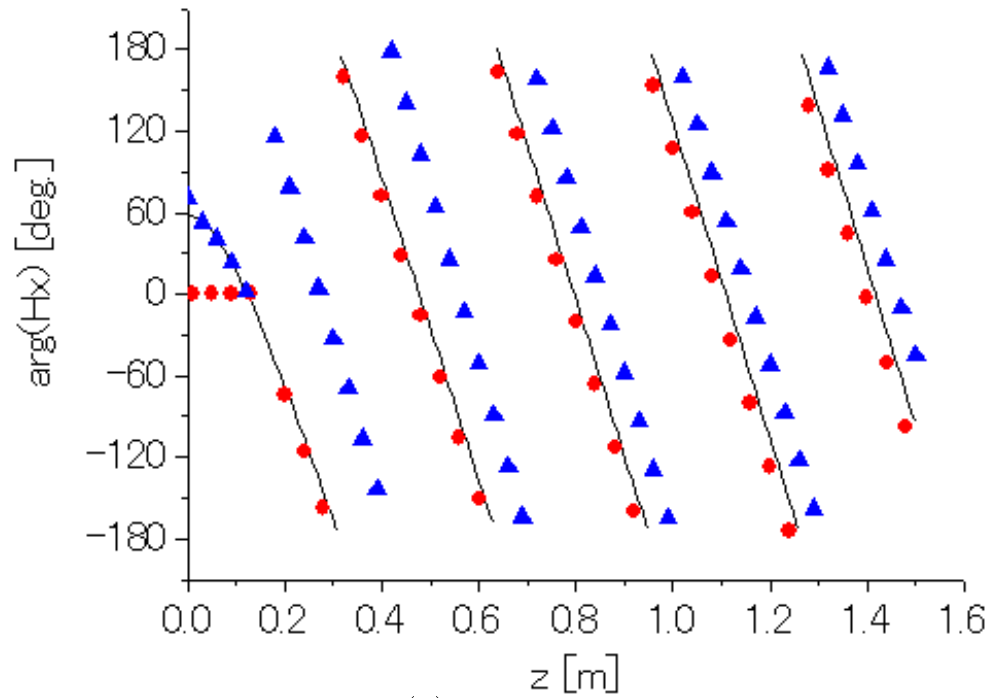


(b)phase characteristic

図 3.20: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の電界の  $y$  成分  $E_y$

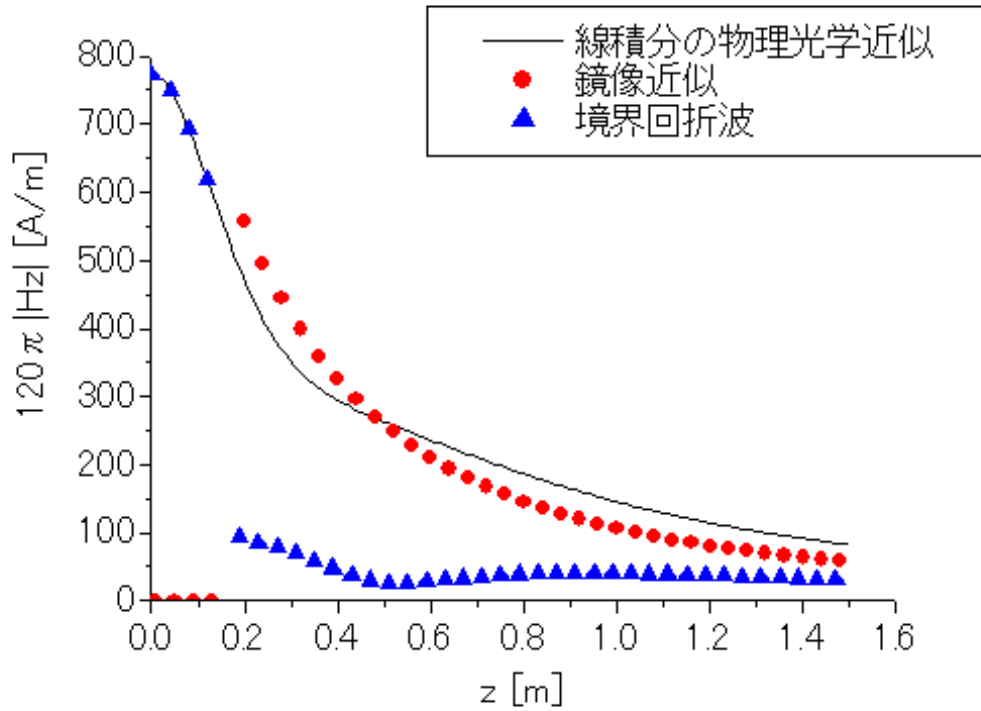


(a) amplitude characteristic

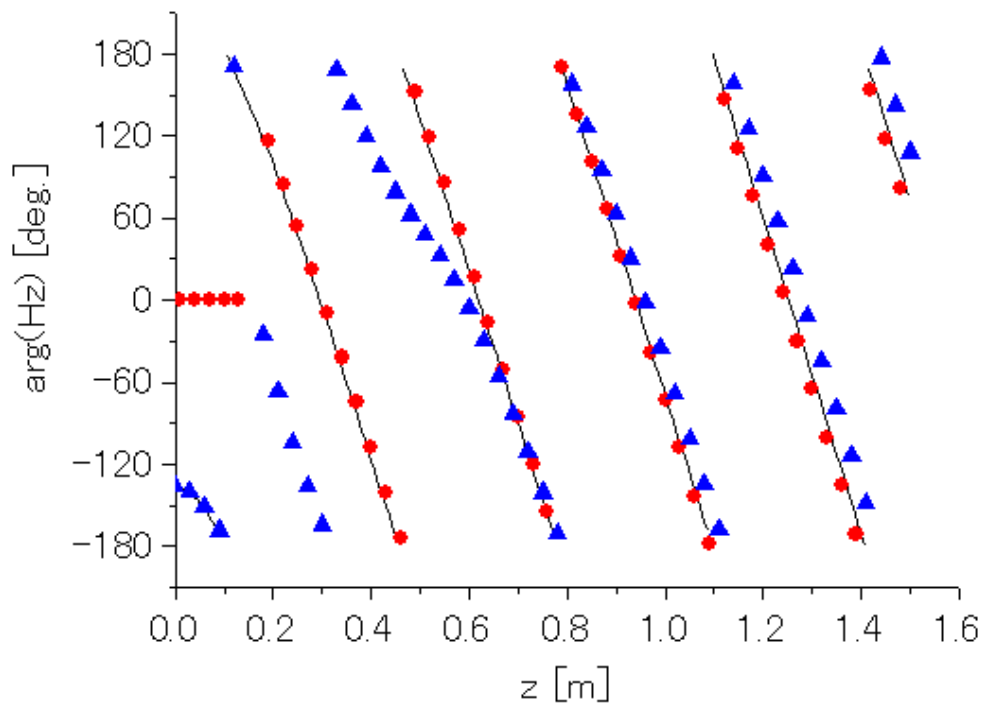


(b) phase characteristic

図 3.21: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の磁界の  $x$  成分  $H_x$



(a)amplitude characteristic



(b)phase characteristic

図 3.22: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の磁界の  $z$  成分  $H_z$

### 3.3.2 正方形導体板の大きさを变化させた場合の数値計算結果

まず、ベクトルポテンシャルについて考える。図 3.23 は、導体板の一辺の長さを変化させた場合の、ベクトルポテンシャルの  $y$  成分  $A_y$  の振幅特性と位相特性を表している。

同図 (a) の振幅特性について見ると、観測点の  $z = 0 \sim 0.5\text{m}$  の辺りでは、物理光学近似と幾何光学波 (鏡像近似) に差が生じているが、この差が境界回折波に現れている。また、観測点の  $z$  が大きくなり、導体板から離れるにつれて、幾何光学波 (鏡像近似) 及び境界回折波が物理光学近似に近付いている。

同図 (b) の位相特性については、 $z$  が大きくなると、物理光学近似と幾何光学波 (鏡像近似) が等位相となり、それらと境界回折波が等位相間隔となっていることが分かる。

次に電界、磁界についての振幅特性と位相特性を図 3.24 ~ 3.26 にそれぞれ示している。

電界の  $y$  成分をみると図 3.24 の振幅特性は、鏡像近似による幾何光学波の影響が大きく、境界回折波の影響は小さい。そして、観測点  $z = 0 \sim 0.5\text{m}$  の辺りでは、物理光学近似と幾何光学波 (鏡像近似) の差が境界回折波による影響となっている。また、観測点が導体板から離れるにつれて、おのおのの界が物理光学近似に近付いている。

同図 (b) の位相特性については、幾何光学波 (鏡像近似) 及び境界回折波の位相がそれぞれ一定の間隔に近付いている。

図 3.25 に示す磁界の  $x$  成分についてみる。

同図 (a) の振幅特性についてみると、 $z$  が  $0.2\text{m}$  付近で、ピーク値をむかえてからしだいに、減少している。観測点がゼロに近いところでは、幾何光学波による影響が全体的に見て大きくなっている。

同図 (b) の位相特性についてみると、幾何光学波 (鏡像近似) と境界回折波の位相が等間隔ずつになっているのが分かる。

磁界の  $z$  成分の振幅、位相特性については図 3.26 に示す。

同図 (a) の振幅特性についてみると、観測点  $z = 0.2 \sim 0.5\text{m}$  付近を除けば、物理光学近似と幾何光学波 (鏡像近似) がほぼ一致していることが分かる。そして、境界回折波の影響が非常に小さくなっている。

同図 (b) の位相特性についてみると、幾何光学波 (鏡像近似) と境界回折波の位相が等間隔ずつになっているのが分かる。

以上の図からも、導体平板が有限の大きさの場合の、物理光学近似と幾何光学波 (鏡像近似) の差が境界回折波の関係として示された。

また、波源が導体板と水平に置かれた構造について、導体板の一辺の長さを  $1.2\text{m}$  ( $kL_x = kL_y = 8\pi$ ) に変化させた場合のベクトルポテンシャル、電界及び磁界の特性を図 3.27 ~ 3.30 に示している。これらの計算結果について検討する。

図 3.27 はベクトルポテンシャルの  $y$  成分  $A_y$  の振幅特性と位相特性を示す。

同図 (a) の振幅特性に関して見ると、導体板の一辺の長さが  $0.8\text{m}$  ( $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$ ) である場合と比べて、より一層物理光学近似と鏡像近似が近付くのが分かる。

同図 (b) の位相特性については、観測点の  $z$  が大きくなると、物理光学近似と鏡像近似及び境界回折波がほぼ同位相になっているのが分かる。

図 3.28 は電界の  $y$  成分  $E_y$  の振幅特性と位相特性を示す。

同図 (a) の振幅特性について、物理光学近似と鏡像近似はほとんど等しくなり、境界回折波の影響はほとんどなくなっている。

同図 (b) の位相特性について、観測点の  $z$  が大きくなると物理光学近似と鏡像近似及び境界回折波の位相はほとんど同じになっているのが分かる。

図 3.29 は磁界の  $x$  成分  $H_x$  の振幅特性と位相特性を示す。

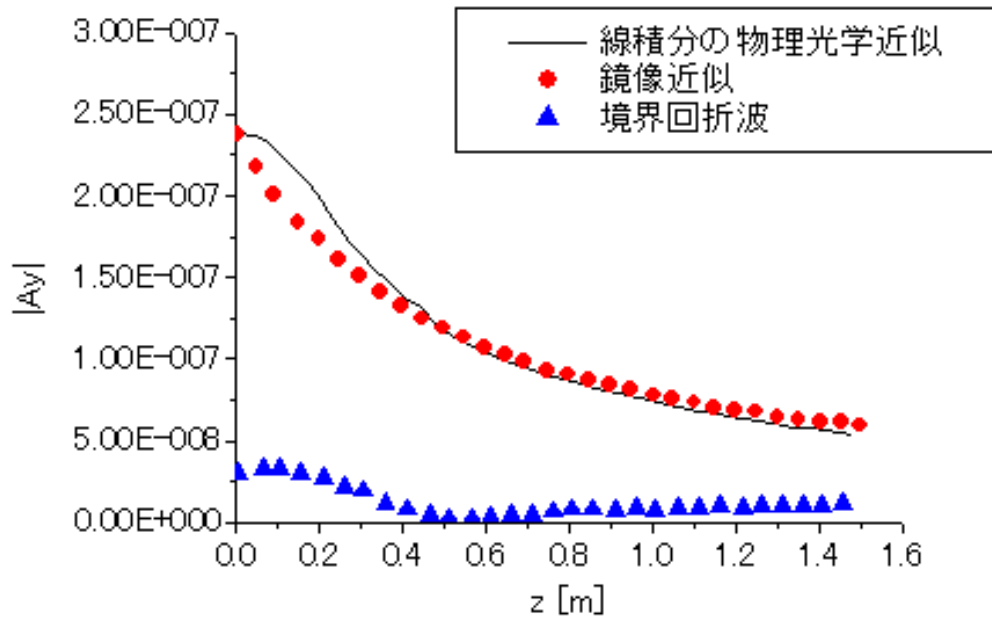
図 3.30 は磁界の  $z$  成分  $H_z$  の振幅特性と位相特性を示す。

同図 (a) の振幅特性に関して、物理光学近似と鏡像近似はほとんど等しくなり、境界回折波の影響はほとんどなくなっている。

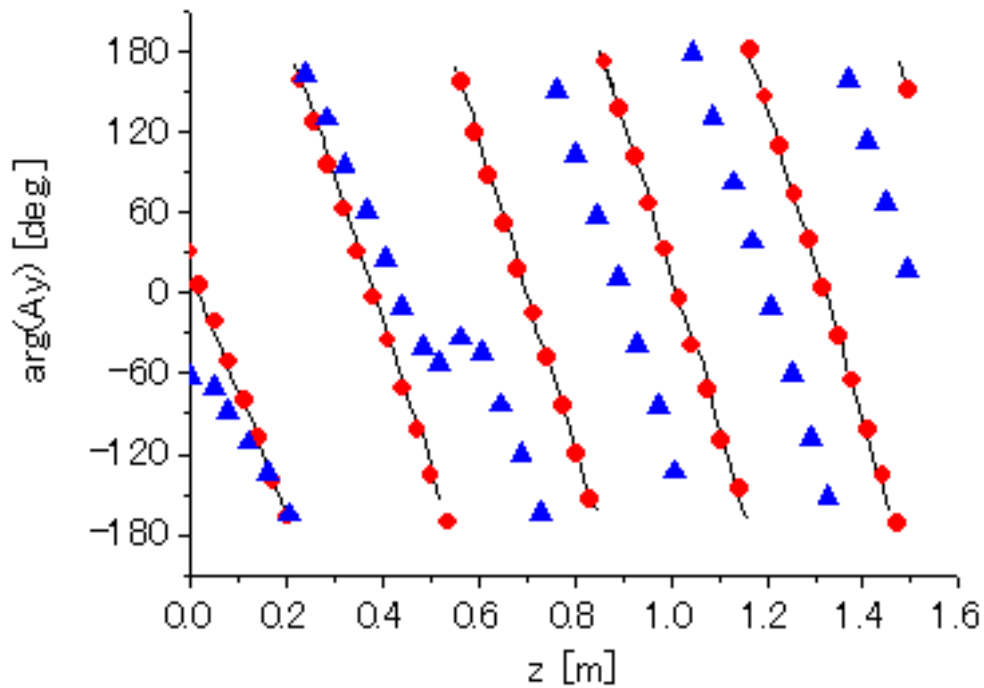
同図 (b) の位相特性について、観測点の  $z$  が大きくなると、物理光学近似と鏡像近似位相はほぼ等しくなるが境界回折波の位相はずれている。

総括すると、導体板の大きさをより大きくすると、ベクトルポテンシャル、電界及び磁界について、特に振幅特性について、物理光学近似と幾何光学波（鏡像近似）の差が縮まり、境界回折波による影響が小さくなっているといえる。

物理光学近似の物理的な考察をすると、正方形導体板の大きさを大きくすると、物理光学近似と鏡像近似の差が縮まるということは、波源から鏡や板に光を照射させた場合、鏡や板からの波源の高さが等しいと、その鏡や板の大きさが大きくなる程、鏡や板の裏に回折する光は少なくなるという現象を考えれば理解できる。正方形導体板が大きくなり、板の裏に回折する光が少なくなると、境界法線回折波などに相当する導体板の周に蓄えられる電荷は、鏡像近似に相当する導体板上の電流密度から比較すると少なくなっているといえる。

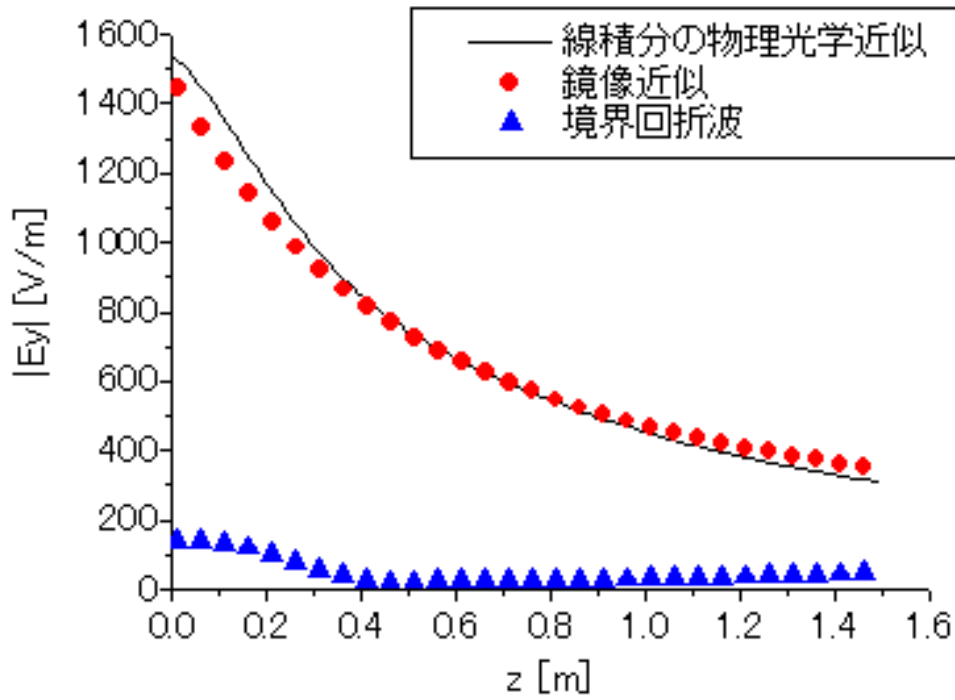


(a) amplitude characteristic

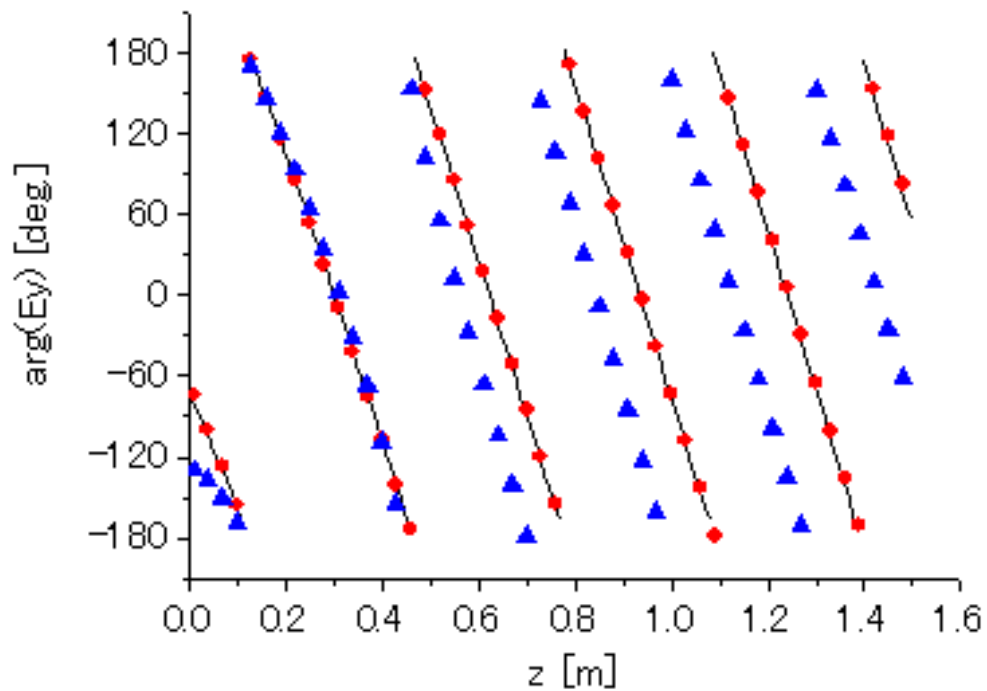


(b) phase characteristic

図 3.23: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の物理光学近似のベクトルポテンシャルの  $y$  成分  $A_y$



