

ファイバ非線形光学を用いたスクイズド光 パルス生成に関する研究

2008 年度

廣澤 賢一

目次

第 1 章 序論	1
1.1 はじめに	1
1.2 量子もつれあい状態	1
1.3 スクイズド光	3
1.4 量子情報処理	5
1.4.1 量子コンピュータ	5
1.4.2 量子暗号鍵配布	8
1.4.3 量子テレポーテーション	11
1.5 量子情報処理に使用される光源	13
1.5.1 光子対による量子もつれ (離散変数の量子もつれ)	14
1.5.2 スクイズド光によるもつれあい状態生成	16
1.6 光ファイバ非線形光学を用いた直交位相スクイズド光の効率的な発生法	19
1.6.1 GAWBS への対策	19
1.6.2 EDFA 光源の雑音	20
1.7 研究の目的と本論文の構成	21
1.7.1 研究の目的	21
1.7.2 本論文の構成	22
第 2 章 本研究に関連した理論	30
2.1 電磁界の量子化	30
2.2 コヒーレント状態	33
2.3 直交位相スクイズド状態	35
2.4 量子もつれあい状態	37
2.4.1 ビームスプリッタ演算子	37
2.4.2 直交位相スクイージングによる量子もつれあい状態	39
2.5 ホモダイン計測	40
2.6 三次の非線形効果による直交位相スクイージング	42
2.7 スペクトルフィルタリング法による光子数スクイージング	44
2.8 まとめ	45
第 3 章 Photonic Crystal Fibre とスペクトルフィルタリング法による光子数スクイージングの実験および理論解析	47
3.1 実験	48

3.1.1	実験結果	50
3.2	数値解析	51
3.2.1	非線形 Schrödinger 方程式	52
3.2.2	Intermediate Broadening Model	53
3.2.3	Backpropagation 法	55
3.2.4	ソリトン伝搬における数値解析結果	57
3.2.5	広帯域パルスに対する解析	60
3.3	結果のまとめと考察	64
3.4	結論	64
第 4 章	ファイバ伝搬中のパルストラッピングを用いた光子数相関形成についての数値解析	66
4.1	パルストラッピング	67
4.1.1	パルストラッピングの実験例	67
4.1.2	パルストラッピングでの非線形相互作用	68
4.2	Back-Action 回避測定	68
4.2.1	QND 測定の評価基準	69
4.3	波長が近い場合のパルストラッピング	71
4.3.1	解析条件	71
4.3.2	解析結果	72
4.4	三パルスの場合の解析	74
4.5	波長が十分離れている場合のパルストラッピング	76
4.5.1	解析条件	76
4.5.2	解析結果	76
4.6	考察	83
4.7	結論	84
第 5 章	Sagnac ファイバ干渉計を用いた直交位相スクイズド光パルス発生実験	86
5.1	実験セットアップ	86
5.2	光子数スクイジング	89
5.2.1	複屈折フィルタなしの場合	90
5.2.2	複屈折フィルタありの場合	91
5.3	直交位相スクイジング	92
5.3.1	実験結果	93
5.4	考察	95
5.5	結論	96
第 6 章	Sagnac ループファイバにより得られた直交位相スクイズド光の時間域ホモダイン計測を用いた純粋化	98
6.1	時間域ホモダイン計測	99
6.2	ホモダイン測定による純粋化の原理	101

6.3	ホモダイン測定によるスクイズド光の純粋化実験	103
6.3.1	実験セットアップ	103
6.3.2	実験結果	104
6.4	考察	107
6.5	結論	108
第 7 章	本研究のまとめ	110
7.1	各章のまとめ	110
7.1.1	Photonic Crystal Fibre とスペクトルフィルタリング法による光子数スクイズングの実験および理論解析 (第 3 章)	110
7.1.2	ファイバ伝搬中のパルストラッピングを用いた光子数相関形成についての数値解析 (第 4 章)	111
7.1.3	Sagnac ファイバ干渉計を用いた直交位相スクイズド光パルス発生実験 (第 5 章)	111
7.1.4	Sagnac ループファイバにより得られた直交位相スクイズド光の時間域ホモダイン計測を用いた純粋化 (第 6 章)	112
7.2	総括	112
7.3	今後の展望	113
付 録 A	数値解析の手法	115
A.1	非線形 Schrödinger 方程式	115
A.1.1	Maxwell 方程式	115
A.1.2	線形分極の取り扱い	116
A.1.3	波動方程式から伝搬方程式へ	116
A.1.4	非線形分極を導入	117
A.1.5	非線形分極の応答関数	119
A.2	Backpropagation 法	120
A.2.1	熱浴との結合がある場合の解析	123
A.2.2	均一広がりと仮定した場合の Raman 散乱の影響	125
A.2.3	不均一広がりと仮定した場合の Raman 散乱の影響	130
	謝辞	135

第1章 序論

1.1 はじめに

近年、量子コンピュータや量子情報通信といった量子力学的な効果を積極的に応用した新しい技術の研究が盛んに行われている。しかし、量子力学は決して新しい学問ではなく、その起源は1900年にPlanckが発表した量子仮説である [1]。近年、量子コンピュータや量子情報通信といったものが注目されるようになった理由としては、ニーズ、シーズの両面の理由が考えられる。ニーズとしての理由には、現行のトランジスタを用いたコンピュータが、微細化の限界に行き着いてしまったということ、あるいは、以前からすれば考えられないほど膨大な情報がインターネット網でやり取りされるようになり、個人情報や機密事項をどのようにして守るかといったことが、現実の問題になってきているということなどが挙げられる。量子コンピュータや量子情報通信はこれらの問題を解決できる可能性を持っている。シーズとしての理由には以下のようなものが挙げられる。量子コンピュータは、量子というよりエンタングルメントコンピュータとでも言うべきもので、もつれあい状態 (=エンタングルメント状態) という量子力学的な状態が必要不可欠である。このもつれあい状態は1981年にAspectらがKrレーザと色素レーザによりカルシウム原子を励起し、カスケード放出によりもつれ合った光子対を得るという方法で [2] 発生させるまで効率的に得ることができなかった。量子コンピュータや量子情報通信はこうしたもつれ合い状態の応用としてスタートしており、近年のニーズの向上によって急速に研究が拡大するに至っている。

従って近年盛んに研究されている量子コンピュータや量子情報通信といった技術が実用となるにはもつれあい状態の効率的な生成が必要不可欠といえる。このもつれあい状態の発生法にはいくつか種類があるが、本研究では将来、もつれ合い状態を光ファイバで配送することが必要になると考え、光ファイバの非線形光学効果によりスクイズド光 (後述) を生成し、二つのスクイズド光をビームスプリッタで合波することで、もつれあい状態の生成を目指した。しかしながら、光ファイバは必ずしもスクイズド光生成に適した媒質ではないため、様々な課題が存在し、これを克服することが先決であることが判明した。

本章では本研究背景となる量子コンピュータや量子情報通信といった応用や、様々なスクイズド光発生法についてまず紹介し、光ファイバによるスクイズド光発生法の位置づけを述べる。続いて光ファイバによるスクイズド光発生に関する研究を紹介し、それらの特徴と課題を述べる。最後に本研究の目的と意義、そして本論文の構成を記す。

1.2 量子もつれあい状態

前節でも述べたとおり、量子情報を語る上では量子もつれあい状態は欠かすことができないため、まずはこの量子もつれあい状態について説明する。

量子もつれあい状態とは複数の部分系，例えば粒子や光線などの状態をそれぞれの状態に分けて記述できないとき，その複数の部分系全体を指してもつれあい状態という。これはそれぞれの部分系が一つの状態を共有していると考えられる。例えば部分系 A の状態を $|\psi_A\rangle_A$ ，部分系 B の状態を $|\psi_B\rangle_B$ としたとき，これらもつれあっていなければ，全体として状態は

$$|\psi\rangle_{AB} = |\psi_A\rangle_A \otimes |\psi_B\rangle_B \quad (1.1)$$

というように個々の状態の直積として記述することができる。対してもつれあっている状態は，良く使用される偏光がもつれあった光子を例に挙げると，

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |H\rangle_A |H\rangle_B + |V\rangle_A |V\rangle_B \} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |D\rangle_A |D\rangle_B + |-D\rangle_A |-D\rangle_B \} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |R\rangle_A |L\rangle_B + |L\rangle_A |R\rangle_B \} \end{aligned} \quad (1.2)$$

となる。ここで， V, H は縦横偏光， $D, -D$ は ± 45 度偏光， R, L は右回り，左回り偏光を指す。この状態は言うまでも無く Eq. (1.1) のように A, B それぞれの状態ベクトルの積として表すことができない。この状態の特徴は例えば A の偏光が縦偏光だとわかれば B の光子も縦偏光とわかるといった測定結果に相関があることであるが，特異的なのは A が右回り円偏光だとわかれば B は左回り円偏光となる点である。これは斜め 45 度偏光を測定しても同じように相関が存在する。この概念図を Fig. 1.1 に示す。

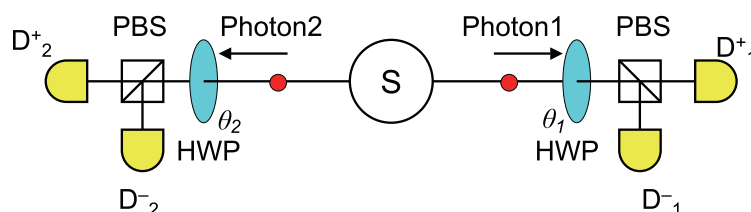


Fig. 1.1: The conceptual set up of test for entanglement: We check whether the photon is parallel or vertical to θ by changing the angle of the half waveplates (HWP). When the polarization of the photon 1 is parallel to θ_1 , the photon 1 is detected by the D_1^+ , contrary, when it is vertical to θ_1 , it is detected by the D_1^- . In the same way, we can check whether the photon 2 is parallel or vertical to θ_2 .

一般には例えば A の偏光が横偏光のときは B も必ず横偏光になるような装置を作っても，円偏光を測定した場合は相関が消えてしまうものであり，もつれあい状態は A にどのような測定をするかが，B の状態に影響を及ぼしているといえる。この不思議な現象は非局所相関といい，Einstein, Podolsky, Rosen の三名によって 1935 年に発見され，EPR パラドックスとして議論された [3]。パラドックスというのは B の状態が光源から放出されるときではなく，A の偏光を測定したときに決まるということが因果律に反しているように見えるためである。しかし，これは A と B がもともと一つの状態を共有していると考えれば，因果律に反する矛盾は生じない。

なお，ここでは簡単のため，離散量である光子の偏光を例にしたが，もともとの議論では位置や運動量など

の連続変数を題材にしている、例えば、位置を x 、運動量を p とすれば、

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{AB} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_x(x) |x\rangle_A |x\rangle_B dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_p(p) |p\rangle_A |-p\rangle_B dp \end{aligned} \quad (1.3)$$

といった状態はもつれあっている。この式の特徴は A, B の位置の差と運動量の和が同時に確定しており、Fig. 1.2 のようなイメージで表される。この状態は一見不確定性原理に反しているように見えるが、Bohr によれば二粒子の運動量の和が決定できるのは運動量保存の法則から当然であり、一粒子の時の不確定性原理はこの特殊な場合に過ぎないという [4]。

量子コンピュータや量子情報通信はこのような非局所相関を積極的に使用して、計算や暗号通信を行おうという点で今までに無い新しい技術であり、同じく量子力学を使用する固体物理や化学の分野とは異なる部分である。

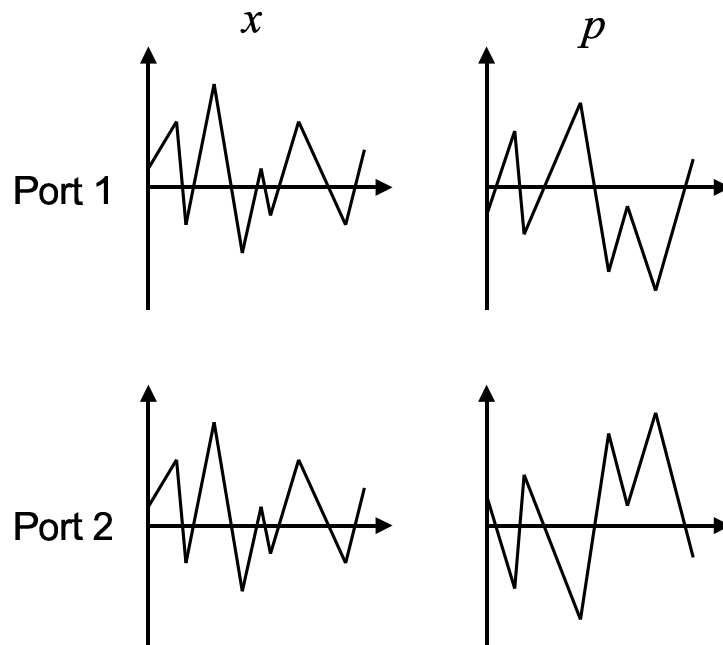


Fig. 1.2: Image of entangled state: The difference of the position and the sum of the momentum are determined at the same time, when two lights are entangled. We can imagine that their position takes similar values and their momentum takes opposite values each other.

1.3 スクイズド光

本論文の主題であるスクイズド光について説明する。量子論によると交換しない(直交する)物理量、例えば位置と運動量、時間とエネルギー、光子数と位相、直交位相振幅などの間には Heisenberg の不確定性原理が存

在するために、これらの物理量は有限な大きさの揺らぎをもつことになる。この揺らぎを量子雑音と呼ぶ。離散変数における量子相関光では縦/横の偏光や数えられる程度の光子数など、状態の区別を有限な次元で扱うことができたが、連続変数の物理量において量子雑音は通常、物理量の測定値の期待値を中心として、どれだけ確率分布が広がっているかを評価する平均二乗誤差 (分散) を用いて表わされる。理想的なレーザの状態であるコヒーレント状態では共役な物理量同士は同程度の揺らぎを持った最小不確定性状態となっており、その量子雑音量を標準量子限界 (SQL: Standard Quantum Limit), または SNL (Shot Noise Level) といい、古典的な状態として扱うことができる。それに対し、不確定性関係を保ちながらも共役物理量のうち一方の量子雑音を犠牲にして、もう一方を SNL よりも圧搾された状態はスクイズド状態といい、非古典的な相関をもつ状態である。

光においては直交位相振幅の一方や光子数が圧搾された、直交位相スクイズド光や光子数スクイズド光が知られている。スクイズド光はノイズの小さい光とも理解できることから、当初は古典的な通信への応用を考えて研究されていたが、現在ではスクイズド光の最も重要な性質は二つのスクイズド光をビームスプリッタで合波することにより、量子もつれあい状態を生成できる点であると言える [5,6]。ただし、量子雑音は圧搾できる量が有限であるため、不完全な量子もつれ状態となる。連続変数の量子情報処理の多くは、一定値以上の高い量子力学的な忠実度 (Fidelity) を必要とする。この忠実度はスクイズド光の雑音の圧搾度合いや状態としての純粋度に依存している。

現在、スクイズド光は主に $\chi^{(2)}$ や $\chi^{(3)}$ の非線形光学効果によって、コヒーレント状態から揺らぎの圧搾を行うことで生成されている。スクイズド光は直交位相スクイズド光と光子数スクイズド光の二種類が主に研究されているが、量子もつれあい状態を作るために多く使用されているのは直交位相スクイズド光である。

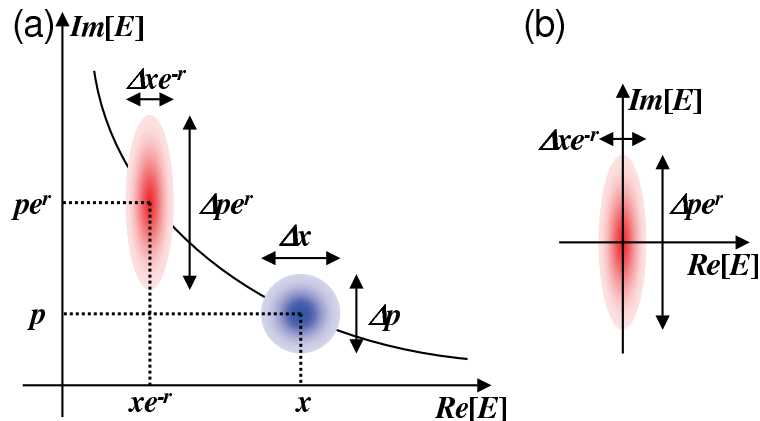


Fig. 1.3: Phase plane of electric field. (a) Coherent state (circle) and amplitude-phase quadrature squeezed state (ellipse), and (b) squeezed vacuum. x and p correspond to quadrature amplitudes of electrical field, and r corresponds to squeezing parameter.

直交位相スクイズド光とは、Fig. 1.3 のように電場の位相平面において、ある位相軸方向に量子雑音が減少し、それに直交する位相軸方向には量子雑音が増大した状態として考えることができる。直交位相スクイズド光は非線形光学結晶を用いて比較的発生させやすく、二つの直交位相を位置と運動量に対応づけることで、理論的にも研究が進んでいる。測定の際には局部発振光 (LO: Local Oscillator) という補助の光を使用して、平

平衡モード計測によって測定される [5, 7] LO 光は測りたいスクイズド光より十分強度が大きく、しかし、空間モードや波長などのプロファイルはスクイズド光と合致している光でなければならない。そのため、通常スクイズド光の強度は非常に弱く、場合によっては数光子というレベルのものが使用され、真空スクイズド状態 (SV: Squeezed Vacuum) と呼ばれることもある。

光子数スクイズド光は位相の揺らぎを犠牲にして、光子数の揺らぎを SNL よりも圧搾した状態である。光子数は光子数演算子によって量子論的に表わすことができるが、位相に対応するエルミートな演算子は厳密にはまだ見つかっていないため、(現在有力なものとして PB 演算子 [8–11] があるが) 量子力学的な扱いが不完全である。そのため、理論と明確に対応するような実験は行われていない。どちらかと言えば、直交位相スクイズド光に近い光子数スクイズド光を生成して、直交位相スクイズド光のように使うケースが多いと思われる。

1.4 量子情報処理

量子情報処理とはその名のとおりに量子力学的な状態や現象を取り入れた情報処理のことである。量子力学においては上記した非局所相関のように古典力学では説明できない現象を扱うことができ、そういった現象を積極的に利用することで、盗聴が原理的に不可能な暗号通信や現在の計算機が苦手とする特定の問題を高速に解くことのできるコンピュータのような今までに無い技術が可能になる。そうした技術のうち一部はすでに実用化され、一部は小規模なものであれば実験室レベルでの実証がなされている。この量子情報処理は量子もつれあい状態と大いに関係しており、その応用とも言える。そのため、本節ではこの量子情報処理について説明する。

また、本論文はレーザー光を用いた量子情報の分野の研究に属するが、そもそも光と量子論の関係は深い。量子論の発端は Planck が 1900 年に発表した物質からの電磁波の放射に関する量子仮説 [1] で、Planck は黒体放射のスペクトルが温度に応じて一定であることを説明するためにエネルギーの量子化という概念を導入したことが最初である。この量子仮説が研究者の注目を集めるようになったのも、1905 年に Einstein は光電効果が量子仮説を用いることでうまく説明できることを示したことがきっかけである [12]。量子論の完全性を問う EPR パラドックス [3] の問題ももつれあった光子対を使うことで解決した [2]。これは光子が運動量が小さいために二重性や不確定性が見えやすい粒子であることや光子同士や光子その媒質間での相互作用がおきづらい粒子であるため、コヒーレンスを保ちやすいことなどが量子論の原理を実証するのに適していたと考えられる。

光を用いた量子情報処理への応用もまたこうした光の性質とは無関係ではなく、コヒーレンスを保ちやすい性質や 1 秒間に地球を 7 周半できる速度から、量子状態を遠くへ伝送するような通信に向いていると考えられ、逆に一箇所にとどめておくことが難しいことや、ほかの量子系との相互作用がおきづらい点はコンピュータとしての応用を難しくしている。それでも古典的なコンピュータにおける導線のような素子は量子情報処理の分野では実現しておらず、この部分は光が担う可能性が濃厚である。こうしたことを踏まえ、本節では本論文の背景として光を使った量子情報処理についてはより詳しく述べる。

1.4.1 量子コンピュータ

量子もつれあい状態の応用として最も重要なものと位置づけられているのがこの量子コンピュータである [13–15]。原理としては粒子がたとえ少数個であっても、それを表すヒルベルト空間は巨大になるということを利用し、状態間の重ねあわせを用いて大規模な並列計算を実現することが基本的な考え方である。微細化の限界に行き着いてしまった現行のコンピュータを単純に上回る性能を期待されている部分もあるが、まず

は現在の計算機が苦手とする並列計算を効率的に実行できることが量子コンピュータのメリットであり、現在の計算機の性能を補う形での実用化が当面は期待されると思われる。代表的なアルゴリズムとしては因数分解や探索問題がある。

Shor の因数分解アルゴリズム

量子コンピュータの研究は、1985年にDeutschが量子 Turing マシンと量子回路を提案したことに始まり [16]、1994年のShorが大きな数の因数分解を高速に解くことのできるアルゴリズムを発見したことで量子コンピュータは大きな注目を浴びることになる [17]。このShorのアルゴリズムはそれほどインパクトが大きかったわけである。因数分解の問題を現在のコンピュータで計算するには因数分解する数を N とすると N の桁に対して計算時間が指数関数で増加するといわれている。 N を表現するために必要なビット数を n とすると、この n は N の桁に比例するため、ビット数に対して指数関数で計算時間がかかるといっても良い。現行のコンピュータで因数分解を解くためのアルゴリズムは以下のように考えられる。 N が因数 a, b を持つとすると、そのどちらか一方は \sqrt{N} より小さくなるので、しらみつぶしに探していくと \sqrt{N} に比例する時間で解が見つかる。この場合計算時間は \sqrt{N} は $10^{n/2}$ のオーダーになり、ビット数に対して指数関数的な時間が必要となる。これは基本的な考え方であるが、現在存在している最も効率の良いアルゴリズムである数体ふるい法でも $\exp(\Theta(n^{1/3} \log^{2/3} n))$ 回の計算回数が必要である¹。

それに対してShorのアルゴリズムでは n の多項式として所要時間が書き表せる ($O(n^2 \log n \log \log n)$ 回とされる)。 N の多項式ではなくその桁 n の多項式として表されるため、所要時間は劇的に低下する。現在の公開鍵方式の暗号は因数分解のように正解を探索することは難しいが検算は簡単な計算を用いており、暗号を解読するには莫大な時間がかかるということを安全性の根拠としている。そのため、因数分解を短時間で解けるこの技術はこの安全性を根底から覆すものであった。

Grover の探索アルゴリズム

次にGroverの探索アルゴリズムを紹介する [18]。これはランダムに並んだデータベースから特定の符号のついた1つのデータを探すためのアルゴリズムである。こうした作業の例としては電話帳の中からある電話番号を持つ持ち主を探すというものがある。一般に電話帳は持ち主の名前についてソートしてあり、番号についてはランダムになっているため、因数分解と同じくしらみつぶしに探していくしかないように思える。この場合、データベースに記載されている件数が N 件とすると、あるデータを探し出すまで平均して $N/2$ 回データを調べる必要がある。しかしGroverはもつれあい状態や重ね合わせ状態といった量子論的概念を使用することで、これが平均 \sqrt{N} 回で調べられることを示した。この探索アルゴリズムは例えば巡回サラリーマン問題などの多くの発見的探索手法を使う古典アルゴリズムを高速化できるという意味で、一般の多くの問題へ応用可能な方法といえ、量子コンピュータがより一般的なアルゴリズムに対しても高速化しうることを示した結果といえる。

このように量子コンピュータは状態間の重ねあわせを用いて大規模な並列計算を実現できる技術として、現在のコンピュータが苦手とするアルゴリズムが実際に短時間で計算できることがいくつかの例においてすでに示されている。膨大な並列計算が必要となるためシミュレーションが難しいといわれている現象は多く、量子

¹ 現行のコンピュータで効率的に因数分解を計算するアルゴリズムは存在しないといわれているが、存在しないことの証明はされていないそうである。

コンピュータへの期待は大きいと言える。また、実際に計算の最も重要な応用は分子中の電子軌道のような、もともと量子力学的な現象をシミュレートすることである。こうした理論ももちろん研究されているが、現状は発展途上といえるかもしれない。

量子コンピュータの実現法

さて、この量子コンピュータを実際、どのように実現するかであるが、量子コンピュータは小規模なものであれば、光のみを用いるもの [19, 20]、共振器電気力学 [21]、イオントラップ [22]、NMR [23, 24]、量子ドット [25] を用いるスキームが考案されている。中でも NMR による手法は 2001 年に初めて実際に因数分解を行うことも成功している [24]。

量子コンピュータは CNOT や CPhase と呼ばれる量子ゲートが基本ゲート (例えば現在のコンピュータであれば NAND ゲートのみであらゆる計算が可能である) となっており、さまざまな量子ビットについてこれらのゲートを実現する手法が研究されているが、拡張性には大きな違いがある。これは簡単に言えば量子ビットの数を増やしやすいかどうかである。逆に量子ビット数を増やすことが困難である場合でも、少数ビットであれば実現が容易なものであれば簡単な量子コンピュータとして働きを調べ、今までに提案されているアルゴリズムの実証に使うことができる。

また、近年一方量子計算機というものが実現されて注目をあつめている [20]。これはたくさんの光子や原子などのもつれ合い状態に対して、測定する順序により任意の量子ゲートを実現できるというものである。どのようにして多粒子間のもつれ合い状態を作るかが鍵となるが、今までの量子コンピュータとは全く異なるアプローチであり、注目をあつめている。

光を用いた量子コンピュータ

前述したように、光は他の量子系に比べ量子コンピュータに向いているとはいえない。しかしながら、小規模の量子コンピュータは比較的簡単に作れるため、今までに提案されているアルゴリズムやプロトコルの実証に使うことができる。また、古典的な光通信システムとの組み合わせや、通信などに使用する簡単なロジックも必要になると思われ、研究の価値は十分にあると言える。

光を用いた量子計算に関する研究は 1988 年の山本らの発表 [26] や 1989 年の Milburn の論文 [27] に始まるが、光の位相が π シフトするような Kerr 効果が必要となることがネックとなっていた。一般に光を使う場合は単一光子や真空に近い強度の光を想定するため、こうした光の位相を π シフトするような強い Kerr 効果を得ることは通常のやり方では困難であり、光による量子計算の実現は難しいと考えられていた。

この状況を変えたのが、KLM と呼ばれる Knill, Laflamme, Milburn の論文で [19]、Kerr 効果のような非線形効果を用いなくても確率的にであれば線形光学素子を用いて任意の量子ゲートを構築できることを示した。後に量子テレポーテーションの項でも述べるが、確率的にしか成功しない量子ゲートはゲート数が増えると、成功率が指数関数的に低下し、計算時間はこれに反比例することになるが、彼らは論文中で量子テレポーテーションの技術を使えば、こうした困難を回避できることも示した。こうしたコンピュータは KLM 型と呼ばれ、2003 年に O'Brien ら [28] によって実験的に実証されるなど盛んに研究されるようになった [29]。

また、KLM 型コンピュータは基本的に光の偏光状態を用いて情報をエンコードするが、量子テレポーテーションの分野では直交位相振幅のような連続量に一日の長があるため、連続変数に情報をエンコードするスキームも提案されている [30]。

KLM 型以外では、一方量子計算機を最初の実証した論文は光を使用している [20]。一方量子計算機には多者間でのもつれあい状態が必要となるが、彼らは自然放出パラメトリック下方変換 (SPDC: Spontaneous Parametric Down Conversion) によって得られるもつれあった光子対を 2 対発生させ、4 光子間のもつれあい状態を生成した。しかし、この手法ではさらに多くの光子でもつれあい状態を形成することは困難である。光を用いてこのような状態を生成するためには、1 パルスに必ず 1 光子存在するようなオンデマンド単一光子光源や、簡便なスクイズド光光源が必要になると考えられる。

1.4.2 量子暗号鍵配布

現在広く使用されている公開鍵暗号は、暗号文を解読するのに天文学的時間を要するため、成り立っている。暗号化のために必要な鍵と復号のために必要な鍵が異なるような仕組みを考えれば、暗号化のための鍵は公開しても問題は無い。しかし、当然のことながら暗号化のための符号と復号のための符号は全く相関がないというわけには行かないため、理論上は暗号鍵から復号鍵は計算できる。ただ、その仕組みが前述の因数分解の例のように計算に非常に時間がかかるようにしておけばよい。実際に RSA 暗号と呼ばれる現在広く使用されている公開鍵暗号は、二つの素数を復号鍵として用い、その積を暗号鍵とする。復号鍵から暗号鍵を生成するのは容易であるが、その逆は暗号鍵のビット数の指数関数に比例する時間がかかり、ビット数が大きくなれば非常に困難になる。これは計算量的安全性といわれ、スーパーコンピュータを用いても何年もかかるような公開鍵が実際に使用されている。

しかし、前述したとおり量子コンピュータを使用することでこうした問題は非常に短時間で解けてしまう。量子コンピュータの実用化はまだ先かもしれないが、並列計算が得意なコンピュータの需要は科学技術の分野では高く、分子コンピュータといった超並列計算可能なコンピュータも研究されている。また、現行のコンピュータもマルチコア化が進んでおり、一つの CPU に小さな CPU が数百個搭載されるような構想も進んでいる。さらにこうしたコンピュータをインターネットで接続したグリッド・コンピューティングを考えれば、現在の公開鍵が想定するよりはるかに並列度の高い計算が現実のものとなろうとしており、必ずしも安心とはいえないのが実情である。特に因数分解のような単純なアルゴリズムは CPU 同士の連携がほぼ必要なく、こうしたシステムに向けた計算である。

それに対し、量子暗号は秘密鍵暗号、もしくは共通鍵暗号という手法を基にしている。共通鍵暗号は公開鍵より原始的で、送信者と受信者は同じ鍵を共有し、暗号化と複合化を行う手法である。しかし、この手法では鍵の配送に問題があり、鍵の配送に通信を用いてしまったら、これを傍受されると暗号が全く機能しなくなってしまう。通信ではなく鍵を手渡しすることも考えられるが、同じ鍵を使い続けると、それだけ盗聴者が鍵を解読する時間を与えることになり、安全性が低下するし、何より手渡しは不便である。量子暗号通信、量子暗号鍵配布といった技術はこの共通鍵が傍受されることを防ぐ役割を果たすことが期待されている。量子力学では観測をすると量子状態が収縮し、元の状態と異なる状態になってしまうという、非測定理論 [31] および元の状態に影響を与えることなくコピーすることができないという No-cloning theorem [32] があるが、この効果により受信者に知られることなく盗聴することが物理的に不可能となる。このように量子力学の性質を利用した暗号鍵配布を量子暗号鍵配布 (QKD: Quantum Key Distribution) という。現在提案されている主な QKD プロトコルは BB84 [33], B92 [34], E91 [35] などがある。

なお、この量子暗号通信と光の関係についてであるが、これは通信の手法であり、もともと光を用いることを前提に考えられているため、実験や、応用も光を用いたものがほぼ全てである。

BB84 プロトコル

BB84 プロトコルは Bennett と Brassard により 1984 年に発表されたプロトコルであるため、この名前となった。現在でも多く使用されているプロトコルである。もともとの概念はもっと抽象的なものであるが、ここでは光子の偏光を用いて説明する。まず送信者は『00,01,10,11』の2ビットを、単一光子の直交しない二つの偏光基底、例えば縦横偏光と左右の円偏光の4つの偏光状態に割り当てて、1光子ごとにランダムな状態を送信する。対して受信者は基底をランダムに選択して偏光測定を行い、その後送信者と受信者は選んだ基底を公開確認して、異なる基底だった場合は受信者が受け取った情報を破棄し、両者が同じ基底となった光子による偏光情報を秘密鍵として共有する。最後に、秘密鍵の何ビットかに1つを受信者と送信者が確認しあい、両者が同じ秘密鍵を共有できていることを確認する。ここでもし盗聴者がいると偏光状態が崩れるため、秘密鍵を共有できていない確率が増大することになる。仮に盗聴者が光子を測定し、その測定結果に応じた偏光の光子を放出したとしても、受信者が測定した偏光基底と盗聴者が測定した偏光基底が異なると1/2の確率で受信者と送信者は共有できているはずの秘密鍵が合わなくなる。理論的には受信者や送信者が共有した秘密鍵は全く同じものになるはずであるが、実際には光のロスなどの要因により成功率は低下するので、もしもビットエラーが一定数以上見つかった場合には、盗聴があったとみなすことができる。

B92 プロトコル

B92 プロトコルは BB84 と同じく Bennett が 1992 年に発表したプロトコルであるため、この名前になっている。概念的にも BB84 と似ているが、このプロトコルでは送信ビットに非直交な状態を割り当てる。光子の偏光の例で言うと、横偏光と+45度偏光といった具合である。送信者はランダムなビットを横変更と+45度偏光に割り当て送信し、受信者は縦横変更を測るか±45度偏光を測るかをランダムに決定し、測定する。その後送信者と受信者は選んだ基底を公開確認して、両者が同じ基底となった光子による偏光情報を秘密鍵として共有する。この場合も BB84 プロトコルと同様に盗聴者が測定すると、偏光状態が崩れるため、秘密鍵の何ビットかに1つを受信者と送信者が確認しあうことで、盗聴者の有無を明らかにすることができる。

E91 プロトコル

E91 プロトコルもやはり Ekert が 1991 年に発表したプロトコルなので、E91 プロトコルと呼ばれている。このプロトコルは BB84 や B92 とは異なり、もつれあい状態にある量子系の片方ずつ受信者と送信者で共有することで、盗聴を防ぐ手法である。もつれあい状態にある量子系とは漠然とした表現であるが、通信である以上もつれあった光子対やビーム対を想定するのが普通である。もちろんスピンがもつれあった状態にある原子を送っても良いが光を使うよりも多くの困難が想定される。ここでは簡単のため Eq. (1.2) のように偏光でもつれあった光子対を仮定する。もつれあった状態の特徴は Eq. (1.2) のように測定する基底を変えても相関が保たれるということであり、受信者と送信者が同じ基底で測定した場合は同じ結果となる。この関係は古典力学では破ることのできない限界を示す不等式である Bell 不等式 [36] の一種である CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt の頭文字) 不等式 [37] を破るかどうかで確かめられる。盗聴者がおらず損失やノイズの少ない系であれば、受信者と送信者のもつれあった光子対の測定結果は EPR パラドックスの例でも説明したとおり、明確に非古典状態であり、この CHSH 不等式を破るが、盗聴者が存在した場合は CHSH 不等式を破るほどの相関は物理的に達成不可能である。E91 プロトコルはこのようにして盗聴者の有無を見破ることができる。

その他の手法

近年では作動位相シフト (DPS: Differential Phase Shift) と呼ばれるプロトコルや [38], デコイ法 [39] というプロトコルが実用性の面から期待されている。作動位相シフト量子鍵配送は日本では NTT で盛んに研究されており, エネルギー時間もつれを利用している。具体的な方法としてはまずパルスレーザー光 (もしくは CW 光をパルス化したもの) を各パルスに対して 0 もしくは π の位相変調をする。その後光強度を 1 パルス当たり 0.1 光子程度に弱めることで, 複数光子の過程を減らし, ディテクタが光子を検出した際は必ず 1 光子とみなせる状態になる。このパルスを腕の長さが繰り返し周波数分だけ異なる Mach-Zehnder 干渉計を通過させると, 連続する二つのパルスが受けた変調量が同じか異なるかが, 干渉計後にどちらのポートに光子が放出されるかを決定することになる。もし盗聴者が光子を測定したときだけ放出するような装置を仕掛けても, 1 パルス当たり 0.1 光子程度のコヒーレント状態と, 1 光子もしくは 0 光子の状態では Mach-Zehnder 干渉計の干渉の仕方が異なり, 秘密鍵の何ビットかに 1 つを受信者と送信者が確認しあうことで, 盗聴者の有無を明らかにすることができる。

デコイ法は BB84 など他の手法の安全性を高める目的で使用される。本来量子暗号鍵配布法は 100%安全であるはずだが, 実際には伝送路のロスやノイズの影響を受け, 盗聴者が盗聴可能になってしまうことがある。そのため, 量子暗号鍵配布法の理論を厳密に適用すると, 送信可能な距離やビットレートが低下してしてしまう。デコイ法は平均光子数の異なる光子を時々通常の信号に混ぜ, 各光子数におけるロスの率を計算するために用いられる。これは送信者が使用する光源が複数の光子を放出する可能性を持つ場合に, 光子が複数来たときのみ盗聴者が余分な光子を測定して盗聴者に情報が渡ることを防ぐ目的で行われる。実際には光子が複数来たときだけ測定を行う装置を作ることは困難と思われるが, 強度に依存して反射率が上がるような素子は存在するので, 不可能とはいえない。逆にこのデコイ法を使用することで, 1 パルス当たりに含まれる平均光子数を上げることができ, 送信可能な距離やビットレートを向上させる効果がある。

一方, いずれの手法でも $1.5\mu\text{m}$ 波長帯の光ファイバシステムが使用されるが, 散乱や損失によって現時点では数百 km の通信距離に限られる。将来的には後に述べる量子中継によって, 伝送距離を飛躍的に延ばすことが期待されている。また, 単一光子検出器の性能向上により, 通信速度などのシステムの性能が左右される状態にあるが, それでも $1.5\mu\text{m}$ 波長帯の検出に使用される InGaAs-APD (Avalanche Photodiode) の検出効率は低い。そこで, 検出効率の高い Si-APD が使用できる波長に PPLN (Periodically Poled LiNbO₃) を用いて和周波発生によって変換する方式が研究されている [40]。

一方, 光の振幅のような連続変数を使って符号化を行うプロトコルも考えられている。コヒーレント状態を用いた量子鍵配送 [41] やスクイズド状態を用いた量子鍵配送 [42, 43], そのいずれかを使用するもの [44] などが提案されているが, 連続光をアッテネートした単一光子を光源とする量子鍵配送システムが徐々に実用化に向けて動き出しているため, こちらの方向性は下火になっている。技術的にも, 損失によってビットレートが下がる離散変数系よりも, 状態が徐々に壊れる連続変数はこの分野においては扱いが難しいと思われる。

実用例

量子暗号は他の量子情報処理のプロトコルに比べて小規模で単純なシステムなため, すでに商用化がスタートされている。1対1のシステムでは, 2002年6月にスイスにて, 2003年2月に米国にて伝送距離数十 km, 鍵伝送レート 1 kbps の製品化がされている。国内では 2007 年頃までに ~ 100 km, 50 kbps 程度のシステム製

品化が予定されている。また、米国では2004年7月に6地点を結ぶ量子暗号の屋外実験に成功しており、量子暗号ネットワークの実現も近づいている。

また、Zeilingerらはオーストリア銀行のウィーン支店でもつれ合い状態を生成し、そのうち一方を長さ1,450 mの光ファイバケーブルを通して市庁舎へ送ることで、市庁舎から銀行口座への現金振込み手続きを量子暗号通信によって実現した [45]。さらに Zeilinger チームは量子暗号通信システムを国際宇宙ステーション (ISS) のコロバスモジュールに搭載し、宇宙空間で実証することを提案しており、2013年頃に打ち上げを計画している [46–48]。

1.4.3 量子テレポーテーション

光子など、ある粒子の量子状態を他の粒子にコピーしたいと思ったときに、100%の確率で複数のコピーを作ることは実は不可能であることが No-cloning 定理によって証明されている [32]。しかし、もつれ合い状態を使えばある粒子の量子状態を別の粒子に移すことができる (このとき元の粒子の状態は壊れてしまう)。これを量子テレポーテーションと呼ぶ。量子テレポーテーションの概念は1993年に Bennett らによって提案された [49]。量子テレポーテーションではもつれあい状態にある二つの量子系、光子や原子、ビームなどを必要とする。送信側は送信したい量子状態ともつれあい状態にある量子系の片方を用いて、Bell と呼ばれる測定をし、受信側の量子状態を収縮させる。Bell 測定はもともと独立である二つの量子系をもつれあった状態にする働きがある。通常は測定された段階で量子系は破壊されてしまうので、新しく作られたもつれあい状態を使用することはできないが、Bell 測定に使われた量子系の片方がもつれあい状態であれば、その片割れと、送信したい量子状態がもつれあうことになる。もつれあうという事は強い量子相関を持つということであるから、Bell 測定の結果に応じて最初に用意したもつれあい状態の片割れを変調すれば送信したい量子状態を再現することが可能となる。

量子テレポーテーションでは原子の状態についても研究されているが、初めて量子テレポーテーションに成功したのは光であり、光との係わり合いは深いといえる。1997年 Zeilinger のグループの Bouwmeester らは SPDC による偏光でもつれ合った光子対を用いて、単一光子の偏光状態のテレポーテーションを実現した [50] が、この実験では Bell 測定と呼ばれる量子状態の測定が線形素子のみでは完全にはできず、条件付のテレポーテーションであると指摘を受けることになった [51]。このような困難は連続量である直交位相スクイズド光を用いたもつれ合い状態を使うことで回避できる。この場合 Bell 測定は単純にビームスプリッタで混合し、直交位相量を計測すればよい。直交位相状態を用いたテレポーテーションは1998年に Kimble らが実現性や忠実度などの評価法について論じ [52]、Furusawa らによって直交位相状態のテレポーテーションが実現した [53]。参考のため、このような直交位相状態を用いたテレポーテーションの実験の概念図を Fig. 1.4 に示す。なお、単一光子における Bell 測定の問題は2004年に、もつれ合った光子対を二つ使い、そのうち一对を補助的に使用することで解決が図られている [54]。

連続量にテレポーテーションについて、Furusawa、Kimble らによる最初のテレポーテーション実験 [53] では、忠実度 (=Fidelity, 入力状態と出力状態の一致度合い) が古典限界 (古典的な現象のみで (もつれ合い状態を使わないで) 実現できる最大の忠実度) を超えていたものの、No-cloning 限界 (忠実度が低くてかまわないのであれば、量子状態はある程度の精度でコピーが可能であり、逆にコピーを行う際の忠実度の限界を指す) を超えていなかった。そのため、彼らは系全体の改良を重ね、2005年に SV をテレポーテーションさせた際には、入力光の状態に対して 0.85 という高い Fidelity に到達している [55]。

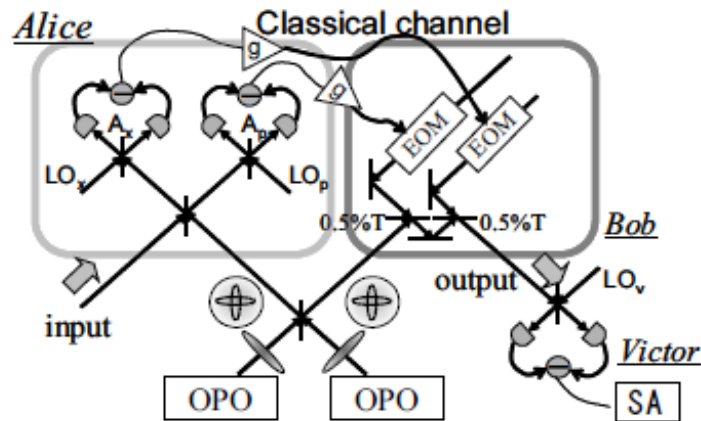


Fig. 1.4: Schematic diagram of quantum teleportation. OPOs are optical parametric oscillators. EOMs are electro-optical modulators. Other mirrors than those labeled as 0.5%T are half beam splitters. Mirrors of 0.5% transmittance are used for displacements. LOs are local oscillators for the homodyne measurements. The output signal of Victor's homodyne measurement goes to the spectrum analyzer SA [53].

