

# 主 論 文 要 旨

報告番号	甲 乙 第	号	氏 名	友 田 敦
主 論 文 題 目 :        On a Construction of Characteristic Classes for Bundle Gerbes from the Viewpoint of Algebraic Topology (代数的位相幾何学の手法によるバンドルジャープに対する特性類の構成)				
(内容の要旨)				
<p>本論文では bundle gerbe とその特性類の構成について述べる。またそれらと関連して Seifert ホモロジー球面に関係したホモロジーハンドルのインスタントン Floer ホモロジーについて論じる。</p> <p>本論文の主題は bundle gerbe とよばれる幾何学的対象である。これは 3 次元整係数コホモロジー群の幾何学的実現を与えるものである。よく知られている事実として、1 次元整係数コホモロジー群は多様体から円周への写像のホモトピー類全体、2 次元整係数コホモロジー群は多様体上の複素線束の同型類全体と同一視できる。Bundle gerbe とはちょうどそれらの高次のアナロジーと考えられる。実際に、複素線束と非常に類似した振る舞いをする。</p> <p>歴史的に 3 次元整係数コホモロジー群の幾何学的実現は Giraud が非可換コホモロジーの研究で初めて gerbe を定式化したことに遡ることができる。その後 Brylinski がその幾何学的性質を深く調べ loop 群の中心拡大の研究に用いた。Bundle gerbe は Murray によって考案されたより具体的な幾何学的対象である。</p> <p>第 1 章では bundle gerbe の定式化の方法や特別な状況として Hitchin による gerbe の導入、端的な例として群の中心拡大に対する主束の lifting bundle gerbe を取り上げる。</p> <p>第 2 章では bundle gerbe 上の接続や curving といった幾何的な構造の性質について述べ、さらに幾何的に構成されるいくつかの bundle gerbe について解説をする。</p> <p>第 3 章では bundle gerbe module を取り扱う。Bundle gerbe は複素線束の高次の一般化であったが、bundle gerbe module はベクトル束の高次の一般化であるということが出来る。複素ベクトル束の特性類のアナロジーとして Bouwknegt-Carey-Mathai-Murray-Stevenson による振れ Chern 指標を解説する。振れ <math>K</math> 群の Rosenberg によるオリジナルの定義は <math>K</math> 群を Fredholm 作用素の族の視点から見たとき非常に自然な拡張としてえられる。これに対応するベクトル束的記述を考えるとちょうど bundle gerbe module の <math>K</math> 群が現れるのである。</p> <p>本論文における主要な結果は第 4 章である。Bundle gerbe module から新しい bundle gerbe と splitting principle を構成し、振れ Chern 指標の代数的位相幾何学による記述を与える。さらにそれらが Bouwknegt らの Chern-Weil 構成でえられていたものと一致することを示す。</p> <p>Spin<sup>c</sup> 構造を必ずしも持たない多様体上の spin bundle gerbe module に同伴した Dirac 作用素について第 5 章では触れる。この Dirac 作用素の指数公式に振れ Chern 指標が自然に現れる。</p> <p>第 6 章では Seifert ホモロジー球面の特異ファイバーに沿った 0-手術でえられるホモロジーハンドルのインスタントン Floer ホモロジーについて述べる。Floer ホモロジー群は 3 次元多様体に対するある種のホモロジー群として現れる。有限次元多様体のホモロジー群のモース理論的記述にならって、Floer は接続の空間とその上の Chern-Simons 汎関数からホモロジー群を引き出したのだった。本論文において、Seifert ホモロジー球面の特異ファイバーに沿った 0-手術からえられるホモロジーハンドルの Floer ホモロジー群の間にある関係を示す。</p>				