主 論 文 要 旨

報告番号 甲乙第 号 氏名 松村 初

主論文題目:

Cycles Containing Specified Vertices and Edges and Trees with Bounded Degree in Graphs (グラフにおける指定された頂点や辺を含む閉路と次数が制限された木)

(内容の要旨)

グラフのすべての頂点を通る閉路はハミルトン閉路と呼ばれ、すべての頂点を通る道はハミルトン道と呼ばれる。ハミルトン閉路やハミルトン道に関連する研究はグラフ理論の中心的な話題であり、様々な方向への拡張が考えられている。本論文では、これらの拡張として指定された頂点や辺を含む木や閉路について考察する。

グラフ全体を頂点の交わりのないいくつかの部分グラフに分けることをグラフの分割という。ハミルトン閉路はひとつの閉路によるグラフの分割とも考えられる。ハミルトン閉路が存在するための十分条件としては Ore による次数条件がよく知られている。この条件は単に八ミルトン閉路の存在だけでなく、指定された個数の閉路によるグラフの分割の存在も示していることがのちの研究で明らかとなった。その後、あらかじめ指定された頂点をちょうど1つずつ通る閉路によるグラフの分割や、あらかじめ指定された辺をちょうど1本ずつ通る閉路によるグラフの分割に関する研究がなされた。本論文では、この2つの研究を統合し、あらかじめいくつかの頂点と辺を指定して、各閉路がちょうど1つの頂点、またはちょうど1本の辺を通るような分割を考え、最良の最小次数条件、及び次数和条件を与える。また、関連する問題として一般のグラフや2部グラフにおける指定された辺を含む短い閉路が存在するための次数条件についても考察する。

もとのグラフと同じ頂点集合を持つ木を全域木と呼ぶ。ハミルトン道は全域木であり、かつ 各頂点の次数は2以下である。この考察をもとに、ハミルトン道に関する結果を出発点として 最大次数が制限された全域木の研究が行なわれてきた。本論文では次数和条件、及び、独立数 と連結度に関する条件に着目し、いくつかの指定された頂点を次数1の頂点として含む最大次 数が制限された全域木が存在するための十分条件について考察する。

道や閉路に関する研究では、ハミルトン道やハミルトン閉路の拡張として指定された頂点をすべて通る道や閉路が研究の対象となっている。しかし、木に関する研究ではこのタイプの問題はあまり考えられていなかった。本論文ではこの考え方を木の問題にも適用し、「ある頂点集合に対し、それらの頂点をすべて含む最大次数が制限された部分木の存在」、及び「ある頂点集合に対し、それらの頂点については次数が制限されている全域木の存在」に関する次数和条件を与える。