さらにこれを拡張し，多者間で量子もつれを共有して量子テレポーテーションのシステムを構築した量子テレポーテーションネットワークなるものも提案されている。量子もつれあい状態として3者間のもつれあい状態である GHZ 状態 [56] を用いることで，ネットワークを構成する三者間で量子もつれを共有し，メンバー中の任意の二者間でのテレポーテーションを，残りの一名が制御するというシステムである。例えば Fig. 1.5 のように Alice, Bob, Claire での三者間量子もつれを構成した上で，Alice から Bob への量子テレポーテーションを，第三者の Claire が制御することを可能とする。このスキームは 2004 年に東京大学の Yonezawa らによって実現した [57]。

また，光子の他には核スピン [58] や原子 [59, 60]，光子と原子の状態間 [61] などの量子状態を使用して量子テレポーテーションに成功した実験例がある。

量子テレポーテーションの応用

光を用いた量子テレポーテーションには直交位相振幅などの連続変数を用いたものと，偏光状態のような離散量を用いたものがあるが，離散量を用いた量子テレポーテーションの研究では量子暗号鍵配布や量子中継器としての需要があり，通信波長帯での長距離のテレポーテーションが 2003 年に発表されている [62]。こうした，量子中継器や状態の転送といった役割は比較的わかりやすいが，それだけでなく，ユニバーサルな量子回路を実現できることが知られており，量子計算という意味合いからも重要な要素である [5, 63]。連続変数における任意の量子計算を行うためにはビームスプリッター，変位演算子，位相シフタ，スクイーミング，三次の非線形過程の 5 つの演算子があれば実現できることが知られている。量子コンピュータの節でも記したが，このうち三次の非線形過程がネックとなる。ただし，三次の非線形過程は強度に比例する位相シフトとしての三次の位相ゲートが実現できれば任意の量子計算が行えることが Gottesman らによって示されている [64]。そし

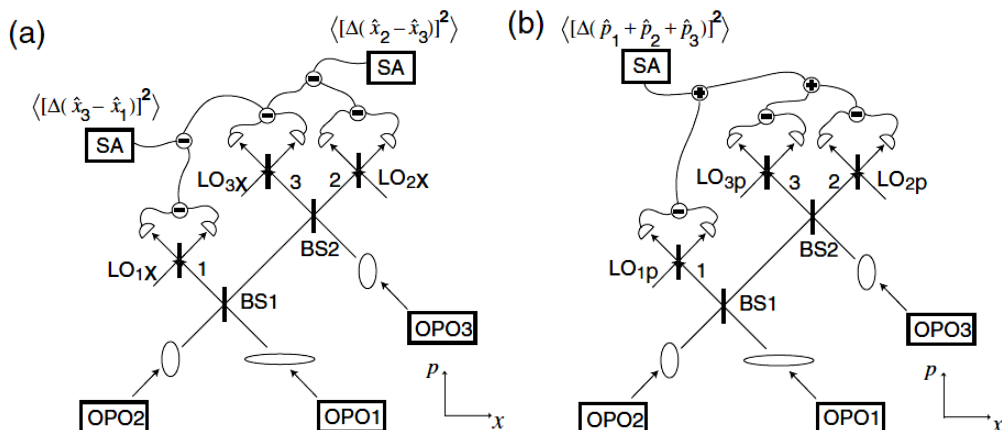


Fig. 1.5: Verification of genuine tripartite CV entanglement. BS1 and BS2 are beam splitters with T/R ratios of 1/2 and 1/1, respectively. The ellipses illustrate the squeezed quadrature of each beam. (a) x measurements: directly detecting the x quadratures of all three modes and electronically combining them in an appropriate way. (b) p measurements: directly detecting the p quadratures of all three modes. The parameters g_i are the "gains" from the conditions which can be chosen optimally [57].

て三次の位相ゲートは量子テレポーテーションのような操作を 4 回連続して行うことで実現できる。そういった背景もあり、連続した 2 回の量子テレポーテーションは実験的に Yonezawa らによって実現している [65]。もちろん長距離への量子状態の転送にもこの成果は重要である。

また、前述したとおり、確率論的ゲートと呼ばれる量子操作が確率的にしか成功しないゲート操作が量子コンピュータの分野で研究されているが、ゲート操作一回あたりの成功率を P とすると、ゲート数 N に対して、計算に必要な時間は $(1/P)^N$ に比例して多くなってしまいます。これでは実用的なコンピュータを作ることはほぼ不可能であるが、量子テレポーテーションを用いることで理論的には N/P にできる [19]。

1.5 量子情報処理に使用される光源

以上のような背景を踏まえ、光を用いた量子情報処理の研究課題でどのような光源が必要とされるかを本節では解説する。実用上は半導体レーザーで済めばそれに越したことは無く、実際に実用化に近い量子暗号鍵配布の分野では、1 パルスあたり 0.1 光子ほどに弱くアッテネートした半導体レーザーを使用することで、擬似的に単一光子光源として使用している。逆にこうした光源を使用できるプロトコルが生き残ってきたとも言える。

しかし、量子コンピュータやテレポーテーションという分野ではもつれあい状態を使用しなければ原理的に不可能なプロトコルも多く、コヒーレント状態やそれをアッテネートしただけの単一光子状態だけでは実現は困難である。

そのため、単一光子による量子情報処理の研究分野ではオンデマンドな (1 パルスに必ず 1 光子存在する) 単一光子光源や、もつれあった光子対を効率よく生成する方法が求められている。

連続量においてはコヒーレント状態の重ね合わせ状態 (別名シュレディンガーの猫状態) [5, 66] を用いたコヒーレント状態による量子情報処理も研究されているが、コヒーレント状態の重ねあわせ状態は現状では、ス

クイズド状態から1光子を引くことで作られているため、どちらにしろスクイズド状態は必要である。もつれあい状態もスクイズド光を用いて簡単に作ることが可能であり、スクイズド光はこうした非古典状態を生成するためにも使用されたり、連続量を用いた量子計算に必要とされる量子ゲートのひとつにも含まれるなど、この分野においては重要なリソースといえる。連続量のもつれあい状態の性能はスクイズド光の雑音圧搾度合いであるスクイジングレベルに依存するため、より高レベルなスクイズド光が必要となる。

さらに筆者は光を用いた量子情報処理は通信への応用が期待されていると考え、光通信に必要な不可欠な光ファイバや導波路への親和性の高い量子もつれあい状態の効率的な生成が重要と考えている。本節では将来の量子情報処理に必要とされる光源の研究開発について述べていくが、特に光ファイバを用いたものについては詳しく記述する。

1.5.1 光子対による量子もつれ (離散変数の量子もつれ)

量子論の完全性を問う EPR パラドックス [3] の問題を解決するのに使用されたもつれあった光子対は Ca 原子からのカスケード放出によるものである [2]。しかし、その後主流となったのは $\chi^{(2)}$ 非線型光学結晶を用いた自然放出パラメトリック下方変換 (SPDC: Spontaneous Parametric Down Conversion) である [67]。パラメトリック下方変換のように同時に放出された光子対はもつれあい状態になることで知られ、1パルスあたり0.1光子対しか放出されないような強度のポンプ光を使えば、単一光子対とみなすことができる。しかし、この手法はポンプ光の光子数が Poisson 分布であるので、必然的に放出された光子対の数も Poisson 分布となる。これが単一光子光源として使えることを保障しているのは、二光子対発生確率の低さと、ゼロ光子状態を捨てている (ディテクタが光子を観測していない場合の結果は捨てる) ということにある。同様のことは光学結晶中の量子ドットからのカスケード放出や [68]、三次の非線型効果を用いても可能である。

三次の非線型効果を用いたものには半導体の共鳴ハイパーパラメトリック散乱 (RHPS: Resonant Hyper Parametric Scattering) を用いた手法や光ファイバを用いた手法 (後述) が挙げられる。半導体の RHPS を用いた手法は CuCl の三次の非線形効果を用いて、もつれ合った光子対が東北大学の Edamatsu らにより得られている [69]。半導体による光子対放出は半導体中の量子ドットを用いた量子コンピューティングといった構想と相性が良いと考えられる。また、この成果は紫外域の波長の光子対が得られているが、紫外域での光子対発生はこの RHPS 以外では難しいと考えられている。

さて、以上の手法は自然放出を用いているが、オンデマンドに量子もつれ光子対を得られる手法として、次のような実験例が報告されている。時間制御された偏光量子もつれ光子対源として、量子ドットにおける励起子分子、すなわち2個の束縛された電子-正孔対からの放射減衰が提案されている。これまでの実験では通常、中間の励起子エネルギー準位がゼーマン分裂してしまうため、偏光ごとにエネルギー (波長) が異なってしまう、古典相関した発光しか起こせなかった。しかし近年、面内磁場の印加や、量子ドットの成長条件の精密な制御によって、中間準位の分裂を零に調整することで、偏光量子もつれを示す単一量子ドットからの時間制御された光子対放出が報告されている [70]。この手法は電流駆動型の単一光子光源の可能性も考慮した研究といえる。

また、単一光子を二つ合成することでも、もつれ光子対は生成可能である。時間波形および中心波長が等しくフーリエ限界パルスで、位相飛びの無い波動関数で表される光子を複数用意できれば、これらの光子は区別が出来ない。これを踏まえて、Stanford 大学の Santori らは、量子ドットの周りに微小共振器 (Microcavity) を作り、二光子発生率が非常に低い決定論的な単一光子光源の実験を行った [68]。また、彼らは Fig. 1.6 の実

験系により、一方にパルス間隔に等しい遅延および偏光の 90 度回転を与えた後、もう一方と合成することで、偏光もつれ光子対が生成し、量子テレポーテーションを実現している [71]。

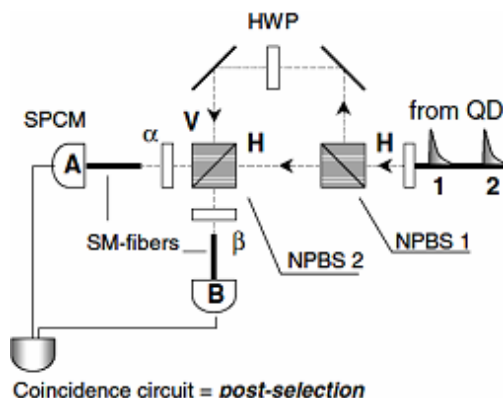


Fig. 1.6: Experimental setup. Single photons from the QD microcavity device are sent through a single mode fiber and have their polarization rotated to H. They are split by a first BS1. The polarization is changed to V in the longer arm of the Mach-Zender configuration. The two paths of the interferometer merge at a second BS2. The output modes of BS2 are matched to single mode fibers for subsequent detection. The detectors are linked to a time-to-amplitude converter for a record of coincidence counts [71].

オンデマンドな単一光子光源は共振器 QED (Cavity Quantum Electrodynamics) と呼ばれる単一原子をトラップしキャビティによって光と強い相互作用を起こし、原子の状態を制御する手法でも実現可能である。さまざまな応用に向けて研究されているが、ここでは単一光子光源としての応用のみを記す。共振器 QED による単一光子生成法は 1997 年に Law と Kimble によって提案され [72]、決定論的な単一光子光源は Kimble のチームの McKeever らによって実現した [73]。彼らは Cs 原子を使用した。このような中性原子 (QED の実験では Ca^+ のようなイオンを使うことも多い。これに対してイオンでない原子を指す) では共振器中で位置を確実に決める方法が困難であったが、原子の輸送、局在技術の進歩により実現した。Kimble らの成果は過去の実験結果に比べ格段の進歩であったものの、連続発振時間は 1 秒前後であった。これに対して、Max-Planck 研究所の Keller らは Ca^+ イオンを使い 90 分にわたって単一光子としての相関を観測した [74]。

光ファイバによるもつれあった光子対生成

光ファイバ網上で動作する量子通信システムにおいては、ファイバ伝送に適した $1.5 \mu\text{m}$ 波長帯の量子もつれ光子対の生成が必要である。また、自由空間から光ファイバへのカップリングの効率が一般に低いことから、光ファイバ中でもつれあい状態を生成できればそれに越したことは無いと考えられる。そのため、光ファイバ中の三次の非線型性である自然放出四光波混合 (SFWM) を用いてもつれあった光子対を生成する研究が行われている。SFWM は 2 個のポンプ光子を吸収してシグナル アイドラ光子対を放出する過程であるが、当然位相整合が取れなければ発生しないので、ポンプ光波長がゼロ分散波長となるような DSF (Dispersion Shifted Fibre) が媒質としてよく用いられる。こうすることで長距離に渡って位相整合が容易に満たされ、高効率な量子相関光子対が生成できる。Northwestern 大学のグループは DSF を使った平衡 Sagnac 干渉計に時間遅延をつけた縦お

よび横偏光をポンプ光として入射して、SFWMによる縦および横偏光の相関光子対をそれぞれ独立に生成し、最後に時間遅延を補正することで、偏光もつれあい状態の光子対を生成した [75]。SFWMを用いた手法ではシグナルとイドラの波長を意図的に変えることで、回折格子や AWG (Array Waveguide Grating) を用いて空間的に切り離し、同時係数計測を行うことで偏光もつれの検証が可能となる。こうした研究は Northwestern 大学のグループとアメリカの NEC 研究所等が行っており、光子対生成率の低さやエラーの多さを解決するために実験系の改良が行われている [76, 77]。一方、光ファイバ中の偏光制御は困難であり、さらに偏波クロストークによる偏光もつれの劣化は問題である。そのため、Inoue らは時間遅延をつけたポンプ光の偏光を変えずに、時間もつれ光子対を SFWM によって生成している [78]。

時間もつれは複屈折や偏波クロストークなどの現象により、偏光状態が崩れがちな光ファイバ系ではメリットがあるため [79]、Geneva 大学のグループは早くからこの状態に注目しており、2004 年には $1.3 \mu\text{m}$ 帯と $1.55 \mu\text{m}$ 帯の時間もつれ光子対を長距離配送し [80]、テレポーテーションの実験も行われている [62]。時間もつれは干渉計の腕の長さの差を厳密に保つ必要があるため、自由空間ではほとんど行われていないが、光ファイバでは、冷却など温度を一定に保つことで、干渉計の腕の長さの差を厳密に保つことが可能であり、光ファイバと相性の良い手法である。また、差動位相シフト量子暗号鍵配布の手法とも相性が良いようで、量子暗号鍵配布の分野ではよく使用されている。

1.5.2 スクイズド光によるもつれあい状態生成

直交位相スクイズド光が実験的に初めて実現されたのは、1985 年に Slusher らが非線形媒質に Na 原子を用いた縮退光パラメトリック共振器 (OPO: Optical Parametric Oscillator) を使用して、量子雑音を SNL より -0.3dB 下回らせたという報告である [81]。この縮退 OPO を用いた手法は現在も主流であり、Furusawa らが行っている量子テレポーテーションの実験に使用されるスクイズド光もこの手法で作られている。2006 年には非線形媒質に周期分極反転 KTiOPO_4 (PPKTP) 結晶を用いた OPO により、 -7.2dB のスクイズングに到達しており [82]、2007 年には測定のための LO 光の位相を正確に制御することで、 -9.0dB に到達した [83]。さらに 2008 年には Max-Planck 研究所の Vahlbruch らもこの手法を用いて -10.1dB のスクイズングを得た [84]。

一方、シングルパスの OPA でも、ポンプ光にピークパワーの強いパルスレーザを用いることで、強い非線形光学効果を得ることができ、スクイズングが可能である。セットアップが複雑になってしまう共振器を用いずに済み、また、パルスのスクイズド光が得られるという点でも興味深い。実験としては 1987 年に Slusher らが Nd:YAG レーザの二倍波の強いパルスのポンプ光 (100ps 程度) で KTP 結晶を励起することで、OPA では初めての -0.6dB のスクイズングを達成した報告が最初である [85]。この手法も主流と言ってよく、Grangier のグループは主にこの手法で得られたスクイズド光を用いてコヒーレント状態の重ねあわせ状態の研究をしている [66]。2007 年には学習院大学の Eto らが通信帯の光パルスと導波路型の PPLN 結晶を用いて -3.2dB のスクイズングを得ている [86]。導波路型の PPLN は光ファイバとの接合が可能で、全導波路でのスクイズド光光源への応用が期待される。

一方、光子数スクイズド光の発生は実験的には、1986 年に Yamamoto らが行った詳細な理論解析 [87] の下で、LD 励起のポンプ電流雑音を高インピーダンス電源の使用により抑圧して -0.33dB のスクイズングを得たことをきっかけに [88]、その後改良によって最大 -8.3dB という非常に高いスクイズングを達成することで始められた [89]。こうした光子数スクイズド光では唯一、非対称 Sagnac ループ干渉計を用いた光子数スクイズド光を直交位相スクイズド光に見立てて、もつれあい状態生成を達成した報告があるが、これは後述する。

光ファイバによるスクイズド光生成

スクイズド光は光ファイバの $\chi^{(3)}$ 非線形光学効果によっても生成することができる。これは視覚的には、Fig. 1.7のような電場の位相平面で見れば、自己位相変調 (SPM: Self Phase Modulation) などによってコヒーレント状態の光が変形を受けて三日月状 (実際はほぼ楕円形) に歪んでスクイズングするという形でも理解できる。光ファイバの材料であるガラスはそれほど、 $\chi^{(3)}$ 非線形光学係数が高いわけではないが、導波路構造のため光を狭い領域に閉じ込めることができ、効率よく非線形光学効果を生じさせることができる。それでも、効率的に非線形光学効果を生じさせるにはパルスレーザが必要となる。従って、光ファイバを用いたスクイズド光生成の実験は一般にパルスレーザを用いる。特に異常分散と SPM の釣り合いによってパルス形状が保存されるソリトン伝搬では高いピーク強度を保持するために長い相互作用長が容易に得られる。

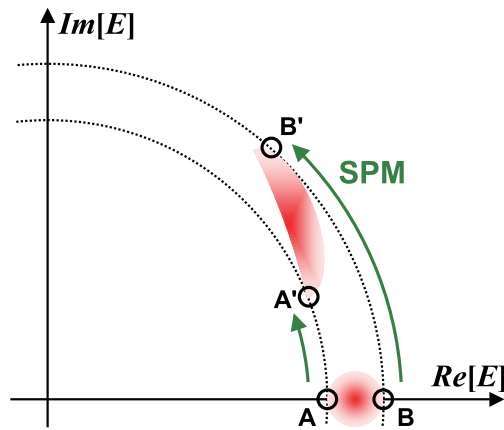


Fig. 1.7: Generation process of the squeezed light by Kerr effect in phase space of field. Larger amplitude light gives a larger refractive index than the smaller amplitude one, since refractive index of an optical fiber is proportional to optical power due to Kerr effect. The output light is the squeezed light and crescent-like shape in phase space of field.

一方、ファイバ中では一般にファイバ長とともに増大する導波性音響ブリルアン散乱 (GAWBS: Guided Acoustic Wave Brillouin Scattering) に起因する熱雑音、および誘導ラマン散乱 (SRS: Stimulated Raman Scattering) に起因する過剰雑音の発生が問題となっている。実験では1986年にShelby, Wallsらが液体ヘリウムで冷却した光ファイバ中の非縮退四波混合によって -0.58dB のスクイズングを生じさせたのが最初となる [92]。現在では1990年にShirasakiとHausが提案した、光ファイバから成るSagnacループ干渉計を用いたSVの生成法が、最も有効であると思われる [93]。2001年にHausのグループのYuらは自作のEDFA (Erbium Doped Fiber Amplifier) ファイバレーザからの $1.55\ \mu\text{m}$ の通信波長の超短パルス (1 ps) をポンプ光に用いたソリトン伝搬により -6.1dB のスクイズングを得ている [94]。彼らは1GHzの高繰り返しパルスを用いることで量子雑音の測定帯域におけるGAWBSを低減させている。

他には、2002年にNishizawaらが2本の長さが等しい偏波面保存ファイバを高・低速軸を90度ひねった状態で接続した非線形偏光干渉計 (NOPI: Nonlinear Polarizing Interferometer) を用いた手法により、ファイバレーザからの $1.55\ \mu\text{m}$ 波長をもつサブピコ秒の超短パルスをポンプ光に用いて -1.7dB (後にセットアップの

改良により -2.46dB) の SV を生成している [95–97]。こちらの手法も基本的には Shirasaki と Haus の提案を元にしており、原理としては Sagnac ループ干渉計と変わらないが、スクイズド光と LO 光が同じプロファイルで重なって出るため、測定しやすいというメリットがある。

光ファイバを用いてスクイズド光を得る場合、最大の問題は GAWBS であり、これを低減するために様々な工夫をする必要がある。しかし、GAWBS は位相ノイズであるせいか、光子数スクイズド光を得る場合にはあまり影響しないようである。光子数スクイズド光からもつれあい状態を作るとは、位相演算子がうまく定義できていないという状況から、行われていないが、現実的な大きさの非線形性を仮定すると、光子数スクイズド光は直交位相スクイズド光とみなすことができる。こうした観点から、もつれあい状態を発生させることに使用された光子数スクイズド光発生法が非対称 Sagnac ループ干渉計である。これは直交位相スクイズド光を得るための Sagnac ループ干渉計のビームスプリッタの透過率と反射率を Fig. 1.8 のように非対称にすることで、高い圧搾度の光子数スクイズド光を得るというものである。実験は Leuchs のグループの Schmitt らによって行われ、 -3.9dB のスクイーミングが得られた [98]。また、これとほぼ同時期に Krylov と Bergman は同様に -5.7dB のスクイーミングを得ている [99]。Northwestern 大学の Fiorentino らは Sagnac ループの代わりに、直交した偏光を持つ二つのパルスを偏波保存ファイバに入射することで同様の効果を得て、光子数スクイーミングを達成した [100]。

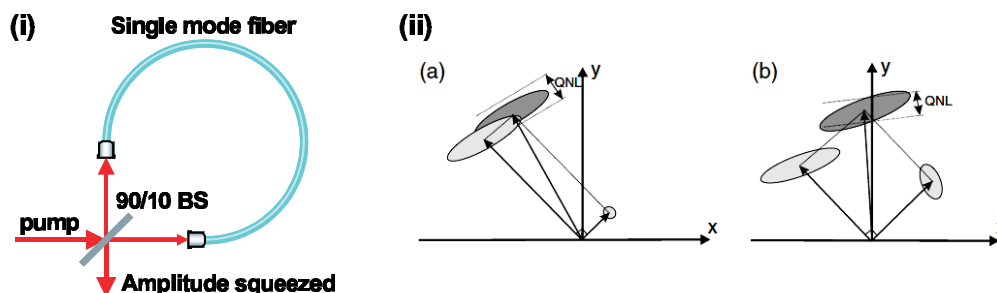


Fig. 1.8: A schematic explanation of the splitting ratio dependence of the noise power at the unbalanced Sagnac interferometer output: (ii)(a) for a beam splitting ratio with a large asymmetry the Kerr squeezed state is reorientated to yield amplitude squeezing, identical to the visualization; (b) the beam splitter is more symmetric leading to an inappropriate displacement of the Kerr squeezed beam - in this case the amplitude noise of the resultant field is above the quantum noise limit. x and y denote the unnormalized quadratures of the electromagnetic field [90].

さらに Leuchs らのグループは光子数スクイズド光を直交位相スクイズド光とみなし、二つの光子数スクイズド光を合成することでも量子もつれを生成した [6]。これは直交位相を光子数 位相間に置き換えただけで、量子もつれ自体の性質は変わらないが、スクイズド光自体の強度が高いため、直交位相スクイズド光と同じホモダイン測定は使用できない。そのため彼らは位相測定法を開発し、光子数と位相の同時測定を可能にした [101]。Leuchs らはまた、この光子数スクイズド光およびその量子もつれを用いた応用として、2002 年以降には光輝度もつれを用いた量子鍵配布のプロトコルの提案 [102]、量子もつれの交換に向けた 4 者間での光輝度もつれの実証 [103]、同年に偏光スクイーミングなどの実験を報告しており [104, 105]、この分野のプロトコルを数多く開拓している。なお、偏光スクイーミングとは直交位相や光子数スクイズド光を、直交する偏光軸で二つ合成し

たもので、全て直接測定することができる四つのストークスパラメータを測ることでスクイジングが評価できるため、測定にLOが不要となる。さらに偏光変数の揺らぎを用いるため、原子のスピンとの相互作用が可能で、量子メモリなどへの応用が期待されている。

光ファイバを用いた光子数スクイズド状態生成法には他にスペクトルフィルタリング法がある。光ファイバに広帯域な周波数を持つ超短パルス光を伝搬させると、 $\chi^{(3)}$ 非線形光学効果により周波数成分間に量子相関が生じ、一部の周波数または周波数間成分だけを取り出すと量子雑音が減少（または増加）する。スペクトルフィルタリング法ではこれを利用して、量子雑音が減少する周波数成分を多く取り出すことでスクイジングを行うことができる。1996年 NTT の Friberg は光ファイバ中をソリトン伝搬したパルスに対して、スペクトルの裾の成分をフィルタリングすることで光子数スクイージングが得られることを示し、 -2.3dB のスクイージングを得た [90]。この研究は Leuchs のチームでも試みられ、Spälter らはファイバ長を長くして様々なフィルタを試した結果、最大 -3.8dB のスクイージングを得ている [91]。ただし、これらのスキームを基にしたスクイズド光によるもつれあい状態生成は達成されていないようである。

1.6 光ファイバ非線形光学を用いた直交位相スクイズド光の効率的な発生法

以上から、光ファイバを用いて量子もつれあい状態を生成するためには、GAWBS や SRS のような光ファイバ特有のノイズを克服して、直交位相スクイズド光を生成するか、光子数スクイズド光のようにこれらのノイズの影響を受けにくい手法を使うかどちらかを選択する必要があると考えられる。光子数スクイズド光は比較的得やすく、生成法によっては直交位相スクイズド光のように使用することができ、メリットが多いように見えるが、直交位相スクイズド光と全く同じことができるわけでは今のところ無い。これは直交位相スクイズド光ではLO光との位相差により自由に測定基底を変えられるのに対し、光子数スクイズド光では光子数と位相という2極での測定法しかないことが主な原因である。そのため、GAWBS や SRS のような光ファイバ特有のノイズを克服して、直交位相スクイズド光を生成する研究も重要である。本節ではどうすればGAWBSを克服して直交位相スクイズド光が得られるかを考える。

また、通信用光学素子という観点から言えば、半導体レーザやEDFA (Erbium Doped Fibre Amplifier) も重要な素子である。これらは簡便で、現在の通信網に広く使われている素子であるが、こちらはASE (Amplified Spontaneous Emission) と呼ばれる現象により、ノイズが多く、コヒーレント状態とは呼べないため、スクイズド光を得るには不向きである。本節ではこれについても触れる。

1.6.1 GAWBS への対策

GAWBS を減少させる方法はいくつかあり、ファイバを冷却することでフォノンのエネルギーを減少させる手法は良く知られている。Shelby らによる光ファイバを用いた最初の直交位相スクイージングの実験 [92] はファイバを液体ヘリウムを用いて冷却していたし、Sagnac ループファイバとパルスレーザによる直交位相スクイージングの実験を初めて実現した例では液体窒素によってファイバを冷却していた [110]。冷却によるGAWBSの低減は温度に応じて起こるが、ゼロにはならない。そのため、液体窒素では不十分な場合があり、もし液体ヘリウムを使用するとなれば、装置が非常に大掛かりになってしまうことが難点である。

次に、GAWBS はファイバの構造に依存することが知られ、似たようなパラメータを持つファイバでもその影響の大きさに個体差が存在する。これはつまり、フォトニッククリスタルを使用すれば、GAWBS を打ち消

すあるいは逆に強める構造を作ることができる [106]。これについては Erlangen-Nürnberg 大学の Milanovic らが実験により偏光スキージングに及ぼす影響を検証している [107]。

また、パルス繰り返し周波数を数 GHz に高める方法も良く知られている [108]。これは GAWBS は横波光学モードの音響波による位相変調であるため、あまり高周波には応答できないためで、数 GHz 以上の帯域にはほとんどノイズを発生しない。従って、ポンプパルスの繰り返し周波数を数 GHz に高めることで、サイドバンドに雑音が生じることを防ぐことができる。Sagnac ループファイバを用いることで -6.1 dB のスキージングを実験的に得た報告 [94] もポンプパルスに GHz の繰り返しを持つレーザを使用している。

最後に、GAWBS があまり高周波には応答できないことを利用し、時間的に接近した二つのパルスを光ファイバに通すという手法もある。このパルス対は等しい位相ノイズを受けると考えられ、雑音を打ち消せるのではないかと考えられる [109]。

1.6.2 EDFA 光源の雑音

レーザ発振器からの光には、励起光あるいは励起電流の揺らぎやジョンソンノイズ (熱雑音) を始めとして、様々な理由でノイズが入る。しかし、これらの問題を技術的な努力により取り除いても、自然放出光に起因するノイズが根源的に残る。自然放出がシードになることでレーザ発振が起きるため、自然放出が全く無ければレーザは発振しないが、発振しているレーザ光に別の自然放出光が加わると、自然放出光が増幅された ASE (Amplified Spontaneous Emission) となり、全体としての位相や振幅がゆらぐことになる。自然放出は必ず発生するため、励起強度を上げることや共振器の Q 値を上げることなどにより ASE を抑えることになる。その極限がコヒーレント状態で、実際多くの固体レーザーではこの ASE は小さく、コヒーレント状態と言ってよい。コヒーレント状態は不確定性関係における最小不確定状態であるため、このノイズは根源的に取り除くことができず、量子ノイズと呼ばれる。しかし、ファイバレーザや EDFA などは低い Q 値と高い増幅率が特徴であり、ASE の影響が大きく、パルスの繰り返し周波数と ASE の強いビートノイズにより、コヒーレント状態の分散量よりも数百～数千倍の大きさのノイズを持つ場合がある。こうしたビートノイズは工夫次第で低減することが可能であるが、一般的なファイバレーザや EDFA では非常に大きな値となっている。

筆者はこうしたファイバレーザや EDFA、ゲインスイッチ半導体レーザといった現在の通信網で広く使われている光源の光子数ノイズを計測した。Fig. 1.9 にファイバレーザ、ゲインスイッチ半導体レーザ、およびゲインスイッチ半導体レーザを EDFA により増幅したとき、OPO パルスを EDFA により増幅したときのそれぞれについて、光子数雑音を測定した結果を示す。光子数雑音は平衡ホモダイン測定により得られた SNL (Shot Noise Level) と比となっている。EDFA による増幅後の光は 70 mW 程度の強度があるが、比較のためアッテネートした。Figure 1.9 の結果から、スキューズド光発生の実験には通常 $2 \sim 20$ mW の光パワーを要するため、これらの光源を用いると 20 dB (SNL の 100 倍) 以上の光子数雑音が光源にすでに乗っている。また、これらの光源を EDFA で増幅すると、光子数雑音はさらに増加し、 2 mW で約 47 dB (SNL の 5 万倍) のノイズがこの測定では観測された。Sagnac ループファイバには光源の雑音を打ち消す働きがあるため、低ノイズな自作の EDFA を用いてスキューズド光を生成した研究は存在するが、現在の通信網に多く使用されているファイバレーザや EDFA を用いてスキューズド光発生実験した場合、やはり量子ノイズが SNL を下回ることが困難である。

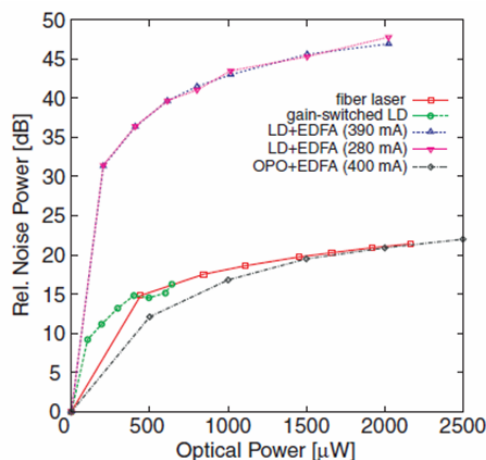


Fig. 1.9: Photon number noise relative to SNL with various light sources, which are widely used in the classical communication network.

1.7 研究の目的と本論文の構成

1.7.1 研究の目的

これまでに述べてきた背景をまとめると、量子情報処理の分野では、量子コンピュータ、量子暗号鍵配布、量子テレポーテーションなどの応用が考えられており、これらの応用には量子もつれあい状態が非常に重要な役割を果たしている。従って、量子もつれあい状態の効率的な生成は今なお重要な研究課題といえる。

また、光を用いた量子情報処理の分野は将来的には、量子暗号鍵配布などの暗号通信、量子状態を遠距離へ転送するための通信、それに必要な量子中継器、および通信のための小規模なコンピュータといった分野が考えられる。基本的には量子状態のある場所から別の場所へ移すような役割が期待されると考えられ、光ファイバのような導波路との親和性は重要と考えられる。

従って、光ファイバを用いて量子もつれあい状態を効率的に生成することは重要な意味があると考えられる。しかし、この領域はもつれあった光子対の生成という方向性では進んでいるものの、連続量の分野ではあまり進んでいない。これは EDFA や光ファイバといった通信用光学素子が、それぞれ ASE や GAWBS といったノイズを付与しがちな素子であり、量子ノイズを低減しなくてはならないスクイズド光の生成に不向きであるためである。

本論文ではこの ASE や GAWBS を克服して、スクイズド光を通信用光学素子、特に光ファイバを用いて効率的に生成することを目的としている。高いレベルで純度の良いスクイズド光が得られれば、もつれあい状態を生成することも容易であり、光を用いた連続量での量子情報処理の分野へ大きく貢献できると考えられる。

この目的のためには光子数スクイズングの効率的な生成法の研究と、GAWBS を効率的に低減し、直交相スクイズングを行う研究の二つの方向性があると思われる。光子数スクイズングを効率的に生成するには、前述したようないくつかの手法が提案されているが、本研究では、周波数モード間の光子数相関を利用するスペクトルフィルタリング法に注目した。また、この周波数モード間の光子数相関に関して、パルスの周波数モード間で生じる光子数相関を使って量子通信を行うという、考え方が存在し、非線形相互作用を受けたパルスが、

理論的にどの程度のリソースを持ちうるかという議論がなされている [111]。このように、パルスを用いたスクイズド光は連続光を用いたものよりも、大きなリソースを使用できる可能性を持っていると言え、パルス内で生じる光子数相関もこちらの方向性における重要なテーマである。このことから、本研究では以下のことを目的とした。

- スペクトルフィルタリング法による効率的な光子数スクイズド光発生の実験，数値解析
- 周波数モード間の光子数相関の効率的な生成法の提案

一方で，GAWBS を効率的に低減し，直交位相スクイジングを発生させるためには，「GAWBS への対策」の副節で述べたような対策を取る必要がある。このうちパルスの繰り返し周波数を数 GHz に高める方法は，パルスごとに測定を行ったり，変調をかけたりといった局所的操作 (LOCC: Local Operation and Classical Communication) が困難になってしまう。スクイズド光を得た後に，テレポーテーションなどの量子情報処理を行うには，この局所的操作が必要になるため，本論文では液体窒素によりファイバを冷却するという対策を採用した。しかし，液体窒素温度では GAWBS によるノイズを低減できるがゼロにはできない。そのため，スクイズド光が得られてもその純粋度は低くなってしまおうと考えられる。従って，光ファイバから得られたスクイズド光の純粋化も重要なテーマである。このことから，直交位相スクイジングに関しては以下のことを目的とした。

- 冷却による GAWBS の低減，および直交位相スクイズド光の生成
- 得られた直交位相スクイズド光の純粋度の改善

1.7.2 本論文の構成

このような目的を踏まえて，本論文の構成について述べる。

まず第2章では電磁場の量子化などの量子論に関する基本的な内容から，スクイズド状態やスクイズド状態を用いたもつれあい状態の生成などの基本的な理論を説明した。

第3章では，スクイズド光を光ファイバを用いて効率的に生成するという目的から，GAWBS の影響を比較的受けにくい光子数スクイジングについての実験研究の結果を述べた。非線形性の強い photonic crystal fiber (PCF) を伝搬した波長 800 nm のフェムト秒レーザパルスを用い，スペクトルフィルタリングすることで -4.6dB の光子数スクイジングが得られた。数値モデルから，ソリトン伝搬する長波長側の成分を取り出すことで高いスクイジングが得られることを示した。また，広帯域化した光パルスの周波数モード間の相関を計算し，光パルスが PCF 中で広帯域化する過程で複雑な量子相関が発生し，長波長側のソリトン様の成分が多く他の周波数成分との間で強い光子数量子相関が形成されることを示した。

第4章では，ファイバ伝搬中のフェムト秒パルスにおいては，長波長側の成分と短波長側の成分が時間的に重なり合って長距離にわたり安定的に伝搬することに注目し，光ファイバのゼロ分散波長をまたいだ二つの波長のパルスを光ファイバに入射したときに生じる光子数相関を数値的に解析した。その結果，二つのパルス周波数成分が重なり合う場合はスクイズド光が得られ，離れている場合はパルス間に強い光子数相関が生じ量子非破壊測定効果を実現できることを示した。

第5章では，3，4章とは異なり，GAWBS を克服し直交位相スクイズド光を生成することを目標とした，光ファイバ非線形光学を用いた直交位相スクイズド光発生実験の結果を述べた。Sagnac ファイバ干渉計と波長

1.55 μm のパルスレーザを用いて直交位相スクイズド光発生を試み、光ファイバを冷却して GAWBS を抑制することで、 -0.7dB のスクイズングが得られ、位相ノイズが 3dB 低減することを示した。

第6章では、5章で得られた直交位相スクイズド光の純粋度を改善するために、時間域のホモダイン計測を用いた post-selection 法による純粋化手法を提案し、実際にスクイズド光の純粋度が大きく向上することを示した。また、理論解析ともよい一致が得られることを示した。

第7章では、各章で得られた結果をまとめ、本研究の成果を要約した。

参考文献

- [1] M. Planck, Ann. der Phys. **1**, 719 (1900); Ann. der Phys. **4**, 553 (1901).
- [2] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, Phys. Rev. Lett. **49**, 460 (1981).
- [3] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. **47**, 777 (1935).
- [4] N. Bohr, Phys. Rev. **48**, 696 (1935).
- [5] 古澤明：量子光学と量子情報科学 (数理工学社, 2005).
- [6] Ch. Silberhorn, P. K. Lam, O. Weiß, F. König, N. Korolkova, and G. Leuchs, Phys. Rev. Lett. **86**, 4267 (2001).
- [7] H. P. Yuen and V. W. S. Chan, Opt. Lett. **8**, 177 (1983).
- [8] 松岡正浩：量子光学 (東京大学出版, 1996).
- [9] D. T. Pegg and S. M. Barnett, Europhys. Lett. **6**, 483 (1988).
- [10] S. M. Barnett and D. T. Pegg, J. Mod. Opt. **36**, 7 (1989).
- [11] D. T. Pegg and S. M. Barnett, Phys. Rev. A **39**, 1665 (1989).
- [12] A. Einstein, Ann. der Phys. **17**, 132 (1905).
- [13] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000). 日本語訳 (訳：木村達也) はオーム社より出版されている。
- [14] 細谷暁夫：量子コンピュータの基礎 (サイエンス社, 1999).
- [15] 佐川弘幸, 吉田宗章：量子情報理論 (シュプリンガー・フェアラーク東京, 2003).
- [16] D. Deutsch, A. Ekert, R. Jozsa, C. Macchiavello, S. Popescu, and A. Sanpera, Phys. Rev. Lett. **77**, 2818 (1996).
- [17] P. W. Shor, in the proceedings of 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, California, USA, p. 124 (1994); SIAM J. Compt. **26**, 1484 (1997).
- [18] L. K. Grover, Phys. Rev. Lett. **79**, 325 (1997).
- [19] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn, Nature **409**, 46 (2001).

- [20] P. Walther, K. J. Resch, T. Rudolph, E. Schenck, H. Weinfurter, V. Vedral, M. Aspelmeyer, and A. Zeilinger, *Nature* **434**, 169 (2005).
- [21] Q. A. Turchette, C. J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi, and H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4710 (1995).
- [22] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4714 (1995).
- [23] N. A. Gershenfeld and I. L. Chuang, *Science* **275**, 350 (1997).
- [24] L. M. K. Vandersypen, M. Steffen, G. Breyta, C. S. Yannoni, M. H. Sherwood, and I. L. Chuang, *Nature* **414**, 883 (2001).
- [25] T. H. Oosterkamp, T. Fujisawa, W. G. van der Wiel, K. Ishibashi, R. V. Hijman, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven, *Nature* **395**, 873 (1998).
- [26] Y. Yamamoto, M. Kitagawa, and K. Igeta, in the proceedings of 3rd Asia-Pacific Physics Conference, Singapore, p. 779 (1998).
- [27] G. J. Milburn, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2124 (1989).
- [28] J. L. O'Brien, G. J. Pryde, A. G. White, T. C. Ralph, and D. Branning, *Nature* **426**, 264 (2003).
- [29] S. Takeuchi, *Phys. Rev. A* **62**, 032301 (2000).
- [30] R. Filip, P. Marek, and U. L. Andersen, *Phys. Rev. A* **72**, 042308 (2005).
- [31] O. Alter and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4106 (1995).
- [32] W. K. Wootters and W. H. Zurek, *Nature* **299**, 802 (1982).
- [33] C. H. Bennett and G. Brassard, in the proceedings of IEEE International Conference on Computers Systems and Signal Processing, Bangalore, India, p. 175 (1984).
- [34] C. H. Bennett, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3121 (1992).
- [35] A. K. Ekert, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 661 (1991).
- [36] J. S. Bell, *Physics* **1**, 195 (1964).
- [37] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony and R. A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).
- [38] K. Inoue, E. Waks and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 037902 (2002).
- [39] W.-Y. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 057901 (2003).
- [40] H. Takesue, E. Diamanti, T. Honjo, C. Langrock, M. M. Fejer, K. Inoue, and Y. Yamamoto, *New J. Phys.* **7**, 232 (2005).

- [41] T. C. Ralph: *Quantum Information with Continuous Variables* (Kluwer, Dordrecht, 2001).
- [42] D. Gottesman and J. Preskill, Phys. Rev. A **63**, 022309 (2001).
- [43] N. J. Cerf, M. Lévy, and B. V. Assche, Phys. Rev. A **63**, 052311 (2001).
- [44] F. Grosshans and P. Grangier, Phys. Rev. Lett. **88**, 057902 (2002).
- [45] E. Schillinger, Nature **428**, 883 (2004).
- [46] M. Aspelmeyer, T. Jennewein, M. Pfennigbauer, W. R. Leeb, and A. Zeilinger, IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **9**, 1541 (2003).
- [47] R. Kaltenbaek, M. Aspelmeyer, T. Jennewein, C. Brukner, A. Zeilinger, M. Pfennigbauer and W. R. Leeb, Phys. Rev. A **67**, 022309 (2003).
- [48] M. Pfennigbauer, M. Aspelmeyer, W. R. Leeb, G. Baister, T. Dreischer, T. Jennewein, G. Neckamm, J. M. Perdigues, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, J. Opt. Net. **4**, 549 (2005).
- [49] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993).
- [50] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, Nature **390**, 575 (1997).
- [51] S. L. Braunstein and H. J. Kimble, Nature **394**, 841 (1998).
- [52] S. L. Braunstein and H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **80**, 869 (1998).
- [53] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik, Science **282**, 706 (1998).
- [54] J.-W. Pan, S. Gasparoni, M. Aspelmeyer, T. Jennewein, and A. Zeilinger, Nature **421**, 721 (2003).
- [55] N. Takei, T. Aoki, S. Koike, K. Yoshino, K. Wakui, H. Yonezawa, T. Hiraoka, J. Mizuno, M. Takeoka, M. Ban, and A. Furusawa, Phys. Rev. A **72**, 042304 (2005).
- [56] D. M. Greenberger, M. A. Horne, A. Shimony, and A. Zeilinger, Am. J. Phys. **58**, 1131 (1990).
- [57] H. Yonezawa, T. Aoki, and A. Furusawa, Nature **431**, 430 (2004).
- [58] M. A. Nielsen, E. Knill, and R. Laflamme, Nature **396**, 52 (1998).
- [59] M. Riebe, H. Häffner, C. F. Roos, W. Hänsel, J. Benhelm, G. P.T. Lancaster, T. W. Körber, C. Becher, F. Schmidt-Kaler, D. F. V. James, and R. Blatt, Nature **429**, 734 (2004).
- [60] M. D. Barrett, J. Chiaverini, T. Schaetz, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri, and D. J. Wineland, Nature **429**, 737 (2004).
- [61] J. F. Sherson, H. Krauter, R. K. Olsson, B. Julsgaard, K. Hammerer, I. Cirac, and E. S. Polzik, Nature **443**, 557 (2006).