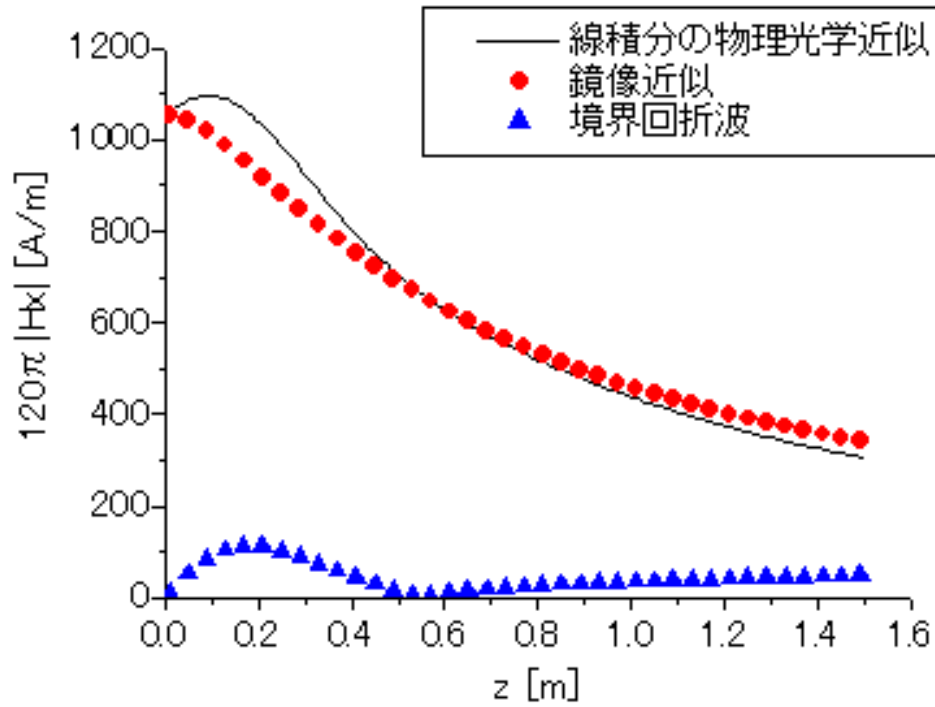
(a) amplitude characteristic



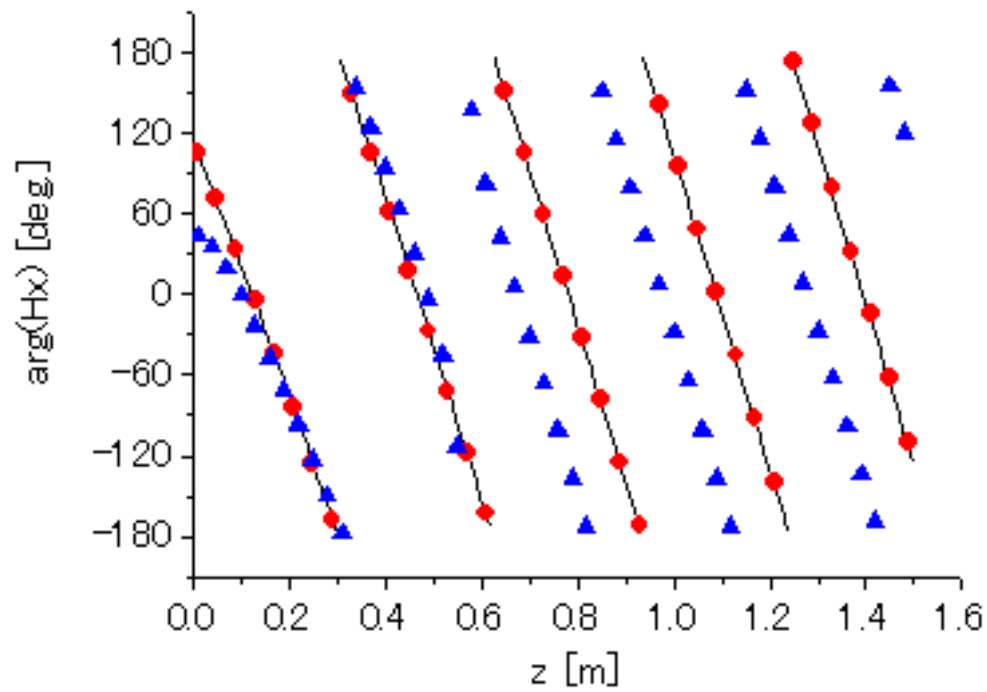
(b) phase characteristic

図 3.24: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の電界の  $y$  成分  $E_y$



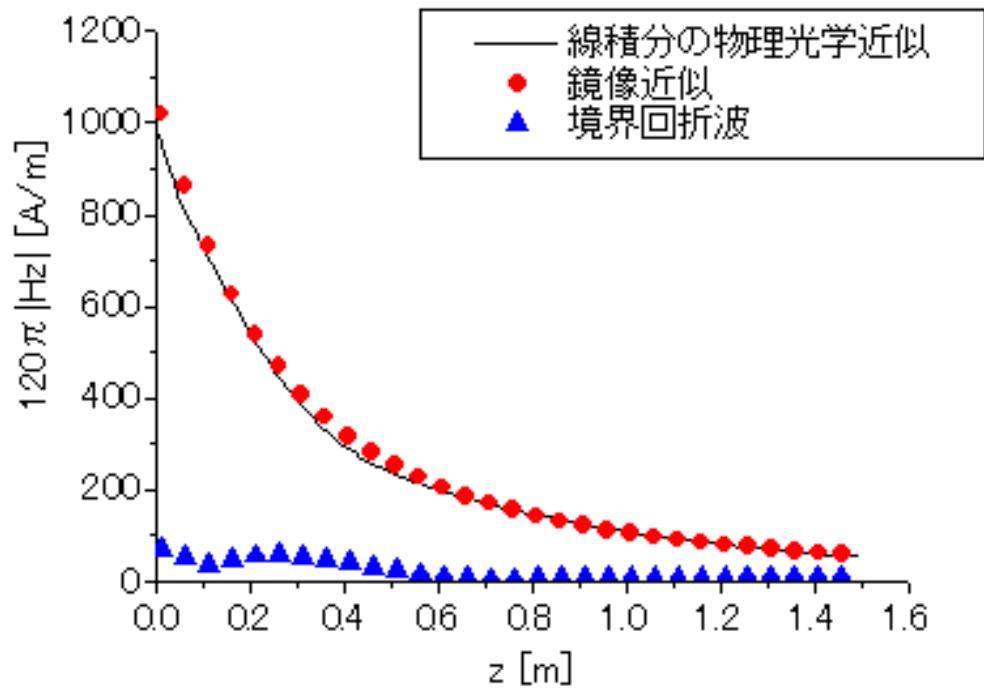


(a)amplitude characteristic

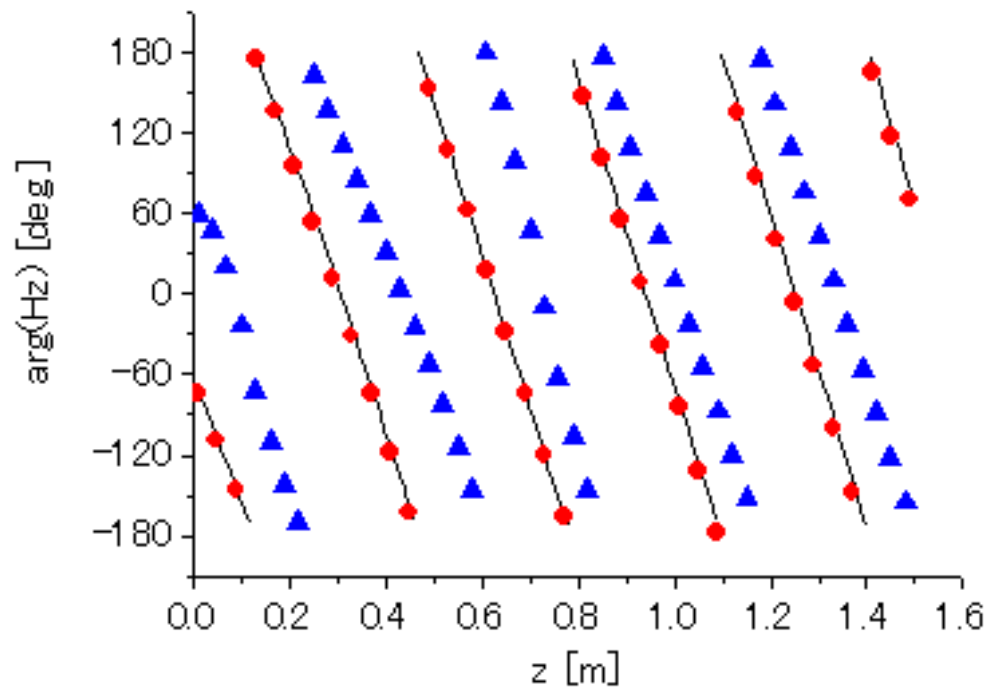


(b)phase characteristic

図 3.25: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の磁界の  $x$  成分  $H_x$

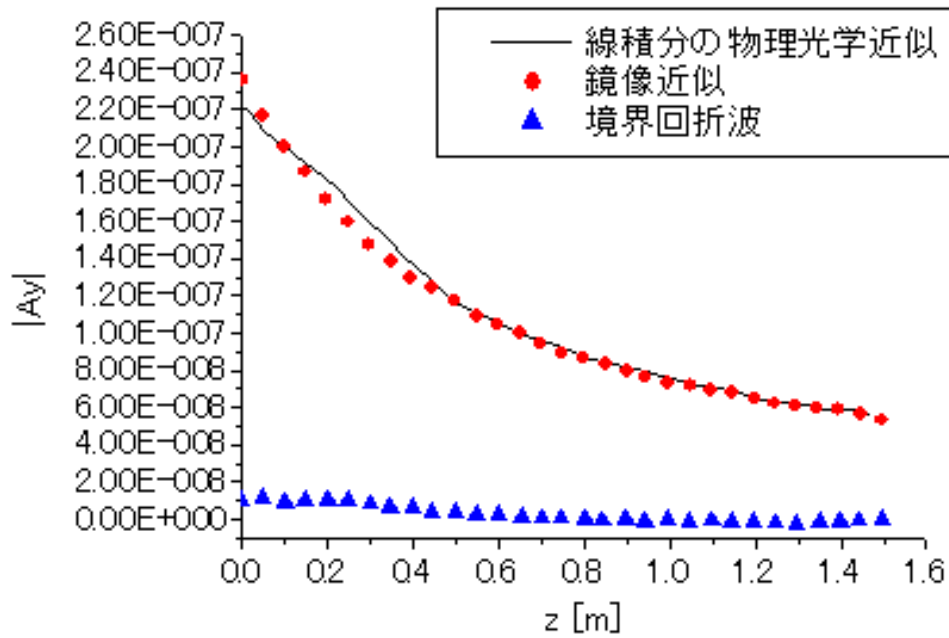


(a)amplitude characteristic

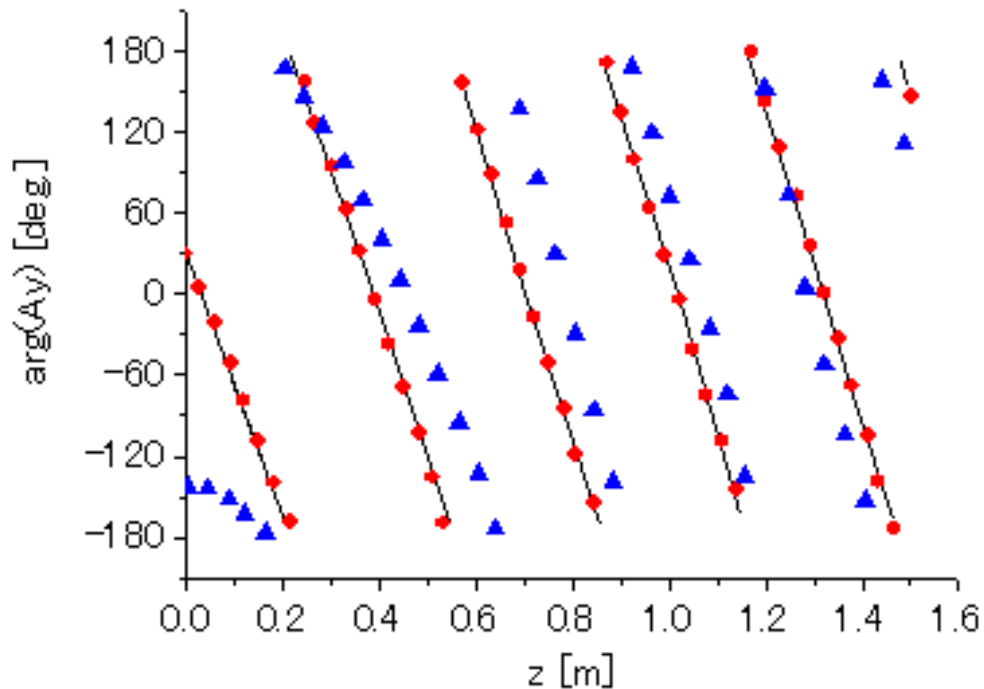


(b)phase characteristic

図 3.26: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi$  の場合の物理光学近似の磁界の  $z$  成分  $H_z$

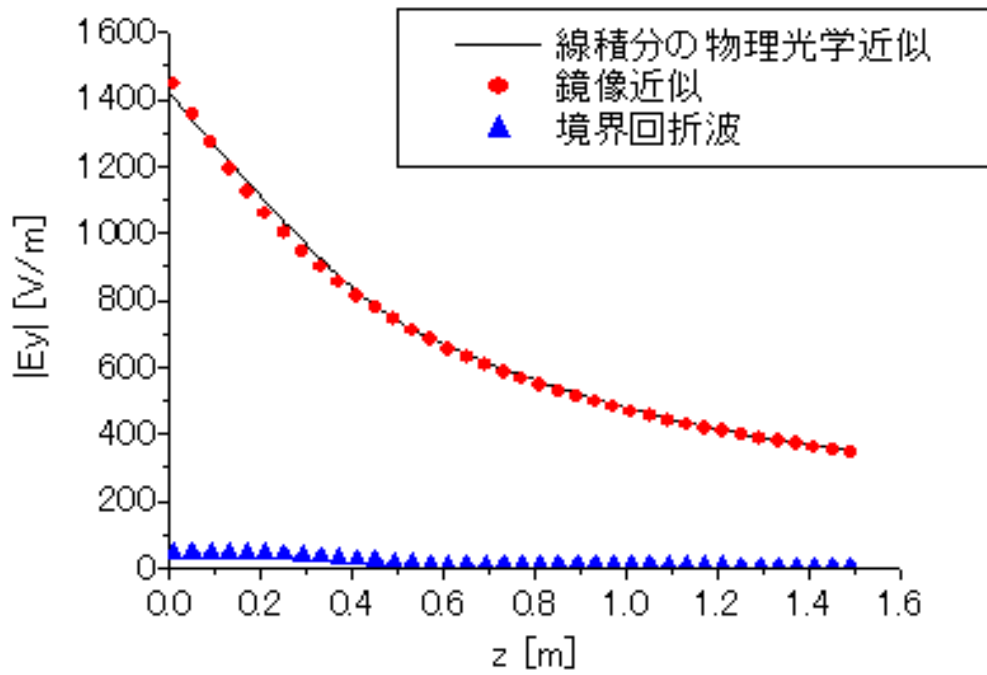


(a)amplitude characteristic

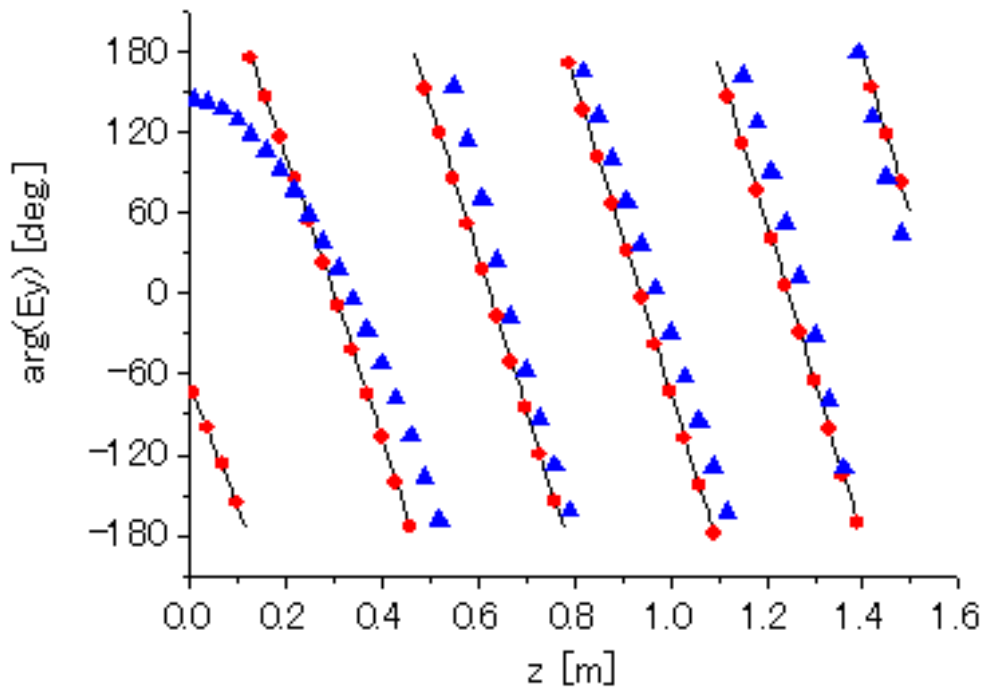


(b)phase characteristic

図 3.27: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = 8\pi$  の場合の物理光学近似のベクトルポテンシャルの  $y$  成分  $A_y$

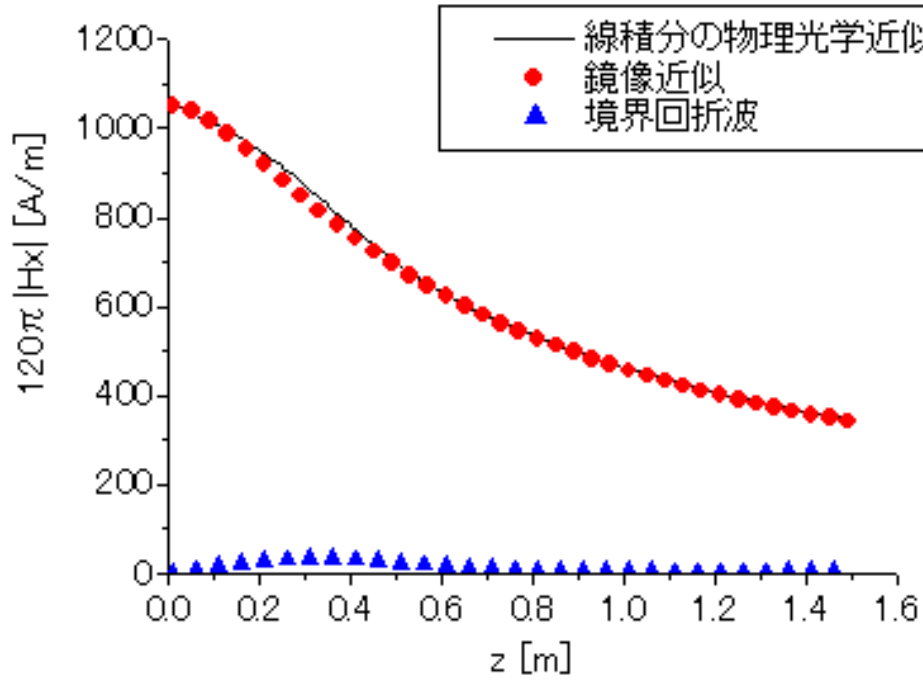


(a)amplitude characteristic

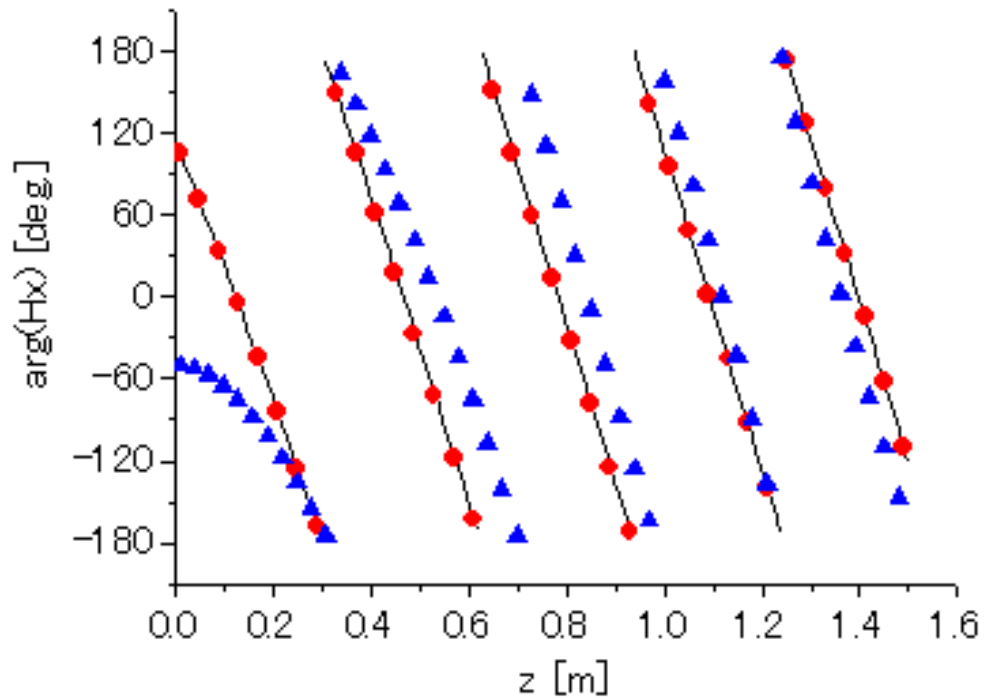


(b)phase characteristic

図 3.28: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = 8\pi$  の場合の物理光学近似の電界の  $y$  成分  $E_y$

