主　論　文　要　旨

報告番号	甲　乙　第　　　　号	氏　名	青山　崇洋

主 論 文 題 目：

Characterizations of Some Subclasses of Infinitely Divisible Distributions on R^d by Stochastic Integrals

（R^d 上の無限分解可能分布のサブクラスに対する確率積分による特徴づけ）

（内容の要旨）

確率測度μが無限分解可能であるとは、任意の自然数 n に対してある確率測度μ_nが存在し、$\mu = \mu_n^{n*}$と書けることである。ここで、μ^{n*}とはμの n 回畳み込みである。確率論の分野において無限分解可能分布のクラスは非常に重要なクラスとして知られている。

歴史的に無限分解可能分布のクラス分けに関る研究結果は、主にその特性関数のレヴィーヒンチン表現の中のレヴィ測度νの言葉で表わされてきた。特性関数とは確率測度のフーリエ変換である。つまり解析的な結果に注目されてきていた。近年、これらの結果に対して確率論的な解釈を与えようという試みが盛んになり、特に無限分解可能分布のサブクラスをレヴィ過程による確率積分で特徴づけるということが注目されている。

レヴィ測度νを極分解表現で表したとき、その動径方向成分ν_ξで無限分解可能分布の性質が記述されることが多い。この動径方向成分が完全単調関数$g_\xi(r)$を用いて$\nu_\xi(dr)=g_\xi(r^2)dr$と書けるとき対称な分布μをタイプGと言う。関数$g_\xi(r)$ が$(0,\infty)$上の完全単調関数であるとは、$g(r)\geqq 0$ かつ$(-1)^n g^{(n)}(r)\geqq 0$ を満たすものである。ここで$g^{(n)}(r)$は関数$g(r)$の n 次導関数を表すものとする。

本論文では、このタイプG分布のクラスとその減少するサブクラス列をレヴィ過程による確率積分で特徴づけた。更にタイプG分布の減少するサブクラス列については解析的な特徴づけも研究されてなかったのでここで新たに行った。

一方、動径方向成分が単調非増加関数$k_\xi(r)$を用いて$\nu_\xi(dr)=r^{-1}k_\xi(r)dr$と書けるとき元の分布$\mu$を自己分解可能分布と言う。そこでタイプ G 分布と自己分解可能分布をより深く理解するために新しいクラス M を定義した。その定義は次である。「対称な確率分布μの動径方向成分ν_ξがある完全単調関数$g_\xi(r)$を用いて$\nu_\xi(dr)=r^{-1} g_\xi(r^2)dr$と書けるとき分布$\mu$はクラスMに属するという。」

定義からクラス M に属する分布はタイプG分布と自己分解可能分布の両方のクラスに属することがわかる。すなわちクラス M はそれらの共通部分に含まれる新しいサブクラスである。この新しいクラス M の減少するサブクラス列も構成し、クラス M 共々レヴィ過程に対する確率積分で特徴づけた。また、これら全ての新しいクラスをレヴィ測度の言葉で解析的にも特徴づけた。また新しいクラス M と他のよく知られた無限分解可能分布のサブクラスとの関係もいくつか示している。特にサブクラス間の包含関係が狭義の意味でなりたつことをいくつかの場合についてそれぞれ新しい分布の例を構成することで示した。