- [62] I. Marcikic, H. de Riedmatten, W. Tittel, H. Zbinden, and N. Gisin, *Nature* **421**, 509 (2003).
- [63] M. Sasaki, K. Wakui, J. Mizuno, M. Fujiwara, and M. Akiba, in the proceedings of Quantum Communication, Measurement and Computing, Glasgow, UK, p. 47 (2004); e-print quant-ph/0601058 (2006).
- [64] D. Gottesman, A. Kitaev, and J. Preskill, *Phys. Rev. A* **64**, 012310 (2001).
- [65] H. Yonezawa, A. Furusawa, and P. van Loock, *Phys. Rev. A* **76**, 032305 (2007).
- [66] A. Ourjoumtsev, R. Tualle-Brouri, J. Laurat, and P. Grangier, *Science* **312**, 83 (2006).
- [67] Y. H. Shih and C. O. Alley, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2921 (1988).
- [68] C. Santori, D. Fattal, J. Vučković, G. S. Solomon, and Y. Yamamoto, *Nature* **419**, 594 (2002).
- [69] K. Edamatsu, G. Oohata, R. Shimizu, and T. Itoh, *Nature* **431**, 167 (2004).
- [70] R. M. Stevenson, R. J. Young, P. Atkinson, K. Cooper, D. A. Ritchie and, A. J. Shields, *Nature* **439**, 179 (2006).
- [71] D. Fattal, E. Diamanti, K. Inoue, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 037904 (2004).
- [72] C. K. Law and H. J. Kimble, *J. Mod. Opt.* **44**, 2067 (1997).
- [73] J. McKeever, A. Boca, A. D. Boozer, R. Miller, J. R. Buck, A. Kuzmich, and H. J. Kimble, *Science* **303**, 1992 (2004).
- [74] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange, and H. Walther, *Nature* **431**, 1075 (2004).
- [75] M. Fiorentino, P. L. Voss, J. E. Sharping, and P. Kumar, *IEEE Photon. Technol. Lett.* **14**, 983 (2002).
- [76] X. Li, P. L. Voss, J. E. Sharping, and P. Kumar, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 053601 (2005).
- [77] J. Fan, A. Dogariu, and L. J. Wang, *Opt. Lett.* **30**, 1530 (2005).
- [78] H. Takesue and K. Inoue, *Phys. Rev. A* **72**, 041804 (2005).
- [79] J. Brendel, N. Gisin, W. Tittel, and H. Zbinden, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2594 (1999).
- [80] I. Marcikic, H. de Riedmatten, W. Tittel, H. Zbinden, M. Legré, and N. Gisin, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 180502 (2004).
- [81] R. E. Slucher, L. W. Hollenberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2409 (1985).
- [82] S. Suzuki, H. Yonezawa, F. Kannari, M. Sasaki, and A. Furusawa, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 061116 (2006).
- [83] Y. Takeno, M. Yukawa, H. Yonezawa, and A. Furusawa, *Opt. Express* **15**, 4321 (2007).
- [84] H. Vahlbruch, M. Mehmet, S. Chelkowski, B. Hage, A. Franzen, N. Lastzka, and S. Goßler, **100**, 033602 (2008).

- [85] R. E. Slusher, P. Grangier, A. La Porta, B. Yurke, and M. J. Potasek, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2566 (1987).
- [86] Y. Eto, T. Tajima, Y. Zhang, and T. Hirano, *Opt. Lett.* **32**, 1698 (2007).
- [87] Y. Yamamoto and S. Machida, *Phys. Rev. A* **34**, 4025 (1986).
- [88] S. Machida, Y. Yamamoto, and Y. Itaya, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1000 (1987).
- [89] W. H. Richardson, S. Machida, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2867 (1991).
- [90] S. R. Friberg, S. Machida, M. J. Werner, A. Levanon, and T. Mukai, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3775 (1996).
- [91] S. Spälter, M. Burk, U. Ströfner, A. Sizmann, and G. Leuchs, *Opt. Express* **2**, 77 (1998).
- [92] R. M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmutter, R. G. De Voe, and D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 691 (1986).
- [93] M. Shirasaki and H. A. Haus, *J. Opt. Soc. B* **7**, 30 (1990).
- [94] C. X. Yu, H. A. Haus, and E. P. Ippen, *Opt. Lett.* **26**, 669 (2001).
- [95] N. Nishizawa, K. Sone, J. Higuchi, M. Mori, K. Yamane, and T. Goto, *Jpn. J. Appl. Phys.* **41**, L130 (2002).
- [96] J. Higuchi, N. Nishizawa, M. Mori, R. Goto, K. Yamane, and T. Goto, *Jpn. J. Appl. Phys.* **42**, 5048 (2003).
- [97] J. Higuchi, N. Nishizawa, M. Mori, R. Goto, D. Maruhashi, and T. Goto, *Jpn. J. Appl. Phys.* **43**, L160 (2004).
- [98] S. Schmitt, J. Ficker, M. Wolff, F. König, A. Sizmann, and G. Leuchs, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2446 (1998).
- [99] D. Krylov and K. Bergman, *Opt. Lett.* **23**, 1390 (1998).
- [100] M. Fiorentino, J. E. Sharping, P. Kumar, D. Levandovsky, and M. Vasilyev, *Phys. Rev. A* **64**, 031801 (2001).
- [101] O. Glöckl, U. L. Andersen, S. Lorenz, Ch. Silberhorn, N. Korolkova, and G. Leuchs, *Opt. Lett.* **29**, 1936 (2004).
- [102] Ch. Silberhorn, N. Korolkova, and G. Leuchs, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 167902 (2002).
- [103] O. Glöckl, S. Lorenz, Ch. Marquardt, J. Heersink, M. Brownnutt, Ch. Silberhorn, Q. Pan, P. van Loock, N. Korolkova, and G. Leuchs, *Phys. Rev. A* **68**, 012319 (2003).
- [104] J. Heersink, T. Gaber, S. Lorenz, O. Glöckl, N. Korolkova, and G. Leuchs, *Phys. Rev. A* **68**, 013815 (2003).
- [105] J. Heersink, V. Josse, G. Leuchs, and U. L. Andersen, *Opt. Lett.* **30**, 1192 (2005).

- [106] D. Elser, U. L. Andersen, A. Korn, O. Glöckl, S. Lorenz, Ch. Marquardt, and G. Leuchs, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 133901 (2006).
- [107] J. Milanovic, J. Heersink, Ch. Marquardt, A. Huck, U. L. Andersen, and G. Leuchs, *Laser Phys.* **17**, 559 (2007).
- [108] K. Bergman, H. A. Haus, E. P. Ippen, and M. Shirasaki, *Opt. Lett.* **19**, 290 (1994).
- [109] P. D. Townsend and A. J. Poustie, *Opt. Lett.* **20**, 37 (1995).
- [110] M. Rosenbluh and R. M. Shelby, *Phys. Rev. Lett.* **66** 153 (1991).
- [111] T. Opatrný, N. Korolkova, and G. Leuchs, *Phys. Rev. A* **66**, 053813 (2001).

第2章 本研究に関連した理論

本章では量子光学における基礎的な表記や理論を振り返り、本研究における実験の原理や、理論計算に使用したモデルを理解するための準備を行う。まずコヒーレント状態やスクイズド状態など本研究でたびたび登場する状態について説明する。さらにスクイズド光を合波することで量子もつれあい状態が得られることを示す。また、本研究は光ファイバを主に用いるため、Kerr 効果を用いて、スクイズド光が得られることも合わせて示し、量子状態の計測法であるホモダイン計測についても説明する。

2.1 電磁界の量子化

光を量子論的に扱うためには、まず電磁場を量子化しなければならない [1-4]。量子化といっても離散的に表すという意味ではなく、ハミルトンの運動方程式と波動光学との類似性を発見して、ハミルトンの運動方程式を用いて光の状態の時間発展を計算できるようにする。さらに調和振動子との類似性から、波動性と粒子性の二重性が生じる形式へと拡張する。そのためにまず、ハミルトニアンに相当する電磁場のエネルギーを計算する。そして、電磁場を時間と空間で変数分離した形で記述する。さらに調和振動子における位置と運動量に対応した変数を定義して交換関係を定める。この交換関係が定義できれば、エネルギーが離散化され、二重性を記述できるようになる。

光は電磁波であるから、ベクトルポテンシャル $A(\mathbf{r}, t)$ を用いて以下のような波動方程式を満たす。

$$\nabla^2 A(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.1)$$

簡単のため、 z 方向に伝搬する x 偏光の平面電磁波を仮定すると、ベクトルポテンシャルはスカラーとなり、 $A(\mathbf{r}, t) \Rightarrow A_x(z, t)$ と書ける (もっと一般的な解は [3] に詳しい)。さらに電磁波は長さが L の周期的境界条件を満たすと考え、しかるべき段階で、 $L \rightarrow \infty$ の極限を取ることにする。すると、この波動方程式の解は

$$A_x(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k (C_k e^{-j\omega_k t} + D_k e^{j\omega_k t}) e^{jkz}, \quad (2.2)$$

と書くことができる。ここで k は波数である。伝搬方向が決まっているため k もスカラーとなる。ここで、 $k = 2\pi n/L$ であり、 $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ となる。また、ベクトルポテンシャルは実数になるので、そのためには

$$A_x(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k (C_k e^{-j\omega_k t} + C_{-k}^* e^{j\omega_k t}) e^{jkz}, \quad (2.3)$$

となる。さらに見通しを良くするため、

$$u_k(t) = C_k e^{-j\omega_k t}, \quad (2.4)$$

とすれば, Eq. (2.3) は最終的に,

$$A_x(\mathbf{r}, t) = \frac{j}{\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k (u_k(t) e^{jkz} - \text{c.c.}), \quad (2.5)$$

となる。ここで電界, 磁界はそれぞれ

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \quad (2.6)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \quad (2.7)$$

なので,

$$E_x(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k \omega_k (u_k(t) e^{jkz} + \text{c.c.}), \quad (2.8)$$

$$B_y(\mathbf{r}, t) = \frac{-1}{\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k k (u_k(t) e^{jkz} + \text{c.c.}), \quad (2.9)$$

となる。一方, 電磁場のハミルトニアンは真空中では

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int (\varepsilon_0 \mathbf{E}^2 + \mu_0 \mathbf{H}^2) d\mathbf{r}, \quad (2.10)$$

である。ここで,

$$\int_{L^3} e^{j(k-k')z} d^3\mathbf{r} = L^3 \delta(k-k'), \quad (2.11)$$

を使えば, 全エネルギーは以下ようになる。

$$\mathcal{H} = 2 \sum_k \omega_k^2 |u_k(t)|^2. \quad (2.12)$$

ここで一般化座標を

$$x_k = u_k(t) + u_k^*(t), \quad (2.13)$$

と置くと, これに正準共役な変数として,

$$p_k = \dot{x}_k = -j\omega_k (u_k(t) - u_k^*(t)), \quad (2.14)$$

と定義できる。これら二つの変数は正準共役であるため,

$$\frac{\partial}{\partial t} x_k(t) = p_k(t), \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_k(t) = -\omega_k^2 x_k(t), \quad (2.16)$$

の関係を満たす。これらの変数を用いるとハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_k (p_k^2(t) + \omega_k^2 x_k^2(t)), \quad (2.17)$$

となり調和振動子と同じ形となる。このハミルトニアンを用いて、ハミルトンの運動方程式を以下のように記述できる。

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_k} = \dot{x}_k, \quad (2.18)$$

$$-\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_k} = \dot{p}_k. \quad (2.19)$$

また、この p と x を使って、電界や磁界を書き直すと、

$$E_x(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k [(\omega_k x_k(t) + j p_k(t)) e^{jkz} + \text{c.c.}], \quad (2.20)$$

$$B_y(\mathbf{r}, t) = \frac{-1}{2\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k \left[\left(x_k(t) + \frac{j}{\omega_k} p_k(t) \right) e^{jkz} + \text{c.c.} \right], \quad (2.21)$$

となる。この式から、光のハミルトンの運動方程式に現れる一般化座標と一般化運動量はそれぞれ、電磁波の \sin 成分、 \cos 成分の振幅であるに関係する量であることが見て取れる。こうした波動の \sin 成分、 \cos 成分の振幅を直交位相振幅という。

電磁界の量子化はまだ続く。というより現時点では、 p と x という新しい変数を用いて、電磁界やエネルギーの式を書き直したに過ぎない。従って、上記のハミルトンの運動方程式は古典的な波動が計算できる¹。

これらの式は力学的調和振動子と同じ形式で、光の粒子的な性質を説明できる。まずは、変数 p と x を演算子 \hat{p} と \hat{x} に変える。ここで、調和振動子の場合には位置と運動量演算子の交換関係は r に対してデルタ関数となる。しかし、光においては電磁場が近接作用するという性質から \hat{p} と \hat{x} の交換関係は r に対してはデルタ関数とならない。そのため、

$$[\hat{x}_k, \hat{p}_{k'}] = \hat{x}_k \hat{p}_{k'} - \hat{p}_{k'} \hat{x}_k = j\hbar \delta(k - k'), \quad (2.22)$$

として k 空間で交換関係を定義する。調和振動子と同様に生成消滅演算子を Eq. (2.23)、Eq. (2.24) のように定義すると、ハミルトニアンが Eq. (2.25) のようになる。ここで、 $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ は調和振動子における数演算子 \hat{n} であり、 \hat{n} の固有状態 $|n\rangle$ に対して、固有値は $0, 1, 2, 3, \dots$ の非負整数を取る。すると、ハミルトニアンのエネルギー固有値が $\hbar\omega_k$ 間隔の離散的な値となり、光のエネルギーが $\hbar\omega_k$ 刻みでしか変化しないという現象をうまく説明できる。

$$\hat{x}_k = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_k}} (\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger), \quad (2.23)$$

$$\hat{p}_k = j\sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2}} (\hat{a}_k - \hat{a}_k^\dagger). \quad (2.24)$$

$$\mathcal{H} = \sum_k \hbar\omega_k \left(\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \frac{1}{2} \right). \quad (2.25)$$

なお、消滅生成演算子の交換関係は x と p の交換関係から以下に示す Eq. (2.26) のように計算されるため、これを用いてハミルトニアンを導出した。

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^\dagger] = \delta(k - k'). \quad (2.26)$$

¹ハミルトンの運動方程式は解析しやすい形式であり、これはこれで意味がある

また、電磁場の演算子は古典的な場合と同様、生成消滅演算子を使って、

$$E_x(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k \sqrt{2\hbar\omega_k} (\hat{a}_k(t) e^{jkz} + \text{h.c.}), \quad (2.27)$$

$$B_y(\mathbf{r}, t) = \frac{-1}{2\sqrt{\varepsilon_0 L^3}} \sum_k \sqrt{\frac{2\hbar}{\omega_k}} (\hat{a}_k(t) e^{jkz} + \text{h.c.}), \quad (2.28)$$

と書ける。これにより光の波動性と粒子性の両方が記述でき、量子化ができた。一般に量子力学ではシングルモードを扱うことが多く、また、 $\hbar = \omega = 1$ 、もしくは $\hbar = 1/2$ 、 $\omega = 1$ とする単位系で計算することで、式を簡略化することもよく行われる。本章では $\hbar = 1/2$ 、 $\omega = 1$ とする。この時、消滅生成演算子と \hat{x} 、 \hat{p} の関係は

$$\hat{a} = \hat{x} + j\hat{p}, \quad (2.29)$$

$$\hat{a}^\dagger = \hat{x} - j\hat{p}, \quad (2.30)$$

となる。また、交換関係は

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1, \quad (2.31)$$

$$[\hat{x}, \hat{p}] = \frac{j}{2}, \quad (2.32)$$

となる。こうして簡略化された電場は

$$\begin{aligned} \hat{E}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} (\hat{a} e^{j(kz - \omega t)} - \hat{a}^\dagger e^{-j(kz - \omega t)}) \\ &= \hat{x} \cos(kz - \omega t) - \hat{p} \sin(kz - \omega t), \end{aligned} \quad (2.33)$$

と書き表せる。

2.2 コヒーレント状態

こうして定義された消滅演算子の固有状態をコヒーレント状態という。コヒーレント状態は $|\alpha\rangle$ と表記し、固有値 α を用いると、次式を満たす。

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle. \quad (2.34)$$

$$\langle \alpha | \hat{a}^\dagger = \langle \alpha | \alpha^*. \quad (2.35)$$

このコヒーレント状態における電界の期待値は Eq. (2.33) を用いると、

$$\begin{aligned} \langle \alpha | \hat{E}(\mathbf{r}, t) | \alpha \rangle &= \frac{1}{2} (\alpha e^{j(kz - \omega t)} - \alpha^* e^{-j(kz - \omega t)}), \\ &= |\alpha| \cos(kz - \omega t + \theta), \end{aligned} \quad (2.36)$$

となる。従って、電界の期待値は複素振幅 α の古典的電磁波となっている。一方、この複素振幅は複素数であるために、可測量ではない。光を特徴付けるには、光の強度（光子数）と位相、 \sin 成分、 \cos 成分の振幅である直交位相振幅といった、正準共役な二つの変数を測定する必要がある、一回の測定では光の情報を全て得ることはできない。

これより、コヒーレント状態の特徴を見ていく。コヒーレント状態の直交位相振幅の一方は

$$\begin{aligned}\langle \alpha | \hat{x} | \alpha \rangle &= \frac{1}{2} \langle \alpha | \hat{a} + \hat{a}^\dagger | \alpha \rangle \\ &= \text{Re}[\alpha] \equiv x,\end{aligned}\tag{2.37}$$

となり、やはり複素振幅の実部となり、これは電界の \cos 成分の振幅である。同様に \hat{p} , \hat{x}^2 , \hat{p}^2 の期待値を計算すると、

$$\langle \alpha | \hat{x}^2 | \alpha \rangle = x^2 + \frac{1}{4},\tag{2.38}$$

$$\langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle = \text{Im}[\alpha] \equiv p,\tag{2.39}$$

$$\langle \alpha | \hat{p}^2 | \alpha \rangle = p^2 + \frac{1}{4},\tag{2.40}$$

$$(2.41)$$

となる。従って、コヒーレント状態の直交位相振幅の分散はそれぞれ $1/4$ となることがわかる。従ってコヒーレント状態の不確定積は標準偏差 Δx , Δp を用いて、

$$\Delta x \Delta p = \frac{1}{4},\tag{2.42}$$

と表され、不確定性関係

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} | \langle [A, B] \rangle |,\tag{2.43}$$

の最小不確定状態であることがわかる。

次に、光子数の特性についてみていく。コヒーレント状態は以下のように光子数基底 $|n\rangle$ で展開することができる。まずはコヒーレント状態を以下のように記述する。

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} w_n |n\rangle.\tag{2.44}$$

この w_n が求めれば、コヒーレント状態がどのような分布を持っているかがわかる。まずは、

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha w_n |n\rangle,\tag{2.45}$$

また、消滅演算子の性質 $\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$ を用いると、

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} w_n \hat{a} |n\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} w_n \sqrt{n} |n-1\rangle,\tag{2.46}$$

とも書くことができる。従って、 $\langle m | \hat{a} | \alpha \rangle$ をこの二式を使って計算すると、

$$w_{m+1} \sqrt{m+1} = \alpha w_m,\tag{2.47}$$

となる。コヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ におけるゼロ光子の確率を w_0 とすると、この漸化式は

$$w_m = \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} w_0,\tag{2.48}$$

と解くことができる。ここで規格化条件 $\langle \alpha | \alpha \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |w_n|^2 = 1$ から、

$$|w_0| = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \quad (2.49)$$

となる。 w_0 の位相因子は単に全体にかかるので、省略しても問題ない。ここでは $w_0 = |w_0|$ とする。すると、コヒーレント状態は光子数状態を使って以下のように展開できる。

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (2.50)$$

従って、光子数分布は

$$|w_n|^2 = \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} e^{-|\alpha|^2}, \quad (2.51)$$

となり、ポワソン分布となる。これは光子数間に相関がないということを示している。例えば、コヒーレント状態の光がある確率でランダムに光子を吸収する物質に通しても、ポワソン分布が保たれる。これはコヒーレント状態をアッテネータで減衰しても、ビームスプリッタで分離してもコヒーレント状態のまま保たれるということの意味する。平均値は平均光子数を表す $|\alpha|^2$ 、分散も $|\alpha|^2$ となるが、これらは以下のような式からも計算できる。

$$\langle \alpha | \hat{n} | \alpha \rangle = \langle \alpha | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \alpha \rangle = |\alpha|^2, \quad (2.52)$$

$$\langle \alpha | \hat{n}^2 | \alpha \rangle = |\alpha|^4 + |\alpha|^2. \quad (2.53)$$

以上がコヒーレント状態の主な性質である。また、 $\alpha = 0$ のときは平均光子数、分散ともにゼロとなり真空状態である。逆に真空場は $\alpha = 0$ のコヒーレント状態とみなすことができる。しかし、直交位相振幅の分散は Eq. (2.38), (2.40) から α や x , p などに依存せず $1/4$ であるため、真空場の直交位相振幅は揺らぎをもっており (零点振動), Eq. (2.25) のハミルトニアンから、真空場のエネルギーはゼロとはならないことがわかる。

2.3 直交位相スクイズド状態

直交位相スクイズド状態とは、コヒーレント状態より直交位相振幅の分散が小さい状態を指す。しかしコヒーレント状態は最小不確定状態であるため、単純に分散を小さくすることはできない。スクイズド状態は不確定性条件を満たしながら、 x もしくは p の一方の分散をコヒーレント状態時の分散 $1/4$ より小さくすると同時に、もう一方の分散は $1/4$ よりも増える。このような状態は消滅演算子 \hat{a} を Bogoliubov 変換して得られる演算子

$$\hat{b} = \mu \hat{a} + \nu \hat{a}^\dagger, \quad (2.54)$$

の固有状態として得られる。ただし、 $|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1$ である。この Bogoliubov 変換は光子が対になる過程を表している。例えば、1章で縮退パラメトリック過程により直交位相スクイズド状態が得られると記したが、この過程ではシグナルとアイドラの光子は対になっており、Bogoliubov 変換と言って良い。縮退パラメトリック変換において、Fig. 2.1 のように 2ω のポンプ光 $\alpha_{2\omega}$ と ω の光 α_{in} を非線形結晶に入射すると、出射光は古典的には

$$\alpha_{out} = \alpha_{in} \cosh r - \alpha_{in}^* \sinh r, \quad (2.55)$$

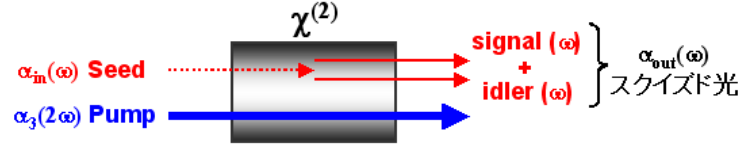


Fig. 2.1: Degenerated optical parametric process is sensitive to the relative phase between 2ω and ω . Therefore a quadrature is absorbed and a quadrature is amplified. This causes quadrature squeezing.

となる。ここで r は非線形効果の大きさを表し、パラメトリックゲイン、もしくは量子情報処理の分野ではスクイズングパラメータと呼ばれることもある。なお、

$$r = \frac{l\omega}{2cn} \left| \chi^{(2)} \alpha_{2\omega} \right|, \quad (2.56)$$

である。ただし、 l は相互作用長、 c は光速、 n は非線形結晶の屈折率であり、 $\chi^{(2)}$ は二次の非線形光学定数である。また、 $\alpha_{2\omega}$ は α_{in} や α_{out} よりも十分大きいと仮定し、その $\alpha_{2\omega}$ の変動が少ないと仮定し、 $\alpha_{2\omega} = \text{const.}$ としている。 r は実数であるので $|\cosh r|^2 - |\sinh r|^2 = 1$ となり、正に Bogoliubov 変換となる。従って、縮退パラメトリック変換によって、消滅演算子は以下のように変換できる。

$$\hat{b} = \hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger \sinh r. \quad (2.57)$$

この縮退パラメトリック変換のハミルトニアンは次のように書ける。

$$\hat{\mathcal{H}} \propto j(\hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2}). \quad (2.58)$$

ハミルトニアンによる時間発展は $e^{-j\frac{\hat{\mathcal{H}}}{\hbar}t}$ で表されることから、縮退パラメトリック変換の時間発展を表すスクイズ演算子は次式のようになる。

$$\hat{S}(r) = e^{\frac{r}{2}(\hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2})}. \quad (2.59)$$

ここで、 \hat{b} の固有状態であるスクイズド状態を $|\beta\rangle$ とおくと、スクイズ演算子との関係は

$$\langle \beta | \hat{b} | \beta \rangle = \langle \alpha | \hat{S}^\dagger \hat{a} \hat{S} | \alpha \rangle, \quad (2.60)$$

と書き表される。この式の右辺はコヒーレント状態をパラメトリック過程を用いてスクイズした場合の複素振幅を計算している。ここで、

$$\hat{S}^\dagger \hat{a} \hat{S} = \hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger \sinh r, \quad (2.61)$$

となることを用いれば、Eq. (2.60) は両辺とも $\alpha \cosh r - \alpha^* \sinh r$ となることがわかる。以上から、スクイズド状態は $|\beta\rangle = \hat{S}(r) |\alpha\rangle$ と変形して書くことができる。これにより、スクイズド状態の x , p や分散が計算でき、

$$\begin{aligned} \langle \beta | \hat{x} | \beta \rangle &= \langle \alpha | \hat{S}^\dagger(r) \hat{x} \hat{S}(r) | \alpha \rangle \\ &= \frac{1}{2} \langle \alpha | (\hat{a} \cosh r + \hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a} \sinh r - \hat{a}^\dagger \sinh r) | \alpha \rangle \\ &= x e^{-r}, \end{aligned} \quad (2.62)$$

となる。同様に

$$\langle \beta | \hat{p} | \beta \rangle = p e^r, \quad (2.63)$$

$$\langle \beta | \hat{x}^2 | \beta \rangle = x^2 e^{-2r} + \frac{1}{4} e^{-2r}, \quad (2.64)$$

$$\langle \beta | \hat{p}^2 | \beta \rangle = p^2 e^{2r} + \frac{1}{4} e^{2r}, \quad (2.65)$$

となり、分散はそれぞれ、 $\frac{1}{4} e^{-2r}$ 、 $\frac{1}{4} e^{2r}$ となることがわかる。従って、不確定性条件を満たしながら、一方の直交位相の分散を低減し、もう一方の直交位相の分散が増加している様子がわかる。

2.4 量子もつれあい状態

本研究では量子もつれあい状態の生成は行っていないので、本節は直接本研究に関係する理論ではない。しかし、1章でも述べたとおり、スクイズド光の生成は量子もつれあい状態の生成を目指したものであり、量子もつれあい状態は近年の量子情報処理の研究において重要である。従って、本節ではスクイズド状態を用いた量子もつれあい状態について説明する。もつれあい状態は密度演算子が、個々の密度演算子の直積で記述できない状態をさす。連続量における量子もつれあい状態は共役正準変数の和や差が同時に固有値を取れる状態と言い換えられる。例えば、もつれあったビーム A, B があるとすると、 $x_A - x_B = 0$ 、 $p_A + p_B = 0$ というような状態を作り出すことができ、この状態の状態ベクトルは

$$\begin{aligned} |\text{EPR}\rangle_{AB} &= c \int dx |x\rangle_A \otimes |x\rangle_B, \\ &= c \int dp |p\rangle_A \otimes |-p\rangle_B, \end{aligned} \quad (2.66)$$

と記述できる。この状態は明らかに A と B の状態に分けて、その直積として記述することができない²。この状態はスクイズド光をビームスプリッタで合波すると生成できる。そのため、まずはビームスプリッタ演算子について見ていく

2.4.1 ビームスプリッタ演算子

Figure 2.2 のように \hat{a}_1, \hat{a}_2 という入力から \hat{a}'_1, \hat{a}'_2 という出力を生成するビームスプリッタ演算子は行列の形で以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} \hat{a}'_1 \\ \hat{a}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.67)$$

ビームがある媒質の界面で反射するときに、反射光は透過光に対して 90 度位相が回転するため、このときの透過率を T 、反射率を H とすれば、

$$\hat{a}'_1 = \sqrt{T} \hat{a}_1 + j \sqrt{H} \hat{a}_2, \quad (2.68)$$

$$\hat{a}'_2 = j \sqrt{H} \hat{a}_1 + \sqrt{T} \hat{a}_2, \quad (2.69)$$

²直積の和を和の直積の形に変換するには因数分解をすればよい。しかし異なる二つの直交位相固有状態は直交するため、因数分解が不可能である

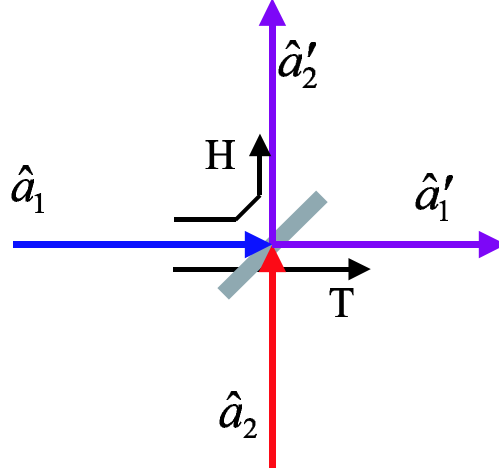


Fig. 2.2: Concept of a beam splitter.

となる。ビームスプリッタの場合，界面を意識することは無いことが多く，全体にかかる位相は自由に設定しても問題ない。そのため，量子情報処理の分野では以下のようにすることが多い。

$$\hat{a}'_1 = \sqrt{T}\hat{a}_1 + \sqrt{H}\hat{a}_2, \quad (2.70)$$

$$\hat{a}'_2 = -\sqrt{H}\hat{a}_1 + \sqrt{T}\hat{a}_2. \quad (2.71)$$

また，ビームスプリッタは $T + H = 1$ となるため，これを満たす $\sqrt{T} = \cos(\Theta/2)$, $\sqrt{H} = \sin(\Theta/2)$ と書いても問題ない。従って，最終的にビームスプリッタを表す行列は

$$\mathbf{B}(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos(\Theta/2) & \sin(\Theta/2) \\ -\sin(\Theta/2) & \cos(\Theta/2) \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

と書ける。このビームスプリッタの作用は

$$\hat{L}_2 = \frac{1}{2j}(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger), \quad (2.73)$$

を用いて，次のように書ける。

$$e^{-j\Theta\hat{L}_2} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix} e^{j\Theta\hat{L}_2} = \begin{bmatrix} \cos(\Theta/2) & \sin(\Theta/2) \\ -\sin(\Theta/2) & \cos(\Theta/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.74)$$

従って，ビームスプリッタ演算子は

$$\hat{B}(\Theta) = e^{j\Theta\hat{L}_2}, \quad (2.75)$$

となる。

2.4.2 直交位相スクイーミングによる量子もつれあい状態

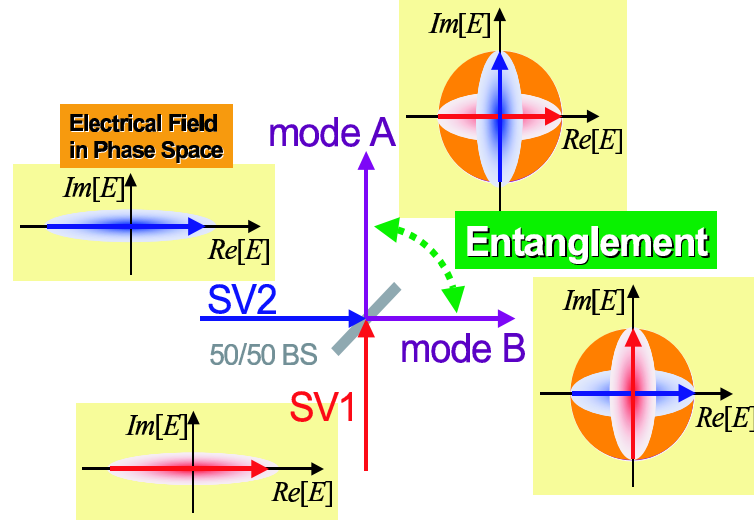


Fig. 2.3: Schematic diagram of entangled state generation. Entanglement can be generated by interference of two squeezed state at a half beam splitter.

このビームスプリッタ演算子を用いて、スクイズド光を Fig. 2.3 のように合波した状態を考える。簡単のため、スクイズド光は真空から作った真空スクイズド状態とすると、もつれあい状態は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
 |\text{EPR}\rangle_{AB} &= \hat{B}(\pi/4)\hat{S}_A(-r)\hat{S}_B(r)|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B, \\
 &= \hat{B}(\pi/4)\exp\left[\frac{r}{2}(\hat{a}_A^{\dagger 2} - \hat{a}_A^2)\right]\exp\left[\frac{r}{2}(\hat{a}_B^2 - \hat{a}_B^{\dagger 2})\right]|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B, \\
 &= \hat{B}(\pi/4)\exp\left[\frac{r}{2}(\hat{a}_A^{\dagger 2} - \hat{a}_A^2 + \hat{a}_B^2 - \hat{a}_B^{\dagger 2})\right]\hat{B}^\dagger(\pi/4)|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B, \\
 &= \exp\left[r(\hat{a}_A^\dagger \hat{a}_B^\dagger - \hat{a}_A \hat{a}_B)\right]|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B.
 \end{aligned} \tag{2.76}$$

この状態は 2 モードスクイズド状態とも言う。次に、以下の式を計算する。

$$\langle \Delta^2(\hat{x}_A - \hat{x}_B) \rangle + \langle \Delta^2(\hat{p}_A + \hat{p}_B) \rangle < 1. \tag{2.77}$$

前副節で述べたもつれあい状態は位置の差と運動量の和が同時に確定するが、この式は、位置の差の揺らぎと運動量の和の揺らぎが 1 以下と条件が緩和されている [5, 6]。また、コヒーレント状態のときは 1 となる。

これを計算するために、準備として真空場を 2 モードスクイズド状態に変換する演算子 $\hat{S}'_{AB}(r)$ を以下のように定義する

$$\hat{S}'_{AB}(r) = \hat{B}(\pi/4)\exp\left[\frac{r}{2}(\hat{a}_A^{\dagger 2} - \hat{a}_A^2)\right]\exp\left[\frac{r}{2}(\hat{a}_B^2 - \hat{a}_B^{\dagger 2})\right]. \tag{2.78}$$

これを用いて，直交位相振幅の期待値と二乗の期待値をそれぞれ計算する。例えば， \hat{x} の差の二乗は

$$\begin{aligned}\hat{S}'_{AB}(r)(\hat{x}_A - \hat{x}_B)^2\hat{S}'_{AB}(r) &= \hat{S}'_{AB}(r)(\hat{x}_A - \hat{x}_B)\hat{S}'_{AB}(r)\hat{S}'_{AB}(r)(\hat{x}_A - \hat{x}_B)\hat{S}'_{AB}(r), \\ &= \left(\frac{e^r \hat{x}_A + e^{-r} \hat{x}_B}{\sqrt{2}} - \frac{e^r \hat{x}_A - e^{-r} \hat{x}_B}{\sqrt{2}} \right)^2, \\ &= 2e^{-2r} \hat{x}_B^2,\end{aligned}\tag{2.79}$$

と計算できる。他も同様に

$$\hat{S}'_{AB}(r)(\hat{x}_A - \hat{x}_B)\hat{S}'_{AB}(r) = \sqrt{2}e^{-r} \hat{x}_B,\tag{2.80}$$

$$\hat{S}'_{AB}(r)(\hat{p}_A - \hat{p}_B)^2\hat{S}'_{AB}(r) = 2e^{-2r} \hat{p}_A^2,\tag{2.81}$$

$$\hat{S}'_{AB}(r)(\hat{p}_A - \hat{p}_B)\hat{S}'_{AB}(r) = 2e^{-2r} \hat{p}_A,\tag{2.82}$$

となる。真空場では $\langle \hat{x}^2 \rangle = \langle \hat{p}^2 \rangle = 1/4$ ， $\langle \hat{x} \rangle = \langle \hat{p} \rangle = 0$ より，

$$\langle \Delta^2(\hat{x}_A - \hat{x}_B) \rangle + \langle \Delta^2(\hat{p}_A + \hat{p}_B) \rangle = e^{-2r}.\tag{2.83}$$

となって， $r > 0$ であれば，もつれあっていることがわかる。従って直交位相スクイズド光をビームスプリッタで合波して，量子もつれあい状態が生成されることを示した。

このスクイジングパラメータ r は，大きいほど理想的なもつれあい状態に近づくが， $r = \infty$ にすることは事実上不可能と言える。必要となる r の値は応用する量子情報処理によって異なる。一つの目安は $e^{-2r} = 0.5$ となる $r = \frac{1}{2} \ln 2$ であり，このとき -3dB のスクイジングが得られる。このようなスクイズド光を用いてもつれあい状態を作り，量子テレポーテーションに使用すると，忠実度が $2/3$ を超え，no-cloning 限界を超えることができる。従って，スクイジングの実験ではまずこの -3dB のスクイジングを目標とすることになる。

2.5 ホモダイン計測

ここまで，光の直交位相振幅の特に量子ノイズについて記してきたが，本節では計測法を示す。光検出器のフォトダイオードは光子を電子に変換する素子であり，光子数測定と言って良い。こうした素子で光子数以外の情報を得るには少し工夫が必要である [7]。

まず，ホモダイン計測の概念図を Fig. 2.4 に示す。直交位相スクイズド光を測るためには，信号光よりも十分大きい強度で，信号光と同じ波形，周波数をもつ局部発振光 (LO 光) が必要となる。信号光と LO 光をビームスプリッタで混合し，それぞれをディテクタで計測すると，その差電流の二乗が直交位相振幅の分散となる。信号光の消滅演算子を \hat{a}_1 ，LO 光の消滅演算子を \hat{a}_2 とし，ディテクタからの光電流に対応する演算子を \hat{I}_1, \hat{I}_2 とすると，

$$\hat{I}_1 = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}'_1 = \frac{1}{2} \left(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger \right),\tag{2.84}$$

$$\hat{I}_2 = \hat{a}_2^\dagger \hat{a}'_2 = \frac{1}{2} \left(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger \right),\tag{2.85}$$

となる。ただし，透過側も反射側も \hat{a}_1 を基準として位相を決めているため， \hat{a}_2 の反射側のみに π の位相因子がかかっている。すると，差電流は

$$\hat{I}_2 - \hat{I}_1 = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger,\tag{2.86}$$

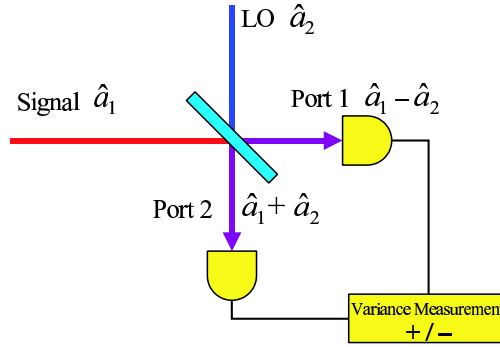


Fig. 2.4: Schematic of balanced homodyne detection to measure the quadrature fluctuation.

となる。信号光の入力状態を $|\psi\rangle_1$, LO 光をコヒーレント状態 $|\alpha\rangle_2$ とすると ,

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}_2 - \hat{I}_1 \rangle &= {}_2\langle \alpha | \otimes {}_1\langle \psi | (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger) | \psi \rangle_1 \otimes | \alpha \rangle_2 \\ &= {}_1\langle \psi | \hat{a}_1^\dagger | \psi \rangle_1 \alpha + {}_1\langle \psi | \hat{a}_1 | \psi \rangle_1 \alpha^*, \end{aligned} \quad (2.87)$$

となる。ここで, $\alpha = |\alpha| e^{j\theta}$ と置くと ,

$$\langle \hat{I}_2 - \hat{I}_1 \rangle = 2|\alpha| {}_1\langle \psi | (\hat{x}_1 \cos \theta + \hat{p}_1 \sin \theta) | \psi \rangle_1. \quad (2.88)$$

となる。次に, 差電流の二乗は

$$\langle (\hat{I}_2 - \hat{I}_1)^2 \rangle = 4|\alpha|^2 {}_1\langle \psi | (\hat{x}_1 \cos \theta + \hat{p}_1 \sin \theta)^2 | \psi \rangle_1. \quad (2.89)$$

となり, 直交位相の分散が得られる。

一般にスクイズングの実験を行う際にはコヒーレント状態における量子雑音との比較を行う。コヒーレント状態における量子雑音は, 信号光を遮断し, 真空状態の直交位相雑音を測定することで得られる。これは真空状態が強度ゼロのコヒーレント状態であり, 直交位相振幅の分散が光強度に依存しないためである。また, この値は Eq. (2.89) から, $|\alpha|^2$ となり, LO 光のショットノイズに等しい。

一方, 本研究では光子数分散も扱うが, フォトダイオードは光子数を測定する装置であるため, 光電流の分散が光子数分散となる。しかし, コヒーレント状態における光子数分散と比較しなければスクイズングが得られたかどうかを確認できない。そのため, 光子数分散を測定する場合も Fig. 2.4 のようなホモダイン計測を用いて測定することが多い。この場合, スクイズド光と真空状態をビームスプリッタで混合する。それぞれのフォトダイオードからの光電流 Eq. (2.84), Eq. (2.85) の和は $\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2$ となることとなるので, 和電流はスクイズド光と真空状態のそれぞれの光子数の和となる。真空状態の光子数, 光子数分散はともにゼロであるため, 和電流の分散はスクイズド光の光子数分散となる。差電流は前述したとおり, スクイズド光の光量に対応するショットノイズとなるため, この差電流と和電流の比較により光子数分散がショットノイズを下回っているかどうか判断できる。

2.6 三次の非線形効果による直交位相スクイジング

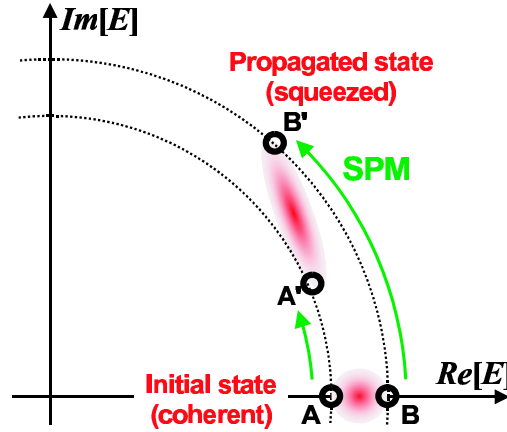


Fig. 2.5: Generation process of the squeezed light by Kerr effect in phase space of field. Larger amplitude light gives a larger refractive index than the smaller amplitude one, since refractive index of an optical fiber is proportional to optical power due to Kerr effect. The output light is the squeezed light and crescent-like shape in phase space of field.

本節では三次の非線形効果を用いた直交位相スクイズド光発生に関する理論を示す。三次の非線形効果の一種である自己位相変調は電界の二乗に比例して、媒質の屈折率が変化する現象である。従って、光子数が多いほど大きな位相変調を受ける。Figure 2.5はこの様子を位相平面で示したものである。位相平面上で円形のコヒーレント状態は楕円形に歪み、スクイズする。

しかし、三次の非線形係数は一般に小さいため、この現象を観測するためには高強度のレーザを用いるか、長い相互作用長が必要になる。直交位相スクイズド光を測定するためには、前述したとおりスクイズド光より十分強いLO光が必要になるため、高強度のレーザを用いる方向性はあまり有望とはいえない。そのため、共振器を用いてスクイズド光を発生させる手法などが取られる [8-10]。また、フェムト秒パルスのような超短パルスを用いる手法には、高いピークパワーにより非線形効果を起こしやすいというメリットがあるが、媒質分散や非線形効果によってスクイズド光がチャープしてしまい、同じ時間波形を持つLO光の確保が難しいという欠点がある。

これに対して、Shirasaki と Haus は Fig. 2.6 のような非線形 Mach-Zehnder 干渉計から、二つのスクイズド光を発生し、それらを干渉させて、強度が非常に低く抑えられたスクイズド光と、ホモダイン測定に用いるLO光を同時に得る手法を提案した [11]。この非線形 Mach-Zehnder 干渉計による手法ではLO光を得ることが容易であり、パルスレーザと三次の非線形効果を用いたスクイジングが研究されるようになった。以下、その理論を示す。

量子化された Kerr 効果の伝搬方程式は、以下のように表される。

$$\frac{d}{dz}\hat{A}(z,t) = jK\hat{A}^\dagger(z,t)\hat{A}(z,t)\hat{A}(z,t). \quad (2.90)$$

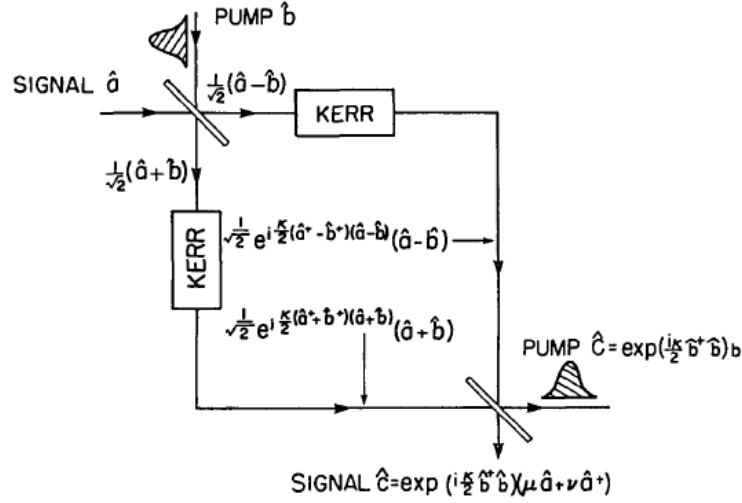


Fig. 2.6: Schematic of nonlinear Mach-Zehnder interferometer for squeezing [11].