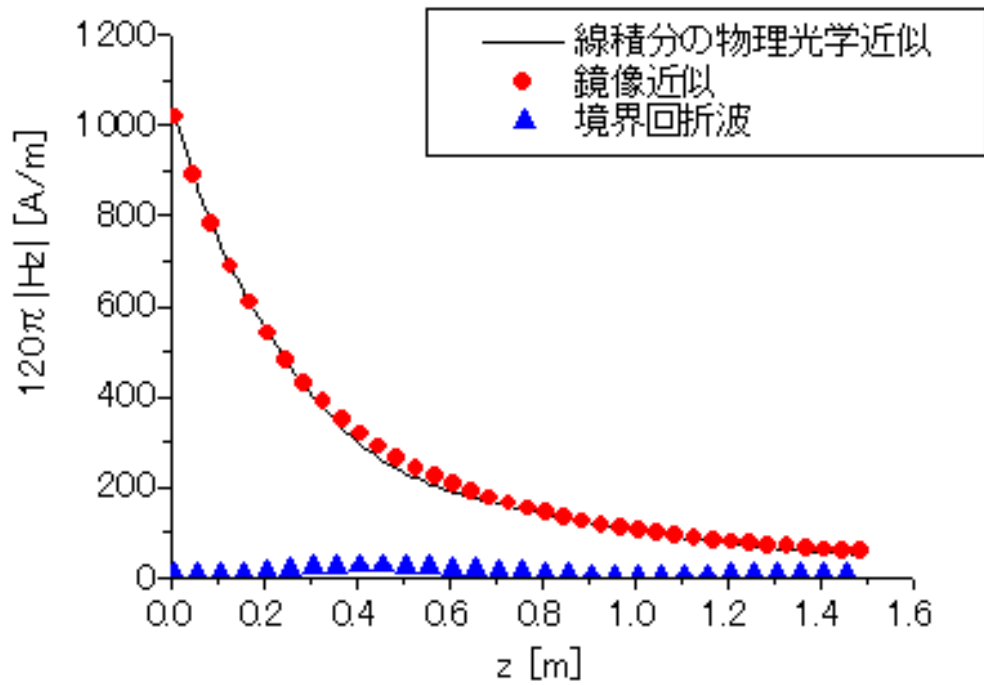


(a) amplitude characteristic

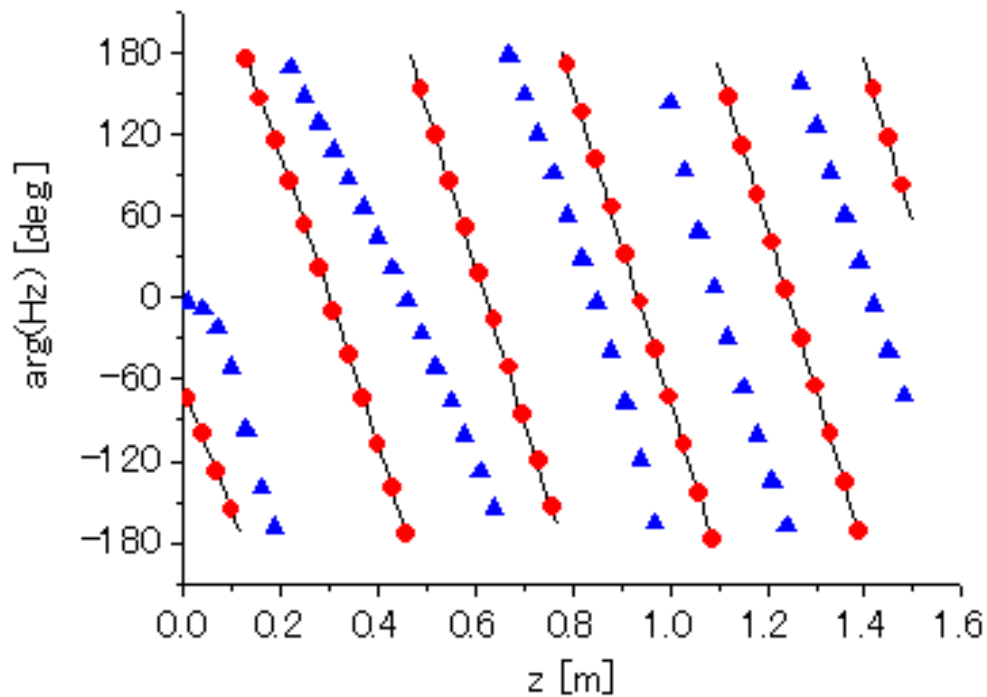


(b) phase characteristic

図 3.29: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = 8\pi$  の場合の物理光学近似の磁界の  $x$  成分  $H_x$



(a) amplitude characteristic



(b) phase characteristic

図 3.30: 図 3.18 の構造で,  $kL_x = kL_y = 8\pi$  の場合の物理光学近似の磁界の  $z$  成分  $H_z$

### 3.4 波源が導体板と垂直に置かれた場合と水平に置かれた場合とでの計算結果の比較

まず、導体板の一辺が  $0.4\text{m}(kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi)$  の場合の結果において、波源が導体板と垂直に置いた場合と水平に置いた場合を比較してみると、波源が水平に置かれた場合の方が、 $z$  が大きくなった時、磁界の  $z$  成分  $H_z$  の特性を除くと、物理光学近似の振幅値が減少していくのがなだらかとなり、遅いのが分かる。

また、波源が水平に置かれた場合は、波源としての微小ダイポールが  $y$  軸方向を向いているため、境界法線回折波の項がゼロとなるので、特性を見てみると、境界回折波の寄与が、波源が導体板と垂直に置かれた場合に比べて、大きくなっているように思われる。

波源が導体板と垂直に置かれた場合は、振幅特性について、電界と磁界の特性が似たような特性になっていたが、波源が導体板と水平に置かれた場合は、そのような傾向は見られず、むしろ、ベクトルポテンシャルと電界の特性が似たような特性になっているように見える。そして、波源が導体板と水平に置かれた場合は、境界法線回折波の項がなくなるため、数値計算は行いやすいが、実際の特性は境界法線回折波の項が無い分、単純な結果に思える。

次に、導体板の一辺が  $0.8\text{m}(kL_x = kL_y = \frac{16}{3}\pi)$  の場合について考えると、導体板の一辺が  $0.4\text{m}(kL_x = kL_y = \frac{8}{3}\pi)$  の場合と同様に、磁界の  $z$  成分  $H_z$  の特性を除き、 $z$  が大きくなった時、物理光学近似の振幅特性が減少していくのがなだらかとなり、遅い。従って、この傾向は導体板の大きさにこだわらず、現れる傾向であると思う。

一方で、波源が導体板と垂直に置かれた場合、及び、水平に置かれた場合であっても、それらの場合での物理光学近似の特性が鏡像近似による幾何光学波の影響が大きいため、波源が導体板と垂直に置かれた場合と水平に置かれた場合の特性の差、あるいは違いを述べるのは難しい。

### 3.5 数値計算時間の比較

線積分を用いた物理光学近似による数値計算時間と、面積積分を用いた物理光学近似による数値計算時間との比較を表 3.1 に示す。数値計算時間の測定には、SONY 製 PCV-HS22BL5 (CPU=2.2GHz) のデスクトップパソコンを用いた。同表より明らかなように、物理光学近似の数値計算においては、本研究で提案する線積分を用いた方が従来の面積積分を用いた場合より計算時間が最大で  $\frac{1}{10}$  程度と短くなることが示された。

表 3.1: 数値計算時間の比較

界	波源方向	導体板長さ	線積分時間	面積分時間	比
電界	垂直	0.8m	57 秒	3 分 1 秒	0.31
磁界	垂直	0.8m	18 秒	1 分 21 秒	0.22
電界	垂直	1.2m	1 分 26 秒	6 分 46 秒	0.21
磁界	垂直	1.2m	28 秒	2 分 59 秒	0.16
電界	垂直	1.6m	1 分 55 秒	12 分 1 秒	0.16
磁界	垂直	1.6m	37 秒	5 分 20 秒	0.12
電界	水平	1.6m	1 分 7 秒	11 分 40 秒	0.10
磁界	垂直	2.0m	46 秒	8 分 24 秒	0.09



## 第4章

# 境界回折波表現を用いた円形地板上のモノポールアンテナの解析

### 4.1 まえがき

完全導体円形地板上に位置している、モノポールアンテナの入力インピーダンスや放射パターンを求める電磁界規範問題が存在している。この構造による測定は、Meier and Summers [24] を始めとして何度か行われている [25] [26]。

有効な近似結果が得られた計算方法としては、まず、Thiele and Newhouse [25] のモーメント法と幾何光学的回折理論 (GTD) を融合して解く手法 [25] や、[26] がある。[26] は、円形地板上及び多角形地板上に置かれた構造での入力インピーダンスが求められる。また、[27] は、入力インピーダンスを求めている。また、Awadalla and Maclean の簡潔な物理光学近似による地板上の電流分布関数を用いて解く手法 [28] があり、入力インピーダンスと放射パターンを求めている。Richmond による斜めに配置されたダイポールの相互インピーダンス関数 [29] [30] を用いて解く手法 [31] では、入力インピーダンス及び電流分布を求めている。さらに、Hassan の円形地板を数本の導線で近似して解く実用的手法 [32] など様々な解法が提案されてきた。

本論文では、この問題を散乱波ベクトルポテンシャルの境界回折波表現 [13, 33] を用いて解く手法を提案する [34]。この手法では、散乱波のベクトルポテンシャルを物理光学近似 [1, 13, 21, 33] により求めることから始まる。物理光学近似は、散乱体表面に誘起する電流を幾何光学的に近似する方法であり、境界回折波表現は、物理光学近似における面積分を、境界線積分 [13, 21, 33] に変換することで、数値計算の演算時間を短縮可能にする手法である。この境界回折波表現を用いた散乱波のベクトルポテンシャルは、すでに第2章で述べたように3つの式の和で表される [13]。この表現式から散乱電磁界を求め、ポイント

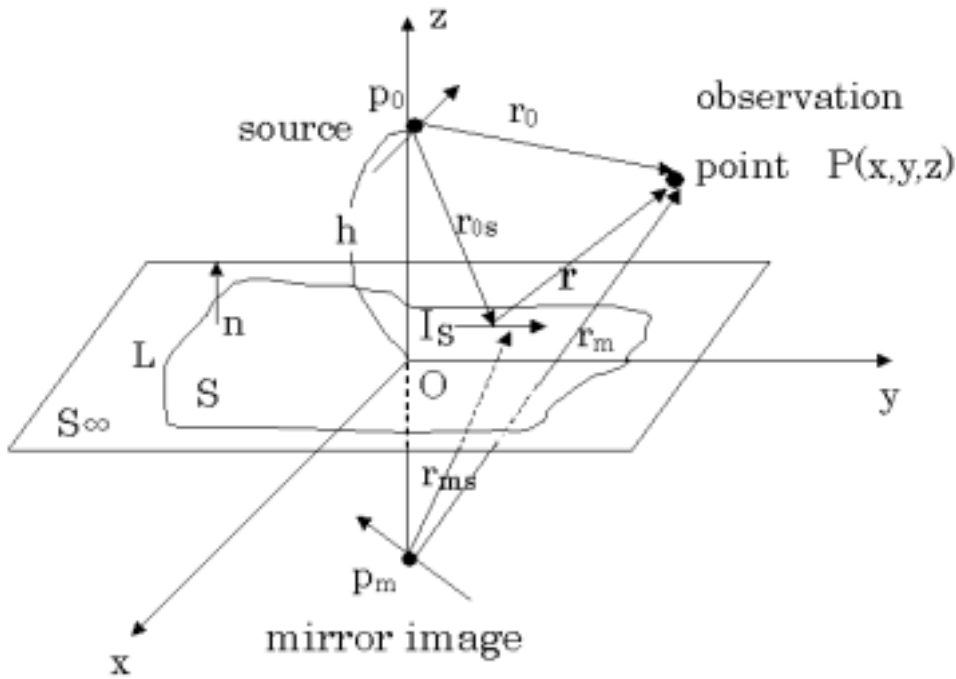


図 4.1: 無限平板の一部を取り出した有限平板上に微小ダイポールが置かれた構造の座標のとおり方

マッチング法 [35] により, アンテナの電流分布を計算する. さらに電流分布から入力インピーダンス特性や放射パターンを求め, 本手法と従来から提案されている解析法との計算結果の比較を行う.

## 4.2 有限平板の物理光学近似ベクトルポテンシャルの境界回折波表現

誘電率  $\epsilon$ , 透磁率  $\mu(k = \omega\sqrt{\epsilon\mu})$  で時間変化が  $\exp(j\omega t)$  で与えられる定常状態の電磁界を考える.

いま図 4.1 に示すような, 原点を  $O$  とした  $xyz$  の直角座標において,  $xy$  平面上の平板導体領域  $S$  を含む, 無限に広い完全導体平板に,  $z$  軸上の高さ  $h$  の位置からダイポール電流  $p_0$  の球面波

$$\mathbf{A}^i = j\omega\mu\mathbf{p}_0G(\mathbf{r}_0) \quad (4.1)$$

$$G(\mathbf{r}_0) = \exp(-jk r_0)/4\pi r_0 \quad (4.2)$$

が照射され, 散乱波のベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}^S$  が発生する問題を考える. ここで,  $\mathbf{A}^i$  はベクトルポテンシャルである.

直接波と散乱波のベクトルポテンシャル表現  $\mathbf{A}^S$  を重ね合わせた観測点におけるベクトル

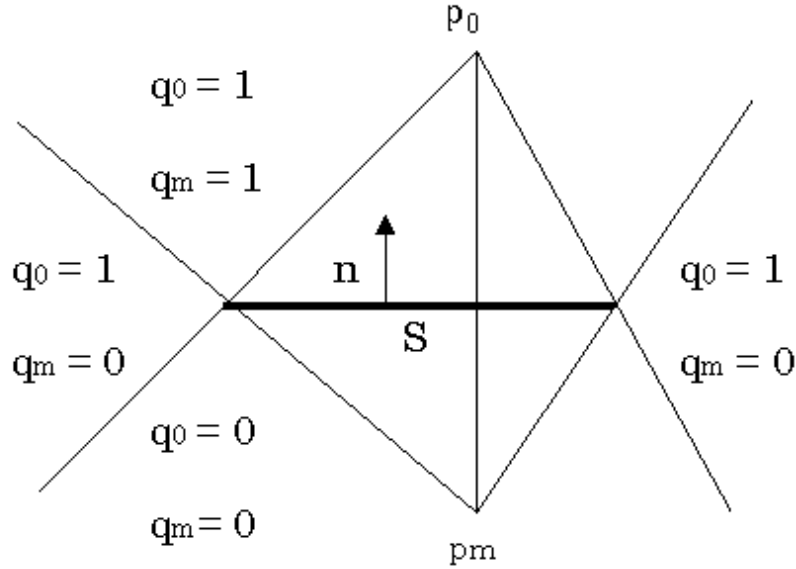


図 4.2: 可視係数と有限平板構造

ルポテンシャルは、以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}^{Sum} = & j\omega\mu \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \mathbf{p}_i G(\mathbf{r}_i) \right. \\
 & - \mathbf{p}_i \int_L G(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_{is}) \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{is}}{r r_{is} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{is}} \cdot d\mathbf{l}' \\
 & - \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i \int_L G(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_{is}) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \\
 & \left. + \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i \nabla \int_S G(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_{is}) ds' \right\} \quad (4.3)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\sum_{i=0,m}$  は  $i$  として  $0, m$  の波源と鏡像 (等価波源) の二項の和を表すものとする。 $\mathbf{n}$  は法線ベクトルを表し、 $\mathbf{p}_i$  はダイポール能率であり、 $d\mathbf{l}'$  は、有限平板の縁部上の積分ベクトルである。そして、係数  $q_i$  は可視係数と呼ぶべきもので、

$$\begin{aligned}
 q_i &= 1 \text{ (観測点が完全導体表面より波源側に存在する場合)} \\
 &= 0 \text{ (観測点が完全導体表面より等価波源側に存在する場合)}
 \end{aligned}$$

で与えられる。図 4.2 は可視係数と有限平板構造の関係を示している。

### 4.3 平板電磁散乱問題における積分方程式の導出

論文中での  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  はそれぞれ  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向への単位ベクトルを表し, 記号  $\hat{\phantom{x}}$  は単位ベクトルを表す.

境界回折波を用いた散乱波ベクトルポテンシャル表現  $A^S$  [13] を用いて, 平板電磁散乱体上に位置するモノポールアンテナの電流分布を未知関数とする積分方程式を導出する.

図 4.3 に示す様に, 長さ  $L$ , 半径  $a$  のモノポールアンテナを平板電磁散乱体上に垂直に置く.  $z$  軸がアンテナの中心軸方向と一致する様に座標系を取る.

$z$  座標において,  $z$  と表した場合は観測点を,  $z'$  と表した場合は波源を表すものとする. 給電点はアンテナと地板の交点面とする.

給電点に電圧を加えると, アンテナの表面に電流  $I(z')$  が流れ, その電流によって電磁界  $E, H$  が生じる.

アンテナ周辺の電磁界は, アンテナが完全導体であるため, その導体内部に入ることができないので, アンテナ導体表面及び給電点において次の境界条件が成り立つ.

$$\mathbf{E}_z(I(z')) = -\mathbf{E}_z^i \quad (4.4)$$

ただし,

$\mathbf{E}_z$ : アンテナ電流表面  $I(z')$  により, アンテナ表面に生じる電界の接線成分 (未知電界).

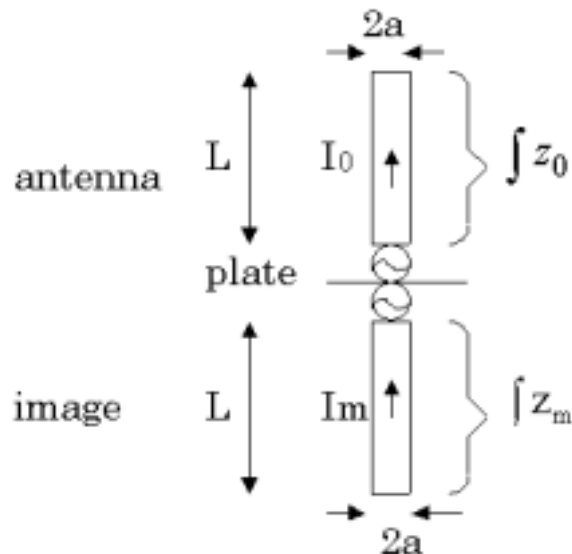


図 4.3: 平板上のモノポールアンテナとそのイメージ

$E_z^i$ : 給電電圧により生じる入射電界の接線成分 (既知電界).

左辺の  $E_z$  は散乱波のベクトルポテンシャル  $A_z$  から求められ, その  $A_z$  は, 式 (4.3) の微小ダイポールの散乱波ベクトルポテンシャル  $A^S$  を, 一次波源電流 ( $I_0$ ) が存在するアンテナ表面と等価波源電流 ( $I_m$ ) が存在する等価アンテナ表面で面積分することにより求められる.

アンテナ半径  $a$  が波長  $\lambda$  に比べて非常に小さい時 ( $a \leq 0.005\lambda$ ), 表面電流は  $z$  軸上を流れる電流として近似され, さらにアンテナの上端には電流が存在しないと考えると, ほぼ正確な結果が得られることが知られているので, 面積分は  $z$  軸に沿っての線積分に近似される. 観測点がアンテナ表面なので, 可視係数  $q_i$  は常に 1 になることを考慮すると,

$$\begin{aligned} A_z = & \mu \int_{z_0+z_m} I(z') G(R) dz' \\ & + \mu \int_{z_0+z_m} I(z') \left\{ \int_L G(r) G(r') \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}'}{r r' - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'} \cdot d\mathbf{l}' \right\} dz' \\ & + \mu \int_{z_0+z_m} I(z') \left\{ \int_L G(r) G(r') \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \right\} dz' \\ & + \mu \int_L \left\{ \nabla \int_S G(r) G(r') ds' \right\} dz' \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$I(z') = I(z') \hat{\mathbf{z}} \quad (4.6)$$

となる. ここで,

$\int_{z_0}$ : アンテナの近似線電流が存在する領域における線積分.

$\int_{z_m}$ : 等価アンテナの近似線電流が存在する領域における線積分.

$\int_{z_0+z_m}$ : アンテナの近似線電流が存在する領域における線積分と等価アンテナの近似線電流が存在する領域における線積分の和.

$R$ : 波源 ( $z'$ ) と観測点 (アンテナ表面) の距離.

$\mathbf{r}$ : 観測点から境界微小要素  $d\mathbf{l}'$  へ引いたベクトル.

$\mathbf{r}'$ : 波源点から境界微小要素  $d\mathbf{l}'$  へ引いたベクトル.

式 (4.5) を用いると, モノポールアンテナ上の電界  $\mathbf{E}_z$  は次式で表される.

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_z &= -j\omega\{\mathbf{A}_z + k^{-2}\nabla\nabla \cdot \mathbf{A}_z\} \\
&= -j\omega\mu \int_{z_0+z_m} I(z') \left\{ G(R) + k^{-2} \frac{d^2}{dz^2} G(R) \right\} dz' \\
&\quad - j\omega\mu \int_{z_0+z_m} I(z') \left\{ \int_L G(r)G(r') \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}'}{r r' - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'} \cdot d\mathbf{l}' \right\} dz' \\
&\quad - \left( \frac{j}{\omega\epsilon} \right) \int_{z_0+z_m} I(z') \frac{d^2}{dz^2} \left\{ \int_L G(r)G(r') \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}'}{r r' - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'} \cdot d\mathbf{l}' \right\} dz' \\
&\quad + j\omega\mu \int_{z_0+z_m} I(z') \left\{ \int_L G(r)G(r') \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \right\} dz' \\
&\quad - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_{z_0+z_m} I(z') \int_L [G(r')\{(\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \cdot \nabla\} \nabla G(r)] dz'
\end{aligned} \tag{4.7}$$

式 (4.5) の第四項は  $\nabla \times$  をとると, ゼロとなり, 散乱電磁界に影響を与えない自由度関数 [13] であるため, 式 (4.7) において, その自由度関数による項が消えている.

式 (4.4) の右辺  $\mathbf{E}_z^i$  は, 同軸線路開口の TEM 波主要モード分布を環状磁気電流に置き換えたモデル (フリルジェネレータ [36]) を利用する考え方から, 次の式で表される. ただし, 円形地板の端効果を無視するものとする.

$$\mathbf{E}_z^i = 0.5 \ln(b/a) \left\{ \frac{\exp(-jkR_1)}{R_1} - \frac{\exp(-jkR_2)}{R_2} \right\} \hat{\mathbf{z}} \tag{4.8}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
R_1 &= \sqrt{\{(z-z')^2 + a^2\}} \\
R_2 &= \sqrt{\{(z-z')^2 + b^2\}} \\
b &= 3.07a
\end{aligned} \tag{4.9}$$

である.

式 (4.7) と式 (4.8) を式 (4.4) へ代入した式を, 簡便のために次のように表す.

$$\int_{z_0+z_m} I(z') K(z, z') dz' = \mathbf{E}_z^i \tag{4.10}$$

この方程式は, 平板散乱体近傍に位置しているアンテナの電流分布を未知関数とする積分方程式である. この積分方程式の解はポイントマッチング法 [35] により数値的に求められる.

