

# 主 論 文 要 旨

報告番号	① 乙 第	号	氏 名	藤 沢 潤
主 論 文 題 目 :				
Heavy Paths and Cycles in Weighted Graphs and Related Topics (重みつきグラフにおける重い道や閉路および関連する話題)				
(内容の要旨)				
<p>グラフの各辺が負でない実数（重さ）を持つものを重みつきグラフと呼ぶ。全ての辺の重さが1である重みつきグラフは一般のグラフと同様の性質を持つため、一般のグラフは重みつきグラフの特殊な場合と考えられ、逆に重みつきグラフは一般のグラフの辺の重さのバランスを崩したものとみなすことができる。このように、辺の重さが一定である場合と辺の重さのバランスを崩した時にグラフが同様の性質を持つのか、持たない場合にはどのような制約をつければ同様の性質が得られるのか、という観点のもとで重みつきグラフに関する様々な研究がなされている。本論文ではそれらの研究を発展し、また既存の研究にはない新しい観点から重みつきグラフのもつ性質を考察する。</p> <p>一般のグラフにおいて、長い閉路に関する研究はグラフ理論の中心的话题である。その中で特に、指定した点を通る長い閉路に関していくつかの研究がなされており、またそれに対応して重みつきグラフにおける指定した点を通る重い閉路に関する研究もなされている。指定した点を通る重い閉路の存在を示す上で、既存の研究では重い道の存在が利用されていたが、本論文では重い扇構造の存在が非常に有用であることを示す。この証明手法は重みつきグラフの研究において斬新なものであり、これによって既存のいくつかの定理の短い証明が得られ、さらに指定する点の数を増やしたいいくつかの新しい定理が示される。この重い扇構造の存在を示す上で、重みつきグラフの変形操作（縮約）が鍵となっている。縮約操作は一般のグラフにおいて多く用いられているが、重みつきグラフでは辺に重さが加えられているため、縮約操作において生じた多重辺をどのように処理するかという問題が生じる。本論文では、生じた多重辺の重さの和を新しい辺の重さと定義する縮約操作を導入することにより、重い扇構造の存在を示す。この操作は既存の定理にはない新しい手法であり、今後の研究において重要な役割を果たすことが期待される。</p> <p>重い閉路に関してはこの他に Bondy と Fan の結果を考察し、グラフの内周を制限することにより新しい結果を示す。さらに、Fan 型、<math>\sigma_k</math> 型と呼ばれる2つの重み次数条件に関して、辺の重さのつけ方に条件を加えた上で重い閉路の存在を示す。</p> <p>また本論文では、Dirac 型、Ore 型の2つの重み次数条件における重い道の存在に関して考察する。特に Dirac 型については指定した点を通る重い道に関しての結果が得られているが、この証明においても上に挙げた重い扇構造の存在が重要な役割を担っている。</p> <p>そして、Ramsey 問題と呼ばれる話題について、重い部分グラフの存在を考察する。Ramsey 問題は一般のグラフにおいて広く研究されているにも関わらず、重みつきグラフにおいてこの問題を扱う研究はなされていなかった。これに対し、本論文においては全く新しい概念を導入して、既存の定理を含む新しい結果を証明する。</p>				