Kerr 効果は光子数を変化させないため、 $\hat{A}^\dagger \hat{A}$ は伝搬中に変化しない。そのため、 l の長さわたって、相互作用したときの消滅演算子は以下のように記述できる。

$$\hat{A}(l, t) = \exp(jKl\hat{A}^\dagger \hat{A})\hat{A}(0, t). \quad (2.91)$$

入力には Fig. 2.6 のようにポンプ光 \hat{b} と、シグナル光に一般には真空状態 \hat{a} を仮定する。ビームスプリッタ直後の状態を表す $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{b})$ と $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} - \hat{b})$ をそれぞれ Eq. (2.91) の入力状態 $\hat{A}(0, t)$ に代入し、その差が、得られるスクイズド状態 \hat{c} になる。従って、 $\kappa \equiv Kl$ と置くと、 \hat{c} は次のように計算される。

$$\begin{aligned} \hat{c} &= \frac{\exp\left[j\kappa \frac{(\hat{a}^\dagger + \hat{b}^\dagger)(\hat{a} + \hat{b})}{2}\right] \frac{\hat{a} + \hat{b}}{\sqrt{2}} + \exp\left[j\kappa \frac{(\hat{a}^\dagger - \hat{b}^\dagger)(\hat{a} - \hat{b})}{2}\right] \frac{\hat{a} - \hat{b}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}, \\ &= \frac{\exp\left[j\kappa \frac{(\hat{a}^\dagger + \hat{b}^\dagger)(\hat{a} + \hat{b})}{2}\right] + \exp\left[j\kappa \frac{(\hat{a}^\dagger - \hat{b}^\dagger)(\hat{a} - \hat{b})}{2}\right]}{2} \hat{a} + \frac{\exp\left[j\kappa \frac{(\hat{a}^\dagger + \hat{b}^\dagger)(\hat{a} + \hat{b})}{2}\right] - \exp\left[j\kappa \frac{(\hat{a}^\dagger - \hat{b}^\dagger)(\hat{a} - \hat{b})}{2}\right]}{2} \hat{b}. \end{aligned} \quad (2.92)$$

非常に複雑な式となったが、これを線形化して簡単にする。まず、 $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ の項は他の項に比べ十分小さいため省略する（真空場による非線形位相シフトに相当）。次に、 \exp の中の $\hat{b}^\dagger \hat{b}$ の項を $\exp(\hat{b}^\dagger \hat{b})$ の形にまとめる。このとき、 $[\hat{b}^\dagger \hat{b}, \hat{b}^\dagger \hat{a}]$ と $[\hat{b}^\dagger \hat{b}, \hat{a}^\dagger \hat{b}]$ の項が現れるが、この影響も小さいとして無視すると、以下ようになる。

$$\hat{c} = \exp\left[j\frac{\kappa}{2} \hat{b}^\dagger \hat{b}\right] \left\{ \frac{\exp\left[j\kappa \frac{\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a}}{2}\right] + \exp\left[-j\kappa \frac{\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a}}{2}\right]}{2} \hat{a} + \frac{\exp\left[j\kappa \frac{\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a}}{2}\right] - \exp\left[-j\kappa \frac{\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a}}{2}\right]}{2} \hat{b} \right\}. \quad (2.93)$$

ここで、指数関数を Taylor 展開し、一次の項までを残すと、最終的に

$$\begin{aligned}\hat{c} &= \exp \left[j \frac{\kappa}{2} \hat{b}^\dagger \hat{b} \right] \left[\left(1 + \frac{j\kappa}{2} |b|^2 \right) \hat{a} + \frac{j\kappa}{2} b^2 \hat{a}^\dagger \right], \\ &\equiv \exp \left[j \frac{\kappa}{2} \hat{b}^\dagger \hat{b} \right] (\mu \hat{a} + \nu \hat{a}^\dagger),\end{aligned}\quad (2.94)$$

となる。ただし、 \hat{b} は exp 中を除いて、c 数として扱い b とした。また、

$$\mu = \left(1 + \frac{j\kappa}{2} |b|^2 \right), \quad (2.95)$$

$$\nu = \frac{j\kappa}{2} b^2, \quad (2.96)$$

である。 $|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1$ となるため、これは Bogoliubov 変換となる。従ってスクイズド光が得られる。ここで、 $\frac{\kappa}{2} |b(t)|^2$ が非線形位相シフトに相当し、これを $\Phi(t)$ と置く。また、スクイズされる位相方向は μ と ν の位相差に関係する。 b^2 の位相は任意に調整できるため、仮に b^2 を実数と仮定すれば、スクイズされる方向は $\gamma(t) = \tan^{-1} \frac{1}{\Phi(t)}$ と書ける。この二つの変数を用いるとスクイズド光の測定結果は以下のように計算できる。

$$G_{ii} \propto \int dt |b(t)|^2 [1 + 2\Phi(t)^2 - 2\Phi(t)\sqrt{1 + \Phi(t)^2} \cos(\gamma(t) - \gamma_0)]. \quad (2.97)$$

$\Phi(t) = 0$ のときは LO 光の SNL に相当し、Eq. (2.97) の被積分関数の大括弧内が 1 となる。従って、この値と G_{ii} の比が得られるスクイジングレベルになる。ここで、 γ_0 は LO の位相である。従って、非線形位相シフトが計算できれば、この式からスクイジングレベルを見積もることができる。

2.7 スペクトルフィルタリング法による光子数スクイジング

本節では、スペクトルフィルタリング法による光子数スクイジングについて述べる。光ファイバに広帯域な周波数を持つ超短パルス光を伝搬させると、 $\chi^{(3)}$ 非線形光学効果により周波数成分間に量子相関が生じる。光パルスが光ソリトンの場合はスペクトルの裾の成分をフィルタリングすると光子数スクイジングが得られる。この手法は、実験中に偶然発見されたものであった。その後、理論に基づく数値解析でスクイジングが得られることが示されている。この数値解析法はいくつかあるが、そのうち Backpropagation 法を本研究では採用した。これについては 3 章で詳しく述べる。

スペクトルフィルタリング法では Bogolubov 変換の形式を解析的に導出できない。このため、スクイズド光発生の原理は専ら数値解析に頼っている。数値解析については 3 章で解説するので、ここでは定性的な理解について述べる。

光ソリトンは自己位相変調 (SPM: Self Phase Modulation) 効果で誘起される正常分散と光ファイバ自身の異常分散が相殺して、パルス形状を変えずに安定に伝搬する。SPM を含む Kerr 効果は光子描像では、四光波混合である。そのため、入射光子の周波数 ω_1, ω_2 と出射光子 ω_3, ω_4 の間にエネルギー保存則が成り立ち、 $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ ($\omega_1 \leq \omega_2, \omega_3 \leq \omega_4$) となる。このため、 $\omega_3 < \omega_1$ なら、 $\omega_4 > \omega_2$ となり、スペクトルは広がり、逆ならば狭くなる。ここで、光パワーが増加し、安定解を与えるパワーよりわずかに大きくなったとする。このとき SPM が分散の影響を上回り、パルスは正常分散を受ける。するとパルスは広帯域化する。それに対し、パワーが小さいときは、分散の影響が SPM より大きくなるため、パルスのスペクトルは狭化

する。つまり、パワー変動の影響はスペクトルの裾に集中し、中心部分は逆に安定化する。これがソリトンのスペクトルフィルタリング法によるスクイズド光発生の定性的な説明である。ただし、この説明はソリトン伝搬でスクイズド光が発生できることを示すのみで、ソリトン伝搬以外を説明することはできない。ソリトン以外の条件については、数値計算で検討するしかない。

2.8 まとめ

本章では電磁場の量子化などの量子論に関する基本的な内容や、スクイズド状態やスクイズド状態を用いたもつれあい状態の生成といった本研究に関わりの深い内容の理論を説明した。これらは、参考文献の中ですでに述べられている量子光学の知識に基づいているが、本研究において必要とされる内容を重点的にまとめたものである。

まず、古典的な電磁場を量子化し、コヒーレント状態やスクイズド状態について説明した。また、スクイズド状態をビームスプリッタを用いて足し合わせるともつれあい状態が生成されることを示した。さらに本研究の主題となる光ファイバを用いた直交位相スクイジングと、スペクトルフィルタリング法による光子数スクイジングについて詳しく説明した。

参考文献

- [1] 久保 謙一：解析力学 (裳華房, 2001).
- [2] 古澤 明：量子光学と量子情報科学 (数理工学社, 2005).
- [3] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Photons and Atoms* (Wiley-Interscience, New York, 1997).
- [4] 松岡 正浩：量子光学 (東京大学出版会, 1996).
- [5] L.-M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2722 (2000).
- [6] R. Simon, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2726 (2000).
- [7] H. P. Yuen and V. W. S. Chan, *Opt. Lett.* **8**, 177 (1983).
- [8] K. S. Zhang, T. Coudreau, M. Martinelli, A. Maître, and C. Fabre, *Phys. Rev. A* **64**, 033815 (2001).
- [9] K. Kasai, J. Gao, and C. Fabre, *Europhys. Lett.* **40**, 25 (1997).
- [10] L. Noirie, P. Vidaković, and J. A. Levenson, *J. Opt. Soc. Am.* **14**, 1 (1997).
- [11] M. Shirasaki and H. A. Haus, *J. Opt. Soc. Am. B* **7**, 30 (1990).

第3章 Photonic Crystal Fibre とスペクトル フィルタリング法による光子数スクイジン グの実験および理論解析

1章でも示したが、もつれあい状態を効率よく作ることは量子情報処理の分野で非常に重要な意味がある。光におけるもつれあい状態は光の性質から、量子状態の輸送、通信という役割が期待されており、光ファイバと親和性のよい手法でもつれあい状態を生成することが必要となる。そのため、光ファイバ非線形光学を用いて生成したスクイズド光から量子もつれあい状態の光を生成し、さらには光ファイバをプラットフォームにした量子情報プロトコルを実現することが理想的となる。しかし、もつれあい状態の中でも、連続量のもつれあい状態は真空の直交位相スクイズド状態を用いて生成されるが、GAWBS の影響により光ファイバを用いて直交位相スクイズド状態を発生させることは困難である。対して、光子数スクイズド状態はこの GAWBS の影響を受けにくく、光ファイバ中でも比較的容易に得ることができる。従って、光子数スクイズド状態は光ファイバにおいては直交位相スクイズド状態と並び、多光子でももつれあい状態による量子情報処理を実現できる候補のひとつである。本章ではこの光ファイバを用いた光子数スクイズド光発生について示す。

光ファイバを用いた光子数スクイージングは、非対称の非線形 Mach-Zehnder 干渉計 [1]、もしくは非対称の Sagnac ファイバ干渉計を用いた手法と [2, 3]、光ファイバの Kerr 効果とスペクトルフィルタリングを用いる手法で実現されている [4]。本章では光ファイバの Kerr 効果とスペクトルフィルタリングを用いる手法を扱う。この手法は、ソリトン伝搬を用いて、そのスペクトルの裾を取り除くことでスクイージングを得る。ゼロ分散波長を 1500 ~ 600 nm 近傍まで自由に設定できるフォトニッククリスタルファイバ (PCF: Photonic Crystal Fibre) の特徴を生かし、低パワーのソリトンパルスを使って光子数スクイージングを得ようという試みがあったが、通常の光ファイバでソリトン伝搬したときより高いスクイージングは得られなかった [5, 6]。これは、PCF が一般に通常のファイバに比べ損失が大きいことと、Raman 散乱による影響であるといわれている。

一方、ソリトンパルスがスクイージングの最適値を与えるのかどうかは疑問である。本研究室の Takeoka らは光パルスに分散を付加し、どのような分散を与えたときに最も高い光子数スクイージングが得られるかを数値的にシミュレートした。その結果、ソリトンパルスが最適解でないことが示された [7]。

2章で述べた理論はソリトンの場合にスペクトルの中心部でスクイージングが起こることを述べたに過ぎず、どうすればよりスクイージングレベルが向上するかを示しているわけではない。パルスの強度がわずかに上下したとき、その影響を大きく受けるスペクトル領域とあまり受けないスペクトル領域がある。こうしたことは Kerr 効果の一種である四光波混合が発生すれば起こる。ただし、四光波混合はパルスが受ける分散などの他の効果と密接に関係するため、ソリトンのような安定解でなければ定性的なことはあまり言えない。

これらを踏まえると、Ref. [5, 6] では PCF をソリトン伝搬に使用していたが、PCF の高い非線形性を利用して、強い Kerr 効果を起こして高いスクイージングが得られる可能性は十分にある。このような高非線形の領域ではそれまでスクイージングへ悪影響が大きいとされてきた Raman 散乱による波長シフトが顕著に見られる

が、その影響は必ずしも細かく検証されては来なかった。本章ではこうしたことに注目し、光源に高い非線形性を得るために PCF にフェムト秒レーザを入射することで、光パルスを広帯域化させたときの光子数スクイジングの実験および数値解析を行った [8]。

スクイジングレベルの数値目標であるが、全く新しい実験であるため、まずはわずかでもスクイジングが得ることを目標とする。その上で、no-cloning 限界を超える忠実度が得られる -3dB が目標と言える。

3.1 実験

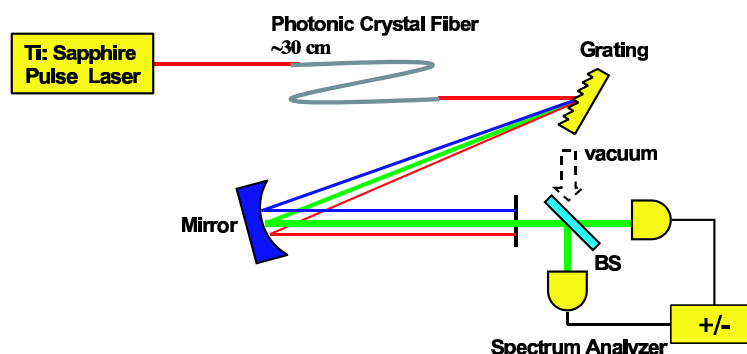


Fig. 3.1: Experimental setup for photon-number squeezing with the 30 cm photonic crystal fibre and the ultra short laser pulse by the spectral filtering method.

実験セットアップを Fig. 3.1 に示す。実験に使用したフェムト秒レーザは Coherent 社製の Mira で、繰り返し周波数 76 MHz、中心波長 810 nm、スペクトル幅 30 nm の Ti: Sapphire モード同期発振器である。パルス幅はフーリエ限界 (FTL: Fourier Transform Limit) パルスを仮定すると、38 fs となる。このパルスは 30 cm の PCF (三菱電線工業株式会社提供) を伝搬する。PCF のクラッドには円形の穴が等間隔に空けられており、穴の直径が $1.74\mu\text{m}$ 、穴の間隔は $2.4\mu\text{m}$ である (円形の穴の中心同士の距離)。このファイバは Fig. 3.2 のような分散特性を持っており、中心波長がゼロ分散波長に近いため、通常ファイバよりも時間波形が広がりにくく、高い非線形性が得られる。また、コアの直径が $3.06\mu\text{m}$ と一般的なファイバよりも小さい¹ことも高い非線形性に寄与している。

この高い非線形性を受けて広帯域化したパルスを出射後に回折格子と凹面鏡を用いてスペクトルを分解して、ナイフエッジを用いてスペクトルフィルタを行った。スペクトルフィルタリング後は平衡ホモダイン計測により光子数分散を計測した。

光子数分散自体はフォトダイオードが一つあれば測定できるが、ショットノイズと比較するために、実際は二つのフォトダイオードが必要になる。ショットノイズ測定と光子数分散測定で量子効率が異なると、光子数分散がショットノイズを下回ったか判断ができないため、光子数分散は二つのフォトダイオードの和電流から求める。この差電流と和電流の切り替えはハイブリッドジャンクション (R & K) を用いて行った。その後、アンプの飽和を防ぐため、15 MHz 以下の周波数を透過する Mini-Circuits 社製 LPF (Low-frequency Pass Filter) を用

¹800 nm 付近の波長で使用できる一般的な (PCF でない) 偏波保存型シングルモードファイバのモードフィールド径は以下の通り。Nufern 社製 PM780-HP : $5.3\mu\text{m}$ 、Fibercore 社製 HB750 : $4.0\mu\text{m}$ 、フジクラ社製 SM85-PS シリーズ : $5.5\mu\text{m}$ 。

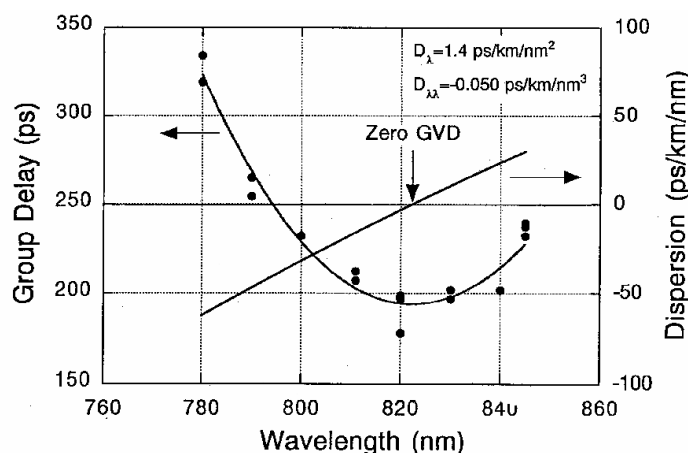


Fig. 3.2: Dispersion curve of the PCF. Zero dispersion wavelength is located around 820 nm.

いて、繰り返し周波数の成分を除去し、電圧利得 42dB, NF(Noise Factor) 1.2dB の増幅器 NHL-4301 (野川通信機) を用いて雑音成分を増幅した。雑音の測定にはスペクトラムアナライザ R3131 (アドバンテスト) を用いた。検出系の量子効率 は 72% である。スペクトラムアナライザの分解能帯域 (RBW: Resolution Band-Width) は 10 kHz, ビデオ帯域は (VBW: Video Band-Width) は 100 Hz で, 2 MHz における雑音を計測した。測定精度はフォトダイオード, およびアンプの線形性, 二つのフォトダイオードの CMRR (Common Mode Rejection Ratio), 背景雑音と光電流に由来する雑音の比で主に決まる。CMRR は 20dB を上回ることを確認した。また, 背景雑音はショットノイズレベルの比が十分でないときスクイジングの測定効率を悪化させる。8 mW 以上ではこの比が 10dB が超えることを確認した。フォトダイオード, およびアンプの線形性はショットノイズの光量に対する線形性を測定することで確認した。

実験手順

- 超短パルス を PCF に入射する。
- 出射光の強度をパワーメータなどで測定する。PCF を含めた光ファイバの損失は小さいので出射光強度と入射光強度は等しいと仮定し, これを入射パワーとする。
- 回折格子を用いてスペクトル成分を空間的に分離し, 凹面鏡を用いて Fourier 面上に結像する。
- マイクロメータ付き空間エッジフィルタを Fourier 面に設置し, フィルタ透過後のスペクトルを分光器で測定する。これにより, エッジフィルタの位置とスペクトルの対応を調べる。
- 分光器を取り除き, 波長板と偏光ビームスプリッタを用いてホモダイン計測を行う。2 章では 50:50 のビームスプリッタを使用すると記したが, 1/2 波長板と偏光ビームスプリッタを組み合わせると同じこと

ができる。

- 測定は2章で述べたとおり、差電流でショットノイズを計測し、和電流で光子数分散を測定する。この切り替えはハイブリッドジャンクションを用いて行う。フォトダイオードからハイブリッドジャンクションまでは約 30 cm の短いケーブルを使用し、二つのフォトダイオードからの信号に位相差が生じないように気をつける。ショットノイズは光量で異なるため、フィルタの位置など実験条件を変えるたびにこの測定を繰り返す。
- 分散の大きさはスペクトラムアナライザを用いて測定する。量子雑音は一般にフラットな周波数特性を持つため、電気回路に由来する雑音や電源による雑音などの影響の無い周波数で測定を行う。測定は 2 MHz の帯域で行ったと記したが、本実験においてはこの帯域には量子雑音以外の雑音と思われるピークが存在しなかったためこの帯域を用いた。こうした確認は毎回行う。

3.1.1 実験結果

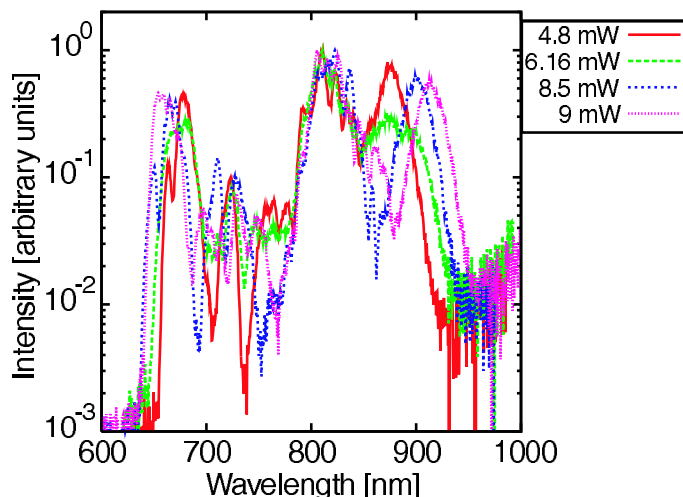


Fig. 3.3: Output spectra from the 30cm PCF for various input powers. Red curve corresponds to 4.8 mW, green corresponds to 6.16 mW, blue corresponds to 8.5 mW, and purple corresponds to 9 mW of input power, respectively.

Fig. 3.3 に PCF 伝搬後の光パルススペクトルを示す。入射パワーが大きくなるに従い、帯域がより広くなり、長波長成分は長波長側へ、短波長成分は短波長側へシフトしていることがわかる。ホモダイナミクス計測は通常のビームスプリッタではなく、1/2 波長板および偏光ビームスプリッタを用いた。この波長板の帯域が 750 nm 以上であるために、実験ではまず、スペクトル成分のうち、750 nm 以下の成分をカットした。さらに、残ったスペクトルに対してスペクトルフィルタリングを行うことで、光子数分散の変化を測定した。

まず、ファイバ入射パワーが 9 mW のとき、スペクトル、およびスクイジングの様子は Fig. 3.4 のように

なった。LPF²を用いて、850.42 nm 以上のスペクトルを取り出したときに最大 -4.62dB の光子数スクイジングが得られた。

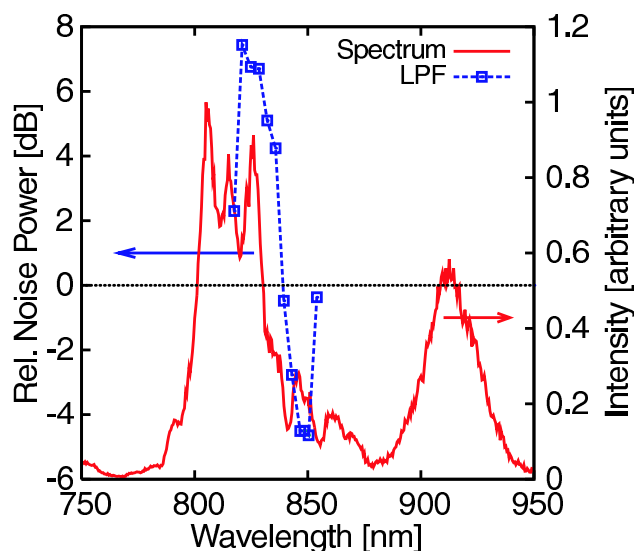


Fig. 3.4: Photon number noise (relative to shot noise) for various cut-off wavelengths of low-pass filtering at an input power of 9 mW. Output pulse spectra before filtering are shown.

一方、入射パワーが 8.5 mW 時のスペクトル、およびスクイジングの様子を Fig. 3.5 に示す。こちらは HPF (High-frequency Pass Filter) を用いており、最大 -3.48dB となった。なお、HPF のまえに、750 nm 以下の成分をカットしているため、この結果は実質 BPF (Band Pass Filter) といえる。

まとめると、フェムト秒パルスを PCF のような高非線形ファイバに入射すると、そのスペクトルは Fig. 3.3 のように広帯域化する。この強度スペクトルは三つのピークを持つが、波長板の帯域制限のため、Fig. 3.4 や Fig. 3.5 ではそのうち短波長側のピークが取り除かれている。そして、Fig. 3.4 や Fig. 3.5 の結果から、残り二つのピーク (800~850 nm, 880~950 nm) がそれぞれ光子数スクイジングしていることがわかった。今まで Raman 散乱はスクイジングに悪影響を及ぼすと考えられてきたが、スペクトルの長波長側のピークは Raman シフトするなど、Raman 散乱の影響を受けていると考えられ、それでもこのような高いスクイジングを得られるということは意外であり、新たな発見である。

3.2 数値解析

前述の PCF によるスペクトルフィルタリングを用いたスクイジングに関して、このような広帯域な出射光に対してスクイジングを得た前例は無い。特に、スクイジングを低下させる Raman 散乱の影響が大きい超短光パルスで、高いスクイジングが得られることは意外であった。従って、このような条件での理論解析も行われていない。そこで本節では、このような広帯域な出射光に対するスペクトルフィルタリングを用いたス

² グラフは波長表示であるため、周波数とは大小が逆転する。LPF では長波長側を取り出し、HPF では短波長側を取り出す。

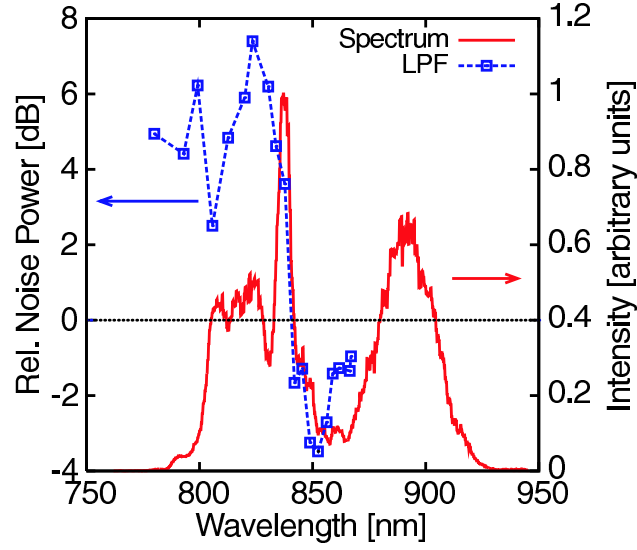


Fig. 3.5: Photon number noise (relative to shot noise) for various cut-off wavelengths of high-pass filtering at 8.5 mW.

クイジングについて理論解析を行う。まず、理論解析に使用した計算式を示す。その後に、 $N = 1$ ソリトンやその付近のパラメータを持つパルスの光子数スクイジングの大きさやその光子数相関のマップを示す。次に PCF に超短パルスを入射して、広帯域なスペクトルに対してスペクトルフィルタリングを適用したときに得られる光子数スクイジングについて示す。

3.2.1 非線形 Schrödinger 方程式

光ファイバ中のパルス伝搬を表す式は、非線形 Schrödinger 方程式と呼ばれ、Maxwell 方程式から波動方程式を導出し、これをさらにを簡単化して解きやすくした式である。本研究においては次の式を用いた。

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = j \sum_{k \geq 1} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t) + j\gamma(1 - f_r) |A(z, t)|^2 A(z, t) + j\gamma f_r \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |A(z, \tau)|^2 d\tau A(z, t). \quad (3.1)$$

この導出は文献 [9] に詳しく、この文献の式変形を逐一追っていった計算式は本論文の Appendix A に記した。この式と Runge-kutta 法 [10] やスプリットステップフーリエ法 [9] などの初期値問題の計算法を用いて、光ファイバ伝搬による光パルスのスペクトルや時間波形の変化を得ることができる。Equatio 3.1 にはガラスの屈折率による分散と導波路分散を含めた分散を表す項と三次の非線形効果を表す項、三次の非線形効果のうち、誘導 Raman 散乱の寄与を表す項が含まれている。各変数の意味は以下の通りである。 $A(z, t)$ は光電界の複素振幅に関係する量で、 $|A(z, t)|^2$ が単位時間当たりの光エネルギー (W) を表すよう規格化されている。 β_k は波数 β の角周波数 ω に対する Taylor 展開

$$\beta = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots \quad (3.2)$$

に現れる。従って、この β_k は媒質の分散を表している。 γ は非線形性の大きさを表す係数で、

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{A_{\text{eff}} c}, \quad (3.3)$$

と書き表される。 n_2 は媒質の非線形屈折率であり³、 ω_0 は光パルスの中心角周波数、 c は光速で、 A_{eff} は有効コア断面積である。 f_r は三次の非線形効果のうち、分子振動の占める割合を表しており、光ファイバでは一般に $f_r = 0.18$ という値が使用される。以後、文中で登場する Raman 散乱の影響を無視した解析、とはこの f_r をゼロとした場合の解析である。 $h(t)$ は Raman 応答関数であり、本研究では intermediate-broadening model というモデルを用いて Raman 応答関数を近似した [12]。

3.2.2 Intermediate Broadening Model

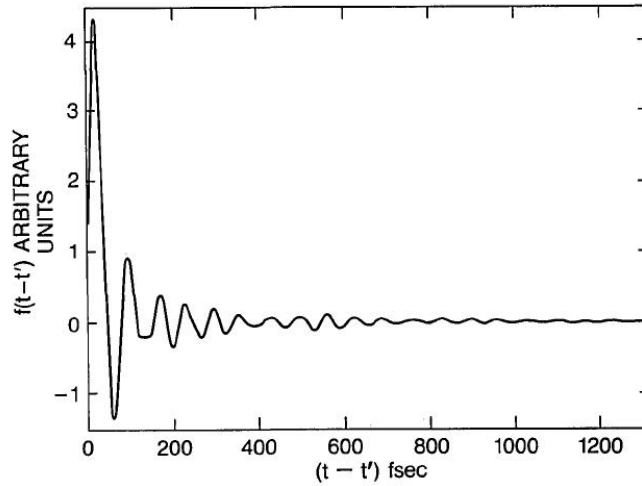


Fig. 3.6: The Raman time response function for silica-core fibers [11].

Raman 応答関数に関する、数値解析では

$$h(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \sin\left(\frac{t}{\tau_1}\right), \quad (3.4)$$

のように単純に単一周波数と単一の減衰率で仮定することが多い。しかし、実際の石英ファイバの分子振動はここまで単純ではなく、Raman 応答関数 $h(t)$ は実験により測定できるスペクトルから、Fig. 3.6 のような形であることがわかっている [11]。そのため様々なモデルが提案され、この形にできるだけ近づける努力がなされてきた。本研究では intermediate-broadening model を用いて Raman 応答関数を近似した [12]。これによると、Raman 応答関数は以下のように表される。

$$h(t) = \sum_{i=1}^{13} A_i \exp(-\gamma_i t) \exp\left(-\frac{\Gamma_i^2 t^2}{4}\right) \sin(\omega_{v,i} t). \quad (3.5)$$

³ $n = n_0 + n_2 I$ となる定義を採用している。従って、 n_2 は m^2/W の次元を持つ。

Table. 3.1: Values of the parameters used in the intermediate-broadening model [12].

モード番号 i	中心周波数 ($\omega_{v,i} \times 10^{12}$ rad/s)	ピーク強度 (A_i)	Gauss 広がり減衰率 ($\Gamma_i \times 10^{-12}$ s $^{-1}$)	Lorentz 広がり減衰率 ($\gamma_i \times 10^{-12}$ s $^{-1}$)
1	10.60	1.00	4.91	1.64
2	18.84	11.40	10.40	3.66
3	43.56	36.67	16.48	5.49
4	68.28	67.67	15.30	5.10
5	87.21	74.00	12.75	4.25
6	93.62	4.50	2.31	0.77
7	115.18	6.80	3.91	1.30
8	130.29	4.60	14.60	4.87
9	149.50	4.20	5.60	1.87
10	157.28	4.50	6.06	2.02
11	175.18	2.70	14.13	4.71
12	203.43	3.10	8.57	2.86
13	228.86	3.00	15.07	5.02

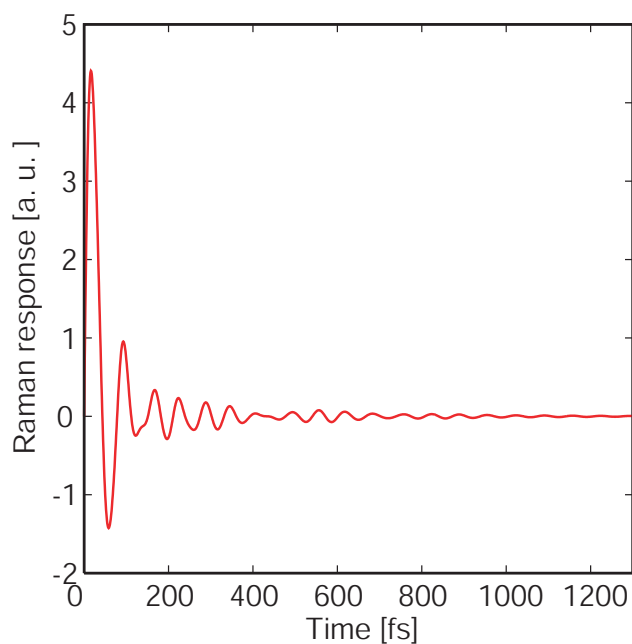


Fig. 3.7: The Raman time response function in the intermediate-broadening model.

ここで、各定数は Table.3.1 に表されている値を用いる。この表は Ref. [12] の Table.1 を Eq. (3.5) の形式にあわせて変形しただけのものである。この表から Raman 応答関数を計算すると Fig. 3.7 のようになる。実際に数値解析にこの Raman 応答関数を使用する際には $\int h(t)dt = 1$ となるよう規格化する必要があることに注意されたい。また、使用する計算式によっては $t < 0$ で $h(t) = 0$ とする必要がある。

3.2.3 Backpropagation 法

さて、前述した非線形 Schrödinger 方程式の Raman 応答関数に Eq. (3.5) を適用すれば、古典的なパルス伝搬の様子は記述できる。この非線形 Schrödinger 方程式から光子数分散を計算するために、本研究では Backpropagation 法を用いて計算した。この手法の詳細は Ref. [13] に記載されており、スペクトルフィルタリングによる光子数分散の計算に関しては Ref. [14] に詳しい。また、本論文の Appendix A に詳しい解説を載せた。ここでは、詳細な理論には触れないが、注意点として Backpropagation 法は量子揺らぎが平均値に比べ十分小さいことを前提とした近似を多用しているため、真空状態のような低パワーの解析は不可能であることと、入力状態はコヒーレント状態であることを仮定していることに気をつける必要がある。

まず、Eq. (3.1) から光ファイバ出射後のパルスを計算する。この計算結果の複素電界を $A(L, t)$ とする。ここで、光ファイバ長を L とおいた。スペクトルフィルタリングの伝達関数 $\tilde{\Gamma}(\omega)$ に 0 または 1 以外の値を設定しても、スクイジングが向上することが無いことがすでに示されている [14]。従って本研究でも、フィルタはある周波数に対して 0 もしくは 1 を乗じている。ここで変数 $u^A(z, t)$ を

$$u^A(L, t) = \sqrt{1 - \Gamma(t)}A(L, t), \quad (3.6)$$

と定義する (スペクトルフィルタ後のパルスの複素電界に相当)。この式と Eq. (3.1) から得られた各点での $A(z, t)$ を用いて、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} u^A(z, t) = & j \sum_{k \geq 2} \frac{(-j)^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} u^A(z, t) + 2j(1 - f_r)\gamma |A(z, t)|^2 u^A(z, t) - j(1 - f_r)\gamma A^2(z, t) u^{A*}(z, t) \\ & + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |A(z, \tau)|^2 d\tau u^A(z, t) + j f_r \gamma \int_t^{\infty} h(t - \tau) A^*(z, \tau) u^A(z, t) d\tau A(z, t) \\ & - j f_r \gamma \int_t^{\infty} h(t - \tau) A(z, \tau) u^{A*}(z, t) d\tau A(z, t), \end{aligned} \quad (3.7)$$

を逆向きに計算し、 $u^A(0, t)$ を求める。この式は Eq. (3.1) を用いて導かれた式であるため、異なる形式の非線形 Schrödinger 方程式を用いた場合は、この式は使用できないことに注意する。この $u^A(0, t)$ を用いると光子数分散はショットノイズレベルとの比として、

$$S = \frac{\int |u^A(0, t)|^2 dt}{\int |u^A(L, t)|^2 dt}, \quad (3.8)$$

で与えられる。なお、この式は Raman 散乱によって付加されるノイズ量を考慮していない。これを考慮する

と、以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 S = \frac{1}{\int |u^A(L, t)|^2 dt} & \left[\int |u^A(0, t)|^2 dt \right. \\
 & - \frac{1}{4} \int_0^L \int \int u^{A*}(z, t_1) u^{A*}(z', t_2) A(z, t_1) A(z, t_2) N_n(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 dz \\
 & + \frac{1}{4} \int_0^L \int \int u^{A*}(z, t_1) u^A(z', t_2) A(z, t_1) A^*(z, t_2) N_n(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 dz \\
 & + \frac{1}{4} \int_0^L \int \int u^A(z, t_1) u^{A*}(z', t_2) A^*(z, t_1) A(z, t_2) N_n(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 dz \\
 & \left. - \frac{1}{4} \int_0^L \int \int u^A(z, t_1) u^A(z', t_2) A^*(z, t_1) A^*(z, t_2) N_n(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 dz \right]. \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

Raman 散乱による雑音を計算する場合は、均一広がりを仮定する場合と不均一広がりを仮定する場合に分かれる、本研究では均一広がりを仮定している。このとき Eq. (3.9) を解くために必要な、 N_n は

$$N_n(t) = \frac{f_r \gamma}{2} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \exp(-\gamma_r |t|) \{ (n_{\Omega_0}(T) + 1) \exp(-j\Omega_0 t) + n_{\Omega_0}(T) \exp(j\Omega_0 t) \}, \quad (3.10)$$

となる。 γ_r は Raman 応答関数の \exp の減衰項に対応し、 Ω_0 は振動に対応する。また、 $n_{\Omega_0}(T)$ は温度 T における平均フォノン数であり、ボルツマン定数 k を用いて

$$n_{\Omega}(T) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\Omega}{kT}} - 1}. \quad (3.11)$$

と書ける。 $\frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0}$ は規格化のための因子であり、本研究のように特殊な Raman 応答関数を仮定している場合は Eq. (3.5) を $\int h(t) = 1$ と規格化するようなピーク強度 A_{ni} を用いて、

$$N_n(t) = \frac{f_r \gamma}{2} \sum_{i=1}^{13} A_{ni} \exp(-\gamma_i |t|) \exp\left(-\frac{\Gamma_i^2 t^2}{4}\right) \{ (n_{\omega_{v,i}}(T) + 1) \exp(-j\omega_{v,i} t) + n_{\omega_{v,i}}(T) \exp(j\omega_{v,i} t) \}, \quad (3.12)$$

という関数を用いる。

計算手順

- パルスの初期値を設定する。初期値は例えば、

$$A(0, t) = \sqrt{P} \operatorname{sech}(t/\tau_0) \quad (3.13)$$

に設定する。ここで、 P はピークパワー (W) に相当し、 τ_0 はパルス幅に関係する定数である。

- 非線形 Schrödinger 方程式 Eq. (3.1) を用いて、 $A(L, t)$ を計算する。ここでファイバ長を L と置いた。ここで、Backpropagation 法に使用するため、各ステップにおける $A(z, t)$ はすべて保存しておく必要がある。これは膨大なデータ量になるので、ハードディスクに保存する。

- スペクトルフィルタの形状を設定し, Eq. (3.6) を用いて $u^A(L, t)$ を計算する。
- 保存した各ステップにおける $A(z, t)$ を用いて, Eq. (3.7) を解き, $u^A(0, t)$ を求める。
- SNL で規格化された光子数分散を Eq. (3.9) と Eq. (3.10) を用いて計算する。これをさまざまなフィルタなどの解析条件について行う。

3.2.4 ソリトン伝搬における数値解析結果

通常のスリトンに対するスペクトルフィルタリングの数値解析はすでに行われているが, 今回の数値解析プログラムを確認するため計算を行った。また, 周波数モード間の相関のマッピングを Raman 散乱の有無の間で比較した。これによりスペクトルフィルタリングで抽出する周波数帯を選び出せる。Kumar らによれば [14] $N = 1$ ソリトンにエッジフィルターをつかってスペクトルフィルタリングをした場合, 約 18% のエネルギーをフィルタリングしたときに 3 ソリトン周期付近で最も強くスクイージング起こり, このとき -6.5dB のスクイージングが得られる。

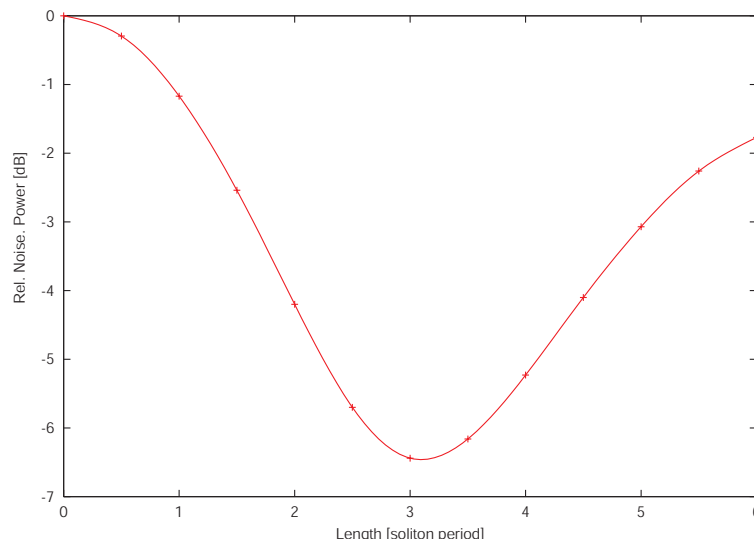


Fig. 3.8: Photon number noise dependence on propagation length using the model without Raman scattering.

光ファイバは一般的な石英ファイバを想定し, 光ソリトンは光ファイバの異常分散領域で形成されるため, 波長 $1.5 \mu\text{m}$ のフェムト秒パルスを想定した。ここでの石英ファイバの二次分散を β_2 を $-10 \text{ ps}^2/\text{km}$ とし, 単化のため三次以上の分散は無視した。次に三次の非線形性の強さを表す係数 γ は $\gamma = 0.01 \text{ W}^{-1}\text{m}^{-1}$ とした。ただし, これらは仮想的に設定した値で, このようなファイバが存在するかはわからない。また, ソリトンの条件 [9] を満たしていれば, 値そのものはさほど重要でない。さらに, このようなファイバでソリトンを作る条件を満たすように, パルスのパラメータを $\tau_0 = 50 \text{ fs}$, ピークパワーを 400 W とした。ここで τ_0 はパルス幅に相当する値で半値前幅に直すと, 約 88 fs となる。また, このときソリトン周期は $\pi/8 \text{ m}$ (約 40 cm) であ

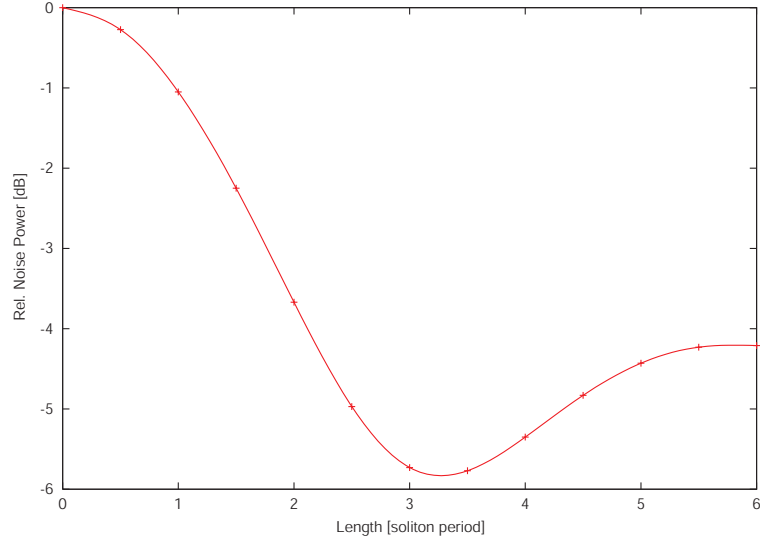


Fig. 3.9: Photon number noise dependence on propagation length using the model with Raman scattering.