### 4.3.1 ポイントマッチング法

一般に、積分方程式における未知関数を既知の基底関数の線形結合で展開し、積分方程式を展開係数に対する連立方程式に近似することにより数値計算に帰着する方法はモーメント法と呼ばれている。ポイントマッチング法 [35] はその一種であるが、ここでは前節で得られた積分方程式 (4.10) に適用する。

まず、電流分布関数  $\mathbf{I}(z')$  を展開するために、ステップ関数列  $U_i(z')$  の線形結合で近似する。

$$\mathbf{I}(z') = \sum_{i=1}^N I_i U_i(z') \hat{\mathbf{z}} \quad (4.11)$$

$$U_i(z') = \begin{cases} 1 & (z' \text{ が } \Delta z_{0i} \text{ に含まれる時)} \\ 0 & (z' \text{ が } \Delta z_{0i} \text{ に含まれない時)} \end{cases} \quad (4.12)$$

式 (4.11) は物理的に、 $N$  個に等分割されたアンテナの  $i$  番目の素子 (区間  $\Delta z_{0i}$  に存在する) には  $I_i$  の大きさをもつ定電流が分布していることを示している。式 (4.11) を式 (4.10) に代入すると、

$$\sum_{i=1}^N I_i \int_{\Delta z_{0i} + \Delta z_{mi}} K(z, z') dz' \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{E}^i(z) \quad (4.13)$$

ここで、 $\Delta z_{mi}$  は  $i$  番目素子直接波源に対応する等価波源の存在領域である。

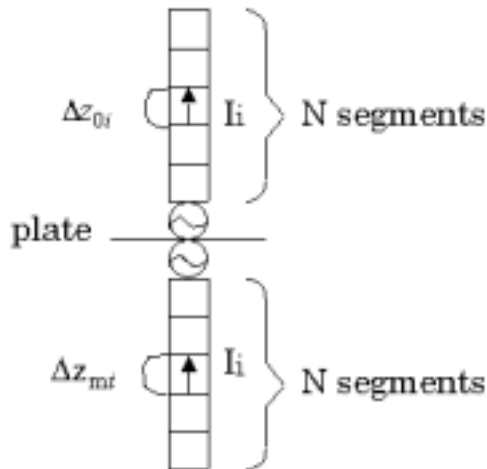


図 4.4: 等分割されたモノポールアンテナとそのイメージ

ポイントマッチング法 [35] を式 (4.13) に適用させると、次のように  $N$  個の連立一次方程式に変形される。

$$\sum_{i=1}^N I_i \int_{\Delta z_{0i} + \Delta z_{mi}} K(z_j, z') dz' = E^i(z_j) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (4.14)$$

式 (4.14) は、素子  $\Delta z_{0i}$ (直接波源) と素子  $\Delta z_{mi}$ (等価波源) を流れる電流  $I_i$  に観測点  $z_j$  との間の (散乱波を考慮した) 相互インピーダンス  $\int K(z_j, z')$  を乗じたものの和が、観測点  $z_j$  における印加電界  $E^i(z_j)$  に等しいことを示している。

式 (4.14) をマトリクスで表すと、

$$[Z_{ij}][I_i] = [V_j] \quad (4.15)$$

$$Z_{ij} = \int_{\Delta z_{0i} + \Delta z_{mi}} K(z_j, z') dz' \\ V_j = E^i(z_j) \quad (4.16)$$

となる。ここで、 $[Z_{ij}]$ ,  $[I_i]$ ,  $[V_j]$  は回路網理論と対応させて、それぞれインピーダンス行列、電流行列、電圧行列と呼ぶ。 $[Z_{ij}]$  はアンテナ形状で決定され、 $[V_j]$  はアンテナの給電法によって決定される。式 (4.15) を  $[I_i]$  について解くと、アンテナ電流分布が決定され、それから入力インピーダンス特性、放射パターンなどのアンテナ特性を計算することができる。

## 4.4 完全導体円形地板上モノポールアンテナの解析

### 4.4.1 散乱波近傍界の導出

ここでは、図 4.3 の最も計算の簡単な構造例として、半径  $R_c$  の円形地板上に、長さ  $L$ 、半径  $a$  のモノポールアンテナが垂直に置かれている問題を考える (図 4.5)。

まず、式 (4.7) における電界  $E_z$  を具体化する。

第 2 項に関して、散乱体が円形であるので変数  $r'$ ,  $r$ ,  $\beta$  は  $dl'$  がいかなる位置をとっても一定となるので、

$$2\pi R_c G(r') G(r) \frac{\sin \beta}{1 + \cos \beta} \quad (4.17)$$

第 3 項の境界ポテンシャルについては、コットラーの付加項 [3] を考慮して、

$$\frac{j}{\omega \epsilon} \int_L (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{H}) \nabla' G dl' \quad (4.18)$$



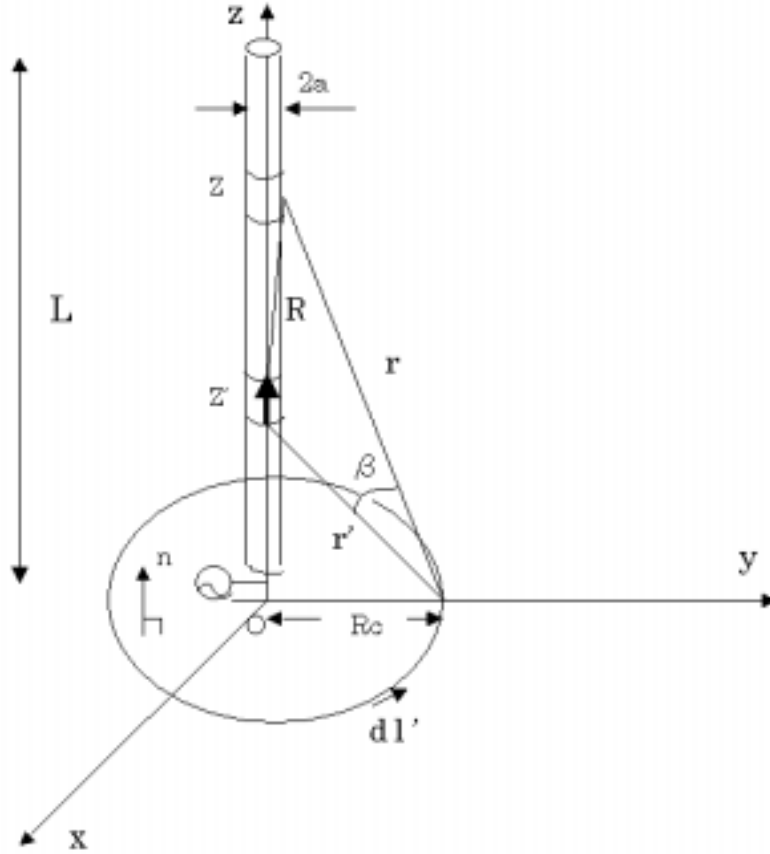


図 4.5: 円形地板上モノポールアンテナ

ここで,  $\tau$  は境界内法線であり,  $H$  は磁界である.

そのため,

$$\begin{aligned}
 E_z = & -\frac{j}{\omega\epsilon} \int_{z_0+z_1} I(z') \frac{G(R)}{R^4} \\
 & \{ (1 + jkR)(2R^2 - 3a^2) + (kaR)^2 \} dz' \\
 & - j\omega\mu \cdot 2\pi Rc \alpha \int_{z_0+z_1} I(z') G(r') \\
 & \left\{ \frac{T}{S} + \frac{U}{S^2} + \frac{V}{S^3} \right\} dz' \\
 & - \frac{j}{\omega\epsilon} \cdot 2\pi Rc \int_{z_0+z_1} I(z') G'(r') G'(r) dz' \quad (4.19)
 \end{aligned}$$

と求まる. ここで,

$$\alpha^2 = 1.0 \quad (4.20)$$

であり、また、

$$\begin{aligned}
 S &= 1 + \cos \beta \\
 T &= G''(r) \left( \frac{dr}{dz} \right)^2 \sin \beta \\
 &\quad + G'(r) \left\{ \left( \frac{d^2 r}{dz^2} \right) \sin \beta + 2 \left( \frac{dr}{dz} \right) \left( \frac{d\beta}{dz} \right) \cos \beta \right\} \\
 &\quad + G(r) \left\{ \sin \beta + \left( \frac{d^2 \beta}{dz^2} \right) \cos \beta - \left( \frac{d\beta}{dz} \right)^2 \sin \beta \right\} \\
 U &= G'(r) \left\{ 2 \left( \frac{dr}{dz} \right) \left( \frac{d\beta}{dz} \right) \sin^2 \beta \right\} \\
 &\quad + G(r) \left\{ 3 \left( \frac{d\beta}{dz} \right)^2 \sin \beta \cos \beta + \left( \frac{d^2 \beta}{dz^2} \right) \sin^2 \beta \right\} \\
 V &= 2G(r) \left( \frac{d\beta}{dz} \right)^2 \sin^3 \beta
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

である。

最終的に、式 (4.15) における  $Z_{ij}$  の被積分関数は次の様に求まる。

$$\begin{aligned}
 K(z_j, z') &= \frac{j}{\omega \epsilon} \frac{G(R)}{R^4} \\
 &\quad \left\{ (1 + jkR)(2R^2 - 3a^2) + (kaR)^2 \right\} \\
 &\quad + j\omega \mu \cdot 2\pi R c \alpha G(r') \\
 &\quad \quad \quad \left\{ \left( \frac{T}{S} + \frac{U}{S^2} + \frac{V}{S^3} \right) \right\} \\
 &\quad + \frac{j}{\omega \epsilon} \cdot 2\pi R c I(z') G'(r') G'(r)
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{(z_j - z')^2 + a^2} \\
 r_j &= \sqrt{z_j^2 + (Rc - a)^2} && (r \text{ の整合点}) \\
 r' &= \sqrt{z'^2 + Rc^2} \\
 \cos \beta_j &= \frac{r_j^2 + r'^2 - R^2}{2r_j r'} && (\text{図 4.6 参照})
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

である。

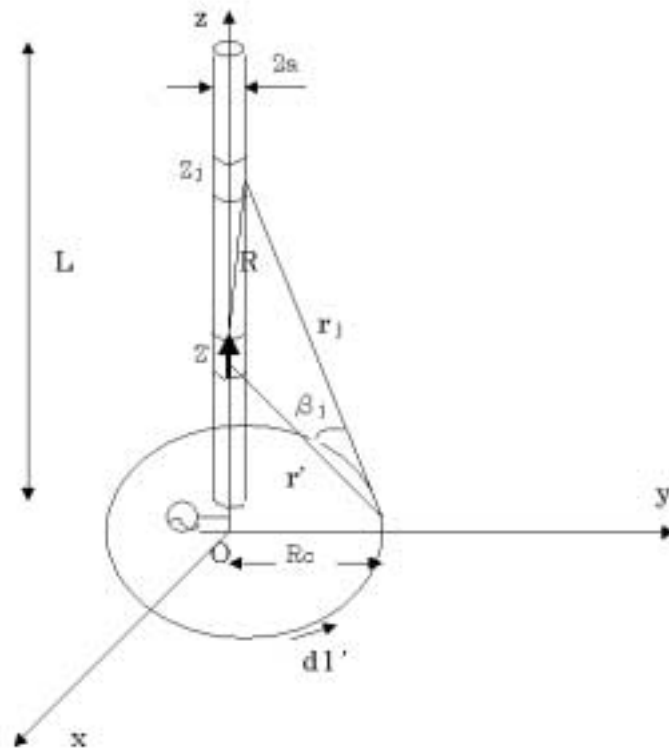
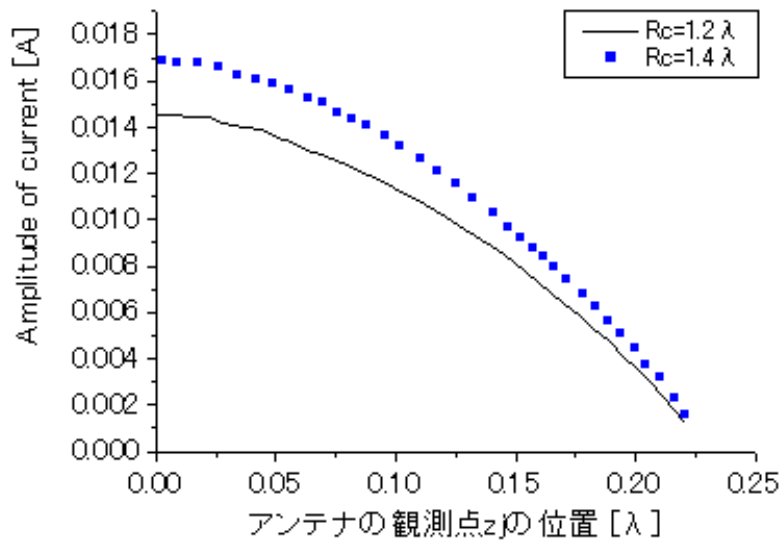
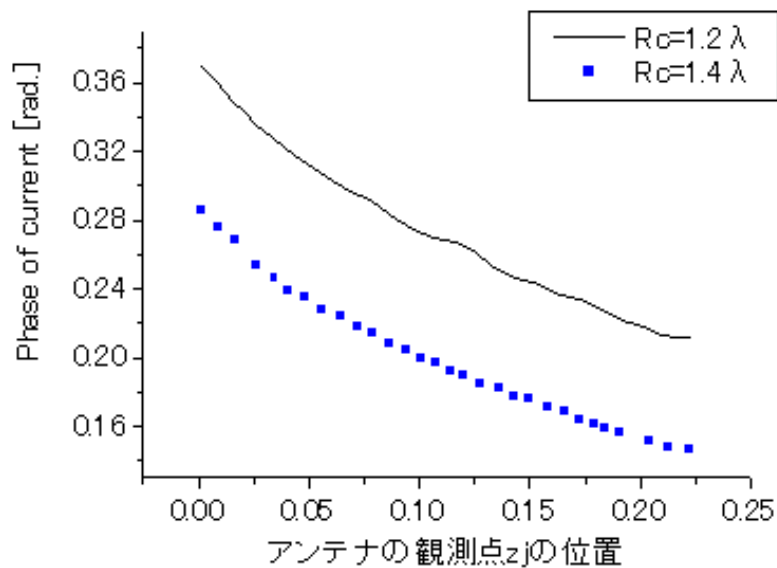


図 4.6: モノポールアンテナ近傍での座標系

## 4.4.2 電流分布



(a) amplitude characteristic



(b) phase characteristic

図 4.7:  $N$  個に等分割されたアンテナの観測点  $z_j$  の位置と電流分布の関係.  
 $L=0.224\lambda$ ,  $a=0.003\lambda$ ,  $R_c=1.2, 1.4\lambda$

前節で求めた方法によって、モノポールアンテナの電流分布を求めた。その際用いたパ

ラメータを以下に示す.

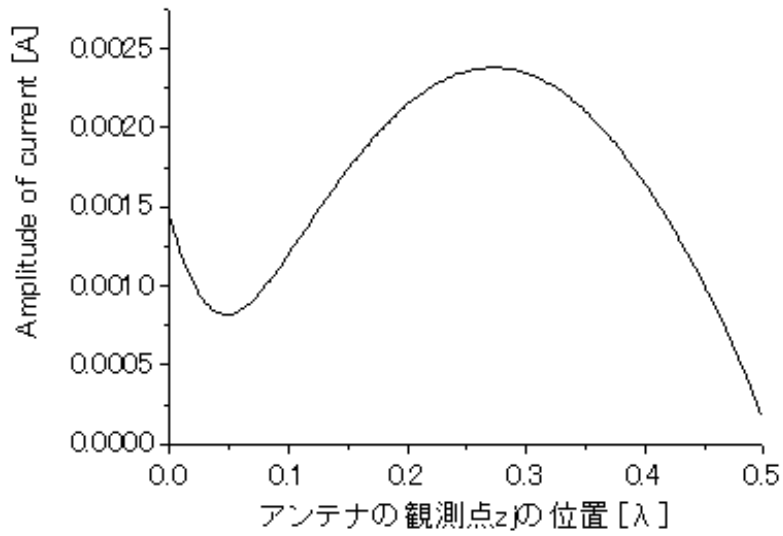
モノポールアンテナ長:  $L=0.224\lambda$

モノポールアンテナのワイヤー半径:  $a=0.003\lambda$

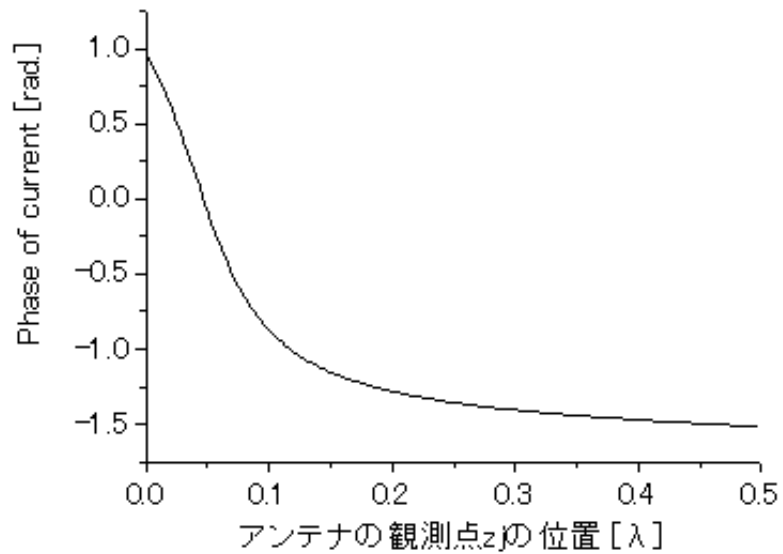
円形地板の半径:  $R_c=1.2, 1.4\lambda$

モノポールアンテナの分割数:  $N=200$  個

図 4.7 に円形地板からの観測点の距離とアンテナの電流分布の関係を示す. また, 図 4.8 には,  $L=0.5\lambda$ ,  $a=0.003\lambda$ ,  $R_c=1.0\lambda$  の場合の電流分布特性を示し, この図より, 位相特性が  $0\text{rad.}$  となるのは, 振幅特性が極小値をとる点であると考えられる.



(a) amplitude characteristic



(b) phase characteristic

図 4.8:  $N$  個に等分割されたアンテナの観測点  $z_j$  の位置と電流分布の関係.  $L=0.5\lambda$ ,  $a=0.003\lambda$ ,  $R_c=1.0\lambda$

### 4.4.3 入力インピーダンス特性

アンテナの入力インピーダンス  $Z_{in}$  は、給電電圧を給電点電流で除することで求められる。

地板半径を変化させた場合の入力インピーダンス特性を求めた。その際のパラメータを以下に示す。

給電電圧:	$V_0=0.5V$
モノポールアンテナ長:	$L=0.224\lambda$
モノポールアンテナのワイヤー半径:	$a=0.003\lambda$
円形地板の半径:	$R_c=0.4 \sim 3.0\lambda$
モノポールアンテナの分割数:	$N=200$ 個

図 4.9 に円形地板の半径と入力インピーダンスの関係を示す。この図において、本手法での計算結果と文献 [31] の Richmond による手法での入力インピーダンス特性とを比較している。

### 4.4.4 散乱波遠方界の導出

4.4.2 節で求められたアンテナの電流分布を用いて、放射パターンを求めるために散乱電界の遠方界を導出する。図 4.10 に示す座標系で導出を行った。アンテナの対称性より電磁界は方位角  $\phi$  には無関係なので、観測点を  $y-z$  平面上にとって考える。

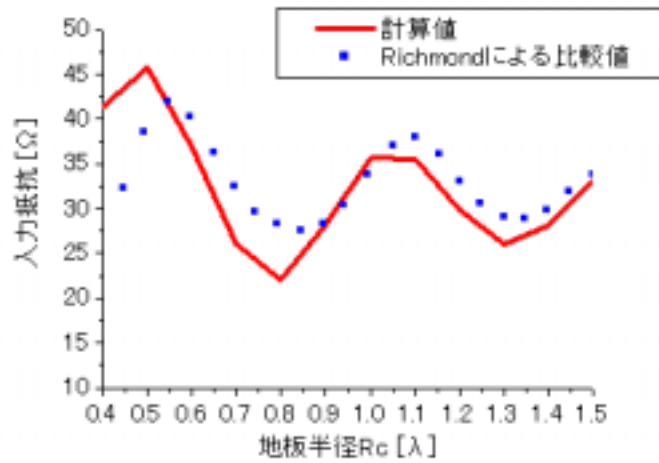
まず、ダイポール能率  $p_0$  の散乱波ベクトルポテンシャルにおける実在波源 ( $m=0$ ) から放射される遠方界を求める。

幾何光学界については、 $p_0$  の  $z$  座標を  $z_0$ 、原点から観測点  $Q$  までの距離を  $R$  とすると、 $p_0$  から放射される球面波  $G(R_0)$  はフラウンホーファー近似により、原点から放射される球面波  $G(R)$  と指数部の位相差  $kz_0 \cos \beta$  との積で表されるので、遠方界は次のようになる。

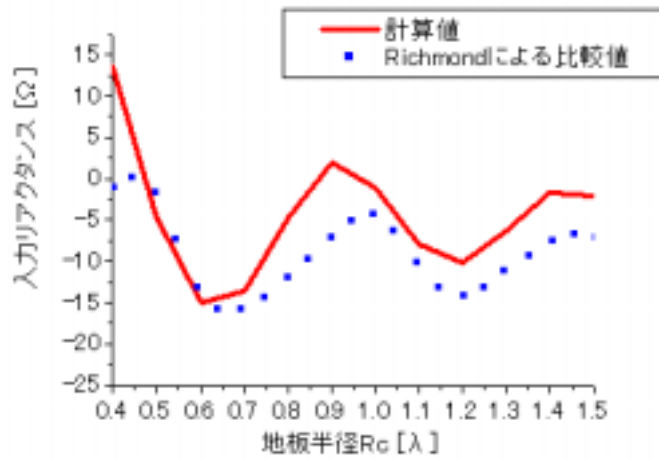
$$j\omega\mu q_m p_0 G(R) \exp(jkz_0 \cos \theta) \quad (4.24)$$

境界回折波項については、まず周回積分点  $dl'$  から放射される球面波  $G(r)$  と  $G(R)$  の位相差を求める。原点から  $dl'$  へ向かうベクトルを  $od$ 、 $R$  の単位ベクトルを  $oR$  とすると、位相差は次のようになる。

$$\begin{aligned} & od \cdot oR \\ &= (Rc \cos \phi \hat{x} + Rc \sin \phi \hat{y}) \cdot (\sin \theta \hat{y} + \cos \theta \hat{z}) \\ &= Rc \sin \phi \sin \theta \end{aligned} \quad (4.25)$$



(a)input resistance characteristic



(b)input reactance characteristic

図 4.9: 地板半径と入力インピーダンスの関係.  $L=0.229\lambda$ ,  $a=0.003\lambda$ ,  $R_c=0.4 \sim 1.5\lambda$ 