る。このパルス幅を $1.5 \mu\text{m}$ 帯で得るのは難しいが、可能である。なお、Raman 散乱を考慮すると同じ $N = 1$ ソリトンでも波形や量子状態が変わる。

まず、Raman 散乱を考慮に入れずにソリトン伝搬の計算を 6 ソリトン周期まで (約 235 cm) 行った。このパルスに対してバンドパスフィルタ (BPF) によりスペクトルの裾から取り除いた際の光子数スクイジングを各距離で計算した。この BPF は中心波長に対して対称な波長にカットオフ波長を持ち、パルスエネルギーの約 18%分に相当するスペクトル成分を遮断するようにカットオフ波長を設定している。このような条件での各距離の光子数スクイジングを Fig. 3.8 に示す。このグラフは [14] とほぼ等しく、3 ソリトン付近で -6.5dB のスクイージングが得られた。

次にこれと同様に Raman 散乱の影響を考えた場合について同様に計算した結果を Fig. 3.9 に示す。Raman 散乱の影響によってスクイージングの最大値は長距離に移り、その値はやや小さくなった。この結果から 3 から 3.5 ソリトン周期の間で最大 -5.8dB 前後のスクイージングが得られた。フィルタの条件は Raman 散乱を考慮しないときと同じである。

次にパルス内のスペクトル間の光子数雑音の相関が光子数スクイージングにどのような影響を与えているかを調べた。このために以下のような周波数相互相関関数を計算した。

$$C(i, j) = \frac{\text{cov}(n_i, n_j)}{\sqrt{\Delta n_i^2 \Delta n_j^2}} \quad (3.14)$$

ただし、 $\text{cov}(n_i, n_j) = \langle \hat{n}_i \hat{n}_j \rangle - \langle \hat{n}_i \rangle \langle \hat{n}_j \rangle$ である。ここで、

$$\text{Var}[\hat{n}_i + \hat{n}_j] - \text{Var}[\hat{n}_i] - \text{Var}[\hat{n}_j] = 2\text{cov}(n_i, n_j). \quad (3.15)$$

を利用すると、光ファイバからの出射スペクトルを細かく区切り、その周波数成分単独の光子数分散 $\text{Var}[\hat{n}_i]$ と、複数の周波数成分の和の光子数分散 $\text{Var}[\hat{n}_i + \hat{n}_j]$ から $C(i, j)$ を求めることができる。また、この式は ($i \neq j$)

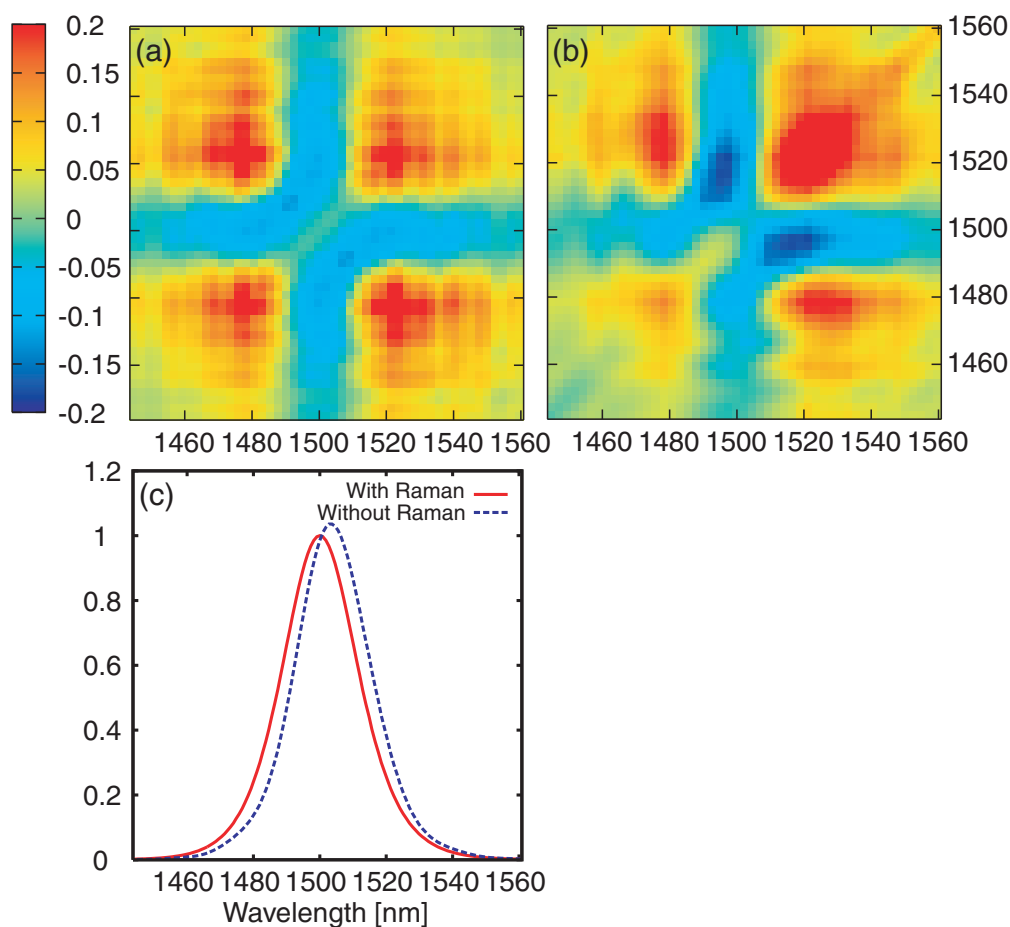


Fig. 3.10: (a)(b) A numerically calculated map of intrapulse quantum correlations with (a) and without (b) Raman scattering. (c) Output spectra for the each case.

のとき使用し, $i = j$ の場合は以下のような式を用いる。

$$C(i, i) = 1 - \frac{\langle n_i \rangle}{\Delta n_i^2}. \quad (3.16)$$

これらの値は周波数モード間の光子数相関を表していて, Eq. (3.14) は二つの周波数モードの光子数の和の分散が個々の周波数モードの分散の和より大きくなると正の値を取り, 小さくなると負の値を取る。すなわち, 正の光子数相関は二つの周波数モードの一方の光子数が多いときは, 他方の光子数も多くなる。逆に負の光子数相関は一方の光子数が多いときは, 他方の光子数が減る。この共分散が負の相関を持つ部分を透過し, 正の相関を持つ部分を排除すれことで高いスクイジングを得ることができる [15]。従ってこの共分散のマッピングから適切なフィルタリングを知ることができる。 $N = 1$ ソリトン光が最大のスクイジングを示す 3 ソリトン周期の共分散をマッピングした。その結果を Fig. 3.10 に示す。Raman 散乱を含む場合はピークが全体的に長波長側にシフトし, 相関も全体的に長波長側に移動している。特に, Raman 散乱を考えないときは中心部が

ら四方向にあった正の相関が、Raman 散乱があるときは長波長同士領域に集中して強い正の相関となっている。このことから HPF によって高いスクイージングを得られることを示している。しかし最も強い負の相関はこの長波長部分と、やや短波長の部分との相関に現れており、最も良いスクイージングを得るには Raman が無いときとほぼ同様のバンドパスフィルタリングが最もよい。

3.2.5 広帯域パルスに対する解析

中心波長が正常分散領域の場合

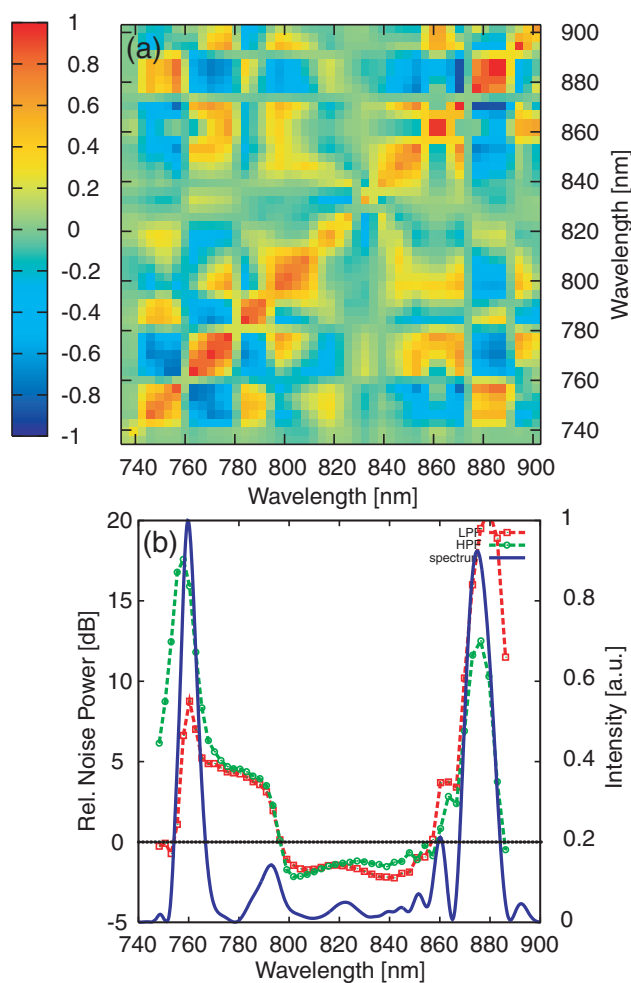


Fig. 3.11: (a) A numerically calculated map of intrapulse quantum correlations for the fibre 820. (b) An output spectrum (Blue line) before filtering and photon number noise (normalized to SNL) for various low-(Red plots) and high-pass(Green plots) filtering for the fiber 820.

我々はまず、実験に使われた PCF (三菱電線) の分散曲線 Fig. 3.2 から分散パラメータを見積もり、 $\beta_2 = 5.873 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\beta_3 = 1.692 \times 10^{-1} \text{ ps}^3/\text{km}$, $\beta_4 = 1.962 \times 10^{-4} \text{ ps}^4/\text{km}$, $\beta_5 = 1.756 \times 10^{-7} \text{ ps}^5/\text{km}$ と定めた。ただし、分散曲線が狭い帯域でしか得られないため β_6, β_7 は無視した。このファイバのゼロ分散波長は、およそ 820 nm となるので以下ファイバ 820 と呼ぶ。非線形パラメータはコア径などから $\gamma = 0.0468 \text{ W}^{-1}\text{m}^{-1}$ とした。入力した光パルスは実験に習い、中心波長 810 nm, ピークパワー 3.1 kW, パルス幅 38 fs (FWHM: Full Width at Half Maximum) とし、ファイバ長は 30 cm とした。このときの結果が Fig. 3.11 である。実験ではローパスフィルタ (LPF) とハイパスフィルタ (HPF) の両方でスクイジングが得られたが、それはこの計算結果でも確認でき、LPF で最大 -2.2dB , HPF で最大 -2.2dB のスクイジングが得られた。この実験結果から、ソリトンではない広帯域化したスペクトルを持つパルスでも十分高いスクイジングが得られることがわかった。

中心波長が異常分散領域の場合

一方、Fig. 3.11(a) のスペクトルは実験とだいぶ異っている。これは、ファイバ 820 の波長分散特性が非常に狭い領域でしかわからなかったことに起因していると考えた。そのため、このファイバと似た出力スペクトラムが得られることがわかっている別のファイバのパラメータを使用して同様の計算を行った。分散パラメータは 810 nm で、 $\beta_2 = -5.144 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\beta_3 = 5.528 \times 10^{-2} \text{ ps}^3/\text{km}$, $\beta_4 = -4.392 \times 10^{-5} \text{ ps}^4/\text{km}$, $\beta_5 = -7.798 \times 10^{-8} \text{ ps}^5/\text{km}$, $\beta_6 = 4.366 \times 10^{-10} \text{ ps}^6/\text{km}$, $\beta_7 = 1.642 \times 10^{-12} \text{ ps}^7/\text{km}$ であり、ゼロ分散波長を 770nm に持つので以下ファイバ 770 と呼ぶことにする。このファイバ 770 の非線形パラメータは $2.0 \mu\text{m}$ のコア径から $\gamma = 0.116 \text{ W}^{-1}\text{m}^{-1}$ と見積もった。入力した光パルスのパラメータは中心波長 810 nm, ピークパワー 500 W, パルス幅 50 fs (FWHM) で、30 cm 伝搬させた。

このときのスペクトラムおよび、スクイジングを Fig. 3.12 に示す。スペクトラムは実験と同様に広帯域化しているだけでなく、その形状も実験で得られたスペクトラムとよく一致している。また、LPF でソリトン成分⁴(840~920 nm のピーク) を取り出すことで最大 -5.9 dB のスクイジングが得られた。フィルタの位置とスクイジングの関係も、スペクトルの包絡線に沿うような特徴が実験とよく一致しており、実験結果の裏づけとして十分な結果と言える。また、中心波長が正常分散領域にある場合と異常分散領域にある場合の両方で高いスクイジングが得られている。次に、パルス内の量子相関を計算した。Figure 3.12(b) と同様の条件で計算した量子相関を Fig. 3.12(a) に示す。その結果、高いスクイジングが得られたソリトン成分は多くの周波数成分と高い相関を持っていることがわかる。

Figure 3.13 は、同じ条件下でファイバ長が 15 cm, Fig. 3.14 は 60 cm 伝搬したときの結果を示す。いずれもある程度のスクイジングは得られたが、30 cm の結果よりスクイジングは小さい。

⁴本論文では異常分散領域にあるピークを指す。この成分は厳密な意味でのソリトン伝搬はしていない。しかし、広帯域パルスをスペクトログラムで解析すると、時間波形の最も高いピークはこの成分が形成していることが多い。これは媒質の異常分散と非線形効果の釣り合いがある程度取れており、ソリトンに近い形の伝搬をしているためと考えられる。

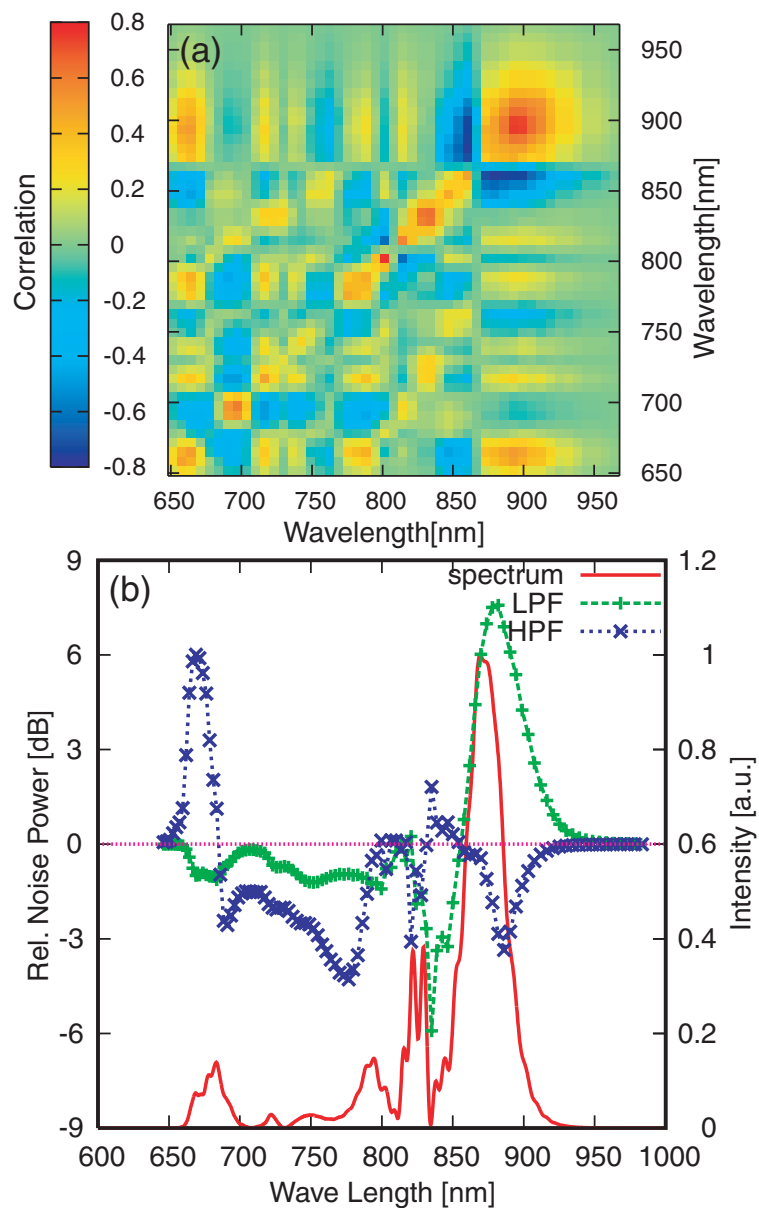


Fig. 3.12: (a) The numerically calculated map of intra-pulse quantum correlations for the fiber 770. (b) The output spectrum (Red line) before filtering and photon number noise (normalized to SNL) for various low-(Green plots) and high-pass(Blue plots) filtering for the fiber 770.

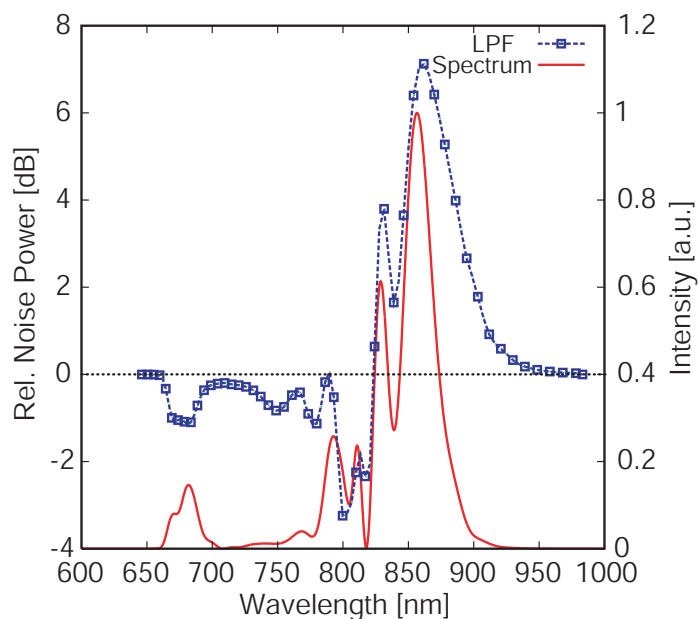


Fig. 3.13: The output Spectrum (Red line) before filtering and quantum noise reduction (Blue plots) for various low-pass filtering using the 15 cm long fiber 770.

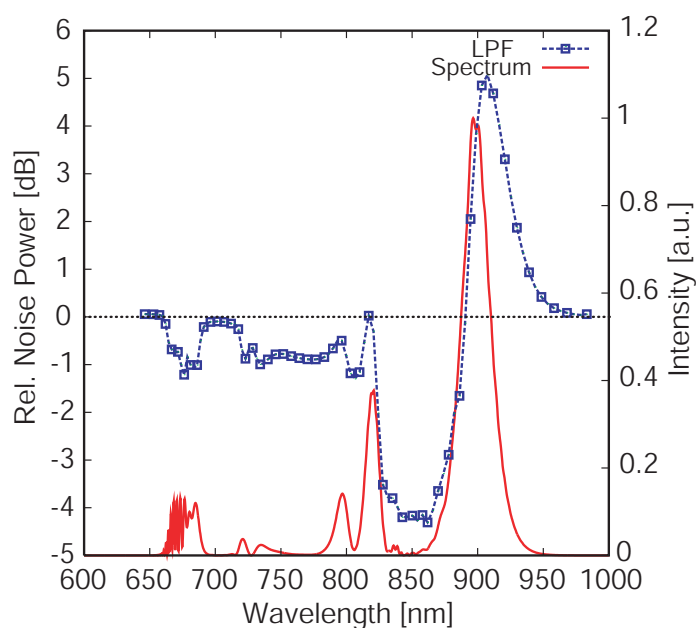


Fig. 3.14: The output Spectrum (Red line) before filtering and quantum noise reduction (Blue plots) for various low-pass filtering using the 60 cm long fiber 770.

3.3 結果のまとめと考察

超短パルスを PCF に入射し、広帯域化させ、Raman シフトするソリトン様の成分をスペクトルフィルタリングで取り出し、最大 -4.6dB のスクイジングを得た。このような実験結果は前例が無く、全く新しい成果である。また、実験においてはこのような長波長側のみを取り出す LPF だけではなく、HPF (750 nm 以下はカットしたため実質 BPF) でも高いスクイジングが得られた。このような現象は数値解析でも確かめられ、LPF によってソリトン成分のみを取り出すと最大 -5.9dB のスクイジングが得られた。この原理は以下のように考えられる。量子相関の計算結果からソリトン成分は他の周波数成分との間に高い相関を持っており、ソリトン成分と他の周波数成分が複数共存する場合、他の周波数成分はソリトンを安定化させる働きがあるのではないかと予想される。さらに、数値解析においては HPF でもスクイジングが得られることも示された。

また、ゼロ分散波長が 820 nm より 770 nm のファイバの計算結果が実験に近いスペクトルを導いた。この原因は実験に使用した PCF の分散曲線を波長数箇所のみでの分散測定の実験結果から測定しており、十分広い波長域の振る舞いを正しく表せなかったためと考えられる。超短パルスの広帯域化の計算はゼロ分散波長がパルスの中心波長より 10 nm 長波長側にあるか、短波長側にあるかで大きく異なる。そのため使用した PCF は 810 nm で異常分散である可能性が高い。

今回の研究の意義として、過去の研究 [5,6] では PCF で得られるスクイジングは通常の光ファイバでソリトン伝搬したときより低かった。これに対して、今回の結果は高いスクイジングが得られる可能性が示されたと言える。また、これまでのソリトンパルスをフィルタリングして普通のパルスにした方法に対して、この手法はフィルタリング後にソリトンになる特徴があり、スクイズド光のファイバ伝搬に適している。

パルス光のスクイジングの大きさは時間や周波数のモードの平均値となる。これは、パルスの量子状態に情報を乗せて通信を行う量子通信への応用を考えたとき、使用できるリソースを無駄にしている。これに関して、Erlangen-Nürnberg 大学の Spälter らは光ファイバにソリトンパルスを伝搬させて、得られた出射光を回折格子で周波数ごとに分け、それぞれの周波数モードが互いにどのような光子数相関を持っているかを調べた [15]。さらに、Opatrný らは非線形相互作用を受けたパルスが、理論的にどの程度のリソースを持ちうるかを示した [16]。このように、パルス光のスクイズド光は連続光を用いたものよりも、大きなリソースを使用できる可能性を持っている。今回の計算でも、周波数モード間の相関に強い相関を有していることがわかった。こうした周波数モード間の光子数相関を用いた量子情報処理という方向性においては今回の広帯域化した光パルスで生じる光子数相関は非常に大きなリソースである。

3.4 結論

超短パルスを PCF に入射し、広帯域化して、Raman シフトするソリトン様の成分をスペクトルフィルタリングによって取り出す実験を初めて行い、最大 -4.6dB のスクイジングを得た。このことは数値解析でも確認できた。また、パルスの中心波長が PCF の正常分散領域でも異常分散領域でもスクイジングが起こることを数値解析で示した。広帯域なパルスに周波数モード間の光子数相関も計算し、スクイズするソリトン様成分は多くの周波数モード間との間に高い相関を持つことを明らかにした。

参考文献

- [1] M. Fiorentino, J. E. Sharping, P. Kumar, D. Levandovsky, and M. Vasilyev, Phys. Rev. A **64**, 031801 (2001).
- [2] S. Schmitt, J. Ficker, M. Wolff, F. König, A. Sizmann, and G. Leuchs, Phys. Rev. Lett. **81**, 2446 (1998).
- [3] D. Krylov and K. Bergman, Opt. Lett. **23**, 1390 (1998).
- [4] S. R. Friberg, S. Machida, M. J. Werner, A. Levanon, and T. Mukai, Phys. Rev. Lett. **77**, 3775 (1996).
- [5] S. Lorentz, Ch. Silberhorn, N. Korolkova, R. S. Windeler, and G. Leuchs, Appl. Phys. B **73**, 855 (2001).
- [6] M. Fiorentino, J. E. Sharping, P. Kumar, D. Levandovsky, and M. Vasilyev, Opt. Lett. **27**, 649 (2002).
- [7] M. Takeoka, D. Fujishima, and F. Kannari, Opt. Lett. **26**, 1592 (2001).
- [8] K. Hirose, H. Furumochi, A. Tada, F. Kannari, M. Takeoka and M. Sasaki, Phys. Rev. Lett. **94**, 203601 (2005).
- [9] G. P. Agrawal, 小田垣孝, 山田興一 訳: 非線形ファイバー光学 (吉岡書房, 1997年原書第2版).
- [10] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, 丹慶勝市, 奥村晴彦, 佐藤俊郎, 小林誠 訳: ニューメリカルレシピ・イン・シー (技術評論社, 1993)
- [11] R. H. Stolen, J. P. Gordon, W. J. Tomlinson, and H. A. Haus, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 1159 (1989).
- [12] D. Hollenbeck and C. D. Cantrell, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 2886 (2002).
- [13] Y. Lai and S.-S. Yu, Phys. Rev. A **60**, R781 (1999).
- [14] A. Mecozzi and P. Kumar, Opt. Lett. **22**, 1232 (1997).
- [15] S. Spälter, N. Korolkova, F. König, A. Sizmann, and G. Leuchs, Phys. Rev. Lett. **27**, 786 (1998).
- [16] T. Opatrný, N. Korolkova, and G. Leuchs, Phys. Rev. A **66**, 053813 (2001).

第4章 ファイバ伝搬中のパルストラッピングを用いた光子数相関形成についての数値解析

3章では高非線形ファイバによって広帯域化した光パルスは、スペクトル成分間に複雑な光子数相関が生じ、それによって光子数スクイズド状態が得られることを示した。強いスクイズングが発生する長波長側のソリトン成分は多くの周波数成分と強い相関を持ち、特に最も短波長側にある成分と強い相関を持つことが分かった。これらのパルスは時間軸上で重なっており、長距離にわたって安定に伝搬することが知られている [1, 2]。このように異常分散領域にソリトンパルスが存在し、ソリトンパルスと群速度のほぼ等しい正常分散領域に別のパルスが存在する条件では、正常分散領域のパルスがソリトンパルスに捕捉され、相対位置関係を変えずに安定に伝搬する。この過程で生じる相互位相変調 (XPM: Cross Phase Modulation) が広帯域パルス内で発生するソリトン成分と短波長成分の強い相関の要因になっている。

上述のようにパルス間に光子数相関を発生させて、量子情報処理に応用する研究例がある。台湾の国立交通大学 Lee らは時間域で非常に接近した2つのソリトンが光ファイバを伝搬すると、強い光子数相関が発生することを数値解析で示した [3]。また、Erlangen-Nürnberg 大学の König らは2つのソリトンが衝突すると光子数相関を発生することを数値解析で示し [4]、スペクトルフィルタリングを用いて実験的に Back-Action 回避測定 (BAE 測定: Back-Action Evading Measurement) を行った [5]。

そこで、筆者はパルストラッピングを起こす条件のパルスを光ファイバに入射した際に生じる光子数スクイズングや光子数相関を数値的に解析した。その結果、二つのパルスの周波数成分が重なり合う場合にはスクイズド光が得られ、離れている場合はパルス間に強い光子数相関が生じ量子非破壊測定 (QND 測定: Quantum Nondemolition Measurement) [6, 7] の一種である BAE 測定を実現できることを示した。

本章ではまずパルストラッピングについて説明する。また、QND 効果についてもあらかじめ説明する。その後、パルス間で光子のやり取りの行われる波長の近い二つのパルス¹でのパルストラッピングについて数値計算結果を示す。この場合、パルスの裾が重なる条件で計算しているため、四光波混合により光子がパルス間で移動する。その後、三つのパルスでのパルストラッピングの数値計算結果を示す。これらはスペクトルフィルタリングによる光子数スクイズングの原因を調査する目的でスタートし、ソリトン成分がスクイズングすることの説明に主眼を置いた。

次に、波長が離れた二つのパルス間でのパルストラッピングについて、結果を示す。このとき、四光波混合はエネルギー保存則を満たすので、パルス間での光子の移動が起こらないが、周波数モード間での相関は存在する。こちらは、より安定な条件での相関生成を目的としており、BAE 測定への応用を視野に入れた数値解析である。そのため、光子数相関の大きさや BAE 測定としての性質が主題となる。

いずれの場合も、Fig. 4.1 の実験系を想定している。ファイバ前に何らかの手法で二つのパルスをあわせ、

¹XPM も光子描像では、四光波混合である。そのため、入射光子の周波数 ω_1, ω_2 と出射光子 ω_3, ω_4 の間にエネルギー保存則が成り立ち、 $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ ($\omega_1 \leq \omega_2, \omega_3 \leq \omega_4$) となる。パルス間で光子が移動するためにはこのうち3光子が一方のパルスで、残りの1光子が他方のパルスとなる必要がある。おおよそパルスのスペクトル幅以上に二つのパルスのスペクトル間隔が開くと、このような過程が起こりづらくなる。本節における、波長の近い、遠いはこのような概念から判断している。

それらを光ファイバに入射し、スクイーミングが目的であればシグナルに対して平衡ホモダイン計測を行い、BAE測定であればプローブ側をスペクトルフィルタリングを行い、光子数測定を行う。

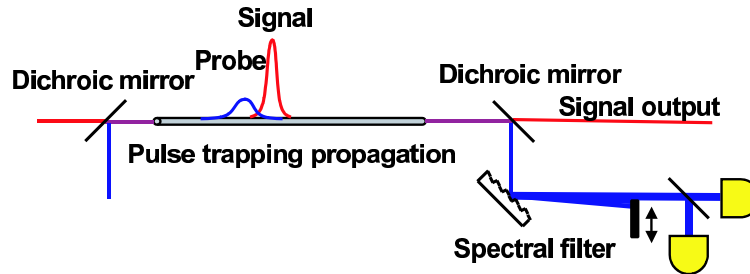


Fig. 4.1: The experimental setup of backaction evading measurement using pulse trapping effect.

4.1 パルストラッピング

光ファイバ中で光パルスが重なり合うと、様々な相互作用が誘起される。1989年 Bell 研究所の Islam らは、複屈折ファイバにおいて二つの直交に偏光した基本ソリトンパルス間で捕捉現象を見出した [8]。名古屋大学の Nishizawa らはこの現象をさらに解析し、直交した偏光を持つソリトンパルス間での増幅などの様子を測定し、時間的に重なった二色の超短パルス対を生成できることを示した [9]。さらに、Nishizawa らは異常分散領域にあるソリトンパルスが、ソリトンパルスと同じ群速度を持つ正常分散領域のパルスを捕捉する現象を初めて見出した [1, 2]。本論文では主にこの異常分散領域のソリトンと正常分散領域のパルス間のパルストラッピングを扱う。

4.1.1 パルストラッピングの実験例

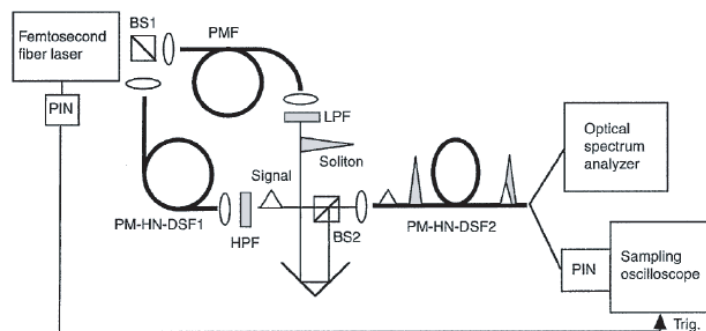


Fig. 4.2: Experimental setup for pulse trapping: LPF, lowpass filter; HPF, high-pass filter; PMF, polarizationmaintaining fiber [1].

異常分散領域のソリトンと正常分散領域のパルスによるパルストラッピングは、Fig. 4.2 のような系で実現している [1]。この実験系ではフェムト秒のパルスレーザを二つに分け、一つを細径の偏波保持ファイバに入射し、ソリトンを作る。もう一つは高非線形の分散シフト偏波保持ファイバに入射して、広帯域化し、短波長のパルスを作る。これらをビームスプリッタで混合すると、ある一定の時間差を持つソリトンパルスと、群速度の等しいもう一つのパルス (トラップパルスと呼称する) が発生する。ソリトンと捕捉パルスを別々のレーザによって用意しても同じ実験が可能であるが、その場合はレーザ間の同期が必要となる。こうして用意した二つのパルスを分散シフトファイバに入射すればパルストラッピングを発生させることができる。

4.1.2 パルストラッピングでの非線形相互作用

光ファイバに高強度の超短パルスを入射した場合、スペクトルは自己位相変調などの Kerr 効果により非常に広帯域化する。このパルスはファイバを長く伝搬するに従って、最も長波長側のスペクトル成分が Stokes シフトし、最も短波長側のスペクトル成分が Anti-Stokes シフトするのが観測できる。最も長波長側のスペクトル成分がシフトするのは、このパルスがソリトン様の伝搬をしているために、Raman 散乱により自己周波数シフトをしているためである。一方、短波長側のスペクトル成分の Anti-Stokes シフトは、単独のパルスが短波長側へシフトする現象は無いため、他のスペクトル成分との非線形相互作用としか考えられない。この相互作用はパルストラッピングにより起きていると解釈できる。ここで、Kerr 効果による相互位相変調 (XPM: Cross Phase Modulation) による位相変化量は、

$$\phi^{NL} = 2\gamma L |A(z, t)|^2, \quad (4.1)$$

となるのが、非線形 Schrödinger 方程式からわかる。位相変化による瞬時周波数の変化はこの時間微分となるので、

$$\Delta\omega^{NL} = -2\gamma L \frac{\partial |A(z, t)|^2}{\partial t}, \quad (4.2)$$

となる。ただし、Eq. (4.1) は位相遅れを表しており、マイナスをつけて微分した。パルストラッピングはソリトン様の長波長のパルスの後ろに短波長のパルスが存在する位置関係で発生する。従って短波長側のパルスのうちソリトンパルスと重なっている部分はソリトンパルスの光強度が時間と共に低下する位置にいる。ソリトンパルスは高いピークパワーを保つのにに対し、短波長側のパルスは正常分散の影響ですぐに時間的に広がってしまうために、短波長側のパルスはソリトンパルスの光強度の時間変化の影響を大きく受ける。従って、短波長側のトラップパルスは青色にシフトし、これが広帯域光中の Anti-Stokes シフトの原因である。広帯域光の短波長側は通常正常分散領域であるため、Anti-Stokes シフトが発生するとその群速度は遅くなる。そのためトラップパルスはソリトンを追い越すことができず、パルストラッピングが安定な過程であることが分かる。一般にパルストラッピングによる波長シフト量は Raman 散乱によるものよりも大きく、ソリトンパルスが自己周波数シフトにより群速度が遅くなったとしても、それ以上にトラップパルスの群速度も遅くなり、位置関係を変えることなく安定に伝搬する。

4.2 Back-Action 回避測定

本節では QND 測定的一种である BAE 測定について示す。これはシグナルビーム S の光子数や直交位相振幅などの状態を壊すことなく、量子揺らぎレベルで測定する手法を指す。量子非破壊測定の性能は以下の三つ

性質で表される [10]。

1. プローブビームが入射するシグナルビームの情報を良い精度で取り出すことができる。
2. シグナルビームが測定によって余り変化を受けない。
3. プローブビームの出力がシグナルビームの出力と良い量子相関を持っている。

1 と 2 の性質を同時に満たすことは一見不確定性原理に反するが、量子もつれ合い状態のようにこれを満たす状態は実現可能であるし、共役正準変数の不確定性を犠牲にすることで達成することが可能である。量子もつれ合い状態と BAE 測定の違いは、もつれ合い状態が位置と運動量のような共役正準変数の和や差に対する同時固有値状態である。BAE 測定はある量子系の変数の情報を別の量子系との相互作用によって取り出し、この相互作用による影響が取り出した変数の共役変数にのみ及びるように工夫する手法である。例えば本研究では、二つのパルスを Kerr 効果により相互作用させ、測定対象のパルスの光子数をもう片方のパルスの光子数から知る。このとき、Kerr 相互作用により、測定用パルスの光子数に比例した位相変調を被測定パルスは受ける。従って、測定用パルスの光子数分散が測定対象の位相ノイズとなり、光子数を測定したことによる Back-Action が光子数の共役変数である位相に影響を及ぼしていることが分かる。

4.2.1 QND 測定の評価基準

本節では QND としての性能の評価方法について示す [11]。高強度のビーム光に対する QND 測定を取り扱うので、演算子を平均値と摂動に分けて表す。電磁場の直交位相振幅演算子 $\hat{X} = (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$, $\hat{Y} = (\hat{a} - \hat{a}^\dagger)/2j$ をその平均値と摂動の和として表すと、

$$\hat{X} = X + \Delta\hat{X}, \quad (4.3)$$

$$\hat{Y} = Y + \Delta\hat{Y}, \quad (4.4)$$

となる。ただし、位相を調節して \hat{X} を光子数方向の直交位相振幅演算子とし、 \hat{Y} を位相方向の直交位相振幅演算子とする。こうすることで、 \hat{X} を振幅演算子、 \hat{Y} を位相演算子と考えることができる。このとき複素振幅の平均値 α は実数となるため、 $\langle \hat{Y} \rangle = 0$ および $\langle \hat{a} \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \rangle = \alpha$ となる。ここで光子数は

$$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a} = (\alpha^* + \Delta\hat{a}^\dagger)(\alpha + \Delta\hat{a}) = \alpha^* \alpha + \alpha^* \Delta\hat{a} + \alpha \Delta\hat{a}^\dagger + \Delta\hat{a}^\dagger \Delta\hat{a} \approx \alpha^* \alpha + \alpha^* \Delta\hat{a} + \alpha \Delta\hat{a}^\dagger, \quad (4.5)$$

となる。最後の近似は摂動演算子に関する二次の項を無視している。この式から光子数揺らぎは

$$\Delta\hat{n} = \sqrt{\alpha^* \alpha} (\alpha \Delta\hat{a}^\dagger + \alpha^* \Delta\hat{a}), \quad (4.6)$$

となる。前述の仮定により、 $\alpha^* = \alpha$ であるため、この式は

$$\Delta\hat{n} = \alpha^2 (\Delta\hat{a} + \Delta\hat{a}^\dagger) = \frac{\alpha^2}{2} \Delta\hat{X}, \quad (4.7)$$

と表される。従ってシグナル光子数揺らぎを測定するには、振幅 \hat{X}_s^{in} の揺らぎの情報を取り出す必要がある。プローブの任意の変数に対応する摂動演算子 $\Delta\hat{A}_p$ にシグナルの振幅の摂動 $\Delta\hat{X}_s^{in}$ の情報が取り出されるとすると、プローブの出力は

$$\Delta\hat{A}_p^{out} = g_p \Delta\hat{X}_s^{in} + \hat{B}_p^{ad}, \quad (4.8)$$

と置くことができる。ここで \hat{B}_p^{ad} は QND 測定の測定誤差にあたり、付加される雑音と考えることができる。平均値はあらかじめ測定しておけば、同じ系で測定する限り変わることが無く、摂動成分のみが評価の対象となる。また、摂動成分もある一定の倍率 g_p がかかって出力されるが、この増幅率はあらかじめ測定可能であるため、上のような形で書き表される。ここで、プローブの出力に付加される雑音はシグナル \hat{X} に直交した演算子 \hat{Y} に依存する成分も存在するので、

$$\hat{B}_p^{ad} = f_p \Delta \hat{Y}_s^{in} + \hat{B}_p, \quad (4.9)$$

と二つの項の和として雑音を考える。すると、プローブ光に付与される入力等価雑音は

$$N_p^{eq} \equiv \frac{\langle (\Delta \hat{A}_p^{out})^2 \rangle}{|g_p|^2} - \langle (\Delta \hat{X}_s^{in})^2 \rangle = 2 \frac{f_p}{g_p} \langle \Delta \hat{X}_s^{in} \Delta \hat{Y}_s^{in} \rangle + \frac{\langle (\hat{B}_p^{ad})^2 \rangle}{|g_p|^2}, \quad (4.10)$$

となる。この式はシグナル \hat{X} が直交した演算子 \hat{Y} との間に相関があると、単に \hat{B}_p^{ad} だけで入力等価雑音を表せないことを意味している。

この入力等価雑音測定するにはシグナルをわずかに強度変調して、入力の信号対雑音比 (SN 比) がプローブ出力にどれだけ伝わるかを調べる。シグナル入力における SN 比は

$$R_s^{in} = \left| \frac{\langle \hat{X}_s^{in} \rangle^2}{\langle \Delta \hat{X}_s^{in2} \rangle} \right|, \quad (4.11)$$

となり、プローブ出力の SN 比は

$$R_p^{out} = \left| \frac{\langle \hat{A}_p^{out} \rangle^2}{\langle \Delta \hat{A}_p^{out2} \rangle} \right|, \quad (4.12)$$

となる。これらは言わば分散の逆数となっており、量子雑音が小さくなるほど、数値が高くなる。これらから、伝達係数 T_p は以下のように表される。

$$T_p = \frac{R_p^{out}}{R_s^{in}} = |g_p|^2 \frac{\langle \Delta \hat{X}_s^{in2} \rangle}{\langle \Delta \hat{A}_p^{out2} \rangle} = \frac{\langle \Delta \hat{X}_s^{in2} \rangle}{\langle \Delta \hat{X}_s^{in2} \rangle + N_p^{eq}}. \quad (4.13)$$

ここで、シグナルとプローブの平均値の比が増幅率 g_p に等しいことを利用している。この式は単にシグナルとプローブの分散の比のように見えるが、入力等価雑音に直接対応している。

次にシグナルが QND 測定によって受ける変化を評価する。これはシグナル出力への伝達係数と考えることができるため、プローブ出力への伝達関数と同様に計算を進める。まず、シグナル出力は入力と増幅率、および付加される雑音を用いて以下のように表される。

$$\Delta \hat{X}_s^{out} = g_s \Delta \hat{X}_s^{in} + \hat{B}_s^{ad}. \quad (4.14)$$

ここで付加される雑音は

$$\hat{B}_s^{ad} = f_s \Delta \hat{Y}_s^{in} + \hat{B}_s, \quad (4.15)$$

と書き表される。すると，入力等価雑音は

$$N_p^{eq} \equiv \frac{\langle (\Delta \hat{X}_s^{out})^2 \rangle}{|g_s|^2} - \langle (\Delta \hat{X}_s^{in})^2 \rangle = 2 \frac{f_s}{g_s} \langle \Delta \hat{X}_s^{in} \Delta \hat{Y}_s^{in} \rangle + \frac{\langle (\hat{B}_s^{ad})^2 \rangle}{|g_s|^2}, \quad (4.16)$$

となる。ここから同様に伝達関数を計算すると，

$$T_s = \frac{R_s^{out}}{R_s^{in}} = |g_s|^2 \frac{\langle \Delta \hat{X}_s^{in2} \rangle}{\langle \Delta \hat{X}_s^{out2} \rangle} = \frac{\langle \Delta \hat{X}_s^{in2} \rangle}{\langle \Delta \hat{X}_s^{in2} \rangle + N_s^{eq}}, \quad (4.17)$$

となり，やはり入力等価雑音に直接対応している。

シグナル出力とプローブ出力の相関は以下の相関関数で表される。

$$C^2 = \frac{|\langle \Delta \hat{X}_s^{out} \Delta \hat{A}^{out} \rangle|^2}{\langle (\Delta \hat{X}_s^{out})^2 \rangle \langle (\Delta \hat{A}^{out})^2 \rangle}. \quad (4.18)$$

この相関関数を使うと，プローブの測定結果から得られるシグナルの推定値と実際のシグナル出力の差の不確かさ V_{sp} が以下のような表式で与えられる。

$$V_{sp} = \langle (\Delta \hat{X}_s^{out})^2 \rangle (1 - C^2). \quad (4.19)$$

この数値が 1 のとき標準量子雑音程度の誤差があるため， $V_{sp} < 1$ が QND 測定の条件となる。

4.3 波長が近い場合のパルストラッピング

4.3.1 解析条件

波長が近い場合のパルストラッピングに関して数値解析の解析条件を示す。このとき，3 章と同じく以下のような非線形 Schrödinger 方程式を使用した。

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t) + j(1 - f_r) \gamma |A(z, t)|^2 A(z, t) + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |A(z, \tau)|^2 d\tau A(z, t) \quad (4.20)$$

ただし，今回は簡単化のため四次以上の分散は無視している。入射するパルスはソリトンパルスの中心波長が 1500 nm，トラップされるパルスの中心波長を 1400 nm とした。ファイバのパラメータは 1500 nm で $\beta_2 = -1.0$ ps²/km， $\beta_3 = 2.771 \times 10^{-2}$ ps³/km とした。また，ファイバの非線形性を示す γ は $\gamma = 0.02$ W⁻¹m⁻¹ とした。このとき，ゼロ分散波長は 1460 nm となり 1400 nm は正常分散領域で，1500 nm と群速度が等しくなる。これらの値は原理実証のために仮想的に決めたもので，このような性質を持つ光ファイバが実在するかわからない。入射パルスはソリトン側が，ピークパワー 50 W，パルス幅 61 fs (FWHM) であり，トラップされる側はピークパワー 15 W，パルス幅 200 fs (FWHM) とした。この二つのパルスは 250 fs の間隔を置いてソリトンが前に，トラップパルスが後ろに配置される。また，トラップパルスは強い非線形性を起こすことなく，広い周波数帯域を持つことが要求されるので， $C = \pi/2$ の正チャープがかけてある。ただし，このチャープパラメータは

$$A(0, t) = \sqrt{P} \operatorname{sech} \left(\frac{t}{\tau} \right) \exp \left(-\frac{j C t^2}{2 \tau^2} \right), \quad (4.21)$$

で定義される C である。そのため、周波数域での幅はソリトンパルスもトラップパルスもさほど変わらない。こうすることで、周波数域でソリトンパルスとトラップパルスの裾が重なり、パルス間で光子数のやり取りが発生し、光子数スキージングが生じる。また、本解析では Raman 散乱を考慮していないので $f_r = 0$ としている。さらに Backpropagation 法を用いて、光子数分散や光子数相関を計算した。

4.3.2 解析結果

前述した条件での入力パルスを Fig. 4.3 に、6.5 m 伝搬後の出射パルスを Fig. 4.4 にそれぞれ示す。波長間隔が狭いため、複雑な非線形現象が起こり、また、ゼロ分散波長に近いので、分散の波長依存性が大きく、スペクトルは入力からかなり変形している。しかし、時間波形はトラップされており、この後、40 m まで計算を行ったが、まだパルスはトラップされていた。

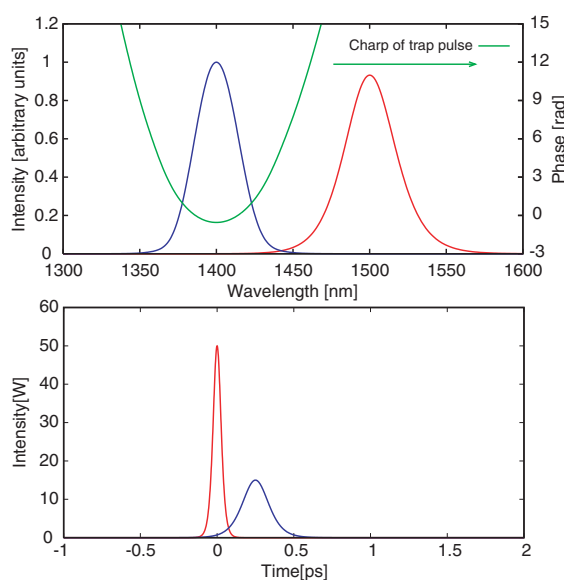


Fig. 4.3: Input spectrum (upper) and temporal waveform (lower). The red line corresponds to solitary component, the blue line corresponds to trapped pulse and the green line corresponds to the phase of trapped pulse.