さらに,  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_0$  と  $\mathbf{r} \times \mathbf{r}_0 \cdot d\mathbf{l}'$  をそれぞれ極座標で表すと次の様になる.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_0 &= (\mathbf{od} - \mathbf{R}) \cdot (\mathbf{od} - \mathbf{p}_0) \\
 &= -RRc \sin \phi \sin \theta + Rc^2 + z_0 R \cos \theta \\
 &\simeq -R(Rc \sin \phi \sin \theta - z_0 \cos \theta) \quad (R \rightarrow \infty)
 \end{aligned} \tag{4.26}$$



$$\begin{aligned}
 \mathbf{r} \times \mathbf{r}_0 \cdot d\mathbf{l}' &= (\mathbf{od} - \mathbf{R}) \times (\mathbf{od} - \mathbf{p}_0) \\
 &\quad \cdot d\mathbf{l}' (\cos \phi \hat{\mathbf{y}} - \sin \phi \hat{\mathbf{x}}) \\
 &= (\text{Rc } z_0 - \text{RcRc} \cos \theta - z_0 \sin \phi \sin \theta) d\mathbf{l}' \\
 &\simeq -\text{R} (\text{Rc} \cos \theta + z_0 \sin \phi \sin \theta) \text{Rc } d\phi' \\
 &\quad (\text{R} \rightarrow \infty)
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

以上の計算より、境界回折波項の遠方界は次の様に求まる。

$$\begin{aligned}
 -j\omega\mu\mathbf{p}_0 G(\mathbf{R}) G(\mathbf{r}_0) \int_0^{2\pi} \exp(jk\text{Rc} \sin \phi \sin \theta) \\
 \left\{ \frac{\text{Rc} (\text{Rc} \cos \theta + z_0 \sin \phi \sin \theta)}{r_0 - \text{Rc} \sin \phi \sin \theta + z_0 \cos \theta} \right\} d\phi'
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

最後に、境界法線回折波項について考える。環状ベクトル群  $\mathbf{n} \times d\mathbf{l}'$  は対称性を考えて計算する。 $G(\mathbf{r}_0)$  の位相差は境界回折波項で考えたものと同様であるので、遠方界は次の様

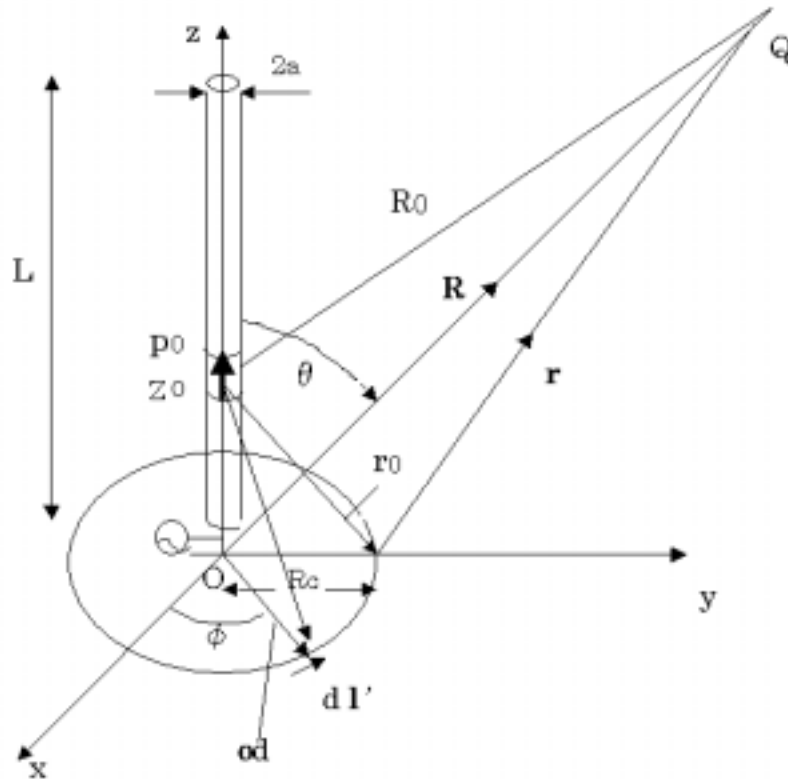


図 4.10: モノポールアンテナの遠方界における座標系

になる.

$$\begin{aligned}
 & -j\omega\mu\mathbf{p}_0G(R)G(r_0)\int_0^{2\pi}\exp(jkRc\sin\phi\sin\theta)\sin\phi \\
 & \qquad \qquad \qquad Rc\,d\phi'\hat{\mathbf{y}} \\
 & = +\omega\mu 2\pi\lambda Rc\mathbf{p}_0G(R)G(r_0)J_1(kRc\sin\theta)\hat{\mathbf{y}}
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

ここで,  $J_1(x)$  はベッセル関数である.

散乱波ベクトルポテンシャルの遠方界は式 (4.24), (4.28), (4.29) の和で表される.

等価波源からの遠方界は  $z_0$  の代わりに,  $j\omega\mathbf{p}_1$  の  $z$  座標 ( $-z_0$ ) を代入した式から求めることができる.

式 (4.24), (4.28), (4.29) で与えられた散乱波ベクトルポテンシャルの遠方界を用いて, モノポールアンテナと円形地板から放射される散乱電界を求める. ベクトルポテンシャルは  $z$  方向と  $y$  方向の成分しか持たないので, 遠方電界は  $\theta$  方向だけに生じる.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}^S & = j\omega\mu G(R)\sin\theta\sum_{m=0}^1\sum_{i=1}^Nq_{mi}\mathbf{p}_{mi}\exp(jkz_{mi}\cos\theta) \\
 & - j\omega\mu G(R)\sum_{m=0}^1\sum_{i=1}^N\mathbf{p}_{mi}G(r_{mi})\int_0^{2\pi}\exp(jkRc\sin\phi\sin\theta) \\
 & \qquad \frac{Rc(Rc\cos\theta+z_{mi}\sin\phi\sin\theta)}{r_{mi}+Rc\sin\phi\sin\theta+z_{mi}\cos\theta}d\phi'\sin\theta \\
 & + 4\pi\omega\mu G(R)\sum_{i=1}^N\mathbf{p}_{0i}G(r_{0i})RcJ_1(kRc\sin\theta)\cos\theta
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

数値計算において注意すべきことは,  $r_{mi}$  と  $r$  が 180 度をなす時, 境界回折波項は不連続点を持つので,  $\phi$  に関する周回積分を実行する際に, その特異点を避けて積分しなければならない.

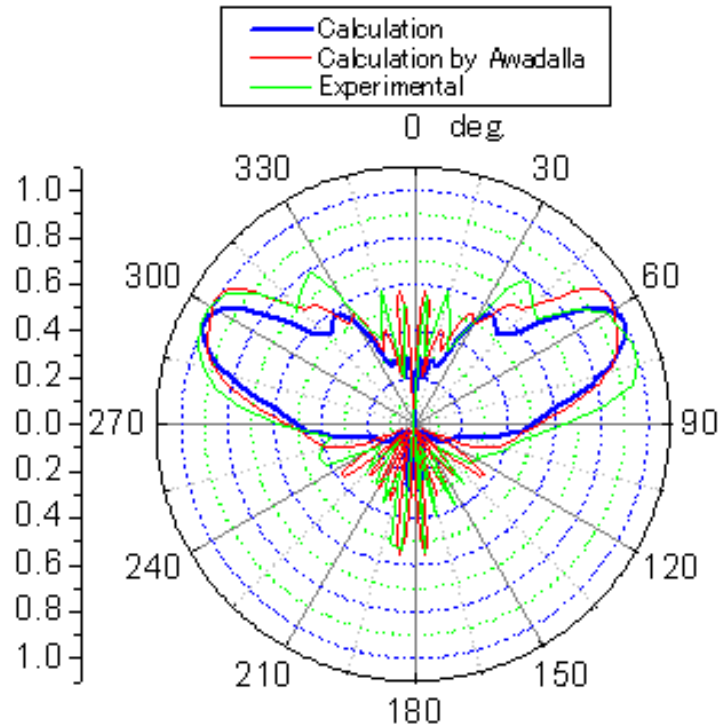
そのとき, 特異点を避けた積分路による寄与は幾何光学界を  $\frac{1}{2}$  にしたもので与えられる. 式 (4.30) を用いて放射パターンを計算した.

#### 4.4.5 放射パターン

前節で求めた遠方界における観測点角  $\theta$  を変化させて,  $y$ - $z$  平面における放射パターンを計算した. その放射パターン特性を図 4.11 及び図 4.14 に示す. その際の電界強度は最

Fig.	L	a	Rc
4.11	$0.224\lambda$	$0.003\lambda$	$3.0\lambda$
4.14	$0.25\lambda$	$0.0026\lambda$	$0.6\lambda$

表 4.1: パラメータの寸法

図 4.11: 円形地板上モノポールアンテナの放射パターン.  $L=0.224\lambda$ ,  $a=0.003\lambda$ ,  $Rc=3.0\lambda$ 

大方向の値を 1 とし、正規化したもので表した。また、図 4.11 及び図 4.14 の幾何光学界、境界回折波界及び境界法線回折波界の界ごとの放射パターン特性を、それぞれ、図 4.12、図 4.13 そして、図 4.15、図 4.16 に示す。

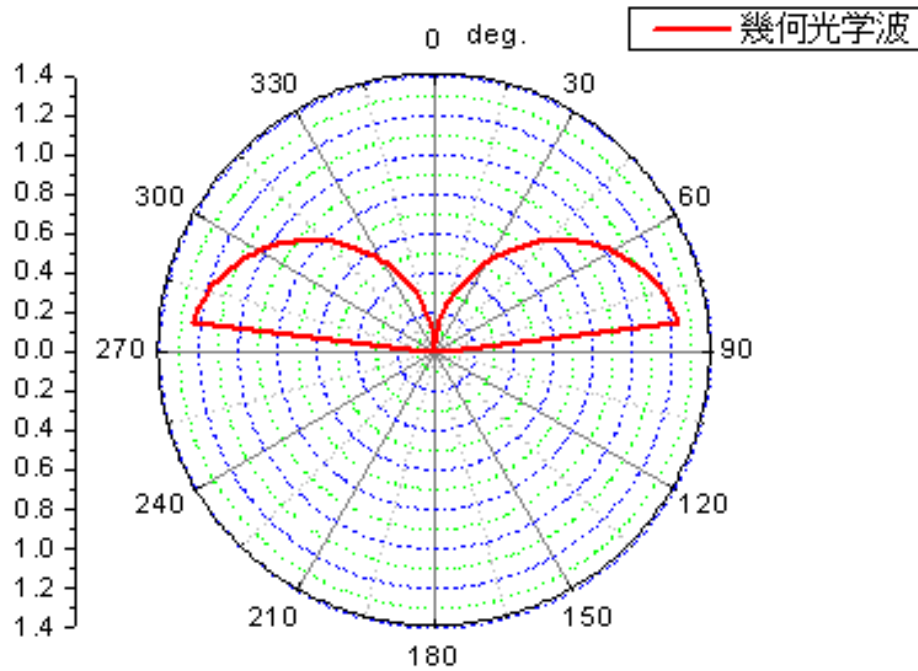
その際のパラメータを以下に示し、パラメータの寸法を表 4.1 に示す。

モノポールアンテナ長:  $L$

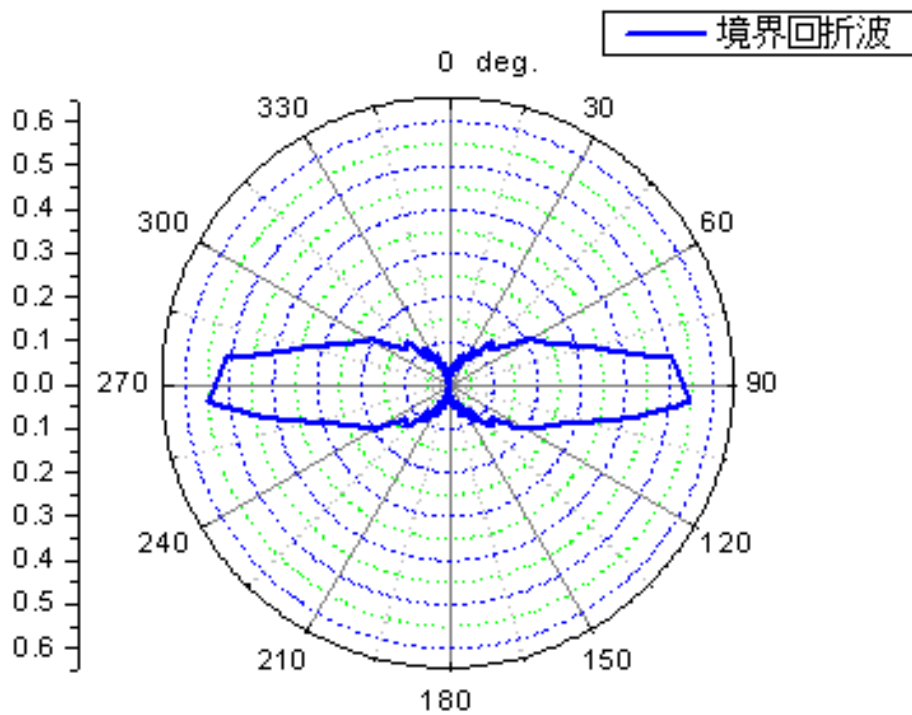
モノポールアンテナのワイヤー半径:  $a$

円形地板の半径:  $Rc$

比較計算結果として、文献 [28] の計算方法によるものを掲載した。図 4.11 の結果と本手法の計算に数値計算結果との特性がほぼ一致しているのが分かる。従って、ここでの計算結果の有効性が示されたといえる。

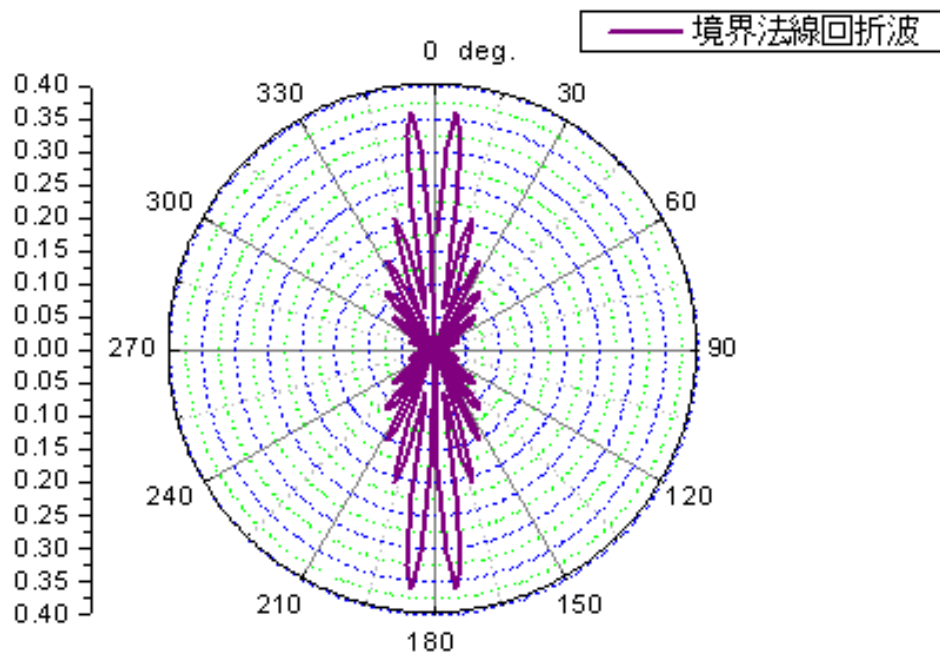


(a) 幾何光学界



(b) 境界回折波界

図 4.12: 図 4.11 の界ごとの放射パターン



(c) 境界法線回折波界

図 4.13: 図 4.11 の界ごとの放射パターン

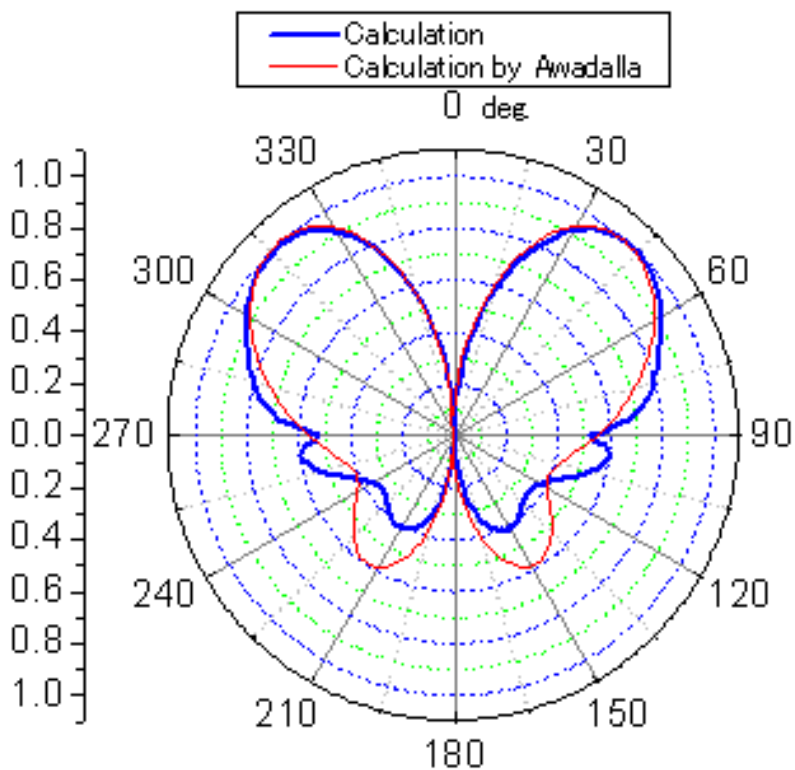
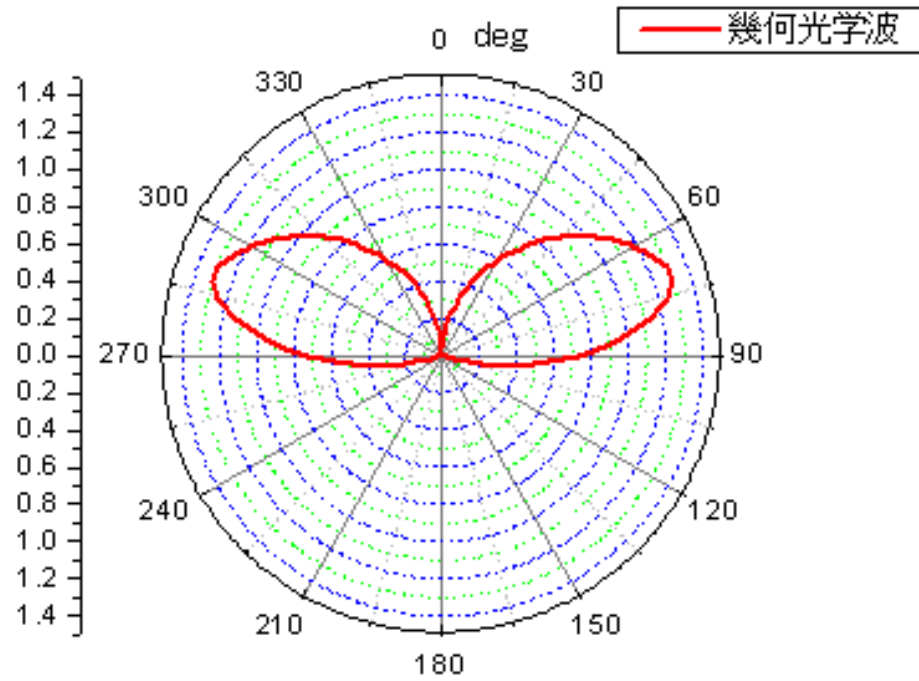
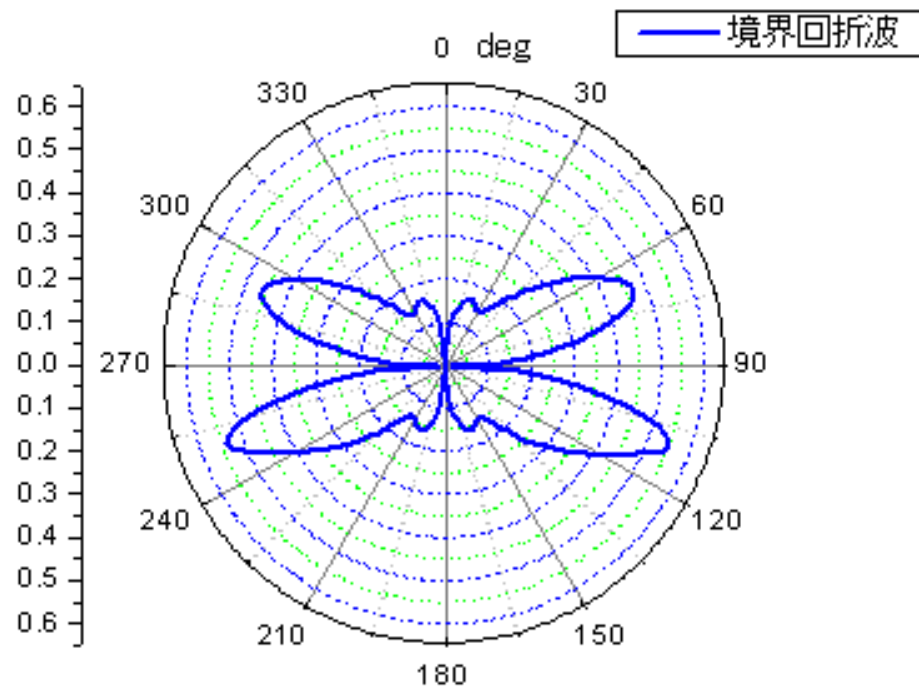


図 4.14: 円形地板上モノポールアンテナの放射パターン.  $L=0.25\lambda$ ,  $a=0.0026\lambda$ ,  $R_c=0.6\lambda$

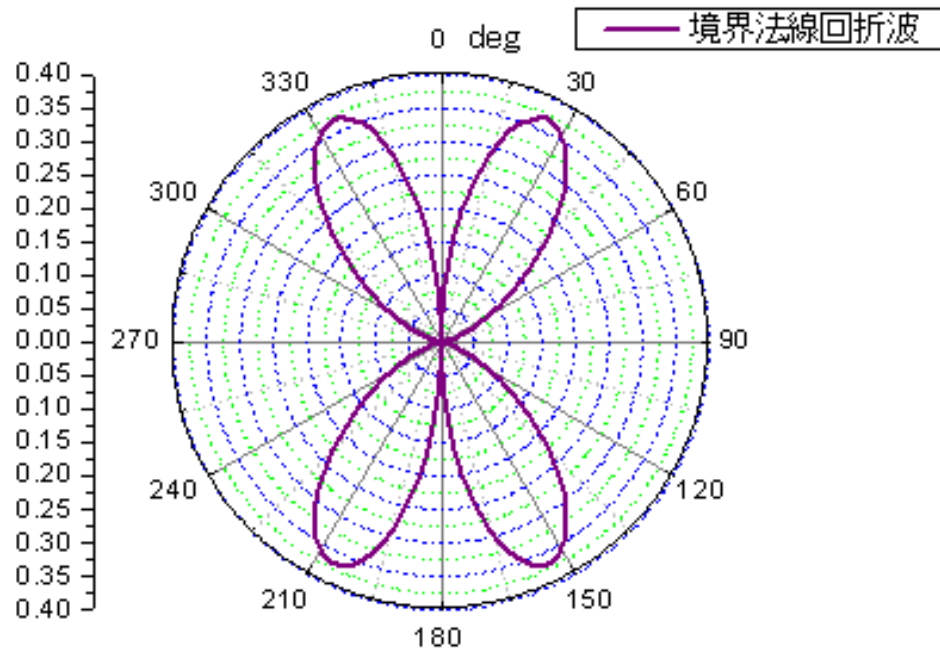


(a) 幾何光学界



(b) 境界回折波界

図 4.15: 図 4.14 の界ごとの放射パターン



(c) 境界法線回折波界

図 4.16: 図 4.14 の界ごとの放射パターン



## 4.5 むすび

物理光学近似を応用あるいは発展させる例として、境界回折波を用いた物理光学近似表現から、円形地板上モノポールアンテナの入力インピーダンス及び放射パターンを計算し、従来からの手法との計算結果の比較を行った。

入力インピーダンスに関して、地板半径が  $0.4\lambda$  以上において、良い特性を示した。そのため、地板半径が  $0.4\lambda$  以上において、本手法において、良い精度を示す。

放射パターンについては、地板半径が  $0.6\lambda$  と  $3.0\lambda$  の特性を計算し、良い結果が得られた。従って、地板半径が少なくとも、 $0.6\lambda$  以上の範囲において、本手法での良い精度が得られる。

## 第5章

# 結論

物理光学近似におけるベクトルポテンシャルの面積分が、鏡像からの幾何光学波、ルビノビッチ形式の境界回折波及びコッター形式の境界法線回折波の和で表現される、物理光学近似を提案した。

第2章において、境界回折波を用いた物理光学近似に関する理論を展開した。

第3章では、波源としての微小ダイポールが正方形導体板と垂直に置かれた構造と水平に置かれた構造に関して、散乱波のベクトルポテンシャル及び、電磁界の数値計算を行った。境界回折波、境界法線回折波の数値計算を行った。また、正方形導体平板の一辺の長さを変化させた計算結果も示した。計算結果より、物理光学近似と鏡像近似による幾何光学波との差が境界回折波や境界法線回折波によって示された。

波源としての微小ダイポールが導体板と水平に置かれた構造では、計算式が単純であるため、導体板と垂直に置かれた構造に比べて計算が単純になる。

第4章では、平板の近くに置かれたアンテナの理論に応用可能である例として、境界回折波表現を用いた円形地板上のモノポールアンテナの解析について述べた。モノポールアンテナの入力インピーダンスや放射パターンを計算した。従来の計算手法による計算値との比較も行った。

本論文での方法により、計算結果は従来の面積分を用いた物理光学近似による計算結果と数値誤差の範囲で一致し、数値計算時間は最大で  $\frac{1}{10}$  程度に短縮された。

今後の展望として、電子機器の小型化や使用周波数の高周波化に伴い、LSI などの集積回路における電磁ノイズなどの解析に用いられる近傍界や微小散乱体などに、本研究結果を応用することは有用であろう。

## 付録 A

# ベクトル公式等を用いた散乱電磁界の一般式の導出

散乱磁界について導出する.

まず, 鏡像近似項  $\mathbf{H}_i$  について求める.

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_i &= \nabla \times \left\{ -q_i \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega} G(\mathbf{r}_i) \right\} \\ &= -\frac{q_i}{j\omega} \{ \nabla G(\mathbf{r}_i) \times \mathbf{p}_i + G(\mathbf{r}_i) \nabla \times \mathbf{p}_i \}\end{aligned}\quad (\text{A.1})$$

ここで,  $\mathbf{p}_i$  は観測点に依存しないため,

$$\nabla \times \mathbf{p}_i = \mathbf{0}\quad (\text{A.2})$$

よって, 第一項のみが残り,

$$\mathbf{H}_i = -\frac{q_i}{j\omega} \{ \nabla G(\mathbf{r}_i) \times \mathbf{p}_i \}\quad (\text{A.3})$$

と求まる.

次に, 境界回折波項  $\mathbf{H}_i^{\text{bd}}$  について求める.

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_i^{\text{bd}} &= -\frac{1}{j\omega} \nabla \times \left\{ \mathbf{p}_i \int_{\mathbf{L}} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' \right\} \\ &= -\frac{1}{j\omega} \int_{\mathbf{L}} \nabla \{ \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' \} \times \nabla \mathbf{p}_i - \left\{ \int_{\mathbf{L}} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \cdot d\mathbf{l}' \right\} \nabla \times \mathbf{p}_i\end{aligned}\quad (\text{A.4})$$

$\mathbf{p}_i$  は観測点に依存しないため,

$$\nabla \times \mathbf{p}_i = \mathbf{0}\quad (\text{A.5})$$

よって, 第一項のみが残り,

$$\mathbf{H}_i^{\text{bd}} = -\frac{1}{j\omega} \int_{\mathbf{L}} \nabla \{ \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' \} \times \mathbf{p}_i\quad (\text{A.6})$$

ここで,

$$\nabla\{\mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}'\} = (d\mathbf{l}' \cdot \nabla)\mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\} \quad (\text{A.7})$$

従って,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_i^{\text{bd}} &= -\frac{1}{j\omega} \int_L [(d\mathbf{l}' \cdot \nabla)\mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}] \times \mathbf{p}_i \\ &= \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega} \times \int_L [(d\mathbf{l}' \cdot \nabla)\mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

と求まる.

そして, 境界法線回折波項  $\mathbf{H}_i^{\text{bd}}$  について求める.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_i^{\text{bd}} &= -(\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \nabla \times \int_L G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{is})\mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \\ &= -(\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \int_L G(\mathbf{r}_{is}) \nabla \times \{G(\mathbf{r})\mathbf{n} \times d\mathbf{l}'\} \\ &= -(\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \int_L G(\mathbf{r}_{is}) \{\nabla G(\mathbf{r}) \times (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') + G(\mathbf{r}) \nabla \times (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}')\} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$\mathbf{n} \times d\mathbf{l}'$  は観測点に依存しないので, 第二項は,

$$\nabla \times (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') = \mathbf{0} \quad (\text{A.10})$$

となる. よって,

$$\mathbf{H}_i^{\text{bd}} = -(\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \int_L G(\mathbf{r}_{is}) [\mathbf{n} \{\nabla G(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{l}'\} - d\mathbf{l}' \{\nabla G(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}\}] \quad (\text{A.11})$$

と求まる.

続いて, 散乱電界について導出する.

まず, 鏡像近似項  $\mathbf{E}_i$  について求める.

$$\mathbf{E}_i = -j\omega(1 + k^{-2}\nabla\nabla\cdot)\{-q_i \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega} G(\mathbf{r}_i)\} \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \nabla\nabla\cdot\{\mathbf{p}_i G(\mathbf{r}_i)\} &= \nabla\{\nabla G(\mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{p}_i + G(\mathbf{r}_i)\nabla \cdot \mathbf{p}_i\} \\ &= \nabla\{\nabla G(\mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{p}_i\} \quad (\because \nabla \cdot \mathbf{p}_i = \mathbf{0}) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

(A.13) の結果を (A.12) に代入することで,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i &= -j\omega(1 + k^{-2}\nabla\nabla\cdot)\{-q_i \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega} G(\mathbf{r}_i)\} \\ &= j\omega q_i \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega} G(\mathbf{r}_i) + \frac{j}{\omega\epsilon} q_i \nabla\{\nabla G(\mathbf{r}_i) \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}\} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

と導かれる.

次に, 境界回折波項  $\mathbf{E}_i^{\text{bd}}$  について求める.

$$\begin{aligned}
& \nabla \cdot \left\{ \mathbf{p}_i \int_{\mathbf{L}} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' \right\} \\
&= \mathbf{p}_i \cdot \int_{\mathbf{L}} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' + \left\{ \int_{\mathbf{L}} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' \right\} \nabla \times \mathbf{p}_i \\
&= \mathbf{p}_i \cdot \int_{\mathbf{L}} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \cdot d\mathbf{l}' \quad (\because \nabla \times \mathbf{p}_i = \mathbf{0}) \\
&= \int_{\mathbf{L}} [(\mathbf{dl}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + \mathbf{dl}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}] \cdot \mathbf{p}_i \quad (\text{A.15})
\end{aligned}$$

この式の積分記号を除いた部分に  $\nabla$  をとると,

$$\begin{aligned}
& \nabla [(\mathbf{dl}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + \mathbf{dl}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}] \cdot \mathbf{p}_i \\
&= (\mathbf{p}_i \cdot \nabla) [(\mathbf{dl}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + \mathbf{dl}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}] \\
&\quad + \mathbf{p}_i \times [\nabla \times \{(\mathbf{dl}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + \mathbf{dl}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}\}] \\
&= \sum_q \mathbf{p}_q \nabla [(\mathbf{dl}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + \mathbf{dl}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_q \quad (\text{A.16})
\end{aligned}$$

ここで,  $\sum_q$  は  $x, y, z$  の 3 成分の和を表す.

式 (A.16) を積分形式で書くと,

$$\sum_q \mathbf{p}_q \int_{\mathbf{L}} \nabla [(\mathbf{dl}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + \mathbf{dl}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_q \quad (\text{A.17})$$

となる. 最終的に,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_i^{\text{bd}} &= -j\omega(1 + k^{-2}\nabla\nabla\cdot)\left\{-\mu\frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}\int_{\mathbf{L}}\mathbf{W}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{is})\cdot d\mathbf{l}'\right\} \\
&= j\omega\mu\frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}\int_{\mathbf{L}}\mathbf{W}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{is})\cdot d\mathbf{l}' + \frac{j}{\omega\epsilon}\sum_q\frac{\mathbf{p}_q}{j\omega}\int_{\mathbf{L}}\{\nabla(\mathbf{dl}'\cdot\nabla)\mathbf{W}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{is})\}_q \\
&\quad + \frac{j}{\omega\epsilon}\sum_q\frac{\mathbf{p}_q}{j\omega}\int_{\mathbf{L}}\nabla[\mathbf{dl}'\times\{\nabla\times\mathbf{W}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{is})\}]_q \quad (\text{A.18})
\end{aligned}$$

と求まる.

そして、境界法線回折波項  $\mathbf{E}_i^{\text{bnd}}$  について求める。

$$\begin{aligned}
& \nabla \cdot \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}) \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \\
&= \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \nabla \cdot \{ \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \} \\
&= \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \{ \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') + \mathbf{G}(\mathbf{r}) \nabla \cdot (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \} \\
&= \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \quad \{ \because \nabla \cdot (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') = 0 \} \quad (\text{A.19})
\end{aligned}$$

この式 (A.19) に をとると、

$$\begin{aligned}
& \nabla \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \\
&= \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) [ \{ (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \cdot \nabla \} \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) + (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \times \{ \nabla \times \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) \} ] \\
&= \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \{ (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \cdot \nabla \} \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) \quad (\because \nabla \times \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}) \quad (\text{A.20})
\end{aligned}$$

最終的に、

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_i^{\text{bnd}} &= -j\omega(1 + k^{-2} \nabla \nabla \cdot) \{ -\mu (\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}) \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \} \\
&= +j\omega \mu (\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}) \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \mathbf{n} \times d\mathbf{l}' + \frac{j}{\omega \epsilon} (\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{p}_i}{j\omega}) \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{\text{is}}) \{ (\mathbf{n} \times d\mathbf{l}') \cdot \nabla \} \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) \\
& \hspace{20em} (\text{A.21})
\end{aligned}$$

と導かれる。

## 付録 B

# 波源が導体板と垂直に置かれた場合のベクトルポテンシャル及び電磁界の式の導出

波源が導体板と垂直な場合について考える．本文中の式 (2.52) の散乱ベクトルポテンシャル  $A^S$  についての展開方法を説明する．線積分する際の  $d\mathbf{l}'$  は，積分点が正方形導体板の  $x$  座標が変位する辺上にある時は，

$$d\mathbf{l}' = dx' \mathbf{x} = (dx', 0, 0) \quad (\text{B.1})$$

$y$  座標が変位する辺上にある時は，

$$d\mathbf{l}' = dy' \mathbf{y} = (0, dy', 0) \quad (\text{B.2})$$

のように変形できる．

散乱ベクトルポテンシャル  $A^S$  の鏡像近似による項  $A$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $A_x, A_y, A_z$  とすると,

$$A_x = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$A_y = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$A_z = \mu \sum_{i=0,m} \{-q_i G(r_i)\} = \mu \sum_{i=0,m} \left\{ -q_i \frac{\exp(-jk r_i)}{4\pi r_i} \right\} \quad (\text{B.5})$$

次に，ベクトルポテンシャルの境界回折波による項  $A^{bd}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれ

それ、 $A_x^{\text{bd}}$ ,  $A_y^{\text{bd}}$ ,  $A_z^{\text{bd}}$  とすると、

$$A_x^{\text{bd}} = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$A_y^{\text{bd}} = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} A_z^{\text{bd}} &= -\mu \sum_{i=0,m} \int_L (W_{ix} dx' + W_{iy} dy') \\ &= \mu \left\{ \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{0s})}{4\pi r_{0s}} \frac{h(y-y') + y'(z-z')}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} dx' \right. \\ &\quad - \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{0s})}{4\pi r_{0s}} \frac{x'(z-z') + h(x-x')}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} dy' \\ &\quad - \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{ms})}{4\pi r_{ms}} \frac{h(y-y') + y'(z-z')}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} dx' \\ &\quad \left. - \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{ms})}{4\pi r_{ms}} \frac{x'(z-z') + h(x-x')}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} dy' \right\} \quad (\text{B.8}) \end{aligned}$$

そして、ベクトルポテンシャルの境界法線回折波による項  $A^{\text{bnd}}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ、 $A_x^{\text{bnd}}$ ,  $A_y^{\text{bnd}}$ ,  $A_z^{\text{bnd}}$  とすると、

$$A_x^{\text{bnd}} = \mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L G(r)G(r_{is}) dy' \right\} = \mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} dy' \right\} \quad (\text{B.9})$$

$$A_y^{\text{bnd}} = -\mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L G(r)G(r_{is}) dx' \right\} = -\mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} dx' \right\} \quad (\text{B.10})$$

$$A_z^{\text{bnd}} = 0 \quad (\text{B.11})$$

そして、ベクトルポテンシャルの自由度関数による項  $A^{\text{ff}}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそ



れぞれ,  $A_x^{\text{ff}}, A_y^{\text{ff}}, A_z^{\text{ff}}$  とすると,

$$\begin{aligned} A_x^{\text{ff}} &= \mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_S \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial x} G(\mathbf{r}_{is}) dx' dy' \right\} \\ &= \mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_S \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{1}{r^3} - \frac{jk}{r^2} \right) (x - x') \exp(-jkr) \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} dx' dy' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned} A_y^{\text{ff}} &= \mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_S \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial y} G(\mathbf{r}_{is}) dx' dy' \right\} \\ &= \mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_S \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{1}{r^3} - \frac{jk}{r^2} \right) (y - y') \exp(-jkr) \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} dx' dy' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} A_z^{\text{ff}} &= \mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_S \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial z} G(\mathbf{r}_{is}) dx' dy' \right\} \\ &= \mu \sum_{i=0,m} \left\{ \int_S \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{1}{r^3} - \frac{jk}{r^2} \right) (z - z') \exp(-jkr) \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} dx' dy' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

と求められる.  $\sum_{i=0,m}$  と表記する通り,  $i$  は  $0$  と  $m$  の二項の和をとる.

次に, 散乱磁界について求める.

$\mathbf{H}^{\text{S}}$  の鏡像近似による項  $\mathbf{H}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $H_x, H_y, H_z$  とすると,

$$H_x = \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi} \left( \frac{1}{r_i^3} + \frac{jk}{r_i^2} \right) y \right\} \quad (\text{B.15})$$

$$H_y = - \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi} \left( \frac{1}{r_i^3} + \frac{jk}{r_i^2} \right) x \right\} \quad (\text{B.16})$$

$$H_z = 0 \quad (\text{B.17})$$

となる.

そして, 境界回折波による項  $\mathbf{H}^{\text{bd}}$  の展開式を求める.

式中の  $(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{ \nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \}$  の展開方法を説明すると,

例えば,  $d\mathbf{l}' = dx' \mathbf{x} = (dx', 0, 0)$  の場合は,

$$\begin{aligned} (d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) &= \{(dx', 0, 0) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)\} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \\ &= dx' \frac{\partial}{\partial x} \{ \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) \} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

のように計算していくことによって求める.

$$\begin{aligned}
H_x^{\text{bd}} &= - \int_L \frac{\partial W_{0x}}{\partial y} dx' - \int_L \frac{\partial W_{mx}}{\partial y} dx' \\
&= - \int_L G(\mathbf{r}_{0s}) \left\{ \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial y} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{0s}}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} - h \frac{G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \right. \\
&\quad \left. - G(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{0s}}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \frac{\partial}{\partial y} (r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}) \right\} dx' \\
&\quad - \int_L G(\mathbf{r}_{ms}) \left\{ \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial y} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{ms}}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} + h \frac{G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \right. \\
&\quad \left. - G(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{ms}}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \frac{\partial}{\partial y} (r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}) \right\} dx' \\
&= - \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \times \left[ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (y - y') \right) \{ -h(y - y') - y'(z - z') \} - h \right. \\
&\quad \left. \frac{h(y - y') + y'(z - z')}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right] dx' \\
&\quad - \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \times \left[ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (y - y') \right) \{ h(y - y') - y'(z - z') \} + h \right. \\
&\quad \left. - \frac{h(y - y') + y'(z - z')}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right] dx' \tag{B.19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_y^{\text{bd}} &= - \int_L \frac{\partial W_{0y}}{\partial x} dy' - \int_L \frac{\partial W_{my}}{\partial x} dy' \\
 &= \int_L G(\mathbf{r}_{0s}) \left\{ \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial x} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{0s}}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} + h \frac{G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \right. \\
 &\quad \left. - G(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{0s}}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \frac{\partial}{\partial x} (r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}) \right\} dy' \\
 &+ \int_L G(\mathbf{r}_{ms}) \left\{ \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial x} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{ms}}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} - h \frac{G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \right. \\
 &\quad \left. - G(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{ms}}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \frac{\partial}{\partial x} (r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}) \right\} dy' \\
 &= \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \times \left[ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} (x - x') \right) \{ x'(z - z') + h(x - x') \} + h \right. \\
 &\quad \left. - \frac{h(x - x') + x'(z - z')}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - x' \right) \right] dy' \\
 &+ \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \times \left[ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} (x - x') \right) \{ h(x - x') + y'(z - z') \} - h \right. \\
 &\quad \left. - \frac{-h(x - x') + x'(z - z')}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \right] dy' \tag{B.20}
 \end{aligned}$$

$$H_z^{\text{bd}} = 0 \tag{B.21}$$

境界法線回折波項  $\mathbf{H}^{\text{bnd}}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $H_x^{\text{bnd}}$ ,  $H_y^{\text{bnd}}$ ,  $H_z^{\text{bnd}}$  とす

ると,

$$\begin{aligned} H_x^{\text{bnd}} &= \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L G(r_{is}) \frac{\partial G(r)}{\partial z} dx' \right\} \\ &= \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} \right) (z - z') dx' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

$$\begin{aligned} H_y^{\text{bnd}} &= \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L G(r_{is}) \frac{\partial G(r)}{\partial z} dy' \right\} \\ &= \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} \right) (z - z') dy' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

$$\begin{aligned} H_z^{\text{bnd}} &= \sum_{i=0,m} \left\{ - \int_L G(r_{is}) \frac{\partial G(r)}{\partial x} dx' - \int_L G(r_{is}) \frac{\partial G(r)}{\partial y} dy' \right\} \\ &= \sum_{i=0,m} \left\{ \int_L \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{jk}{r} \right) (x - x') dx' \right. \\ &\quad \left. + \int_L \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{jk}{r} \right) (y - y') dy' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

と求まる.

そして, 散乱電界  $\mathbf{E}^{\text{S}}$  について求める.

まず, 鏡像近似による項から導出する.

鏡像近似による散乱電界項  $\mathbf{E}$  の一般式は以下の式になる.

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -j\omega(1 + k^{-2}\nabla\nabla\cdot)\mu \sum_{i=0,m} \left\{ -q_i \frac{\mathbf{P}_i}{j\omega} G(r_i) \right\} \\ &= j\omega\mu \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\mathbf{P}_i}{j\omega} \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} \right\} + \frac{j}{\omega\epsilon} (\nabla\nabla\cdot) \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\mathbf{P}_i}{j\omega} G(r_i) \right\} \\ &= j\omega\mu \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\mathbf{P}_i}{j\omega} \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} \right\} + \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_{i=0,m} q_i \nabla \{ \nabla G(r_i) \cdot \frac{\mathbf{P}_i}{j\omega} \} \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

この一般式 (B.25) から, おのおのの成分を求める.

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\partial^2 G(r_i)}{\partial x \partial z} \right\} \\ &= \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_0 \left( \frac{3}{r_0^5} + \frac{3jk}{r_0^4} - \frac{k^2}{r_0^3} \right) \exp(-jkr_0) x(z - h) \\ &\quad + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_m \left( \frac{3}{r_m^5} + \frac{3jk}{r_m^4} - \frac{k^2}{r_m^3} \right) \exp(-jkr_m) x(z + h) \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

$$\begin{aligned}
 E_y &= \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_{i=0,m} \{q_i \frac{\partial^2 G(r_i)}{\partial y \partial z}\} \\
 &= \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_0 \left( \frac{3}{r_0^5} + \frac{3jk}{r_0^4} - \frac{k^2}{r_0^3} \right) \exp(-jkr_0) y(z-h) \\
 &\quad + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_m \left( \frac{3}{r_m^5} + \frac{3jk}{r_m^4} - \frac{k^2}{r_m^3} \right) \exp(-jkr_m) y(z+h) \quad (B.27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_z &= j\omega\mu \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} \right\} + \frac{j}{\omega} \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\partial^2 G(r_i)}{\partial^2 z} \right\} \\
 &= \frac{j\omega\mu}{4\pi r_0} q_0 \exp(-jkr_0) + \frac{j\omega\mu}{4\pi r_m} q_m \exp(-jkr_m) \\
 &\quad + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_0 \left( \frac{3}{r_0^5} + \frac{3jk}{r_0^4} - \frac{k^2}{r_0^3} \right) \exp(-jkr_0) (z-h)^2 \\
 &\quad + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_m \left( \frac{3}{r_m^5} + \frac{3jk}{r_m^4} - \frac{k^2}{r_m^3} \right) \exp(-jkr_m) (z+h)^2 \\
 &\quad + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_0 \left( -\frac{1}{r_0^3} - \frac{jk}{r_0^2} \right) \exp(-jkr_0) \\
 &\quad + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_m \left( -\frac{1}{r_m^3} - \frac{jk}{r_m^2} \right) \exp(-jkr_m) \quad (B.28)
 \end{aligned}$$

となる.