次にパルストラップによって生じるスキージングの大きさを計算した。今回はソリトン部分が全てスキージングすることを目的としているので、LPF のカットオフ波長は 1460 nm 付近の谷になっている部分で固定し、ソリトン部分のスキージングを計算した。その結果を Fig. 4.5 に示す。伝搬距離 6.5 m で最大 -2.06 dB のスキージングが得られた。また、Fig. 4.5 は距離に応じて上下しているが、最適なフィルタのカットオフ波長が異なるためと考えている。6.5 m におけるフィルタのカットオフ波長とスキージングの関係を Fig. 4.6 に示す。この結果からも分かるとおり、パワーの小さい波長でカットすると高いスキージングが得られる傾向がある。5 m や 8 m 付近のピークはちょうどカットオフ波長に小さなスペクトル成分が見られた。そのため Fig. 4.5 のようにフィルタを固定した計算ではこのような周期的な変動は避けられない。

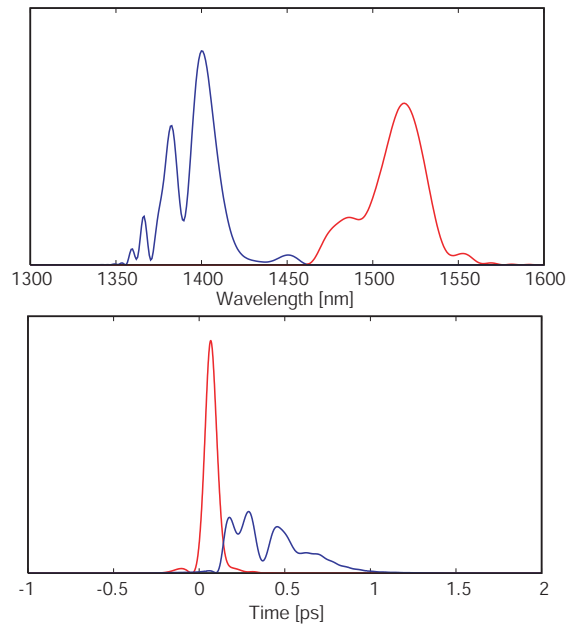


Fig. 4.4: Output spectrum (upper) and temporal waveform (lower) after propagation of 6.5 m long fibre. The red line corresponds to solitary component and the blue line corresponds to trapped pulse.

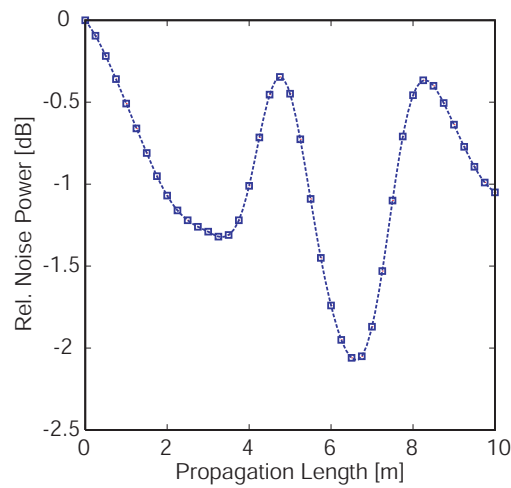


Fig. 4.5: Photon number squeezing of soliton pulse propagated with the other pulse. The wavelength of the soliton pulse is close to the wavelength of the trapped pulse.

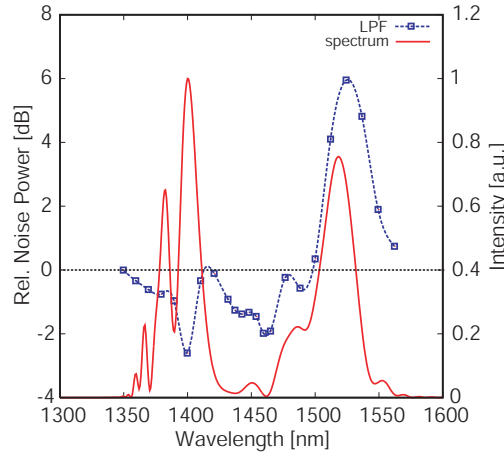


Fig. 4.6: Photon number squeezing with various cutoff wavelength of LPFs. The wavelength of the soliton pulse is close to the wavelength of the trapped pulse.

4.4 三パルスの場合の解析

一方、ソリトンとトラップパルスの波長が十分はなれていると、ソリトン成分の光子数揺らぎは変化しない。この原因はパルス間での光子のやりとりが存在しないためである。すなわち、異なる波長間での光子のやり取りは三次の非線形相互作用を通して行われるが、このとき、エネルギーが保存する必要がある。この場合、 ω_1 の光子と ω_2 の光子を吸収して、 ω_s と ω_{as} が放出されるとき、以下のような関係式が成り立つ。

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_s + \omega_{as} \quad (4.22)$$

また、周波数 ω の光子が吸収、あるいは放出される確率はその周波数の光エネルギーに依存する。従って、波長が十分はなれた二つのパルスでは、双方から一光子ずつ吸収して、一光子ずつ放出する過程は存在するが、片方から二光子吸収して、一光子ずつ放出するような非対称な過程は非常に確率が低くなる。このことから、ソリトンとトラップパルスの中心の周波数に、もうひとつのパルスが存在すればスクイーミングは起こりうる。

そこで、分散曲線を工夫し、仮想的に1つのソリトンに対して2つの波長帯でパルスをトラップできるようにしたファイバを考えた。1650 nm で、 $\beta_2 = -3.5 \text{ ps}^2/\text{km}$ 、 $\beta_3 = 5.95 \times 10^{-2} \text{ ps}^3/\text{km}$ 、 $\beta_4 = -1.08 \times 10^{-4} \text{ ps}^4/\text{km}$ という分散パラメータを持つファイバでは1650 nm のソリトンパルスに対し、1420 nm と 1250 nm の二つの帯域が正常分散でかつ1650 nm と群速度が等しくなる。そのため、一つのソリトンで二つのパルスをトラップすることができる。

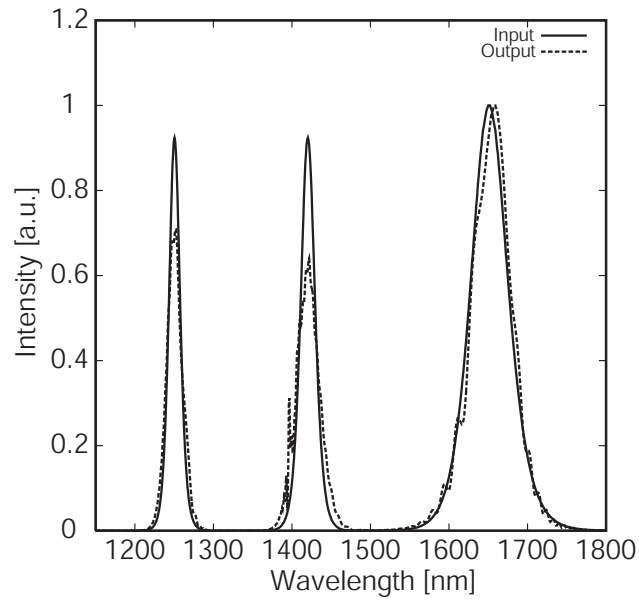


Fig. 4.7: Input and output spectrum of soliton pulse and two trapped pulses

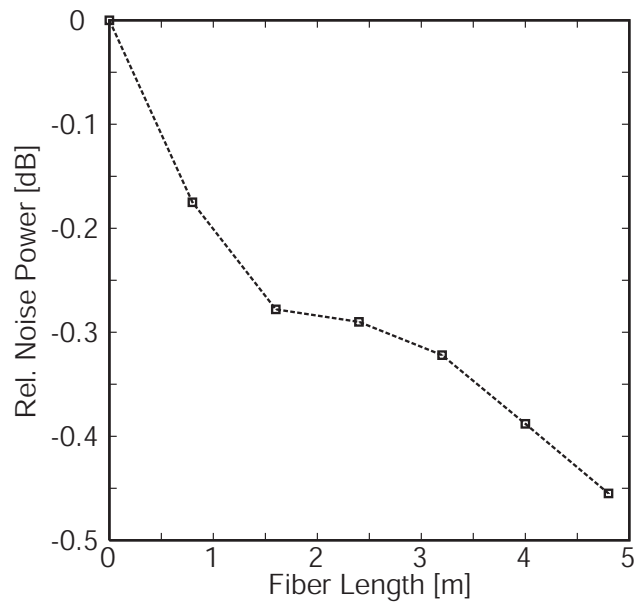


Fig. 4.8: Photon number squeezing with solitary component.

解析に用いた条件はピークパワーがソリトンは 200 W，パルス幅が 52 fs とし，1420 nm のパルスと 1250 nm のパルスはともにピークパワー 50 W，パルス幅が 100 fs とした。このときの入力パルスと 4.8 m 伝搬し

たときの出力パルスのスペクトルを Fig. 4.7 に示す。またこのとき、ソリトン成分のみを取り出したときのスキューイングの様子を Fig. 4.8 に示す。その結果、一つのパルスのみをトラップしたときとは異なり、 -0.45 dB 程度ではあるがスキューイングが発生した。

従って、Kerr 効果によりパルス間で光子数の変動が起こるような条件下では今回のようにパルス間隔が離れていても、スキューイングが発生することがわかった。さらに効率よくスキューイングを発生させるためには屈折率も含めてファイバのパラメータを決め、四波混合の位相整合条件が満たされた実験、および解析が必要であると考えられる。

4.5 波長が十分離れている場合のパルストラッピング

筆者はソリトンの条件を満たしたパルスとトラップパルスを、時間差をつけて光ファイバに入射した場合に生じる量子相関を数値的に解析した。解析には同じく Eq. (4.20) の非線形 Schrödinger 方程式と Backpropagation 法を用いた。二つのパルスの波長が十分離れているときには、パルス間で光子が移動しないが、二つのパルスから一つずつ光子を吸収して、ひとつずつ放出するという四光波混合過程は存在する。その結果、各波長ごとに見れば光子数相関は存在するといえる。従って、本節の目的は波長間の光子数相関をマッピングし、パルストラッピングによって効率的にパルス間の相関が生成できることを示す。さらに、この相関は BAE 測定への応用に向いており、これに適用した場合どのような相関が得られるかを示す。また、BAE 測定としての性能を表す指標を計算して示す。

4.5.1 解析条件

光ファイバの分散は一般的な石英ファイバを仮定し、 1550 nm で $\beta_2 = -20.0$ ps²/km, $\beta_3 = 0.1$ ps³/km とした。なお、簡単化のため四次以上の分散は無視している。また、このようなファイバでは 1330 nm がゼロ分散波長となる。次にファイバの非線形性を示す γ は $\gamma = 0.02$ W⁻¹m⁻¹ とした。この値は一般的な光ファイバを考えると若干大きな値であるが、 γ と入射パルスのパワーの積が一定であれば、すなわち、 $\gamma |A(0, t)|^2 = \text{const.}$ であれば、この値を変更しても結果は変わらない。入射パルスはソリトン側がピークパワー 100 W でパルス幅が 176 fs とし、中心波長は 1550 nm とした。このときソリトン周期は約 80 cm となる。トラップパルス側は 1170 nm で 1550 nm と群速度が同じになるので、中心波長は 1170 nm とし、パルス幅を 176 fs とし、さまざまなピークパワーに対する解析を行った。また、パルス間は 250 fs の時間差をつけてファイバに入射した。解析に使用した式は前節や前々節と変わらないが、Raman 散乱は考慮に入れており、 $f_r = 0.18$ としている。

4.5.2 解析結果

トラップパルスのピークパワーをソリトンの半分の 50 W とし、トラップパルスに対してさまざまなカットオフ波長に対する相関の大きさを計算した。 3.2 m 伝搬後のスペクトルおよび、時間波形を Fig. 4.9 に示す。波形は sech 型であった入力パルスに比べ大分崩れているが、それでもトラップパルスをトラップしている様子が分かる。

トラップパルスはソリトンと光子数のやり取りが無いため、トラップパルスの一部分とソリトンとの光子数相関を見る必要がある。この取り出したトラップパルスの一部を BAE 測定に使用することを念頭に置き、以

後プローブと呼ぶ。このプローブとソリトンとの光子数相関の大きさを様々なカットオフ波長を持つLPFを透過した光について計算した。ファイバの伝搬距離は1ソリトン周期から5ソリトン周期にわたって、1ソリトン周期おきとした。この結果をFig. 4.10に示す。

Figure 4.11は、Fig. 4.10の最も高い相関の値と伝搬距離の関係を示す。3.2 mで最大 $C = -0.7$ の負の相関が得られた。今回計算している相関関数は規格化されていて、最大の相関は ± 1 であり、非常に強い相関が得られている。ソリトンの衝突を用いた光子数相関発生では、ソリトンが衝突し終わると、徐々に相関が消えてしまう[4,5]。これに対してパルストラッピングでは、ある程度伝搬すると距離に対して相関は余り大きくは変化しないことがわかり、優れた特徴であると言える。また、この後Fig. 4.11, Fig. 4.12, Fig. 4.13, Fig. 4.14, Fig. 4.15で相関と距離の図が示されるが、これらはそのファイバ長でLPFのカットオフ波長を変えて得られた最も高い相関の値を示している。

Figure 4.12は、プローブの光子数揺らぎとプローブとソリトンの光子数の和の揺らぎを示す。最大の相関が得られる伝搬距離において、プローブのみでは+4.9dB、プローブとソリトンの光子数の和の分散は-3.6dBとなる。これはプローブとソリトンの光子数が反相関を持って揺らいでいるためである。このことからプローブの光子数からソリトンの光子数を量子雑音の-3.6dB以上の精度で決定できることを意味しており、量子非破壊測定として高い性能を持っている。

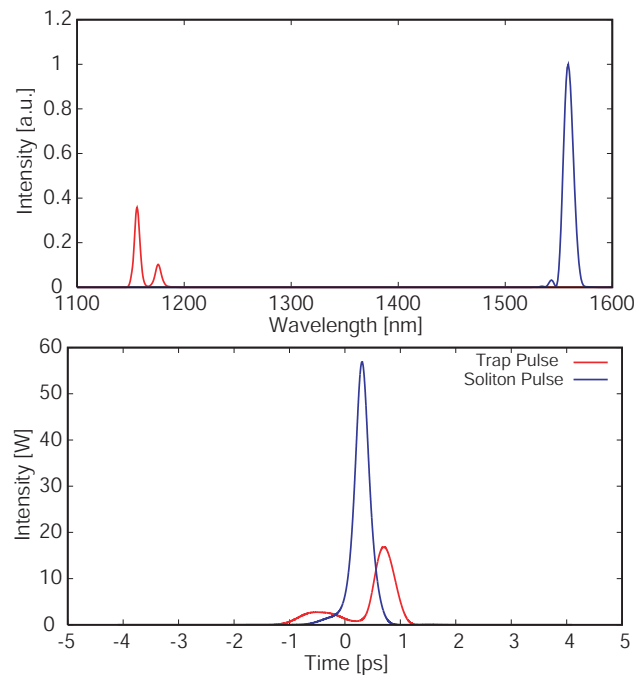


Fig. 4.9: Output spectrum (upper) and temporal waveform (lower) after propagation in the 3.2 m fibre. The red line corresponds to solitary component and the blue line corresponds to trapped pulse.

第4章 ファイバ伝搬中のパルストラッピングを用いた光子数相関形成についての数値解析

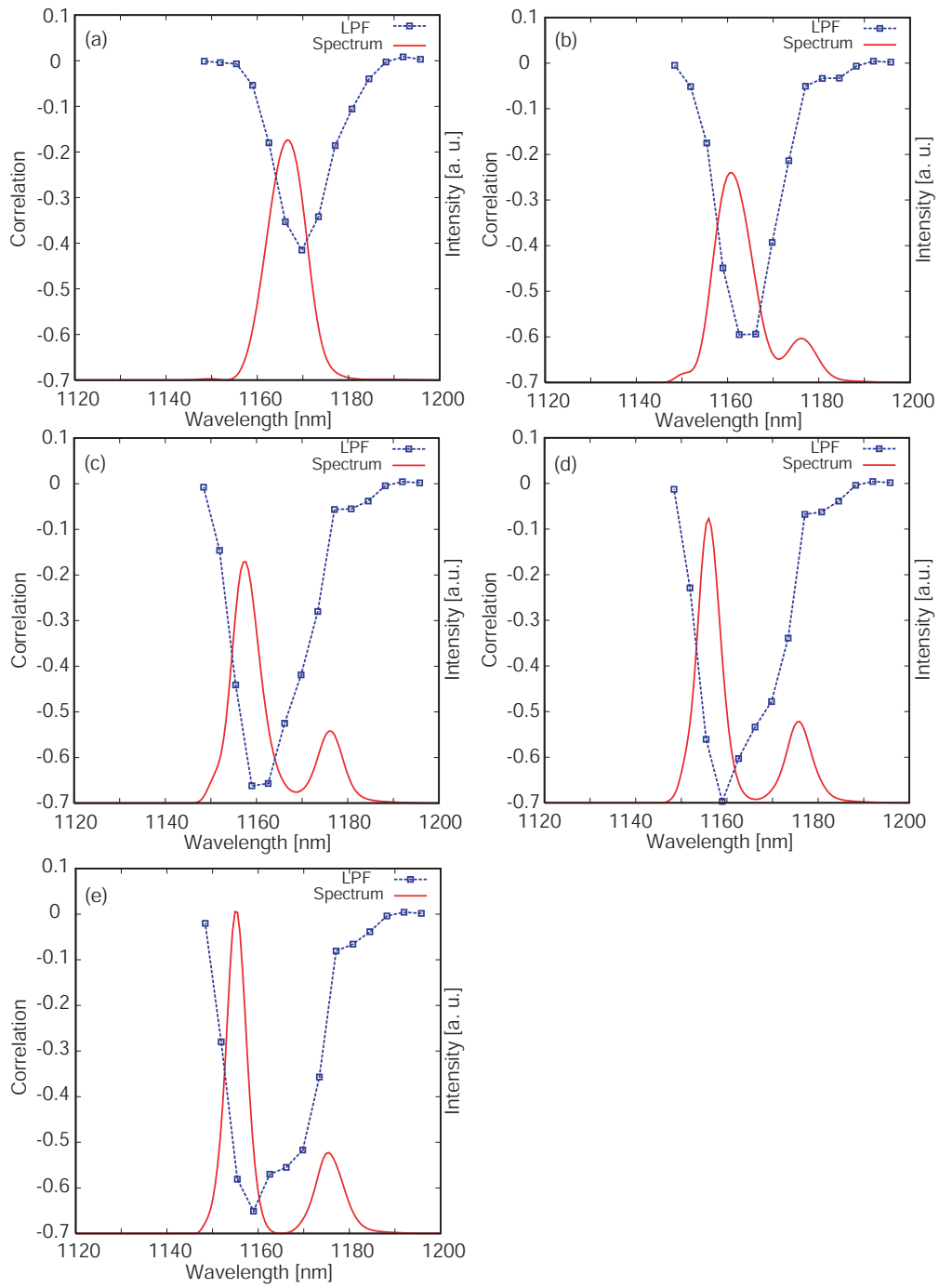


Fig. 4.10: Photon number correlation vs various cutoff wavelength of LPF. (a): 80 cm, (b): 160 cm, (c): 240 cm, (d): 320 cm, (e): 400 cm.

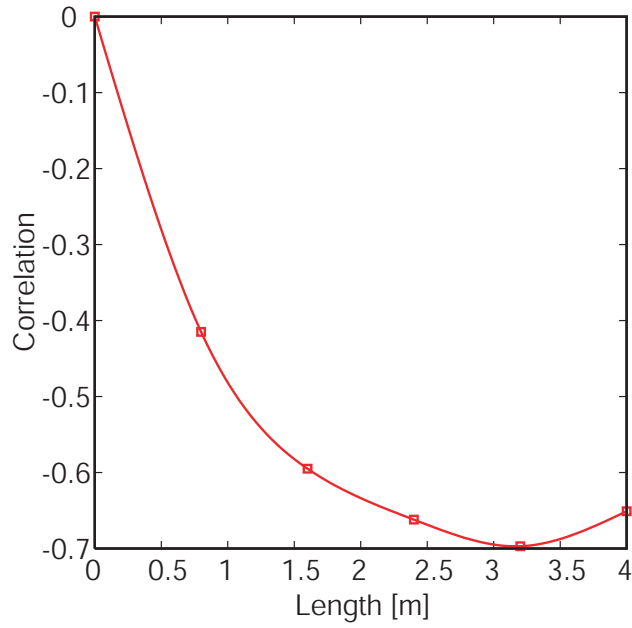


Fig. 4.11: Photon number correlation vs propagation length with optimized cutoff wavelength of LPFs.

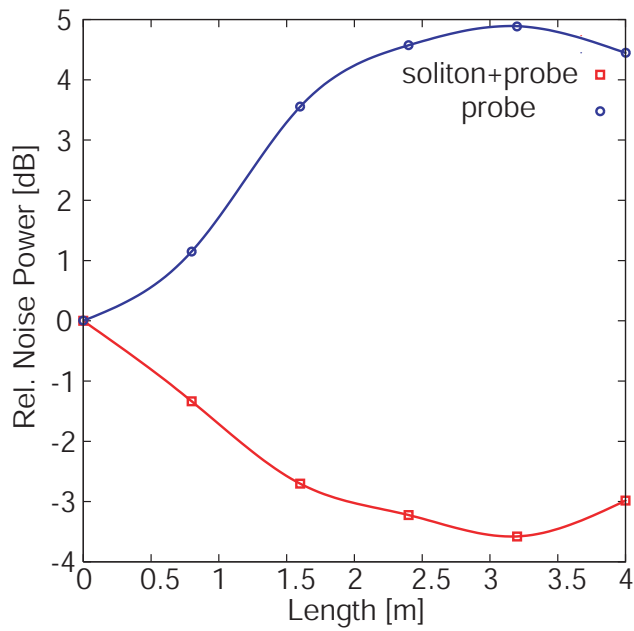


Fig. 4.12: Photon number fluctuation of probe pulse and sum of probe and soliton pulse after filtered out by the optimized cutoff wavelength of LPFs

パワー比について

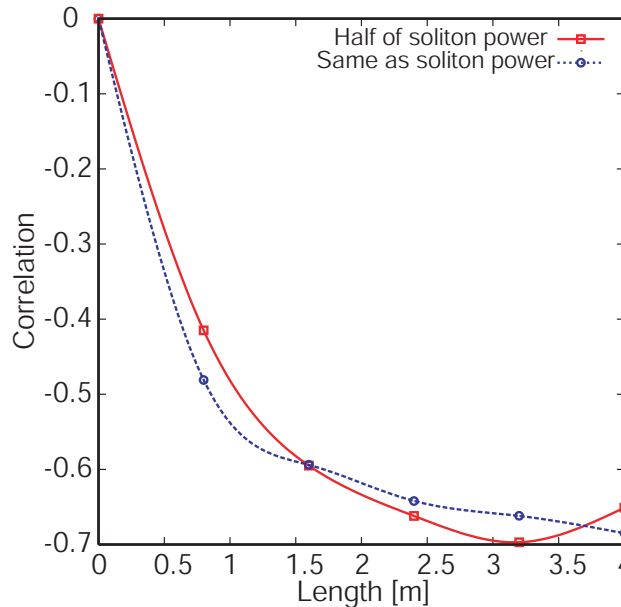


Fig. 4.13: Photon number correlation when probe power changes. Blue plot corresponds that the probe power is same as soliton power. Red plot corresponds that the probe power is same as half of soliton power.

これまでではトラップパルスのピークパワーがソリトンの半分としたが、トラップパルスのピークパワーの相関へ及ぼす影響を調査するため、トラップパルスのピークパワーがソリトンと等しい場合を計算した。その結果を Fig. 4.13 に示す。この結果を見ると二つの曲線はほぼ重なり、傾向はほとんど変わっていない。従って、トラップパルスのピークパワーの変動に鈍感であることが分かった。

Raman 散乱の有無に関して

本節では Raman 散乱を考慮したモデルを使用しているが、この Raman 散乱の影響について考察する。まず、Figure 4.14 は Raman 散乱を考慮したモデルとしないモデルの光子数相関を示す。Raman 散乱を考慮しても、しなくても変化が無かった。Raman 散乱はパルス幅が短くなるほど影響が顕著となる。そのため次に、ソリトンの条件を満たしたままパルス幅を狭くするために、パルス幅を $1/\sqrt{2}$ 倍の 124 fs にして、その分パルスのピークパワーを二倍の 200 W にした。このときソリトン周期は半分になる。また、プローブも同じようにパルス幅を狭め、ピークパワーを上げた。このときの結果を Fig. 4.15 に示す。しかし、この図に示されるように相関に変化はほとんど無かった。これはソリトントラッピングの XPM によるシフト量が Raman 散乱によるシフト量を大きく上回るためである。

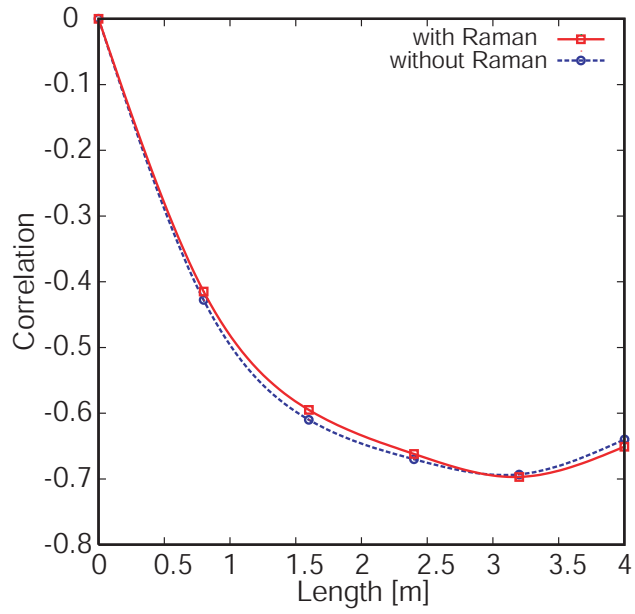


Fig. 4.14: Photon number correlation between w/o Raman scattering.

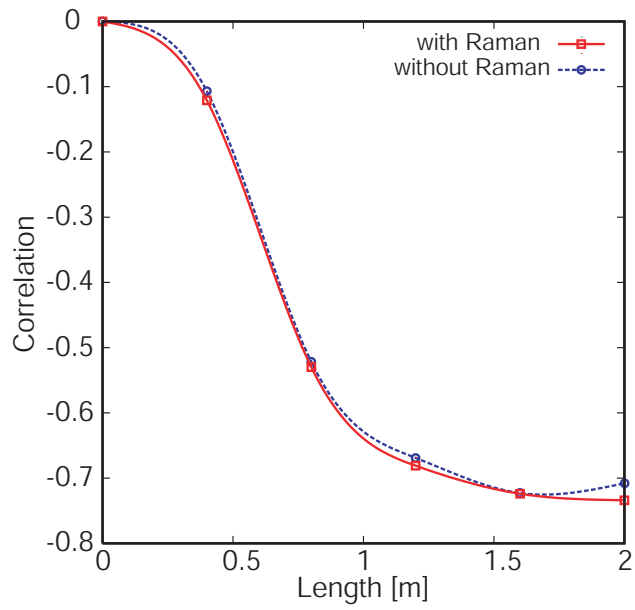


Fig. 4.15: Photon number correlation vs propagation length with optimized cutoff wavelength of LPFs.

パルス対の位置関係

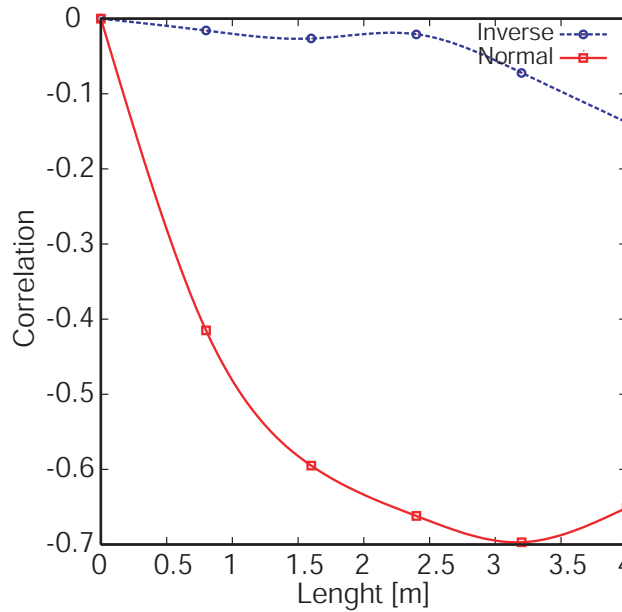


Fig. 4.16: Photon number correlation dependence on the position of probe pulse.

パルス間の XPM 相互作用はソリトンスペクトルを赤方に、プローブパルスのスペクトルを青色にそれぞれシフトさせる。このシフト量は Raman 散乱の影響に比べ大きい。このことが、パルストラッピングによる光子数相関形成の原理である。すなわち、ソリトンパルスの光子数が大きいときはプローブパルスはより青色にシフトし、長波長側の光子数は少なくなる。また、ソリトンパルスの光子数が少ないときはこの逆となり、LPF で取り出したプローブの長波長側とソリトンは負の相関を持つ。実際、Fig. 4.10 等に、正の相関を持つ波長領域はほとんど見えていない。次に、初期条件はソリトンがプローブより 250 fs 前にいたが、逆にプローブをソリトンより 250 fs 前とした。このときの伝搬距離による光子数相関を Fig. 4.16 に示す。この結果を見ると、光子数相関が減少している。よって、位置関係はパルストラッピングによる光子数相関形成に大きな影響を持っていることが分かる。

相関のマッピング

今までの数値解析により、二つのパルス間に強い相互作用が存在し、光子数相関が生成することが明らかになった。Figure 4.17 は Fig. 4.15 を計算したときの条件で、2 m 伝搬したときの光子数相関のマッピングを示す。この図から、パルス間に強い相関が見られ、パルストラッピングが光子数相関の生成法として優れていることがわかる。また、(c) の右上の部分に負の相関部分が局在しており、これが BAE 応用で重要な高い相関を保障している。

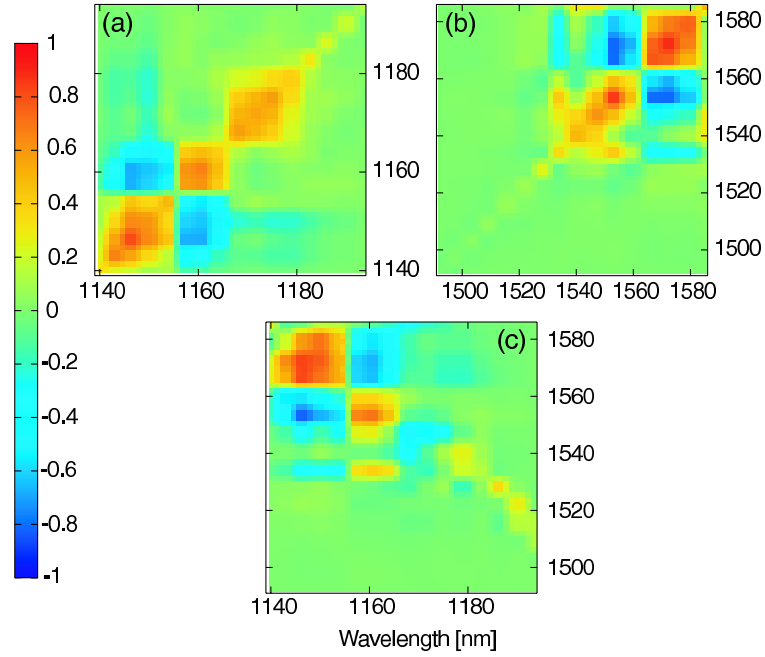


Fig. 4.17: A numerically obtained map of intra(a)(b) and inter(c)-pulse quantum correlations.

4.6 考察

本章はパルストラッピングで見られるパルス間の相互作用の量子論的な性質を数値的に解析した。その結果、この相互作用を利用して、光子数スクイジングや光子数相関を生成できることを示した。

光子数スクイズド光はパルス間で光子がやりとりされる条件で発生する。ここでは周波数域でパルスの裾が重なるような状況や、周波数域で等間隔に並んだ 3 パルスでのトラッピングで光子数スクイジングが観測された。ソリトンパルスは Schrödinger 方程式の安定解であり、光子数が変動した場合、他のスペクトル成分へ変動分を移すような相互作用が起こるためと考えられる。この手法は高非線形ファイバで得られる広帯域化パルスからソリトン様の成分を取り出す手法と同じく、スクイズしたソリトンパルスが得られることが特徴である。また、PCF のような特殊なファイバは必ずしも必要なく、ゼロ分散波長付近のパルスが用意できれば通常のファイバが使用できる。少なくとも分散シフトファイバがあれば十分である。

一方、パルスの間隔が周波数領域で十分離れている場合は光子数相関をパルストラッピングによって効率的に生成できることが分かった。パルストラッピングによる光子数相関は LPF により負の相関部分を効率的に取り出せるため、BAE 応用に向いている。その性能を表す指標に Conditional variance と Transfer coefficients がある。Figure 4.11 の条件で 3.2 m 伝搬したときのパラメータを使い、この二つの指標をそれぞれ計算し、

$$V(S^{out}|P_f^{out}) = 0.51, \quad (4.23)$$

$$T_s = 1.00, \quad (4.24)$$

$$T_p = 0.44, \quad (4.25)$$

を得た。これらはともに BAE に必要とされる条件を満たしており，十分良い値である。

さらにパルストラッピングを利用した BAE は，距離に因らず，高い相関が得られるなど使用条件の制限が少なく，実現の上でメリットがある。ソリトンの衝突を使う手法では衝突した瞬間にファイバから光を取り出す必要があるが [4, 5]，パルストラッピングではファイバ上の位置に対してさほど敏感ではない。トラップパルスの強度に対しても強い依存性は見られない。唯一トラッピングの条件を満たすために波長に対する条件が課せられる。

総じて，パルストラッピングがソリトンの衝突や時間域で近接したパルス間の相関と比べても，いくつかのメリットがあり，これらと並ぶ光子数相関発生法であることを示した。

4.7 結論

ファイバ伝搬中のパルストラッピングで生じる光子数相関を数値解析し，パルス間に高い相関が得られることを示した。二つのパルスのスペクトルの裾が重なるほど波長が近い場合は，ソリトン全体がスクイズし，パルスの波長間隔が離れている場合は強い光子数相関が得られ，BAE 回避測定へ応用できることを数値解析により示した。このとき得られた相関は BAE 回避測定条件を十分満たすことを確認した。

参考文献

- [1] N. Nishizawa and T. Goto, *Opt. Lett.* **27**, 152 (2002).
- [2] N. Nishizawa and T. Goto, *Opt. Express* **10**, 1151 (2002).
- [3] R.-K. Lee, Y. Lai, and B. A. Malomed, *Phys. Rev. A* **71**, 013816 (2005).
- [4] F. König, M. A. Zielonka, and A. Sizmann, *Phys. Rev. A* **66**, 013812 (2002).
- [5] F. König, B. Buchler, T. Rechtenwald, G. Leuchs, and A. Sizmann, *Phys. Rev. A* **66**, 043810 (2002).
- [6] S. R. Friberg, S. Machida, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3165 (1992).
- [7] S. R. Friberg, T. Mukai, and S. Machida, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 59 (2000).
- [8] N. M. Islam, C. D. Poole, and J. P. Gordon, *Opt. Lett.* **14**, 1011 (1989).
- [9] N. Nishizawa and T. Goto, *Opt. Express* **10**, 256 (2002).
- [10] M. J. Holland, M. J. Collett, D. F. Walls, and M. D. Levenson, *Phys. Rev. A* **42**, 2995 (1990).
- [11] P. Granger, J. M. Courty, and S. Reynaud, *Opt. Commun.* **89**, 99 (1992).

第5章 Sagnac ファイバ干渉計を用いた直交位相スクイズド光パルス発生実験

本研究の目的は光ファイバ中で連続量の量子情報処理を行うことである。そのために、3, 4章では GAWBS の影響を受けにくい光子数を量子情報のリソースとする研究を示した。一方で、光ファイバでも直交位相スクイズド光を生成することは可能である。 $\chi^{(2)}$ 非線形結晶を使って生成したスクイズド光によるもつれあい状態の生成 [1] や、それを応用したテレポーテーション [2] などの量子情報処理技術は盛んに研究されており、GAWBS の雑音が克服できればこうした技術がファイバに適用できる。

GAWBS の低減にはいくつかの手法が提案されている。ファイバを冷却することでフォノンのエネルギーを減少させる手法 [3, 4] や GAWBS を打ち消す構造を持つ PCF を作る手法 [5]、また、パルス繰り返し周波数を数 GHz に高める方法 [6]、GAWBS があまり高周波には応答できないことを利用し、時間的に接近した二つのパルスを用いて雑音を打ち消す手法 [7] などが知られている。

このうちパルスの繰り返し周波数を数 GHz に高める方法は、光源を変えるだけで済み、実験のセットアップをほぼ変える必要が無いためよく使われる。しかし、スクイズド光を得た後に、テレポーテーションなどの量子情報処理を行うためには、パルスごとに測定を行う、変調をかける等の局所的操作 (LOCC: Local Operation and Classical Communication) が必要になる。GHz を超える繰り返し周波数のパルスでは、こうした局所的操作が電気回路の応答速度の問題から、当面は困難である。

ファイバの冷却も実験のパラメータを変えないが、液体窒素レベルでは GAWBS によるノイズを低減できるがゼロにはできない。ノイズが低下すればスクイズド光を得るチャンスが増えるが、得られるスクイズド光の純粋度は高くない。一方で、液体ヘリウムは効果的だが、装置が大掛かりになり、実用に適しているとは言い難い。

こうしたことを踏まえ、Shirasaki と Haus の提案した Sagnac 干渉計 [8] を用いて真空のスクイズド光パルス発生実験を行った。まず、光子数スクイズド光を発生させ、実験装置が正しく動作していることを確認した。その後、直交位相スクイズド光発生実験を行ったが成功しなかった。光子数スクイズド光が得られるにもかかわらず直交位相スクイズド光が得られない原因は、GAWBS による位相ノイズと考えた。そのため、Sagnac ファイバを液体窒素により冷却し、同様の実験を行った。液体窒素温度までの冷却では、得られるスクイズド光の純粋度は悪くなるが、本章での結果を踏まえて純粋度を向上させる試みは次章で述べる。

5.1 実験セットアップ

実験セットアップの概略図を Fig. 5.1 に示す。非線形媒質に、Sagnac ループファイバ干渉計を用いている。これは Fig. 5.2 のような構造を持つ分岐比可変ビームスプリッタとして動作するカップラにファイバループを取り付けたものである。分岐比を 50:50 にすると直交位相スクイズド光が [4, 8]、93:7 のように非対称にすると

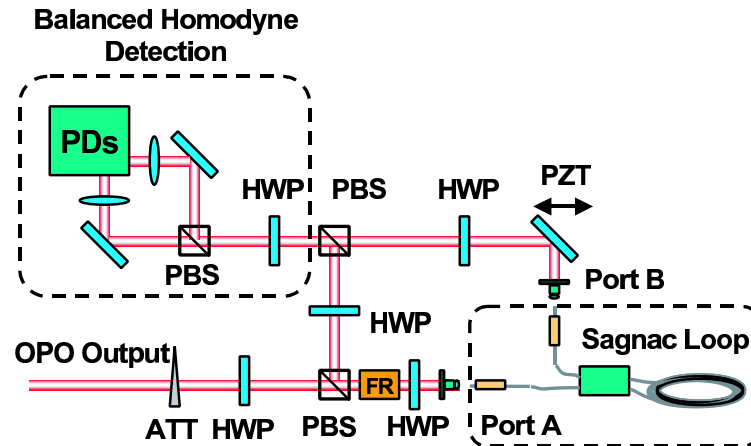


Fig. 5.1: Schematic set-up of the quadrature squeezing experiment using the Sagnac loop fiber. Photon number squeezing experiment uses the similar set-up. PDs are KPDE030SL (KYOSEMI). Visibility between the squeezed ray and the local oscillator was $>80\%$. ATT: Attenuator, HWP: Half Wave Plate, PBS: Polarization Beam Splitter, FR: Faraday Rotator, PZT: Piezo-electric transducer.