次に, 境界回折波項  $\mathbf{E}^{\text{bd}}$  について求める.  $\mathbf{E}^{\text{bd}}$  の一般式を書くと,

$$\mathbf{E}^{\text{bd}} = \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_{i=0,m} p_z \int_L \nabla[(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_z \quad (B.29)$$

となる.

この一般式 (B.29) の積分中の  $[(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_z$  の展開方法について書く.

$$[(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_z = \frac{\partial W_x}{\partial z} dx' + \frac{\partial W_y}{\partial z} dy' \quad (B.30)$$

従って,

$$\nabla[(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_z = \nabla \left( \frac{\partial W_x}{\partial z} dx' + \frac{\partial W_y}{\partial z} dy' \right) \quad (B.31)$$

この結果 (B.31) を用いる.

境界回折波項  $E^{\text{bd}}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $E_x^{\text{bd}}$ ,  $E_y^{\text{bd}}$ ,  $E_z^{\text{bd}}$  すると,

$$\begin{aligned}
E_x^{\text{bd}} &= \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_{i=0,m} p_z \int_L \nabla[(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_z \\
&= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left( \frac{\partial^2 W_{0x}}{\partial x \partial z} dx' + \frac{\partial^2 W_{0y}}{\partial x \partial z} dy' \right) + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left( \frac{\partial^2 W_{mx}}{\partial x \partial z} dx' + \frac{\partial^2 W_{my}}{\partial x \partial z} dy' \right) \\
&= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (x - x') - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{0s} - x' \right) \right\} \right. \\
&\quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') (-hy + hy' - y'z + yz') \right. \\
&\quad \left. \left. - y' - \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \right\} \right. \\
&\quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{0s})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \\
&\quad \times \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (x - x')(z - z') (-hy + hy' - y'z + y'z') \right. \\
&\quad + \frac{-h(y - y') - y'(z - z')}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left( \frac{x - x'}{r} r_{0s} - x' \right) \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \\
&\quad \left. \left. + \frac{-h(y - y') - y'(z - z')}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \frac{(z - z')(x - x')}{r^3} r_{0s} \right\} \right] dx' \\
&+ \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (x - x') - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{0s} - x' \right) \right\} \right. \\
&\quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') (hx - hx' + x'z - x'z') \right. \\
&\quad \left. \left. + x' - \frac{hx - hx' + x'z - x'z'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \right\} \right. \\
&\quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{0s})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \\
&\quad \times \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (x - x')(z - z') (hx - hx' + x'z - x'z') \right. \\
&\quad + h \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') - \frac{h}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \\
&\quad + \frac{h(x - x') + x'(z - z')}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left( \frac{x - x'}{r} r_{0s} - x' \right) \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \\
&\quad \left. \left. + r_{0s} \frac{(hx - hx' + x'z - x'z')(x - x')(y - y')}{r^3 (r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})} \right\} \right] dy'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(r_{ms})G(r)}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (x - x') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \right\} \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') (hy - hy' - y'z + yz') \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - y' - \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right\} \right. \\
 & \quad + \frac{G(r)G(r_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \\
 & \quad \times \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (x - x') (z - z') (hy - hy' - y'z + y'z') \right. \\
 & \quad + \frac{h(y - y') - y'(z - z')}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \\
 & \quad \left. \left. + \frac{h(y - y') - y'(z - z')}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \frac{(z - z')(x - x')}{r^3} r_{ms} \right\} \right] dx' \\
 & + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(r_{ms})G(r)}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (x - x') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \right\} \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') (-hx + hx' + x'z - x'z') \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. + x' - \frac{-hx + hx' + x'z - x'z'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right\} \right. \\
 & \quad + \frac{G(r)G(r_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \\
 & \quad \times \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (x - x') (z - z') (-hx + hx' + x'z - x'z') \right. \\
 & \quad - h \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') + \frac{h}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \\
 & \quad + \frac{-h(x - x') + x'(z - z')}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \\
 & \quad \left. \left. + r_{ms} \frac{(-hx + hx' + x'z - x'z')(x - x')(y - y')}{r^3 (r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} \right] dy' \\
 \end{aligned} \tag{B.32}$$

$$\begin{aligned}
E_y^{\text{bd}} &= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left( \frac{\partial^2 W_{0x}}{\partial y \partial z} dx' + \frac{\partial^2 W_{0y}}{\partial y \partial z} dy' \right) + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left( \frac{\partial^2 W_{\text{mx}}}{\partial y \partial z} dx' + \frac{\partial^2 W_{\text{my}}}{\partial y \partial z} dy' \right) \\
&= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right\} \right. \\
&\quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') (-hy + hy' - y'z + yz') \right. \\
&\quad \left. \left. - y' - \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \right\} \right. \\
&\quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{0s})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \\
&\quad \times \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (y - y') (z - z') (-hy + hy' - y'z + y'z') \right. \\
&\quad + \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') h + \frac{h}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \\
&\quad + \frac{-h(y - y') - y'(z - z')}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \\
&\quad \left. \left. + \frac{-h(y - y') - y'(z - z')}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \frac{(z - z')(y - y')}{r^3} r_{0s} \right\} dx' \right. \\
&\quad + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right\} \right. \\
&\quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') (hx - hx' + x'z - x'z') \right. \\
&\quad \left. \left. + x' - \frac{hx - hx' + x'z - x'z'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \right\} \right. \\
&\quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{0s})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} (hx - hx' + x'z - x'z') \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (y - y') (z - z') \right. \\
&\quad + \frac{1}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \\
&\quad \left. \left. + r_{0s} \frac{(z - z')(y - y')}{r^3 (r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})} \right\} dy' \right.
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right\} \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') (hy - hy' - y'z + yz') \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - y' - \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right\} \right. \\
 & \quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \\
 & \quad \times \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (y - y') (z - z') (hy - hy' - y'z + y'z') \right. \\
 & \quad \quad \left. - \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') h - \frac{h}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right. \\
 & \quad \quad \left. + \frac{h(y - y') - y'(z - z')}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} - h \right) \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. + \frac{r_{ms}(hy - hy' - y'z + y'z')(y - y')(z - z')}{r^3 (r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} dx' \right. \\
 & + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right\} \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') (-hx + hx' + x'z - x'z') \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. + x' - \frac{-hx + hx' + x'z - x'z'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right\} \right. \\
 & \quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} (-hx + hx' + x'z - x'z') \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (y - y') (z - z') \right. \\
 & \quad \quad \left. + \frac{1}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. + r_{ms} \frac{(z - z')(y - y')}{r^3 (r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} dy' \right.
 \end{aligned}$$

(B.33)

$$\begin{aligned}
E_z^{\text{bd}} &= j\omega\mu \int_L (W_{0x}dx' + W_{0y}dy') + j\omega\mu \int_L (W_{mx}dx' + W_{my}dy') \\
&+ \frac{j}{\omega\mu} \int_L \left( \frac{\partial^2 W_{0x}}{\partial^2 z} dx' + \frac{\partial^2 W_{0y}}{\partial^2 z} dy' \right) + \frac{j}{\omega\mu} \int_L \left( \frac{\partial^2 W_{mx}}{\partial^2 z} dx' + \frac{\partial^2 W_{my}}{\partial^2 z} dy' \right) \\
&= j\omega\mu \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \{-h(y - y') - y'(z - z')\} dx' \\
&+ j\omega\mu \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \{h(x - x') + x'(z - z')\} dy' \\
&+ \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z') - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{0s} + h\right) \right\} \right. \\
&\quad \times \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z')(-hy + hy' - y'z + yz') \right. \\
&\quad \left. \left. - y' - \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{0s} + h\right) \right\} \right. \\
&\quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{0s})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \\
&\quad \times \left\{ \left(\frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3}\right)(z - z')^2(-hy + hy' - y'z + y'z') \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(-hy + hy' - y'z + y'z') + \left(\frac{1}{r^2} + \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z')y' \right. \\
&\quad \left. + \frac{y'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{0s} + h\right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{-h(y - y') - y'(z - z')}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left(\frac{z - z'}{r} r_{0s} + h\right)^2 \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{r_{0s}(-hy + hy' - y'z + y'z')(r + z - z')(r - z + z')}{r^3(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})} \right\} \right] dx' \\
&+ \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z') - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{0s} + h\right) \right\} \right. \\
&\quad \times \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z')(hx - hx' + x'z - x'z') \right. \\
&\quad \left. \left. + x' - \frac{hx - hx' + x'z - x'z'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{0s} + h\right) \right\} \right. \\
&\quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{0s})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left(\frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3}\right)(z - z')(x'z - x'z' + hx - hx') \right. \\
&\quad \left. + \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(2x'z - 2x'z' + hx - hx') \right. \\
&\quad \left. - \frac{x'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{0s} + h\right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{x'z - x'z' + hx - hx'}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left(\frac{z - z'}{r} r_{0s} + h\right)^2 \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{r_{0s}(x'z - x'z' + hx - hx')(r + z - z')(r - z + z')}{r^3(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})} \right\} \right] dy'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + j\omega\mu \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \{h(y - y') - y'(z - z')\} dx' \\
 & + j\omega\mu \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \{-h(x - x') + x'(z - z')\} dy' \\
 & + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{ms} - h\right) \right\} \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z')(hy - hy' - y'z + yz') \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - y' - \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{ms} - h\right) \right\} \right. \\
 & \quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \\
 & \quad \times \left\{ \left(\frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3}\right)(z - z')^2 (hy - hy' - y'z + y'z') \right. \\
 & \quad \quad \left. - \left(\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(hy - hy' - y'z + y'z') + \left(\frac{1}{r^2} + \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z')y' \right. \\
 & \quad \quad \left. + \frac{y'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{ms} - h\right) \right. \\
 & \quad \quad \left. + \frac{h(y - y') - y'(z - z')}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left(\frac{z - z'}{r} r_{ms} - h\right)^2 \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - \frac{r_{ms}(hy - hy' - y'z + y'z')(r + z - z')(r - z + z')}{r^3(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} \right] dx' \\
 & + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{ms} - h\right) \right\} \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(z - z')(-hx + hx' + x'z - x'z') \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. + x' - \frac{-hx + hx' + x'z - x'z'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{ms} - h\right) \right\} \right. \\
 & \quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left(\frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3}\right)(z - z')(x'z - x'z' - hx + hx') \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. + \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(2x'z - 2x'z' - hx + hx') \right. \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - \frac{x'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{z - z'}{r} r_{ms} - h\right) \right. \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. + \frac{x'z - x'z' - hx + hx'}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left(\frac{z - z'}{r} r_{ms} - h\right)^2 \right. \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - \frac{r_{ms}(x'z - x'z' - hx + hx')(r + z - z')(r - z + z')}{r^3(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} \right] dy'
 \end{aligned}
 \tag{B.34}$$

さらにここで、境界法線回折波項  $\mathbf{E}^{\text{bnd}}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $E_x^{\text{bnd}}$ ,  $E_y^{\text{bnd}}$ ,  $E_z^{\text{bnd}}$  とすると,

$\mathbf{E}^{\text{bnd}}$  の一般式は次のようになる.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{\text{bnd}} = \sum_{i=0,m} [-j\omega\mu \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r})\mathbf{G}(\mathbf{r}_{is})\mathbf{n} \times d\mathbf{l}' \\ + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{is}) \{ \frac{\partial}{\partial y} \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) dx' - \frac{\partial}{\partial x} \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}) dy' \}] \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

この一般式 (B.35) から  $\mathbf{E}^{\text{bnd}}$  のおのおのの成分を求める.

$$\begin{aligned} E_x^{\text{bnd}} \\ = \sum_{i=0,m} [-j\omega\mu \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r})\mathbf{G}(\mathbf{r}_{is}) dy' + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{is}) \{ \frac{\partial^2 \mathbf{G}(\mathbf{r})}{\partial y \partial x} dx' - \frac{\partial^2 \mathbf{G}(\mathbf{r})}{\partial x^2} dy' \}] \\ = \sum_{i=0,m} [-j\omega\mu \int_L \frac{\exp(-jk r)}{4\pi r} \frac{\exp(-jk r_{is})}{4\pi r_{is}} dy' \\ + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\exp(-jk r)}{4\pi} \frac{\exp(-jk r_{is})}{4\pi r_{is}} (\frac{3}{r^5} + \frac{3jk}{r^4} - \frac{k^2}{r^3})(y-y')(x-x') dx' \\ - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\exp(-jk r)}{4\pi} \frac{\exp(-jk r_{is})}{4\pi r_{is}} \{ (\frac{3}{r^5} + \frac{3jk}{r^4} - \frac{k^2}{r^3})(x-x')^2 + (-\frac{1}{r^3} - \frac{jk}{r^2}) \} dy'] \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

$$\begin{aligned} E_y^{\text{bnd}} \\ = \sum_{i=0,m} [-j\omega\mu \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r})\mathbf{G}(\mathbf{r}_{is}) dx' + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \mathbf{G}(\mathbf{r}_{is}) \{ \frac{\partial^2 \mathbf{G}(\mathbf{r})}{\partial^2 y} dx' - \frac{\partial^2 \mathbf{G}(\mathbf{r})}{\partial x \partial y} dy' \}] \\ = \sum_{i=0,m} [-j\omega\mu \int_L \frac{\exp(-jk r)}{4\pi r} \frac{\exp(-jk r_{is})}{4\pi r_{is}} dx' \\ - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\exp(-jk r)}{4\pi} \frac{\exp(-jk r_{is})}{4\pi r_{is}} (\frac{3}{r^5} + \frac{3jk}{r^4} - \frac{k^2}{r^3})(y-y')(x-x') dy' \\ + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\exp(-jk r)}{4\pi} \frac{\exp(-jk r_{is})}{4\pi r_{is}} \{ (\frac{3}{r^5} + \frac{3jk}{r^4} - \frac{k^2}{r^3})(y-y')^2 + (-\frac{1}{r^3} - \frac{jk}{r^2}) \} dx'] \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

$$\begin{aligned}
 E_z^{\text{bnd}} &= \sum_{i=0, \text{m}} \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L G(r_{0s}) \left\{ \frac{\partial^2 G(r)}{\partial y \partial z} dx' - \frac{\partial^2 G(r)}{\partial x \partial z} dy' \right\} \\
 &= \sum_{i=0, \text{m}} \left\{ \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi} \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} \left( \frac{3}{r^5} + \frac{3jk}{r^4} - \frac{k^2}{r^3} \right) (y - y')(z - z') dx' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi} \frac{\exp(-jkr_{is})}{4\pi r_{is}} \left( \frac{3}{r^5} + \frac{3jk}{r^4} - \frac{k^2}{r^3} \right) (z - z')(x - x') dy' \right\} \quad (\text{B.38})
 \end{aligned}$$

ただし、 $W_x$ ,  $W_y$  はそれぞれ、 $\mathbf{w}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})$  の  $x$  成分,  $y$  成分を表すものとした。同様に、 $\mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})$  の  $z$  成分を  $W_z$  と表記した。

## 付録 C

# 波源が導体板と水平に置かれた場合のベクトルポテンシャル及び電磁界の式の導出

波源が導体板と水平な場合について考える。

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i = 0 \quad (\text{C.1})$$

となるため、散乱波のベクトルポテンシャルは鏡像近似による項と境界回折波による項のみが残る。そのため、散乱電磁界についても、鏡像近似による項と境界回折波による項のみが残る。

ベクトルポテンシャルの展開式を求める。

まず、鏡像近似による項について求めてみる。鏡像近似によるベクトルポテンシャル項  $A^S$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $A_x^S$ ,  $A_y^S$ ,  $A_z^S$  とすると,

$$A_x^S = 0 \quad (\text{C.2})$$

$$A_y^S = -\mu_0 \frac{\exp(-jk r_0)}{4\pi r_0} + \mu_0 \frac{\exp(-jk r_m)}{4\pi r_m} \quad (\text{C.3})$$

$$A_z^S = 0 \quad (\text{C.4})$$

となる。

次に、境界回折波による項について求める。境界回折波によるベクトルポテンシャル項

$A^{\text{bd}}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $A_x^{\text{bd}}$ ,  $A_y^{\text{bd}}$ ,  $A_z^{\text{bd}}$  とすると,

$$A_x^{\text{bd}} = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$\begin{aligned} A_y^{\text{bd}} = & \mu \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{0s})}{4\pi r_{0s}} \frac{h(y-y') + y'(z-z')}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} dx' \\ & - \mu \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{0s})}{4\pi r_{0s}} \frac{h(x-x') + x'(z-z')}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} dy' \\ & + \mu \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{ms})}{4\pi r_{ms}} \frac{h(y-y') - y'(z-z')}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} dx' \\ & - \mu \int_L \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \frac{\exp(-jkr_{ms})}{4\pi r_{ms}} \frac{-h(x-x') + x'(z-z')}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} dy' \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

$$A_z^{\text{bd}} = 0 \quad (\text{C.7})$$

そして, 散乱磁界の展開式を求める.

鏡像近似による散乱磁界項  $\mathbf{H}_i$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$  とすると,

$$\begin{aligned} H_x = & \frac{\exp(-jkr_0)}{4\pi} \left( -\frac{1}{r_0^3} - \frac{jk}{r_0^2} \right) (z-h) \\ & + \frac{\exp(-jkr_m)}{4\pi} \left( \frac{1}{r_m^3} + \frac{jk}{r_m^2} \right) (z+h) \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

$$H_y = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} H_z = & \frac{\exp(-jkr_0)}{4\pi} \left( \frac{1}{r_0^3} + \frac{jk}{r_0^2} \right) x \\ & + \frac{\exp(-jkr_m)}{4\pi} \left( -\frac{1}{r_m^3} - \frac{jk}{r_m^2} \right) x \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

続いて, 境界回折波による項について求める. 境界回折波による散乱磁界項  $\mathbf{H}_i^{\text{bd}}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $H_x^{\text{bd}}$ ,  $H_y^{\text{bd}}$ ,  $H_z^{\text{bd}}$  とすると,

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_x^{\text{bd}} &= \mathbf{H}_{0x}^{\text{bd}} + \mathbf{H}_{mx}^{\text{bd}} \\
&= \int_L \left( \frac{\partial W_{0x}}{\partial z} dx' + \frac{\partial W_{0y}}{\partial z} dy' \right) - \int_L \left( \frac{\partial W_{mx}}{\partial z} dx' + \frac{\partial W_{my}}{\partial z} dy' \right) \\
&= \int_L \frac{G(r)G(r_{0s})}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (z - z') \right) (-hy + hy' - y'z + y'z') \right. \\
&\quad \left. - y' - \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \right\} dx' \\
&\quad + \int_L \frac{G(r)G(r_{0s})}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (z - z') \right) (hx - hx' + x'z - x'z') \right. \\
&\quad \left. + x' - \frac{hx - hx' + x'z - x'z'}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \right\} dy' \\
&\quad - \int_L \frac{G(r)G(r_{ms})}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (z - z') \right) (hy - hy' - y'z + y'z') \right. \\
&\quad \left. - y' - \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right\} dx' \\
&\quad - \int_L \frac{G(r)G(r_{ms})}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (z - z') \right) (-hx + hx' + x'z - x'z') \right. \\
&\quad \left. + x' - \frac{-hx + hx' + x'z - x'z'}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right\} dy'
\end{aligned} \tag{C.11}$$

$$\mathbf{H}_y^{\text{bd}} = 0 \tag{C.12}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_z^{\text{bd}} &= \mathbf{H}_{0z}^{\text{bd}} + \mathbf{H}_{mz}^{\text{bd}} \\
&= - \int_L \left( \frac{\partial W_{0x}}{\partial x} dx' + \frac{\partial W_{0y}}{\partial x} dy' \right) + \int_L \left( \frac{\partial W_{mx}}{\partial x} dx' + \frac{\partial W_{my}}{\partial x} dy' \right) \\
&= - \int_L \frac{G(r)G(r_{0s})}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (x - x') \right) (-hy + hy' - y'z + y'z') \right. \\
&\quad \left. - \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{0s} - x' \right) \right\} dx' \\
&\quad - \int_L \frac{G(r)G(r_{0s})}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (x - x') \right) (hx - hx' + x'z - x'z') \right. \\
&\quad \left. + h - \frac{hx - hx' + x'z - x'z'}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{0s} - x' \right) \right\} dy' \\
&\quad + \int_L \frac{G(r)G(r_{ms})}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (x - x') \right) (hy - hy' - y'z + y'z') \right. \\
&\quad \left. - \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \right\} dx' \\
&\quad + \int_L \frac{G(r)G(r_{ms})}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{\mathbf{jk}}{r} (x - x') \right) (-hx + hx' + x'z - x'z') \right. \\
&\quad \left. - h - \frac{-hx + hx' + x'z - x'z'}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \right\} dy'
\end{aligned} \tag{C.13}$$



さらに、散乱電界を求める。

鏡像近似による散乱電界項  $\mathbf{E}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $E_x, E_y, E_z$  とする。

鏡像近似による散乱電界項  $\mathbf{E}$  の一般式は以下の式になる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E} &= -j\omega(1 + k^{-2}\nabla\nabla\cdot)\mu \sum_{i=0,m} \left\{ -q_i \frac{\mathbf{P}_i}{j\omega} G(r_i) \right\} \\
 &= j\omega\mu \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \mathbf{P}_i \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} \right\} + \frac{j}{\omega\epsilon} (\nabla\nabla\cdot) \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \frac{\mathbf{P}_i}{j\omega} G(r_i) \right\} \\
 &= j\omega\mu \sum_{i=0,m} \left\{ q_i \mathbf{P}_i \frac{\exp(-jkr_i)}{4\pi r_i} \right\} + \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_i q_i \nabla \{ \nabla G(r_i) \cdot \frac{\mathbf{P}_i}{j\omega} \} \quad (C.14)
 \end{aligned}$$