光子数スクイズド光が得られる [9]。このカップラは二つのファイバのコア同士を近づけて配置し、光の一部がもう一方のファイバにエバネッセント光を介して移るように設計されている。このファイバ間の距離を調整することで分岐比を調整できる。このような構造の Sagnac ループは、右回りのパルスと左回りのパルスが同じ光路を通るため、位相差が等しく、路長の安定化が不要である。また、可変分岐カップラを用いることでパルスを干渉させるためのアライメントが不要である。そのため、干渉後の光のビームプロファイルが格段に良くなる。

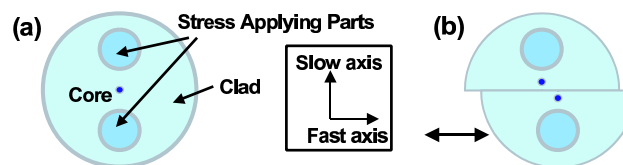


Fig. 5.2: Conceptual diagram of (a) the PANDA fibre and (b) the variable coupler of fibre Sagnac interferometer in cross section.

使用した Sagnac ループファイバ干渉計は Fujikura 社製 PANDA 型偏波保存ファイバ (型番: SM15P) を元に Canadian Instrumentation & Research 社が作成した分岐比可変カップラから構成されている。ファイバの特性は、動作波長 1550 nm で、MFD (Mode Field Diameter) $10.5 \pm 1.0\ \mu\text{m}$ 、伝送損失 0.5 dB/km 、ビート長 $3.0 \sim 5.0\text{ mm}$ 、偏波クロストーク $-25 \sim -30\text{ dB/100 m}$ 、遮断波長 $1.29 \sim 1.45\ \mu\text{m}$ である。また、リング部分の長さは 30 m である。腕¹の長さはスクイズド光と LO の干渉を良くするため、分散が同じになるよう両

¹ファイバのうち、入射および出射端面からカップラまでの部分を腕と呼称する。Sagnac 干渉計によるスクイズングの理論に腕は含まれておらず、この部分は短い方が理想的であるが、実験配置上の問題から 30 cm 残している。

側で長さと同じになるように切りそろえて 0.3 m にしている。

Ti: Sapphire レーザ (Spectra-Physics 社製 Maitai, 平均パワー ~800 mW, パルス幅 ~ 100 fs, 繰り返し周波数 80 MHz) で発生したパルスを OPO により波長変換した光パルスを用いた。この OPO は自作, Fig. 5.3 のようなセットアップになっている。本研究で使用する Maitai は光強度が高くないために, 高い非線形性を持つ周期分極反転 LiNbO₃ (Oxside 製, PP-1.3%MgO: sLN, 結晶長 1 mm) を用いた。この結晶は 0.1 μm 刻みで 20.6 ~ 21.0 μm の 5 種類の反転周期が使用できる。この OPO は中心波長やスペクトル幅が可変であり, 1450-1600 nm 付近の波長で発振する。また, スペクトル幅は 10 nm 程度が最も安定に高いパワーを得ることができる。複屈折フィルタ (BF: Birefringent Filter) の枚数を調節して 5-20 nm 程度の範囲で波長同調ができる。BF を使用しなければ, 25 nm 前後のスペクトル幅を得られるが, 出力パワーや中心波長が不安定になる。得られる光パワーは最大でおよそ 100 mW である。

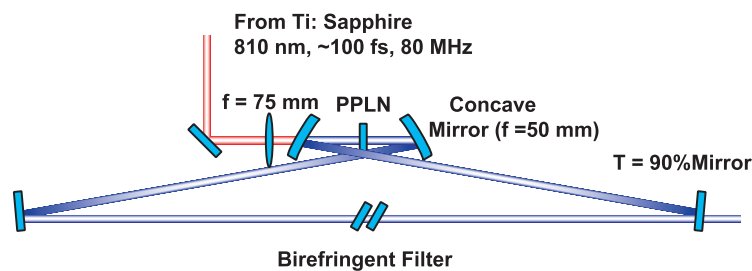


Fig. 5.3: Schematic set-up of the handmaid optical parametric oscillator. Four mirrors ring cavity and PPLN crystal is adopted.

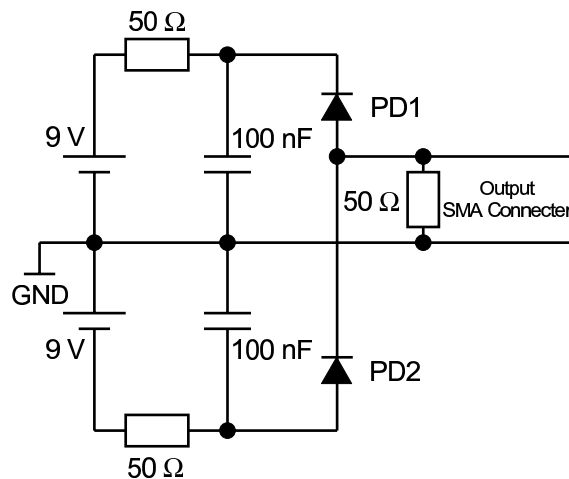


Fig. 5.4: Electrical circuit for quadrature variance measurement.

ホモダイン計測にはフォトダイオード KPDE030SL (KYOSEMI) を使用した。受光径は 0.3 mm と小さいため, AR コートしたレンズ (Thorlabs 社製) で集光した。本実験では電気回路由来のノイズを低減するため,

ハイブリッドジャンクションは使用せず，Fig. 5.4 のように差電流が得られる回路を使用した。ホモダイナミクス計測で得られた光電流は 15 MHz 以下を透過するローパスフィルタ BLP-15，もしくは 70 MHz 以下を透過する BLP-70 (共に Mini-Circuits 社) を用いて搬送波成分を取り除き，NF 社製低ノイズアンプ，SA-230F5 (電圧利得 46dB，雑音指数 1.0dB 以下) を用いて雑音成分を増幅し，スペクトラムアナライザ (R3131，アドバンテス) を用いてノイズ量を計測した。スペクトラムアナライザの RBW は 100 kHz，VBW は 10 Hz に設定した。また，測定周波数は実験ごとに変えている。

5.2 光子数スクイズング

予備実験として光子数スクイズド光発生実験を行った。Figure 5.1 の実験系は直交位相スクイズングのためのものだが，ほぼ同様のセットアップを用いて光子数スクイズド光発生実験が可能である。違いは，カップラの分岐比が非対称であることと，Fig. 5.1 のポート A から戻ってくる光を使用しないことである。Sagnac ループのカップラの分岐比を 93:7 にすることで，効率的な光子数雑音の圧搾が可能となるという報告があるため [98]，これになった²。カップラで右回りと左回りに分かれた光パルスはそれぞれ異なる量の Kerr 非線形効果を受けながら伝搬し，カップラで再び干渉する。このとき，ポート B から光子数スクイズド光が得られる。スクイズド光の光子数雑音はホモダイナミクス計測する。通常は非測定光を二つに分け，フォトダイオードに等しい光量を入射する。このときの差電流の雑音レベルを SNL (Shot Noise Level) とし，和電流の雑音を光子数雑音として計測する。これは二つの測定で量子効率を合わせるためである。本研究ではホモダイナミクス測定用のフォトダイオードから差電流だけが出力される。そのため，光子数ノイズはホモダイナミクス計測器の前の 1/2 波長板して，一方のフォトダイオードに全出力光を入射し，その出力電流の分散として計測した。

実験手順

- Ti: Sapphire レーザを用いて OPO を励起し，1.5 μm 帯の光パルスを得る。
- Sagnac ループのカップラの分岐比を 100:0 にし，光パルスを Sagnac ループに入射する。このとき，ポート B からパルスが射出するため，どの程度の強度が入射したかを確認できる。
- 射出光の消光比を計測して，Sagnac ループに使用されている偏波保持ファイバの偏光軸を探索する。光はこの軸に平行な偏光で入射する必要がある。
- 射出光の強度を見ながらカップラの分岐比を 93:7 にする。
- 射出光の光子数分散をホモダイナミクス計測により測定する。光子数分散はホモダイナミクス計測器の前の 1/2 波長板を回転して，一方のフォトダイオードに全出力光を入射し，その出力電流の分散として計測した。一方，ショットノイズは二つのフォトダイオードで同じ光量が入射したとき，差電流の雑音として計測できる。
- 光子数分散やショットノイズはスペクトラムアナライザで計測する。光子数測定ではアンプが飽和しやすいため，ローパスフィルタには BLP-15 を使い，8 MHz の帯域で計測した。

²弱いほうのパルスはスクイズド光を位相空間上で平行移動させる働きがある (変位演算子)。このパルスの強度を弱めると変位量が低下する。逆に分岐比の非対称性を和らげると，今度はこの補助のパルスのノイズがスクイズド光に加わり，悪影響を及ぼす。93:7 という比は数値計算により求められた最適値である。

5.2.1 複屈折フィルタなしの場合

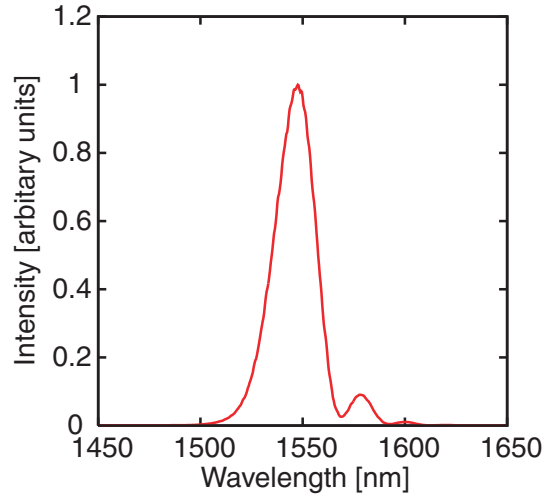


Fig. 5.5: Example of output spectrum from OPO without birefringence filter. Spectrum width corresponds to ~ 23 nm (FWHM).

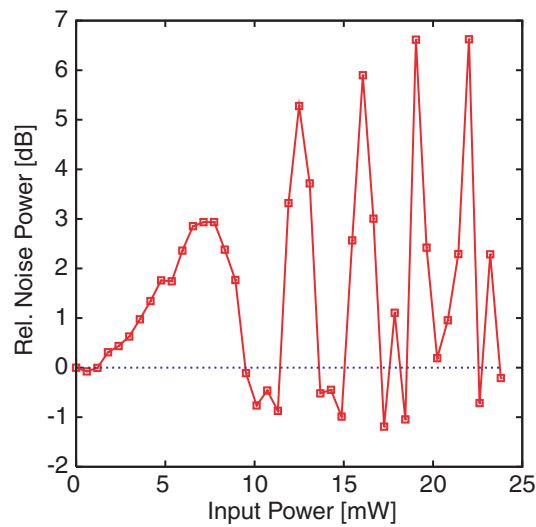


Fig. 5.6: Photon number noise normalized by shot noise level (SNL) being dependent on input power. Photon number squeezing was observed below the dotted line.

まず、複屈折フィルタを用いなくて OPO を駆動し、得られたパルスを用いて光子数スクイズド光発生実験を行った。光パルスのスペクトルを Fig. 5.5 に示す。スペクトル幅は ~ 23 nm であり、これはフーリエ限界

パルスでは ~ 150 fs に相当する (sech^2 近似)。Sagnac ループファイバはループ長が 30 m ほどあるが、これは 150 fs のパルスの場合 1 ソリトン長が 50 \sim 60 cm であるため、50 \sim 60 ソリトン長に相当する。

このときの光子数雑音とファイバ入射パワーを Fig. 5.6 に示す。ただし、ファイバ入射パワーを直接測定することは困難である。これは、右回りと左回りのパルスがカップラで干渉するとき、入射光強度に依存して非線形位相変調量が変わり、入射光とスクイズド光の強度の関係に干渉縞が現れるためである。こうした干渉現象は光子数スクイズド光発生の原理と結びついているため不可避であり、取り除くことはできない。従って、あらかじめカップラを 100:0 とし、ファイバに入射する前の光強度と、出射してきた光強度の関係を測定し、入射する前の光強度から入射パワーを計算している。この入射パワーに対して光子数雑音量は大きく変動し、最大で -1.6 dB のスクイーミングが得られた。

5.2.2 複屈折フィルタありの場合

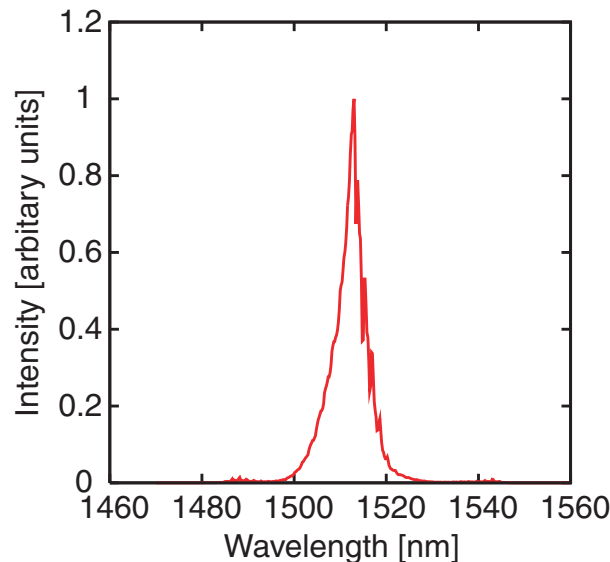


Fig. 5.7: Output spectrum from our OPO without birefringence filter. Spectrum width corresponds to ~ 5 nm (FWHM).

上で得られた -1.6 dB は文献値 [9] 等と比較すると高い値ではない。これは、ファイバループ長が 50 \sim 60 ソリトン長と長く、それだけ大きな位相変調を受けているためである。元の理論はシングルモードで解析しているため、Kerr 効果などによりスペクトルや時間波形が変動したり、右回りと左回りのパルスが受ける位相変調量の差に波長依存性が強くなると、理論どおりにならなくなる。そこで、ファイバループ長が 2 \sim 3 ソリトン長となるよう、OPO から発生するパルスのスペクトル幅を複屈折フィルタにより狭めた。そのスペクトルを Fig. 5.7 に示す。中心波長は 1513 nm でスペクトル幅は 5 nm (FWHM) であった。これはフーリエ限界パル

ス ~ 700 fs に相当する (sech^2 近似)。この時ソリトン長はおよそ 12 m となり、ループ長は 2 \sim 3 ソリトン長となる。

このときの光子数雑音とファイバ入射パワーを Fig. 5.8 に示す。これにより最大 -3.1 dB のスクイージングが得られた。なお、文献値 [9] では最大 -3.9 dB のスクイージングが得られている。Figure 5.6 と比較すると、入力強度に対して光子数雑音は同じように変動しているが、スクイージングの量は大きくなり、パルス幅に光子数スクイズド光発生が大きく依存することが示された。また、グラフからは入力パワーに対しスクイージングが増加しているが、さらに光強度を強くすると、より高いスクイージングが得られる可能性もある。

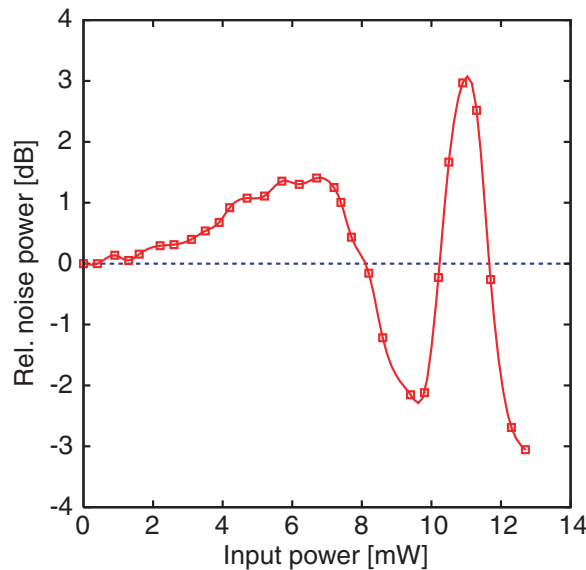


Fig. 5.8: Photon number noise normalized by SNL vs input power. Photon number squeezing was observed below the dotted line.

5.3 直交位相スクイージング

前節では自作の OPO から得られた $1.5 \mu\text{m}$ 帯パルス光源を、非対称 Sagnac ファイバリングループに入射して光子数スクイズド光を発生させた。発生した光の雑音レベルはパルス幅に大きく依存し、スペクトル幅が ~ 23 nm の時は最大で -1.6 dB、スペクトル幅が ~ 5 nm の時は最大で -3.1 dB の光子数スクイージングが得られた。このことから実験系は正常に動作していることと、使用した光パルスはスクイージングを起こすために十分な強度を持っていることが分かった。そこで、Fig. 5.1 の装置を用いて直交位相スクイージング実験を行った。

光子数スクイージング光発生では Sagnac ループのカップラを 93:7 の分岐比に設定したが、直交位相スクイージング発生では 50:50 にする [4]。カップラで右回りと左回りに分かれた光パルスはそれぞれほぼ同量の Kerr 非線形効果を受けながら伝搬し、カップラで再び干渉する。このとき、右回りと左回りの光路長は必ず等しくなるために、入射した光パワーはほとんど入射端 (ポート A) から放出される。ポート B ではデストラクティブな干渉のため、弱いパルスが出力される。これが真空のスクイズド光となる。入射端から放出された光パルス

はファラデーローテータ (FR: Faraday Rotator) を用いて取り出し、スクイズド光を測定するための LO 光として使用する。

こうして得られた真空のスクイズド光の雑音レベルを平衡ホモダイン計測を用いて測定した。真空のスクイズド光に比べ LO 光は 100 倍以上強くなるようにしている。このため LO 光とスクイズド光を合わせた光強度に対応する SNL と LO 光のみの光強度に対応する SNL の差は 0.01dB 以下となる。そのため、SNL の計測はスクイズド光を遮ってノイズ量を計測し、直交位相分散と比較した。直交位相分散は LO 光とスクイズド光の相対位相をピエゾ素子を用いて変化させて、sin 成分を測定するか cos 成分を測定するかを選ぶ。

実験手順

- Ti: Sapphire レーザを用いて OPO を励起し、1.5 μm 帯の光パルスを得る。
- Sagnac ループのカップラの分岐比を 100:0 にし、光パルスを Sagnac ループに入射する。このとき、光が入射していない方のポートからパルスが出射するため、その強度を確認する。
- 出射光の消光比を計測して、Sagnac ループに使用されている偏波保持ファイバの軸を探索する。光はこの軸に平行な偏光で入射するように調整する。
- 出射光の強度が最低になるようにカップラを調節すると分岐比が 50:50 になる。このときの光強度が真空のスクイズド光の強度となる。ホモダイン計測のためにファイバへの入射光より十分弱いことを確認する。(実験においては 500:1 以上の値が得られていた)
- 入射光強度のほとんどは入射側のポートから出力されるが、これを FR を用いて取り出し、LO 光として使用する。
- 光が入射していない方のポートから得られるスクイズド光と LO 光を干渉させ、その干渉明度 (Visibility) を測定する。この干渉明度はホモダイン計測の効率に関係し、可能な限り高くする必要がある。本研究では 80% ~95% 程度である。スクイズド光と LO 光の相対位相を変化させると、干渉光の光強度が変動するが、干渉明度はその最大値と最小値を用いて、 $(I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ と表される。
- スクイズド光と LO 光のセットを使って、直交位相分散をホモダイン計測により測定する。ショットノイズはスクイズド光を遮ることで得られる。また、ピエゾ素子を用いてどの位相の直交位相振幅を測定するかを選択することができる。
- 冷却する場合はファイバによっては偏波保持性能が極端に悪化するものがあるので注意する。

5.3.1 実験結果

Figure 5.9 は光ファイバへの入力パワーとショットノイズおよび直交位相ノイズの大きさを示している。直交位相成分のノイズ量は LO 光の位相を変化させて観測されるノイズ量の第大地と最小値とした。この図から、最小値はショットノイズとほぼ重なり、スクイズングは観測できなかった。最小値がショットノイズと重なるのは、Kerr 効果や GAWBS は光子数を変化させないため、光子数分散はコヒーレント状態の入射光と等しいた

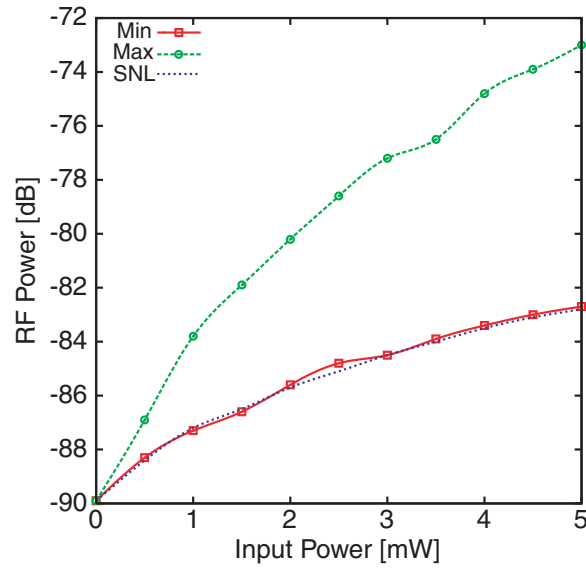


Fig. 5.9: Quadrature noise vs input power using the symmetric Sagnac loop fibre. Upper curve is the anti-squeezing, and the lower curve is the minimum noise. The dotted curve is the SNL.

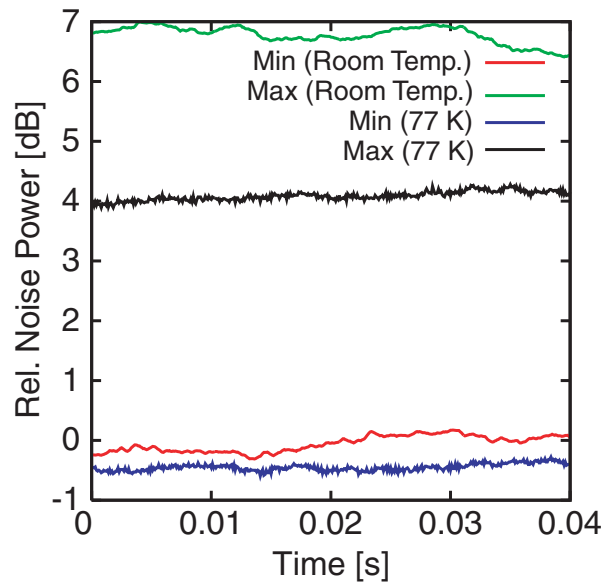


Fig. 5.10: Squeezed and anti-squeezed quadrature noise of the light passing through the 50:50 Sagnac loop fiber at room temperature and 77 K.

めである。こうしたことから、スクイズングを妨げる原因が位相ノイズであることが推測でき、GAWBS の抑制が重要である。

次に、GAWBS を抑制するために液体窒素にファイバループの90%以上を浸し、同様の実験を行った。Figure 5.10 は冷却前と冷却後の直交位相ノイズを示す。このとき、ファイバループに光パワーを3 mW 入射した。最大値はGAWBS による位相ノイズの影響を大きく受けるので、冷却により約3dB の減少が確認できた。また、最小値では冷却により-0.5dB のスクイズングが確認できた。また、直交位相雑音のファイバ入射パワー依存性を Fig. 5.11 に示す。ここから6 mW のとき最大で-0.7dB のスクイズングが確認できた。しかし、スクイズング量は4 mW 付近から頭打ちになり、入射パワーをさらに増やしても高いスクイズングが得られるとは言えない。そのため、より高いスクイズングを得るためにはより効率的なGAWBS の低減が必要になる。

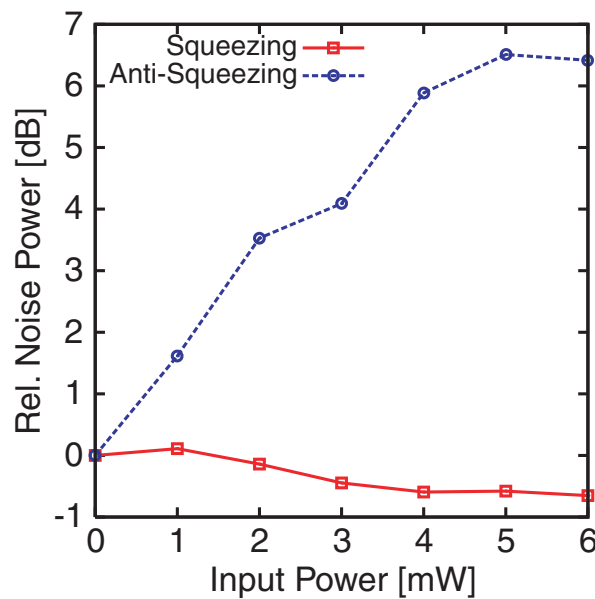


Fig. 5.11: Dependence of squeezed and anti-squeezed quadrature variances on input power using the symmetric Sagnac loop fibre.

5.4 考察

光ファイバと $1.5 \mu\text{m}$ 帯の光パルスを使って、スクイズド光生成実験を行った。ほぼ同様のセットアップを用いて -3.1dB の光子数スクイズングが得られたのに対し、直交位相スクイズングは得ることができなかったこと。このことから、GAWBS の影響が深刻であることを確認した。

そのため液体窒素を用いてGAWBS の低減を試み、その結果、スクイズングは最大で -0.7dB 得られ、その直交位相成分のノイズも 3dB 以上低減した。従って、GAWBS の低減に関しては一定の成果が得られた。しかし、 -0.7dB は決して大きな数値ではなく、GAWBS の低減は必ずしも十分では無い。液体窒素を用いて光

ファイバを冷却する手法は簡便であるが、液体ヘリウムを用いてさらに冷却すると、装置が大きくなり、実用上不利となる。従って、他の GAWBS 低減法が必要になる。

一方で、GAWBS はファイバの構造にも非常に依存する。冷却により -0.7dB よりも大きなスクイズングを得た研究例は存在するが [4]、使用するファイバを選別しているようだ。いずれにしても比較的簡便な液体窒素を用いる手法では GAWBS によるノイズを低減できるがゼロにはできない。そのため、得られるスクイズド光は純粋度が低下し、これを改善することが次の課題である。

5.5 結論

光ファイバと $1.5\ \mu\text{m}$ 帯の光パルスを使って、スクイズド光生成実験を行った。その結果、光子数スクイズングと直交位相スクイズングの実験結果を比較すると、ほぼ同様のセットアップを用いて -3.1dB の光子数スクイズングが得られたのに対し、直交位相スクイズングは得ることができなかったことから、やはり GAWBS の影響が深刻であることが確認できた。その後、光ファイバを冷却することで最大 -0.7dB のスクイズングを得、GAWBS の影響が大きいアンチスクイズング成分のノイズを 3dB 低減した。

参考文献

- [1] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3663 (1992).
- [2] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik, *Science* **282**, 706 (1998).
- [3] R. M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmutter, R. G. De Voe, and D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 691 (1986).
- [4] M. Rosenbluh and R. M. Shelby, *Phys. Rev. Lett.* **66** 153 (1991).
- [5] D. Elser, U. L. Andersen, A. Korn, O. Glöckl, S. Lorenz, Ch. Marquardt, and G. Leuchs, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 133901 (2006).
- [6] K. Bergman, H. A. Haus, E. P. Ippen, and M. Shirasaki, *Opt. Lett.* **19**, 290 (1994).
- [7] P. D. Townsend and A. J. Poustie, *Opt. Lett.* **20**, 37 (1995).
- [8] M. Shirasaki and H. A. Haus, *J. Opt. Soc. B* **7**, 30 (1990).
- [9] S. Schmitt, J. Ficker, M. Wolff, F. König, A. Sizmann, and G. Leuchs, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2446 (1998).

第6章 Sagnac ループファイバにより得られた直交位相スクイズド光の時間域ホモダイン計測を用いた純粋化

5章では光ファイバとパルスレーザを用いて、直交位相のスクイズド光を発生させた。しかし、光ファイバでは GAWBS の影響が深刻で、冷却しなければスクイジングは観測できなかった。液体窒素で冷却して、ようやく -0.7dB のスクイジングを得た。しかし、液体窒素温度では GAWBS によるノイズを低減は不十分で、得られたスクイジングは決して大きくは無く、純粋度も低い。

光ファイバを用いて直交位相スクイズド光を発生する実験では、その純粋度は総じて低い。純粋度は直交位相振幅でのスクイジングレベル $\Delta^2 X$ とアンチスクイジングレベル $\Delta^2 Y$ を用いて、 $1/\sqrt{\Delta^2 X \Delta^2 Y}$ で表される。いくつかの直交位相スクイズド光発生実験の報告について、スクイジングレベルとアンチスクイジングレベルを Table 6.1 にまとめた [1–7]。この表からも純粋度の低い実験結果が多いことがわかる。文献中のグラフをよく見ると、 $-2 \sim -3\text{dB}$ 程度のスクイジングレベルのときは純粋度は高いが、 -3dB 前後から急激に悪化する。 -3dB というのは量子もつれあい状態を生成し、テレポーテーションに応用した際に、no-cloning 限界を超えるスクイジングレベルであり、 -3dB 以上だと高い純粋度が得られないのは問題である。

純粋度が低いと、量子もつれあい状態の忠実度が低下する。例えば量子テレポーテーション後の量子状態が元の状態と一致しなくなる。そのため、非古典状態を純粋化する手法がいくつか提案されている。例えば、スクイズド状態に非ガウス型のノイズが混入した場合は、ホモダイン計測を用いてスクイズド光の成分を高効率で取り出すことが可能である [8,9]。しかし、光子数が十分大きい条件下では GAWBS のような位相ノイズはガウス型をしているため、ホモダイン計測ではノイズの中からスクイズド光の成分だけを取り出すことはできない。しかし、線形光学素子とホモダイン計測を用いたガウス型の信号処理でも、スクイジングの改善はできないが、純粋度を上げることは可能である。

非ガウス型ノイズからスクイズド光を取り出す手法 [8] は、スクイジングレベルの向上が見込まれるため、画期的であるしかし、大きな位相とびが生じる特殊な雑音を仮定しており、適用範囲が狭い。これに対して、ガウス型ノイズに対する純粋化はスクイジングレベルを若干犠牲にして、アンチスクイジングレベルを大幅に下げる手法である。スクイジングレベルが向上する非ガウス型ノイズからのスクイズド光取り出しに比べるとインパクトは低い、適用範囲は広い。

ホモダイン計測を用いて非ガウス型ノイズからスクイズド光を取出したりガウス型ノイズで悪化した純粋度を向上する手法の実験例はいくつかある。光ファイバから得られたスクイズド状態を純粋化した例には、光子数スクイズド状態における位相ノイズを純粋化した報告と [10]、偏光スクイズド状態に非ガウス型ノイズを重畳してそこから元のスクイズド状態を取り出した報告がある [8]。こうした光子数スクイズド光や直交位相スクイズド光は GAWBS には比較的耐性があり、得やすい。一方、光ファイバから得られた直交位相スクイズド状態を純粋化した報告は無い。これは GAWBS を低減し、光ファイバを用いてスクイズド光を得るために

Table. 6.1: The variances of the squeezed ($\Delta^2 X$) and the anti-squeezed ($\Delta^2 Y$) quadrature obtained in various experiments.

Author	$\Delta^2 X$ [dB]	$\Delta^2 Y$ [dB]	$\sqrt{\Delta^2 X \Delta^2 Y}$ [dB]
Shelby et. al. [1]	-0.6	4.0	1.7
Rosenbluh and Shelby [2]	-1.7	19	8.7
Bergman and Haus [3]	-5	8	1.5
Yu et. al. [4]	-6.1	17	5.5
Nishizawa et. al. [5]	-1.8	2.8	0.5
Higuchi et. al. [6]	-2.5	11	4.3
Tomaru [7]	-3.3	14.5	5.6

は GHz 以上の繰り返し周波数を持つパルスレーザを用いる手法がよく使われており，このような高周波ではホモダイン計測による純粋化を行うことが現状の電気回路技術では難しいことが一因である。光子数スクイズド状態や偏光スクイズド状態でももつれあい状態は生成できるが，これらの状態は光パワーが比較的高く，光パワーの低い直交位相スクイズド状態と，まったく同じように使えるとは限らない。そのため，純粋度が低下しやすい光ファイバからの直交位相スクイズド状態を純粋化するのは重要である。

5章で発生させたスクイズド光は繰り返し周波数が 80 MHz であり，電気回路の問題は少ない。スクイジングレベルは最大 -0.7 dB，アンチスクイジングレベルは光ファイバへの入射パワーによって $6 \sim 12$ dB で，純粋度は低い。そのため純粋化によって純粋度の向上は十分観測可能である。それに対し，スクイジングレベルの低下はスクイジングレベルが元々 -0.7 dB 程度なので，観測に適していない。しかし，このスクイジングレベルの低下は理論的には単純な線形損失であるため，理論的に補完できると考えられる。こうした観点から，本章では 5章で得られた直交位相スクイズド光に対してホモダイン計測を用いた純粋化を適用した実験とそれに関する理論について記述する。

はじめに純粋化法に必要な時間域ホモダイン計測について記す。これは雑音の強度だけを測定するスクイジングの計測とは異なり，純粋化では各パルスが持つ直交位相振幅の値を知る必要があるため，スペクトラムアナライザに代わりオシロスコープを用いて直交位相振幅を評価する。次にこの純粋化手法についての理論を記述する。その後，純粋化手法を直交位相スクイズド光に適用した実験について記す。

6.1 時間域ホモダイン計測

ホモダイン計測では光電流をスペクトラムアナライザで観測するが，オシロスコープで観測する場合を考える。オシロスコープの波形はスペクトラムアナライザで得られるスペクトルを積分したものと考えられる。光電流のスペクトルには，光パワーに由来する成分（主に繰り返し周波数と DC～低周波），光の量子ノイズに由来する成分，光の量子ノイズ以外のノイズに由来する成分，回路や電源の特性に由来するノイズが含まれている。光の量子ノイズは周波数に対してフラットな特性を示すのに対し，他の成分は顕著に周波数依存性を持つ。従って，スペクトラムアナライザを使用した実験では，光の量子ノイズ以外の成分が存在しない，もしくは弱

い周波数を探して、そこで観測すればよい。しかし、オシロスコープを使った実験では、全ての周波数成分の足し合わせが計測される。そのため、時間域ホモダイン計測では SN 比を強く意識する必要がある。

この時間域ホモダイン計測は当初はホモダイン計測から得られるパルスのピーク値を使って分散を計算していた [11]。オシロスコープによるピーク値の測定は、くし型関数様の周波数特性を持ち、低周波から高周波成分までを測定することになる。実際はオシロスコープの時間分解能の逆数程度までの周波数帯域で測定することになる。高周波には光パルスの繰り返し周波数の高調波成分が存在する。高調波は理想的にはデルタ関数とみなせる光パルスが元々持っている成分である。しかし、フォトダイオードからの基本波信号と高調波の信号強度の比には個体差があるようだ。本研究でのホモダイン計測はビームスプリッタの代わりに波長板と PBS を用いて、光を 50:50 に分割しているが、基本波の差電流強度が最低になる波長板角度と、高調波の差電流強度が最低になる波長板角度が異なっていた。そのため、平衡ホモダイン計測により、基本波成分を低減しても、高調波成分は強い強度を保つこともあり、測定の障害になる¹。

パルス 1 周期分を積分した値であるパルスエネルギーの分散をとる手法もある。ピーク値を計測する手法よりも低い周波数成分を中心に測定することになる。光電流のスペクトルを $S(\nu)$ とすると、この手法における分散値は以下のように書き表される。

$$\sigma_{\text{PE}}^2 = 2 \int_0^{\infty} S(\nu)F(\nu)d\nu. \quad (6.1)$$

ただし、 F は矩形の窓関数であり、パルスの繰り返し周波数の逆数を T と置くと、 $F(\nu)$ は

$$F(\nu) = T^2 \frac{\sin^2(\pi\nu T)}{(\pi\nu T)^2}, \quad (6.2)$$

と書き表される。そのため高周波成分の影響が少なくなり、LPF など高調波成分以上の周波数をカットしても、高い S/N を確保できる。

一方、Zavatta らは MHz 領域の時間域ホモダイン計測を初めて行った論文 [12] の中で、Allan 分散を計算する手法を提案している。Allan 分散は連続する二つのパルスの差の二乗に相当し、以下のような式で定義される。

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (f_{k+1,\tau} - f_{k,\tau})^2 \rangle. \quad (6.3)$$

このときの分散値を信号スペクトルを用いて記述すると、

$$\sigma_A^2(\tau) = 4\tau^2 \int_0^{\infty} S(\nu) \frac{\sin^4(\pi\nu\tau)}{(\pi\nu\tau)^2} d\nu. \quad (6.4)$$

となる。ここで、 $f_{k,\tau}$ は時間域における信号 $S(t)$ を時間 τ にわたって積分したもので、

$$f_{k,\tau} = \int_{k\tau+t_0}^{(k+1)\tau+t_0} S(t)dt, \quad (6.5)$$

と表される。また、本研究では τ はパルス 1 周期 $\simeq 1/80 \text{ MHz} = 12.5 \text{ ns}$ に設定した。すると、Eq. (6.4) の被積分関数は DC 成分とパルスの繰り返し周波数の N 倍の周波数が 0 になる。従って、低周波の電気、および光の雑音を無視することができ、光パワーの変動にも強くなる。

¹ フォトダイオードは入射光量やパワー密度により、直列抵抗値や浮遊容量が変動するため、その影響も考えられる。いずれの場合も、パルスの繰り返し周波数を kHz 程度にすれば、回路応答の線形性が向上する。また、受光径の大きなフォトダイオードを使用できるようになるため、パワー密度を下げることもできる。

本研究では Allan 分散を使用して、分散を見積もった。光ファイバから得られる真空スクイズド光は光パワーをゼロにできないため、LO 光との干渉によって繰り返し周波数成分の強度が大きく変動する。そのため Allan 分散を使うことで、この周波数成分の変動の影響を低減できることは大きい。Figure 6.1 はこの Allan 分散を用いてショットノイズを時間域のホモダイン計測により計測した結果と一般的なスペクトラムアナライザによって計測した結果を比較したグラフである。時間域測定と周波数域測定の結果が良く一致していることが分かる。

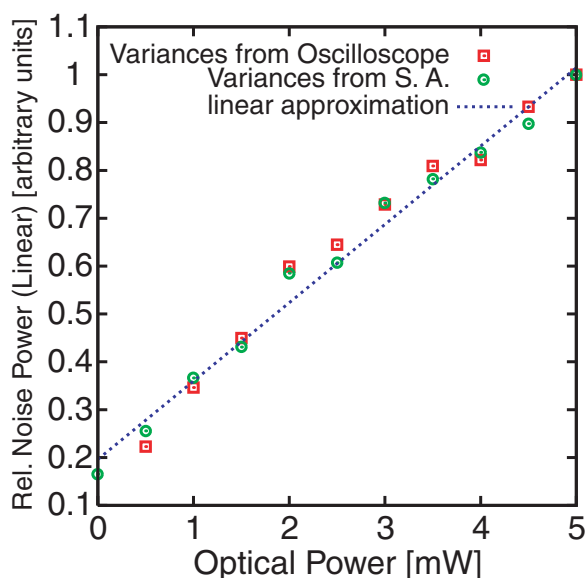


Fig. 6.1: Comparison between the temporal homodyne detection and the conventional RF spectrum analyzer (S.A.) detection. We detected SNL by S. A. and temporal homodyne detection at the same time. Square plots correspond S. A. detection and circular plots correspond to temporal homodyne detection.

6.2 ホモダイン測定による純粋化の原理

ホモダイン測定と線形光学素子を用いた、光子数スクイズド光のガウス型ノイズに対する純粋化法では [10], まずスクイズド光をビームスプリッタによって二つに分け, 一方をホモダイン測定によって測定し, その結果に応じた変調を残りのスクイズド光に加える。しかし, ホモダイン測定の結果がある一定の値になるスクイズド光のみを取り出し, 残りは捨てれば変調は不要となる。これを実際に行うホモダイン測定の結果をオシロスコープのメモリに保存し, もう一方のスクイズド光は量子情報処理を行う。最後に記録したホモダイン測定の結果からパルスを取捨選別する。量子情報処理の結果のうち使えるパルスによって得られた結果のみを採用することで純粋化されたスクイズド光を使用したことになる。パルス数は処理後に減るが, 理論上同じ状態が変調しなくても得られる²。本研究ではこのポストセレクションによる純粋化を使用した。

ポストセレクションではまずスクイズド光をビームスプリッタによって二つに分ける。ホモダイン計測する光を “Tap”, 純粋度を向上させる光を “Signal” と呼ぶ。ここで, ビームスプリッタの分岐比として, 入力スク

²Reference [10] で最後に行う変調は理論上変位演算子に相当し, ノイズには影響しない。

イズド光の“Signal”側への透過率を η_1 とする。ここで直交位相振幅の揺らぎを表す演算子として $\Delta\hat{X}$, $\Delta\hat{Y}$ を定義すると, “signal” と “tap” の $\Delta\hat{Y}$ は以下のように書き表される。

$$\Delta\hat{Y}_{\text{signal}} = \sqrt{\eta_1\eta_2}\Delta\hat{Y}_{\text{in}} + \sqrt{(1-\eta_1)\eta_2}\hat{V}_1 + \sqrt{1-\eta_2}\hat{V}_2, \quad (6.6)$$

$$\Delta\hat{Y}_{\text{tap}} = \sqrt{(1-\eta_1)\eta_3}\Delta\hat{Y}_{\text{in}} - \sqrt{\eta_1\eta_3}\hat{V}_1 + \sqrt{1-\eta_3}\hat{V}_3. \quad (6.7)$$

ここで, $\Delta^2\hat{Y}_{\text{signal}}$, $\Delta^2\hat{Y}_{\text{tap}}$, $\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}}$ の三変数はそれぞれ “signal” 側の直交位相分散, “tap” 側の直交位相分散, ビームスプリッタ入力前の直交位相分散を表している。 η_2 と η_3 はそれぞれ “signal” 側と “tap” 側での量子効率を表している。 \hat{V}_i は $(1-\eta_i)$ に起因する真空雑音の演算子である。

次に, “tap” 側の直交位相振幅を測定し, その結果がある一定の値になるパルスのみを使用する。この操作で “signal” 側の純粋度が向上する。 $\Delta\hat{Y}_{\text{tap}}$ が一定の値ということは, Eq. (6.7) の $\Delta^2\hat{Y}_{\text{tap}}$ が 0 となる場合に相当する。従って, ポストセレクションの効果は Eq. (6.7) の λ 倍を Eq. (6.6) に足し合わせ, その最低値を計算することで求められる。まず, Eq. (6.7) の λ 倍を Eq. (6.6) に足し合わせた関数は

$$\begin{aligned} \Delta^2\hat{Y}_{\text{signal}} = & \{\lambda^2(1-\eta_1)\eta_3 + 2\lambda\sqrt{(1-\eta_1)\eta_1\eta_2\eta_3} + \eta_1\eta_2\}\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} \\ & + \lambda^2(\eta_1\eta_3 + 1 - \eta_3) - 2\lambda\sqrt{(1-\eta_1)\eta_1\eta_2\eta_3} + 1 - \eta_1\eta_2. \end{aligned} \quad (6.8)$$

となる。ここで, 真空状態の分散 (=SNL) を 1 と規格化した。このとき λ は実数であり, Eq. (6.8) を最小とする λ は

$$\lambda = -\frac{\sqrt{(1-\eta_1)\eta_1\eta_2\eta_3}(\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} - 1)}{(1-\eta_1)\eta_3(\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} - 1) + 1}. \quad (6.9)$$

となる。この λ を Eq. (6.8) に代入して, 純粋化後の直交位相振幅の状態を計算できる。これを $\Delta^2\hat{Y}_{\text{out}}$ と置くと,

$$\Delta^2\hat{Y}_{\text{out}} = \frac{\{(1-\eta_1)\eta_3 + \eta_1\eta_2\}(\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} - 1) + 1}{(1-\eta_1)\eta_3(\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} - 1) + 1} = \frac{\eta_1\eta_2(\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} - 1)}{(1-\eta_1)\eta_3(\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} - 1) + 1} + 1, \quad (6.10)$$

となる。各ホモダイン計測での量子効率を 1 と仮定すると, $\eta_2 = \eta_3 = 1$ となり,

$$\Delta^2\hat{Y}_{\text{out}} = \frac{\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}}}{(1-\eta_1)(\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} - 1) + 1}. \quad (6.11)$$

となる。Eq. (6.10) と Eq. (6.11) から $\Delta^2\hat{Y}_{\text{in}} > 1$ のときは $\Delta^2\hat{Y}_{\text{out}} < \Delta^2\hat{Y}_{\text{in}}$ となることがわかる。従って, $\Delta^2\hat{Y}$ にアンチスクイズングをとる直交位相振幅を割り当てると, 分散の値が低下することが分かる。一方, $\Delta^2\hat{Y}$ と直交する直交位相振幅 $\Delta^2\hat{X}$ は, この二者間で相関が存在せず, さらに GAWBS のようなガウス型の位相ノイズの場合を仮定すれば, “tap” でのホモダイン計測の結果は “signal” 側には影響を与えないため, $\Delta\hat{X}_{\text{out}} = \Delta\hat{X}_{\text{signal}}$ となり, 最終的に $\Delta^2\hat{X}$ はビームスプリッタによる線形損失のみを受け,

$$\Delta^2\hat{X}_{\text{out}} = \Delta^2\hat{X}_{\text{signal}} = \eta_1\eta_2\Delta^2\hat{X}_{\text{in}} + 1 - \eta_1\eta_2. \quad (6.12)$$

となる。純粋度の低さを表す不確定積, $\Delta^2\hat{X}_{\text{out}}\Delta^2\hat{Y}_{\text{out}}$ は Eq. (6.10) と Eq. (6.12) から計算できる。複雑な式となるが, η_3 が十分高ければ純粋度が向上する。この純粋化手法は $\Delta^2\hat{Y}_{\text{out}} \gg 1$ のような大きな雑音が存在するときでも広く使用でき, $\Delta^2\hat{Y}_{\text{out}} < 1/(1-\eta)$ となることが計算できる。

6.3 ホモダイン測定によるスクイズド光の純粋化実験

6.3.1 実験セットアップ

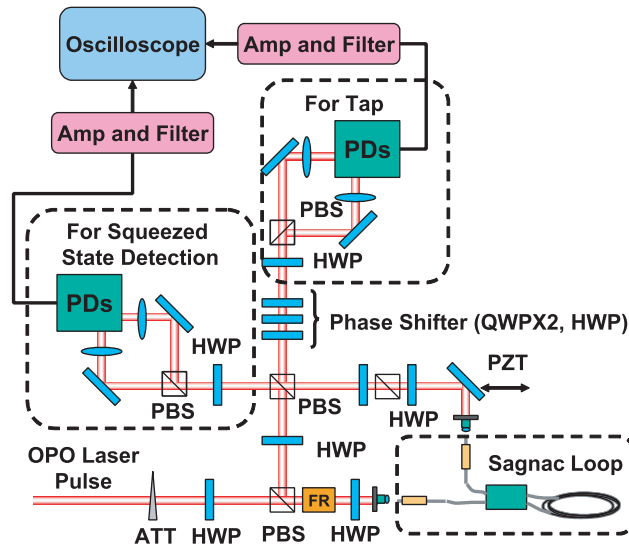


Fig. 6.2: Schematic set-up of the purification experiment. Squeezed light from Sagnac loop fiber was split to two arms and detected by temporal homodyne detection. Relative detection phase between two homodyne detections is adjusted by phase shifter. We placed a PBS before mixing with the local oscillator beam to remove polarization noise caused by GAWBS.