この一般式 (C.14) から, おおのこの成分を求める。

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{j}{\omega\epsilon} q_0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial G(r_0)}{\partial y} \right\} - \frac{j}{\omega\epsilon} q_m \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial G(r_m)}{\partial y} \right\} \\
 &= \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_0 \left( \frac{3}{r_0^5} + \frac{3jk}{r_0^4} - \frac{k^2}{r_0^3} \right) \exp(-jkr_0) xy \\
 &\quad - \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_m \left( \frac{3}{r_m^5} + \frac{3jk}{r_m^4} - \frac{k^2}{r_m^3} \right) \exp(-jkr_m) xy \quad (C.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_y &= j\omega\mu q_0 \frac{\exp(-jkr_0)}{4\pi r_0} - j\omega\mu q_m \frac{\exp(-jkr_m)}{4\pi r_m} \\
 &\quad + \frac{j}{\omega\epsilon} q_0 \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial G(r_0)}{\partial y} \right\} - \frac{j}{\omega\epsilon} q_m \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial G(r_m)}{\partial y} \right\} \\
 &= \frac{j\omega\mu}{4\pi r_0} q_0 \exp(-jkr_0) - \frac{j\omega\mu}{4\pi r_m} q_m \exp(-jkr_m) \\
 &\quad + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_0 \left\{ \left( \frac{3}{r_0^5} + \frac{3jk}{r_0^4} - \frac{k^2}{r_0^3} \right) \exp(-jkr_0) y^2 \right. \\
 &\quad \quad \left. + \left( -\frac{1}{r_0^3} - \frac{jk}{r_0^2} \right) \exp(-jkr_0) \right\} \\
 &\quad - \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_m \left\{ \left( \frac{3}{r_m^5} + \frac{3jk}{r_m^4} - \frac{k^2}{r_m^3} \right) \exp(-jkr_m) y^2 \right. \\
 &\quad \quad \left. + \left( -\frac{1}{r_m^3} - \frac{jk}{r_m^2} \right) \exp(-jkr_m) \right\} \quad (C.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_z &= \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_i q_i \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial G(r_i)}{\partial y} \right\} \\
&= \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_0 \left( \frac{3}{r_0^5} + \frac{3jk}{r_0^4} - \frac{k^2}{r_0^3} \right) \exp(-jkr_0) y(z-h) \\
&\quad + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} q_m \left( \frac{3}{r_m^5} + \frac{3jk}{r_m^4} - \frac{k^2}{r_m^3} \right) \exp(-jkr_m) y(z+h) \quad (C.17)
\end{aligned}$$

となる。

続いて、境界回折波による項について求める。境界回折波による散乱電界項  $\mathbf{E}^{\text{bd}}$  の  $x$  成分,  $y$  成分,  $z$  成分をそれぞれ,  $E_x^{\text{bd}}$ ,  $E_y^{\text{bd}}$ ,  $E_z^{\text{bd}}$  とする。

境界回折波による散乱電界項  $\mathbf{E}^{\text{bd}}$  の一般式は以下の式になる。

$$\mathbf{E}^{\text{bd}} = \frac{j}{\omega\epsilon} \sum_{i=0,m} p_y \int_L \nabla[(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{is})\}]_y \quad (C.18)$$

$$\begin{aligned}
E_x^{\text{bd}} &= \frac{j}{\omega\epsilon} p_0 \int_L \nabla[(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{0s}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{0s})\}]_y \\
&\quad + \frac{j}{\omega\epsilon} p_m \int_L \nabla[(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ms}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ms})\}]_y \\
&= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\partial}{\partial x} [(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{0s}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{0s})\}]_y \\
&\quad - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\partial}{\partial x} [(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ms}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ms})\}]_y \\
&= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial W_{0x}}{\partial y} dx' \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial W_{0y}}{\partial y} dy' \right) \right\} \\
&\quad - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial W_{mx}}{\partial y} dx' \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial W_{my}}{\partial y} dy' \right) \right\} \\
&= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{G(r_{0s})G(r)}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left[ \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} \right) (x-x') - \frac{1}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{x-x'}{r} r_{0s} - x' \right) \right\} \right. \\
&\quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} \right) (y-y') (-hy + hy' - y'z + y'z') - h \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y-y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right\} \right. \\
&\quad \left. + (-hy + hy' - y'z + y'z') \left\{ \left( \frac{2}{r^2} + \frac{jk}{r^3} \right) (x-x')(y-y') \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{x-x'}{r} r_{0s} - x' \right) \left( \frac{y-y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{r_{0s}(x-x')(y-y')}{r^3(rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})} \right\} \right] dx'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(r_{0s})G(r)}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (x - x') - \frac{1}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{0s} - x' \right) \right\} \right. \\
 & \quad \times (x'z - x'z' + hx - hx') \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - \frac{1}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right\} \right. \\
 & \quad + \frac{G(r_{0s})G(r)}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (x - x')(y - y')(x'z - x'z' + hx - hx') \right. \\
 & \quad + \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y')h - \frac{h}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \\
 & \quad + \frac{x'z - x'z' + hx - hx'}{(rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left( \frac{x - x'}{r} r_{0s} - x' \right) \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \\
 & \quad \left. \left. + \frac{r_{0s}(x'z - x'z' + hx - hx')(x - x')(y - y')}{r^3(rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})} \right\} \right] dy' \\
 & - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{G(r_{ms})G(r)}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left[ \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (x - x') - \frac{1}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \right\} \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y')(hy - hy' - y'z + y'z') + h \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right\} \right. \\
 & \quad + (hy - hy' - y'z + y'z') \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (x - x')(y - y') \right. \\
 & \quad + \frac{1}{rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \\
 & \quad \left. \left. + \frac{r_{ms}(x - x')(y - y')}{r^3(rr_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} \right] dx'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (x - x') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \right\} \right. \\
& \times (x'z - x'z' - hx + hx') \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right\} \right. \\
& + \frac{G(\mathbf{r}_{ms})G(\mathbf{r})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (x - x')(y - y')(x'z - x'z' - hx + hx') \right. \\
& + \left( \frac{1}{r^2} \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y')h + \frac{h}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \\
& + \frac{x'z - x'z' - hx + hx'}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left( \frac{x - x'}{r} r_{ms} - x' \right) \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \\
& \left. \left. + \frac{r_{ms}(x'z - x'z' - hx + hx')(x - x')(y - y')}{r^3(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} \right] dy'
\end{aligned}$$

(C.19)

$$\begin{aligned}
 E_y^{\text{bd}} &= j\omega\mu \int_L (W_{0x}dx' + W_{0y}dy') - j\omega\mu \int_L (W_{mx}dx' + W_{my}dy') \\
 &+ \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial W_{0x}}{\partial y} dx' \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial W_{0y}}{\partial y} dy' \right) \right\} \\
 &- \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial W_{mx}}{\partial y} dx' \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial W_{my}}{\partial y} dy' \right) \right\} \\
 &\equiv j\omega\mu \int_L \frac{G(r_{0s})G(r)}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} (-hy + hy' - y'z + y'z') dx' \\
 &+ \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{G(r_{0s})G(r)}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left[ \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') - \frac{1}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right. \right. \\
 &\times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') (-hy + hy' - y'z + y'z') - h \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right\} \right. \\
 &+ \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (y - y')^2 (-hy + hy' - y'z + y'z') \right. \\
 &+ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (-2hy + 2hy' - y'z + y'z') \\
 &+ \frac{h}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \\
 &+ \frac{1}{(rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right)^2 \\
 &\left. \left. - \frac{r_{0s} (-hy + hy' - y'z + y'z')}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( -\frac{y - y'}{r^2} \frac{y - y'}{r} + \frac{1}{r} \right) \right\} \right] dx'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + j\omega\mu \int_L \frac{G(r)G(r_{0s})}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} (x'z - x'z' + hx - hx') dy' \\
& + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(r)G(r_{0s})}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} (x'z - x'z' + hx - hx') \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(y - y') \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{1}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{y - y'}{r} r_{0s} - y'\right) \right\} \right. \\
& \quad \times \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(y - y') - \frac{1}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{y - y'}{r} r_{0s} - y'\right) \right\} \\
& \quad + \frac{G(r)G(r_{0s})}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} (x'z - x'z' + hx - hx') \\
& \quad \times \left\{ \left(\frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3}\right)(y - y')^2 + \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{(rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left(\frac{y - y'}{r} r_{0s} - y'\right)^2 \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{r_{0s}}{rr_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left(\frac{1}{r} - \frac{y - y'}{r^2} \times \frac{y - y'}{r}\right) \right\} \right] dy'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -j\omega\mu \int_L \frac{G(r_{ms})G(r)}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} (hy - hy' - y'z + y'z') dx' \\
 & - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{G(r_{ms})G(r)}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left[ \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right. \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') (hy - hy' - y'z + y'z') + h \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. - \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right\} \right. \\
 & \quad + \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (y - y')^2 (hy - hy' - y'z + y'z') \right. \\
 & \quad + \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (2hy - 2hy' - y'z + y'z') \\
 & \quad - \frac{h}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \\
 & \quad + \frac{1}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right)^2 \\
 & \quad \left. \left. - \frac{r_{ms} (hy - hy' - y'z + y'z')}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( -\frac{y - y'}{r^2} \frac{y - y'}{r} + \frac{1}{r} \right) \right\} \right] dx'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -j\omega\mu \int_L \frac{G(r)G(r_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} (x'z - x'z' - hx + hx') dy' \\
& - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(r)G(r_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} (x'z - x'z' - hx + hx') \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(y - y') \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{y - y'}{r} r_{ms} - y'\right) \right\} \right. \\
& \quad \times \left\{ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right)(y - y') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{y - y'}{r} r_{ms} - y'\right) \right\} \\
& \quad + \frac{G(r)G(r_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} (x'z - x'z' - hx + hx') \\
& \quad \times \left\{ \left(\frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3}\right)(y - y')^2 + \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r}\right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left(\frac{y - y'}{r} r_{ms} - y'\right)^2 \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{r_{ms}}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left(\frac{1}{r} - \frac{y - y'}{r^2} \times \frac{y - y'}{r}\right) \right\} \right] dy' \tag{C.20}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 E_z^{\text{bd}} &= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\partial}{\partial z} [(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{0s}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{0s})\}]_y \\
 &\quad - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{\partial}{\partial z} [(d\mathbf{l}' \cdot \nabla) \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ms}) + d\mathbf{l}' \times \{\nabla \times \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ms})\}]_y \\
 &= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial W_{0x}}{\partial y} dx' \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial W_{0y}}{\partial y} dy' \right) \right\} \\
 &\quad - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial W_{mx}}{\partial y} dx' \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial W_{my}}{\partial y} dy' \right) \right\} \\
 &= \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{G(\mathbf{r}_{0s})G(\mathbf{r})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \right\} \\
 &\quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') (-hy + hy' - y'z + y'z') - h \right. \\
 &\quad \left. - \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right\} \\
 &\quad + \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (z - z') (y - y') (-hy + hy' - y'z + y'z') \right. \\
 &\quad + \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') y' + \frac{y'}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \\
 &\quad + \frac{-hy + hy' - y'z + y'z'}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \\
 &\quad \left. + \frac{r_{0s}(z - z')(y - y')}{r^3(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})} \right\} dx'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(r)G(r_{0s})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \right\} \right. \\
& \quad \times (x'z - x'z' + hx - hx') \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \right\} \\
& \quad + \frac{G(r)G(r_{0s})}{r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s}} (x'z - x'z' + hx - hx') \\
& \quad \times \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (z - z') (y - y') - \frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right. \\
& \quad + \frac{1}{(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})^2} \left( \frac{z - z'}{r} r_{0s} + h \right) \left( \frac{y - y'}{r} r_{0s} - y' \right) \\
& \quad \left. \left. + \frac{r_{0s}(z - z')(y - y')}{r^3(r r_{0s} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{0s})} \right\} \right] dy' \\
& - \frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \frac{G(r_{ms})G(r)}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left[ \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right\} \right. \\
& \quad \times \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') (hy - hy' - y'z + y'z') + h \right. \\
& \quad \left. - \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right\} \\
& \quad + \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (z - z') (y - y') (hy - hy' - y'z + y'z') \right. \\
& \quad + \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') y' + \frac{y'}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \\
& \quad + \frac{hy - hy' - y'z + y'z'}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \\
& \quad \left. \left. + \frac{r_{ms}(z - z')(y - y')}{r^3(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} \right] dx'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{j}{\omega\epsilon} \int_L \left[ \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (z - z') - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \right\} \right. \\
 & \quad \times (x'z - x'z' - hx + hx') \left\{ \left( -\frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right) (y - y') \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{1}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \right\} \right. \\
 & \quad + \frac{G(\mathbf{r})G(\mathbf{r}_{ms})}{r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms}} (x'z - x'z' - hx + hx') \\
 & \quad \times \left\{ \left( \frac{2}{r^4} + \frac{j\mathbf{k}}{r^3} \right) (z - z')(y - y') - \frac{1}{r^2} - \frac{j\mathbf{k}}{r} \right. \\
 & \quad + \frac{1}{(r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})^2} \left( \frac{z - z'}{r} r_{ms} - h \right) \left( \frac{y - y'}{r} r_{ms} - y' \right) \\
 & \quad \left. \left. + \frac{r_{ms}(z - z')(y - y')}{r^3 (r r_{ms} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{ms})} \right\} \right] dy'
 \end{aligned}
 \tag{C.21}$$

# 謝辞

本研究は、慶應義塾大学理工学部電子工学科徳丸研究室にて行われたものであります。

慶應義塾大学理工学部電子工学科の徳丸仁教授が本年度途中にて、ご逝去されましたことは、誠に残念であり、ご冥福をお祈りします。

本研究を進めるにあたりまして、故 徳丸仁教授より、御生前、懇切丁寧な御指導、御助言を賜りました。

私が電波工学に関する知識が少ない事に十分配慮をしたご指導を頂き、深く感謝しております。

本論文の作成に際しまして、懇切な御指導、御助言を賜りました、慶應義塾大学理工学部電子工学科の野口晃教授には、深く感謝致します。故 徳丸仁教授が入院時及び休職時に際して、代理指導教授として、野口晃教授より有益な助言をいただきました。そして、論文作成及び論文作成以外の研究活動に必要な事や個人的な相談事にも、懇切なご助言をいただきました。中村義春教授に、深く感謝致します。また、学籍上の指導教授として、先端電気電子工学専修主任の山下久直教授には、深く感謝致します。山下久直教授よりは、論文作成のための方向性等の、御助言をいただきました。及び、電子工学科主任の小原實教授に、深く感謝致します。公聴会に際し貴重なご助言を頂きました。電子工学科の黒田忠広教授には深く感謝致します。また、公聴会での貴重なご助言を頂き、論文作成方法に関しまして、貴重なご助言及びご指導を頂きました。電子工学科の中野誠彦助教授に深く感謝致します。

そして、計算機の使用をはじめ、研究室において、様々な協力をして頂きました。徳丸研究室の皆様に深く感謝いたします。

また、徳丸研究室の卒業生、稲川哲浩氏には、深く感謝致します。

## 参考文献

- [1] 伊藤 敬義, Cui Suo Min, 安藤 真, ”パラボラアンテナの放射の物理光学法による可視化と光線理論の限界について”, 電子情報通信学会技術研究報告, アンテナ伝播, Vol. AP99-41, No.115, pp.43-50, June 1999
- [2] 長谷部 望, ”電波工学”, コロナ社, 1995
- [3] 徳丸 仁, ”基礎電磁波”, 第 4 章, 森北出版株式会社, 1992
- [4] 後藤 尚久, 新井 宏之, ”電波工学”, 株式会社昭晃堂, 1992
- [5] S. Silver, “Microwave antenna theory and design”, chap. 5, Boston tech. pub. (1964)
- [6] 山下 栄吉 (編), ”電磁波問題解析の実際”, 第四章, 電子情報通信学会 (1993)
- [7] M. Ando and M. Oodo, ”Physical Optics Equivalent Edge Currents for a Half Sheet and Mechanism Extraction of High Frequency Diffraction Analysis”, Electromagnetics 18, pp. 245-266, 1988.
- [8] T. Murasaki and M. Ando, ”Equivalent Edge Currents by the Modified Edge Representation Physical Optics Components”, The Transaction of the IEICE, Vol. E75-C, pp. 617-626, May 1992.
- [9] Y. Rahmat-Samil and V. Galindo-Israel, ”Shaped reflector antenna analysis using the Jacobi-Bessel series”, IEEE Transactions on antenna and propagation, vol. AP-28, no. 4, pp. 425-435, July 1980
- [10] Warrner L. Stutzman and Gary A. Thiele, ”Antenna Theory and Design second edition”, John Wiley and Sons. Inc. , 1997
- [11] ゾンマフェルト, ”光学”, 第 6 章, 講談社, 1969
- [12] 徳丸仁, “完全導体平板の物理光学近似”, 電気学会研究会資料, 電磁界理論研究会, EMT95-23, pp.49-58, May 1995
- [13] 北方 公泰, 徳丸 仁, ”導体平板における物理光学近似と境界回折波”, 電子情報通信学会論文誌 (C-I), Vol.J82-C-I, No. 9, pp.518-524, September 1999.
- [14] A. Rubinowicz, “Ann. d. Physik”, Vol. 53, 275, 256-278 (1917).

- [15] K. Miyamoto and E. Wolf, "Generalization of the Maggi-Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave-part I", *Journal of the Optical Society of America*, vol. 52, no. 6, pp. 615-625, June 1962.
- [16] K. Miyamoto and E. Wolf, "Generalization of the Maggi-Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave-part II", *Journal of the Optical Society of America*, vol. 52, no. 6, pp. 626-637 June 1962.
- [17] F. Kottler, "Ann. d. Physik", Vol. 71, 457-508 (1923)
- [18] J. J. Bowman, "Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes", John Wiley and Sons, Inc. 1969
- [19] P. M. Johansen and O. Breinbjerg, "An exact line integral representation of the physical optics scattered field: the case of a perfectly conducting polyhedral structure illuminated by electric Herizian dipoles", *IEEE Transactions on antennas and propagation*, Vol. 43, No. 7, pp. 689-696, July 1995.
- [20] R. Meneghini, P. Shu and J. Bay, "Several Maggi-Rubinowicz representations of the electric field", *IEEE Transactions on antennas and propagation*, Vol. AP-30, No. 3, pp. 516-520, May 1982.
- [21] 村崎 勉, "物理光学積分の境界積分への変換と金属散乱問題への応用", *電子情報通信学会論文誌 (C)*, Vol.J85-C, No.4, pp.227-233, April 2002.
- [22] R. G. Kouyoumjian, "Asymptotic high-frequency methods", *Proc. IEEE*, vol. 53, pp. 864-876, 1965
- [23] 砂川 重信, "理論電磁気学", 第二章, 紀伊国屋 (1973)
- [24] A.S. Meier and W.P. Summers, "Measured Impedance of Vertical Antennas over Finite Ground Planes", *Proc. IRE*, Vol.37, pp.609-616, 1949
- [25] G.A. Thiele and T.H. Newhouse, "A Hybrid Technique for Combining Moment Methods with the Geometrical Theory of Diffraction", *IEEE Trans. Antennas Propagate*, Vol.AP-23, pp.62-69, Jan. 1975
- [26] K.H. Awadalla and T.S. Maclean, "Input Impedance of a Monopole Antenna at the Center of a Finite Ground Plane", *IEEE Trans. Antennas Propagate*, Vol.AP-26, pp.244-248, Mar. 1978
- [27] G.A. Thiele and G.K. Chan, "Application of the Hybrid Technique to Time Domain Problems", *IEEE Trans. Antennas Propagate*, Vol.AP-26, pp.151-155, Jan. 1978
- [28] K.H. Awadalla and T.S.M. Maclean, "Monopole Antenna at the Center of Circular Ground Plane: Input Impedance and Radiation Pattern", *IEEE Trans. Antennas Propagate*, Vol.AP-27, pp.151-153, Mar. 1979

- [29] J.H. Richmond and N.H. Geary, "Mutual Impedance between Coplanar-Skew Dipoles", IEEE Trans. Antennas Propagate, Vol.AP-18, pp.414-416, May 1970
- [30] J.H. Richmond and N.H. Geary, "Mutual Impedance of Nonplanar-Skew Sinusoidal Dipoles", IEEE Trans. Antennas Propagate, Vol.AP-23, pp.412-414, May 1975
- [31] J.H. Richmond and N.H. Geary, "Monopole Antenna on Circular Disk", IEEE Trans. Antennas Propagate, Vol.AP-32, pp.1282-1287, Dec. 1984
- [32] M.A. Hassan, "Solution of a Monopole Antenna over a Circular Finite Disk", 1986 International Symposium Digest Antenna and Propagation, vol.1, pp.133-136, June 1986, IEEE Catalog no.86CH2325-9
- [33] 先名 健一, 安藤 真, "場の等価定理と Maggi-Rubinowicz 変換に基づいた物理光学近似回折界の線積分表現", 電気学会研究会資料, 電磁界理論研究会, EMT-00-60, pp.81-86, October 2000
- [34] 北方 公泰, 稲川 哲浩, 徳丸 仁, "境界回折波表現を用いた円形地板上のモノポールアンテナの解析", 電子情報通信学会論文誌 B, Vol.J87-B, No.2, pp.190-198, February 2004.
- [35] Warrar L. Stutzman and Gary A. Thiele, "Antenna Theory and Design", John Wiley and Sons. Inc. pp.306-332, 1981
- [36] C.M. Butler and L.L. Tsai, "An Alternative Frill Field Formulation", IEEE Trans. Antennas Propagate, Vol. AP-21, no.5, pp.115-116, January 1973
- [37] 藤本 京平, "入門電波応用", 共立出版株式会社, 1993
- [38] 徳丸 仁, "光と電波-電磁波に学ぶ自然との対話-", 森北出版株式会社, 2000

# 本研究に関する公刊論文

## [論文誌]

[1] 北方 公泰, 徳丸 仁, "導体平板における物理光学近似と境界回折波", 電子情報通信学会論文誌 C-I, Vol. J82-C-I, No. 9, pp. 518-524, September 1999.

[2] 北方 公泰, 稲川 哲浩, 徳丸 仁, "境界回折波表現を用いた円形地板上のモノポールアンテナの解析", 電子情報通信学会論文誌 B, Vol.J87-B, No.2, pp.190-198, February 2004.