Figure 6.2 に実験セットアップを示す。5章のスクイズド光発生実験装置にホモダイン測定が加わっている。スクイズド光とLO光はそれぞれビームスプリッターで“signal”と“tap”に分けられる。ここで、スクイズド光とLO光の位相差はピエゾ素子によって調節が可能であり、“signal”と“tap”で異なる直交位相を測定するために、“tap”側には波長板から成るフェイズシフタが置かれている。時間域ホモダイン計測の出力波形はオシロスコープのメモリに保存され、後にパルス選別で使用される。“tap”では必ずアンチスクイジングの直交位相振幅を測定し、“signal”ではさまざまな直交位相で測定して純粋化の効果を検証した。理論では“tap”の振幅がある一定の値を取ると仮定しているが、実験ではある一定の範囲内にあるパルスを選別している。この範囲は狭いほど理論に近づくが、選別される“signal”パルスは減る。一方、“signal”の分散を計算するためにある一定数のパルスは必要となる。今回の実験では約40,000パルスを一回の測定で取り込み、ポストセレクションにより3,000パルス残るように閾値を設定した。

実験手順

- 5章の実験と同様の手順でスクイズド光を得る。
- スクイズド光とLO光のセットを η_1 の比で“signal”と“tap”のホモダイン計測に分ける。

- “tap” 側にあるフェイズシフタを調節する。まず, 1/4 波長板で, 直線偏光の LO 光を円偏光とし, 二つめの 1/4 波長板で元の直線偏光と直交する直線偏光にする。最後に, 1/4 波長板の間に 1/2 波長板を挿入すると, この 1/2 波長板の角度に応じて, スクイズド光と LO 光に位相差が変化する。
- それぞれをホモダイン計測する。光学的なセットアップは 5 章と同じ手順でアライメントを行う。
- 検出された電気信号は 70 MHz 以下を透過するローパスフィルタ, BLP-70 を経て, NF 社製低ノイズアンプ, SA-230F5 で増幅する。これをスプリッタを用いて分岐し, 片方をスペクトラムアナライザ (R3131) へ, もう片方を Tektronix 社製オシロスコープ, DPO7054 に接続し, 時間領域と周波数領域で同時に測定する。
- スペクトラムアナライザは RBW を 100 kHz に, VBW を 10 Hz に設定し, ショットノイズなどの量子ノイズの特性が広帯域でフラットであることを確認する。
- 時間域測定では Eq. (6.4) のような特性を持つことから, 繰り返し周波数が 80 MHz のときは 30 MHz 付近のパワースペクトラムの影響が大きいので, スペクトラムアナライザでは 30 MHz でのノイズ量を監視する。
- ピエゾ素子を用いてスクイズド光と LO 光の相対位相を調節し, “tap” のノイズ量を最大にする。“signal” の直交位相成分は波長板で構成したフェイズシフタで決める。“tap” のノイズ量の変動はスペクトラムアナライザで確認する。
- 直交位相測定の結果はオシロスコープに保存し, 後でコンピュータ処理を行う。今回の実験では約 40,000 パルスを一回の測定で取り込み, “tap” 側である一定の閾値内に収まったパルスのみを使用して, “signal” の分散を計算した。また, 分散の計算には Eq. (6.3) を用いている。

6.3.2 実験結果

“signal” 側の時間域ホモダイン測定によって得られたヒストグラムを Fig. 6.3 に示す。アンチスクイジング成分の雑音を測定しているときは, ポストセレクションを実行すると, 分布が細くなり, 分散が減少していることがわかる。また, ポストセレクションの前後でガウス分布を維持している。一方で, スクイジング成分ではヒストグラムの分布はほとんど変化しなかった。“signal” 側の直交位相振幅の分散をさまざまな直交位相で測定した結果を Fig. 6.4 に示す。図には η_1 が 0.5 と 0.8 のときの二通りプロットした。元々のアンチスクイジングレベル $\Delta^2 Y_{in}$ は 12.6dB で, ポストセレクションにより, η_1 が 0.5 のときは ~ 4 dB, η_1 が 0.8 のときは ~ 7.5 dB まで低減した。一方, スクイジングレベルは実験的な誤差の範囲に留まった。

また, Fig. 6.4(a) を用いてポストセレクションの前後の状態の Wigner 関数を構築した。これは準確率密度関数と呼ばれ, 以下のように定義される。

$$W(x, p) \equiv \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp(-2jp\xi) \left\langle x + \frac{1}{2}\xi \left| \hat{\rho} \left| x - \frac{1}{2}\xi \right. \right. \right\rangle. \quad (6.13)$$

この関数は確率密度関数に似た性質を持ち, 任意の直交位相振幅 x に対する確率分布は Wigner 関数を x と直交する直交位相振幅 p で積分すると得られる。すなわち直交位相振幅の確率分布は Wigner 関数の投影図であ

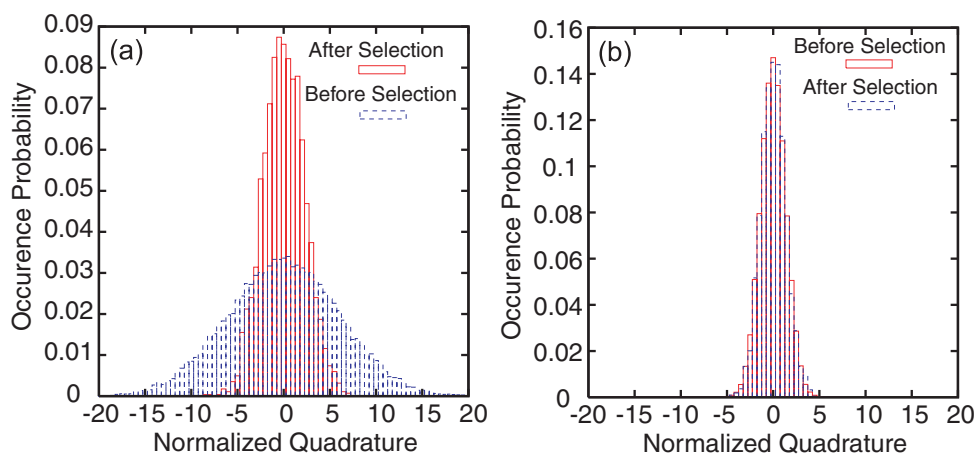


Fig. 6.3: Histograms of signal pulses before and after selection using the post-selection scheme. (a) Distribution of anti-squeezed quadrature. The quadrature noise is 12.6dB before filtering and 4.0dB after filtering. (b) Distribution of squeezed quadrature. Abscissa axis is normalized to standard distribution of SNL.

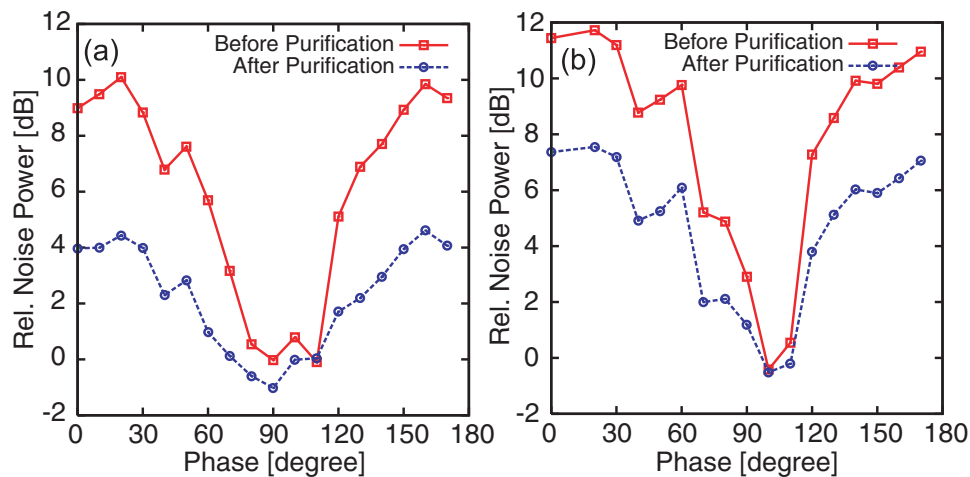


Fig. 6.4: Histograms of signal pulses before and after selection using the post-selection scheme. (a) Distribution of anti-squeezed quadrature. The quadrature noise is 12.6dB before filtering and 4.0dB after filtering. (b) Distribution of squeezed quadrature.

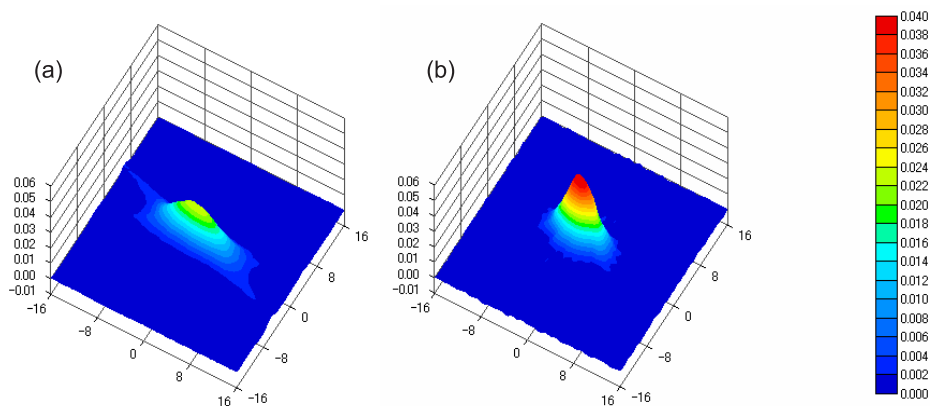


Fig. 6.5: Wigner function of squeezed state generated in the same condition of Fig. 6.4 (a). (a) Before post-selection process; (b) After post-selection process.

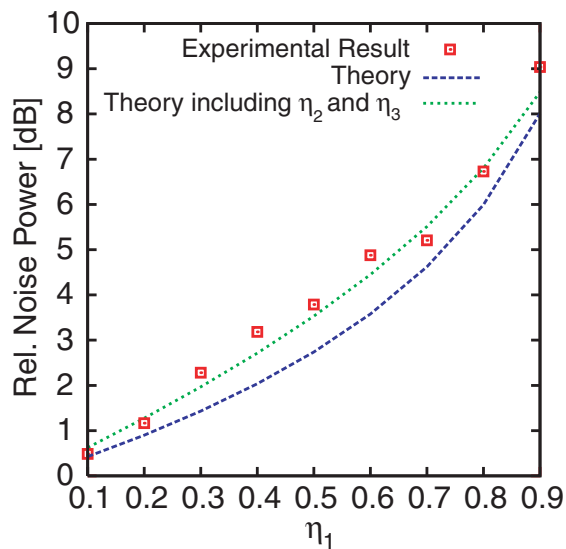


Fig. 6.6: Comparison between the experimental result and the theoretical value. Square plots correspond to the quadrature variance obtained in purification experiment and a dashed bold curve corresponds to the theoretical results of Eq. (6.11). A dashed gray curve corresponds to the theoretical prediction of Eq. (6.10) with $\eta_2 = 0.8$ and $\eta_3 = 0.5$.

る。逆にこの Wigner 関数は CT (Computed Tomography) と同じ要領で計算することが可能である³。このようにして Wigner 関数を計算したところ Fig. 6.5 のようになった。この図からも波動関数の分布が大きく変わり、純粋化が成功していることが分かる。

これらの結果からスクイジングレベルをあまり減らすことなくアンチスクイジングレベルを大きく減らすことができた。スクイジングレベルは元々 -0.7dB であったものが、 η_1 が 0.5 のとき、 -0.3dB に、 η_1 が 0.8 のとき、 -0.5dB に低下した。この減少は単純にビームスプリッタの η_1 による線形ロスに起因するもので、ポストセレクションの過程では変化していない。一方、アンチスクイジングレベルはポストセレクションにより、 η_1 が 0.5 のときは $\sim 4\text{dB}$ 、 η_1 が 0.8 のときは $\sim 7.5\text{dB}$ まで低減した。両方のケースで明らかに不確定積 $\Delta^2 X \Delta^2 Y$ は低下し、光ファイバから得られた真空のスクイズド状態の純粋度が大きく向上した。

純粋化後のアンチスクイジングレベル $\Delta^2 Y_{\text{out}}$ とビームスプリッタの分岐比 η_1 の関係を Fig. 6.6 に示した。また、Eq. (6.10) および Eq. (6.11) から計算される理論値もあわせて示した。ここで、Eq. (6.10) では各ホモダイン測定効率を $\eta_2 = 0.8$ と $\eta_3 = 0.5$ に仮定した。その結果 Eq. (6.10) による理論値は実験と良く一致した。今回の実験系では“tap”の量子効率が低く留まった。これは、三枚の波長板の透過損失が原因と考えている。このホモダイン効率が増えれば、より高い純粋化効率を得られる。このフェイズシフタは“signal”ビームの光路に置いてもいいが、この実験は5章のスクイズド光発生実験の後に行われており、より高いスクイジングを得られることを優先したため、図の位置になった。

6.4 考察

Sagnac ループファイバを用いて得られた真空のスクイズド光をポストセレクションによる純粋化法を用いて純粋化することに成功した。本スキームでは η_1 の値には特に制限が無い。本節では最適な η_1 をどのように見積もるか考察する。

Eq. (6.10) と Eq. (6.12) から計算される不確定積 $\Delta^2 X \Delta^2 Y$ は η_1 が小さいほど小さくなり、純粋度が向上するが、一方、 η_1 がゼロになると、真空状態しか得られず、スクイジングレベルも 0 となる。そのため、目標とするスクイジングレベルに合わせて適切な η_1 を設定する必要がある。例として、Table 6.1 の中から -3dB 以上のスクイジングが得られている実験を取り上げると、 $\Delta^2 X = -5\text{dB}$ 、 $\Delta^2 Y = 8\text{dB}$ [3]、 $\Delta^2 X = -6.1\text{dB}$ 、 $\Delta^2 Y = 17\text{dB}$ [4]、 $\Delta^2 X = -3.3\text{dB}$ 、 $\Delta^2 Y = 14.5\text{dB}$ [7] の三つがある。これらの実験で -3dB 以上のスクイジングレベルを保持するために最低限必要な η_1 はそれぞれ、 $\eta_1 = 0.73$ 、 $\eta_1 = 0.67$ 、 $\eta_1 = 0.94$ となる。この η_1 から見積もられるポストセレクション後のアンチスクイジングレベルの値はそれぞれ $\Delta^2 Y = 4.1\text{dB}$ 、 $\Delta^2 Y = 4.6\text{dB}$ 、and $\Delta^2 Y = 10.3\text{dB}$ となる。ただし、 η_2 、 η_3 は簡単のため 1 とした。このように最初のスクイジングレベルと目標に差があれば、今回の純粋化手法は非常に効果的である。

以上から、光ファイバには GAWBS による位相ノイズが大きな影響を及ぼすが、何らかの対策により GAWBS を低減することでスクイジングを達成することができれば、仮に純粋度が悪くても、その後純粋度を向上させることができることを示した。

³一般的な逆 Radon 変換で求めることができる。

6.5 結論

Sagnac ループファイバを用いて得られた真空のスクイズド光をポストセレクションによる純粋化法を用いて純粋化することに成功した。使用したスクイズド光は GAWBS の影響により、アンチスクイジングレベルが 12.6dB あったが、これを $\eta_1 = 0.5$ のとき 4dB まで低減することができた。一方で、スクイジングレベルは単に線形ロスによるもののみであり、アンチスクイジングレベルが 12.6dB から 4dB に低減したケースでは -0.7dB だったものが -0.3dB に減少した。さらにこの結果は理論式によく一致した。

参考文献

- [1] M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmutter, R. G. Devoe, and D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 691 (1986).
- [2] M. Rosenbluh and R. M. Shelby, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 153 (1991).
- [3] K. Bergman and H. A. Haus, *Opt. Lett.* **16**, 663 (1991).
- [4] C. X. Yu, H. A. Haus, and E. P. Ippen, *Opt. Lett.* **26**, 669 (2001).
- [5] N. Nishizawa, K. Sone, J. Higuchi, M. Mori, K. Yamane, and T. Goto, *Jpn. J. Appl. Phys.* **41**, L130 (2002).
- [6] J. Higuchi, N. Nishizawa, M. Mori, R. Goto, D. Maruhashi, and T. Goto, *Jpn. J. Appl. Phys.* **43**, L160 (2004).
- [7] T. Tomaru, *Opt. Commun.* **273**, 263 (2007).
- [8] J. Heersink, Ch. Marquardt, R. Dong, R. Filip, S. Lorenz, G. Leuchs, and U. L. Andersen, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 253601 (2006).
- [9] A. Franzen, B. Hage, J. DiGuglielmo, J. Fiurášek, and R. Schnabel, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 150505 (2006).
- [10] O. Glöckl, U. L. Andersen, R. Filip, W. P. Bowen, and G. Leuchs, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 053601 (2006).
- [11] H. Hansen, T. Aichele, C. Hettich, P. Lodahl, A. I. Lvovsky, J. Mlynek, and S. Schiller, *Opt. Lett.* **26**, 1714 (2001).
- [12] A. Zavatta, M. Bellini, P. L. Ramazza, F. Marin, and F. T. Arecchi, *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 1189 (2002).

第7章 本研究のまとめ

近年盛んに研究されている量子コンピュータや量子情報通信といった技術が実用となるには、量子もつれあい状態の効率的な生成と制御が必要不可欠である。また、光を用いた量子情報処理においては量子もつれあい状態の光を光ファイバにより配送することが必要になる。そこで、光ファイバ非線形光学を用いて生成したスクイズド光から量子もつれあい状態の光を生成し、さらには光ファイバをプラットフォームにした量子情報プロトコルを実現することが理想的となる。本研究では光ファイバをプラットフォームにした量子情報処理技術のために、光ファイバを用いたスクイズド光生成について、光子数の相関を用いる方向性と、あくまで直交位相振幅のスクイズド光からもつれあい状態を生成する方向性の両面で重要と思われる技術の開発をそれぞれ行った。本章では本研究を通じて各章で得られた重要な知見をまとめ、総括を行なう。

7.1 各章のまとめ

7.1.1 Photonic Crystal Fibre とスペクトルフィルタリング法による光子数スクイジングの実験および理論解析 (第3章)

連続量もつれあい状態を生成するためには真空の直交位相スクイズド状態を用いることが多い。光ファイバでもこのような真空の直交位相スクイズド状態を生成することはできるが、GAWBS は大きな位相ノイズを生成するために困難が伴う。対して、光子数スクイズド状態はこの GAWBS の影響を受けづらく、光ファイバ中でも比較的容易に得ることができる。従って、光子数スクイズド状態は光ファイバにおいては直交位相スクイズド状態と並び、多光子でももつれあい状態による量子情報処理を実現できる候補のひとつであるといえ、実際にもつれあい状態を生成した例が存在する。

こうした観点から、超短パルスを PCF に入射し、広帯域化させたパルスに対して、スペクトルフィルタリングをすることで光子数スクイズド光を得る実験を行った。その結果 Raman シフトするソリトン様の成分をスペクトルフィルタリングによって取り出すことで、最大 -4.6dB のスクイジングが得られた。このような実験結果は前例が無く、全く新しい成果である。また、実験においてはこのような長波長側のみを取り出す LPF だけではなく、HPF (750 nm 以下はカットしたため実質 BPF) でも高いスクイジングが得られた。このような現象は数値解析でも確かめられ、LPF によってソリトン成分のみを取り出すことで最大 -5.9dB のスクイジングが得られた。この原理としては、量子相関の計算結果からソリトン成分は他の周波数成分との間に高い相関を持っており、ソリトン成分と他の周波数成分が複数存在する場合、他の周波数成分はソリトンを安定化させる方向に動くのではないかと予想される。さらに、数値解析においては HPF でもスクイジングが得られることも同時に示された。

今回の研究の意義としては、あらかじめ設計されたフィルタを用いれば、超短パルスを PCF に通すだけで、高いスクイジングが得られるため、非常に簡便な手法であるといえる。また、PCF では通常の光ファイバで

ソリトン伝搬したときより高いスクイジングは得られなかった過去の研究に対して、今回の結果は高いスクイジングが得られる可能性が示された。さらに、この手法はソリトンパルスをフィルタリングしてソリトンではないパルスにしていた今までのスペクトルフィルタリング法に対して、フィルタリング後にソリトンになるという特徴があり、スクイズド光のファイバ伝搬に適しているのではないかと考えられる。

7.1.2 ファイバ伝搬中のパルストラッピングを用いた光子数相関形成についての数値解析 (第4章)

パルス光を使ったスクイジングの大きさは時間や周波数のモードに対しての平均値となる。これは、パルスの量子状態に情報を乗せて通信を行う量子通信への応用を考えたときに、使用できるリソースを無駄にしていることになるといえる。これに関して、パルスの周波数モード間で生じる光子数相関を使って量子通信を行うという、考え方が存在し、非線形相互作用を受けたパルスが、理論的にどの程度のリソースを持ちうるかという議論がなされている。このように、パルスを用いたスクイズド光は連続光を用いたものよりも、大きなリソースを使用できる可能性を持っていると言える。

これに関して、3章では高非線形ファイバによって広帯域化した光パルスについて、複雑な光子数相関が生じ、こうした光子数相関によって光子数スクイズド状態が得られることを示したが、強いスクイジングが発生する長波長側のソリトン様の成分は多くの周波数成分と強い相関を持ち、特に最も短波長側にある成分と強い相関を持つことが分かった。これらのパルスは実は時間軸上で重なっており、長距離にわたって安定に伝搬することが知られている。第4章ではこうしたパルストラッピングという現象を用いて、光ファイバに入射した際に生じる光子数スクイジングや光子数相関を数値的に解析した。その結果、二つのパルスの周波数成分が重なり合う場合にはスクイズド光が得られ、離れている場合はパルス間に強い光子数相関が生じ量子非破壊測定的一种である Backaction 回避測定を実現できることを示した。

さらにパルストラッピングを利用した Backaction 回避測定には、距離に寄らず、高い相関が得られることなど条件にあまり依存しない部分が大きく、実現の上でメリットがあると考えられる。総じて、パルストラッピングがソリトンの衝突や時間域で近接したパルス間の相関と比べても、いくつかのメリットがあり、これらと並ぶ光子数相関発生法であることが示すことができた。

7.1.3 Sagnac ファイバ干渉計を用いた直交位相スクイズド光パルス発生実験 (第5章)

5章では3,4章とは変わって、あくまで直交位相スクイジングの生成にこだわった研究である。GAWBSなどの雑音を克服できれば、光ファイバでも直交位相スクイズド光を生成することは可能であり、効率的な直交位相スクイズド光の生成が実現すれば、光ファイバ系に比べて進んでいる、 $\chi^{(2)}$ 非線形結晶を使って生成したスクイズド光による量子情報処理の技術がファイバ系にも適用できるようになると考えられる。

GAWBSの低減にはいくつかの手法が提案されているが、このうちパルスの繰り返し周波数を数GHzに高める方法は、パルスごとに測定を行ったり、変調をかけたりといった局所的操作 (LOCC: Local Operation and Classical Communication) が困難になってしまう。スクイズド光を得た後に、テレポーテーションなどの量子情報処理を行うには、この局所的操作が必要になるため、本研究では液体窒素によりファイバを冷却するという手法をとった。Shirasaki と Haus の提案した Sagnac 干渉計を冷却して用い、真空のスクイズド光パルス発生実験を行った。その結果、GAWBSによる位相ノイズの影響が大きいと考えられる直交位相ノイズの最大値

は 3dB 以上低減し、スクイジングは最大で -0.7dB 得られた。従って、GAWBS の低減に関しては一定の成果が得られたといえる。しかし、 -0.7dB は決して大きな数値ではなく、GAWBS の低減は必ずしも十分では無い。液体窒素を用いて光ファイバを冷却する手法は簡便であるが、液体ヘリウムなどを用いてさらに冷却しようと考えれば、装置が大きくなり、実用上有利ではなくなってくる。従って、他の GAWBS 低減法が必要になるのではないかと考えられる。

7.1.4 Sagnac ループファイバにより得られた直交位相スクイズド光の時間域ホモダイン計測を用いた純粋化 (第6章)

5章の結果から、光ファイバでは GAWBS の影響は深刻であることがわかった。GAWBS の影響により、冷却しなければスクイジングは観測できず、液体窒素による冷却をして、ようやく -0.7dB のスクイジングを得るにいった。しかし、液体窒素温度では GAWBS によるノイズを低減できるがゼロにはできず、得られたスクイジングは決して大きくは無く、純粋度も低い状態となった。

一般的にも光ファイバを用いて直交位相スクイズド光を発生させた実験の報告では、その純粋度は総じて低い。純粋度が低いことのデメリットは、量子もつれあい状態における忠実度を落としてしまうことである。そのため、非古典状態を純粋化するための手法がいくつか提案されており、例えば、スクイズド状態に非ガウス型のノイズが混入した場合は、ホモダイン計測を用いてスクイズド光の成分を高効率で取り出すことが可能である。しかしながら、光子数が十分大きい条件下では GAWBS のような位相ノイズはガウス型をしているため、ホモダイン計測では取り出すことはできない。しかし、線形光学素子とホモダイン計測を用いたガウス型の信号処理でも、純粋度を上げることは可能である。ガウス型ノイズに対する純粋化はスクイジングレベルを若干犠牲にして、アンチスクイジングレベルを大幅に下げる手法である。スクイジングレベルが向上する非ガウス型ノイズからのスクイズド光取り出しに比べると、インパクトは低いですが、応用上考えられるノイズのほとんどがガウス型と仮定できることから、適用範囲は広いといえる。

本研究では光ファイバから得られた直交位相スクイズド状態に対して、このようなガウス型ノイズに対する純粋化をはじめておこなった。結果、Sagnac ループファイバを用いて得られた真空のスクイズド光をポストセレクションによる純粋化法を用いて純粋化することに成功した。使用したスクイズド光は GAWBS の影響により、アンチスクイジングレベルが 12.6dB あったが、これを 4dB まで低減することができた。一方で、スクイジングレベルは単に線形ロスによるもののみであり、アンチスクイジングレベルが 12.6dB から 4dB に低減したケースでは -0.7dB だったものが -0.3dB に減少した。さらにこれらの結果は理論式によく一致した。

また、理論式を詳細に検証し、文献中のスクイジングレベル、アンチスクイジングレベルを例に、この純粋化法を具体的にどう運用するのが良いかを示した。これらから光ファイバには GAWBS による位相ノイズが大きな影響を及ぼすが、対策により GAWBS を低減することでスクイジングを達成することができれば、仮に純粋度が悪くても、その後に純粋度を向上させることができることを示した。

7.2 総括

本研究では以下のことを明らかにした。

- 超短パルスを PCF に入射し、広帯域化させ、Raman シフトするソリトン様の成分をスペクトルフィルタリングによって取り出すという実験を行い、最大 -4.6dB のスクイジングが得られた。また数値解析においてこのことを確認した。(3 章)
- ファイバ伝搬中のパルストラッピングで生じる光子数相関を数値解析し、パルス間に高い相関が得られることを示した。その結果、二つのパルスの波長の裾が重なるほど波長が近い場合は、ソリトン全体がスクイズし、パルスの波長間隔が離れている場合は強い光子数相関が得られ、BAE 回避測定へ応用できることを数値解析により示した。また、このとき得られた相関は BAE 回避測定の条件を十分満たすことを確認した。(4 章)
- Sagnac ループファイバを冷却することで真空のスクイズド光を得て、このスクイズド光をポストセレクションによる純粋化法を用いて純粋化することに成功した。使用したスクイズド光は GAWBS の影響により、アンチスクイジングレベルが 12.6dB あったが、これを $\eta_1 = 0.5$ のとき 4dB まで低減することができた。一方で、スクイジングレベルは単に線形ロスによるもののみであり、アンチスクイジングレベルが 12.6dB から 4dB に低減したケースでは -0.7dB だったものが -0.3dB に減少した。さらにこの結果は理論式によく一致した。(6, 7 章)

7.3 今後の展望

光ファイバをプラットフォームにした量子情報処理技術を実現するためには、GAWBS のような雑音をどのように低減していくかは重要な課題であり、位相ノイズを許容して光子数相関を使うということはひとつの方向性である。しかし、こちらの方向性では提案されている量子情報処理の全てが達成可能なわけではない。そのため、こちらの方向性では光子数相関よりも光子数スクイジングを直交位相スクイジングとみなして、もつれあいを生成する研究が進んでいる。そのために、重要な課題として考えられるのは、直交位相測定が可能なほど低パワーの光子数スクイジングと、それに対応した LO 光の生成である。今までに提案されている光子数スクイジングの手法は一般に高い光強度を必要としていて、また、適切な LO 光が得がたい手法がほとんどである。自由に直交位相測定ができればこのような光子数スクイジングを直交位相スクイジングとして見なすことができ、研究を進めていくことができると考えられる。

一方、GAWBS の効率的な低減は PCF を使う手法や GAWBS があまり高周波には応答できないことを利用し、時間的に接近した二つのパルスを用いて雑音を打ち消す手法などが考えられる。あるいは将来的には GHz を越える制御が容易にできるようになるかもしれない。その場合は繰り返し周波数を GHz 以上にあげるとは有力な GAWBS 低減のための候補となる。一旦高いスクイジングが得られれば、仮に純粋度が悪くても、その後純粋度を向上させることができる。よって、GAWBS の効率的な低減はこれからも継続して研究を続ける必要があるのではないかと考えられる。

あるいは非線形結晶の一種である周期分極反転 LiNbO_3 (PPLN) 結晶は結晶中に導波路を作りこみ、光ファイバと接続することが可能であるため、スクイズド光はこうした結晶で作ったとしても光ファイバをプラットフォームにした量子情報処理技術の実現という点では、それほど問題は無いかもしれない。PPLN を用いた直交位相スクイズド光の生成法としては、ポンパルスを一旦 SHG により二倍波に変換して、それを再び PPLN に通すことでポンパルスと同じ波長のスクイズド光を生成する手法があり、研究されている。ただし、現状では自由空間でのスクイジングと比較すると、高いスクイジングレベルは得られていないようで、これは導波

路 PPLN の非線形性が大きすぎるため、パルスが広帯域化してしまい、LO 光との一致が取れなくなることが原因であると言われている。一方で、位相整合が若干あっていない PPLN 結晶を用いると、カスケード非線形効果が誘起され、二次の非線形結晶である PPLN で、三次の非線形効果が得られるようになる。この三次の非線形効果をファイバの代わりに用いて Sagnac ループ干渉計を組めば、このような広帯域化による LO との不一致の問題は解決できると考えられる。いずれにしても、導波型 PPLN にもこのような課題が残っているため、こうした課題を克服するため更なる研究が必要であると思われる。

さらに、光ファイバをプラットフォームにした量子情報処理技術を実現するために課題としたいことは、EDFA を使用することである。EDFA や EDF を利用したファイバレーザは小さく、簡便であり、現在の光ファイバ通信網で広く使用されている光源である。EDFA には ASE (Amplified Spontaneous Emission) と呼ばれる過剰ノイズが存在し、スクイズド光生成には向かないが、このノイズは今回提案したようなガウス型の純粋化法で純粋度を向上させることができるため、こうした方向性の研究も必要であると考えられる。

こうした課題を克服し、現在自由空間で行われている様々な量子情報処理の技術がファイバ内へ舞台を移す日が来ることを期待して、本論文の締めくくりとする。

付録 A 数値解析の手法

ここでは数値計算に関する詳細を示す。式の導出は参考文献 [1, 2] に記載されているが、ここでは、その式変形を細かく記す。

A.1 非線形 Schrödinger 方程式

A.1.1 Maxwell 方程式

まずは単一モードの光ファイバ中のパルス伝搬を規定する基本方程式を導く [1]。これは他の電磁気学の現象と同じく Maxwell 方程式により記述され、SI 単位では以下ようになる。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (\text{A.4})$$

ここで、通常光ファイバ中に電流は無いいため $\mathbf{J} = 0$ となる。また、電荷を持たないため $\rho = 0$ である。 \mathbf{D} と \mathbf{B} はそれぞれ、

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}, \quad (\text{A.6})$$

であるが、光ファイバは非磁性体であるので $\mathbf{M} = 0$ である。これらを用いて Maxwell 方程式を書き直すと、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (\text{A.7})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad (\text{A.8})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (\text{A.9})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (\text{A.10})$$

となる。ここで、Eqs. (A.7), (A.8) を連立させると、以下のような方程式が得られる。

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (\text{A.11})$$

ここで、 $\mu_0 \varepsilon_0 = 1/c^2$ を用いた。 c は真空中の光速である。

A.1.2 線形分極の取り扱い

誘導電気分極を表す P を求めるためには量子力学に基づいた取り扱いが必要になるが、 $0.5 \sim 2\mu\text{m}$ の波長領域で光ファイバを使う場合は現象論的に電界に対する線形応答と非線形性応答に分けて考えることができる。光パルスの波長が共鳴領域に近づくと媒質の応答が局所的でなくなり、このような近似はできなくなるので注意が必要であるが、光ファイバは一般に $0.5 \sim 2\mu\text{m}$ で使用されるため問題ないといえる。ここで、光ファイバの材質である石英ガラスは等方的材質であるため、二次の非線形性を無視することができる。そのため、線形部分と三次の非線形性のみを取り込むことにすると、誘導分極は

$$P(r, t) = P_L(r, t) + P_{NL}(r, t), \quad (\text{A.12})$$

と書き表される。この線形および非線形分極は光電界と以下のような関係式で表される。

$$P_L(r, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \mathbf{E}(r, t') dt', \quad (\text{A.13})$$

$$P_{NL}(r, t) = \varepsilon_0 \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) \mathbf{E}(r, t_1) \mathbf{E}(r, t_2) \mathbf{E}(r, t_3) dt_1 dt_2 dt_3. \quad (\text{A.14})$$

これらの式は単に相互作用の大きさ χ を通して、電界と分極の相対時間ごとの相互作用量を足し合わせたに過ぎないが、実際計算するためには複雑な形をしている。そこで、非線形分極を摂動として考えることにし、まずは $P_{NL} = 0$ と仮定して解く。そうすると、Eq. (A.11) は電界 E に対して線形な方程式となり、各項を Fourier 変換してもこの方程式は成り立つ。すると、Fourier 変換することにより、微分演算子 $\partial/\partial t$ を $-j\omega$ として表すことができる。さらに、線形分極を表す Eq. (A.13) はコンボリューションの形をしているため、Fourier 変換の性質から、通常の掛け算に直すことができるメリットがある。すると、

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(r, \omega) &= \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}}(r, \omega) + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(r, \omega) \\ &= \frac{\omega^2}{c^2} [1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\omega)] \tilde{\mathbf{E}}(r, \omega), \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

となる。ここで、チルダは各変数の Fourier 変換を表す。また、 $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$ は一般に複素量であり、実部が屈折率に、虚部が線形損失に対応する。ステップ型のファイバ (SI ファイバ: Step Index Fiber) ではコアにおける屈折率や損失が空間座標に依存しないので¹、 $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$ を r に依存せず一定とみなすことができる。この式の左辺は

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = \nabla(\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}}) - \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} = -\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}, \quad (\text{A.16})$$

とすることができる²。ただし、Eq. (A.9) から $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ を用いた。

A.1.3 波動方程式から伝搬方程式へ

ここで、緩変動包絡線近似 (SVEA: Slowly Varying Envelope Approximation) を行う。これは光の電界を包絡線と搬送波に分けて記述するという意味で、急激な包絡線や周波数の変化が無いことを仮定する。光ファイバ中の光電界は円柱対称であるので SVEA を行った光電界は以下のように変数分離できる。

$$\mathbf{E}(r, t) = \frac{1}{2} \mathbf{e}(r, t) [f(x, y) A(z, t) \exp[j(\beta_0 z - \omega_0 t)] + \text{c.c.}]. \quad (\text{A.17})$$

¹実際には非線形屈折率変化や応力の影響などが存在するが、ここではその影響を小さいと仮定して計算する

²ベクトル公式 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ を用いた

ここで、 $e(r, t)$ はファイバ中の各点における電界の偏光方向を表す単位ベクトルである。これを Fourier 変換すると、

$$\tilde{\mathbf{E}}(r, \omega) = e(r, t) f(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(j\beta_0 z), \quad (\text{A.18})$$

となる。ここで、入射する光を単一偏光と仮定し、光ファイバ中も偏光状態が維持されると仮定すると、 $e(r, t)$ は不要になる。そこで、Eq. (A.18) を Eq. (A.16) に代入して変数分離により解くと、

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} [1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\omega)] - \beta^2 \right\} f = 0, \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} \exp(j\beta_0 z) + \beta^2 \tilde{A} \exp(j\beta_0 z) = 0, \quad (\text{A.20})$$

となる。ここで β は変数分離の過程で適当に置いた定数であるが、Eq. (A.20) からみると完全に光の波数に一致していることが分かる³。従って β は周波数に依存するが、 x, y, z には依存しないため、今回の方程式を変数分離法によって解く時の定数としては問題ない。これらの方程式を見ると、Eq. (A.19) はファイバモードを表しており、シングルモードの条件などを求めたり、あるいはマルチモードファイバの伝搬を考えたりする際には必要となるが、ここでは詳しく触れない。シングルモードファイバの場合 Eq. (A.19) は Bessel 関数を解に持ち、この Bessel 関数あるいはこれを近似した Gauss 分布を仮定して解析を行う。また、光パルスが光ファイバ中を伝搬する際に生じる変化は Eq. (A.20) で表される。この式は

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} + 2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} - \beta_0^2 \tilde{A} + \beta^2 \tilde{A} \simeq 2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + 2\beta_0(\beta - \beta_0) \tilde{A} = 0, \quad (\text{A.21})$$

と変形できる。ここで、 A は z に対してゆっくりと変動すると仮定しているため、左辺から右辺への式変形では z に対する二階微分を無視している。また、 β については $\beta^2 - \beta_0^2$ を $2\beta_0(\beta - \beta_0)$ で近似している。さらに β を以下のように Taylor 展開して表すと、

$$\beta = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots \quad (\text{A.22})$$

となるので、Eq. (A.21) は

$$j \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \sum_{k \geq 1} \left[\frac{1}{k!} (\omega - \omega_0)^k \beta_k \right] \tilde{A} = 0, \quad (\text{A.23})$$

となる。これを逆 Fourier 変換すると、

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = j \sum_{k \geq 1} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t). \quad (\text{A.24})$$

これが、線形分極のみを含めた伝搬方程式である。

A.1.4 非線形分極を導入

さらに、この式に摂動項である非線形分極の効果を加える。 P_{NL} は Eq. (A.14) で表されるが、ここで $\chi^{(3)}$ は

$$\chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) = \chi^{(3)} R(t - t_1) \delta(t - t_2) \delta(t - t_3), \quad (\text{A.25})$$

³ β_0 は中心周波数における波数であり、 β はパルスの瞬時周波数に対応する波数である。

とおくことができる⁴。ただし、 R は $\int R(t)dt = 1$ のように規格化されている。 $R(t)$ は非線形分極の応答関数であり、ピコ秒より長いパルスであればデルタ関数として扱ってよいとされている。フェムト秒領域では電子による応答と分子振動による応答に分けられ、電子の応答はフェムト秒領域ではデルタ関数として扱うことができる。すると非線形分極は

$$\begin{aligned} P_{\text{NL}}(r, t) &= \varepsilon_0 \chi^{(3)} \int_{-\infty}^t R(t-t_1) \mathbf{E}(r, t_1) \mathbf{E}^2(r, t) dt_1 \\ &= \varepsilon_0 \chi^{(3)} \int_{-\infty}^t R(t-t_1) \mathbf{E}(r, t) \mathbf{E}^2(r, t_1) dt_1, \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

となる。ここで、積分区間を t までとしたのは、未来の電界が現在の分極に影響することが無いためである。これは $R(t)$ が負のときに 0 になるよう設定しても同じであるので場合によって使い分けると良い。ここで、線形分極のときと同様に緩変動包絡線近似 (SVEA: Slowly Varying Envelope Approximation) を行うと、非線形分極 P_{NL} は Eq. (A.17) と同様

$$P_{\text{NL}}(r, t) = \frac{1}{2} \mathbf{e}(r, t) [f_{\text{NL}}(x, y) P_{\text{NL}}(z, t) \exp[j(\beta_0 z - \omega_0 t)] + \text{c.c.}], \quad (\text{A.27})$$

となる。ここで Eq. (A.26) の右辺に、Eq. (A.17) を代入すると、 ω_0 の項と $3\omega_0$ の項が現れる。しかし、光ファイバでは三倍波生成は位相整合やカットオフ波長の条件を満足することが難しいため無視してよい。従って、Eq. (A.26) は

$$f_{\text{NL}}(x, y) P_{\text{NL}}(z, t) = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)} f^3(x, y) \int_{-\infty}^t R(t-t_1) |A(z, t_1)|^2 dt_1 A(z, t), \quad (\text{A.28})$$

と式変形できる。この式から $f_{\text{NL}}(x, y) = f^3(x, y)$ が分かる。次に Eq. (A.11) を見ると、 P_{NL} の時間での二階微分が必要となるので、これを求める。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_{\text{NL}}(z, t) \exp[j(\beta_0 z - \omega_0 t)] &= -\omega_0^2 P_{\text{NL}}(z, t) \exp[j(\beta_0 z - \omega_0 t)] - j\omega_0 \exp[j(\beta_0 z - \omega_0 t)] \frac{\partial}{\partial t} P_{\text{NL}}(z, t) \\ &\quad + \exp[j(\beta_0 z - \omega_0 t)] \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_{\text{NL}}(z, t). \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

ここで、 P_{NL} は非線形関数であるため、線形分極のときのように Fourier 空間での解析を行っても式が簡単にならないことに注意する。この式を見ると、 P_{NL} は SVEA により大きく変化しないことを仮定しているため、微分項は小さいとみなすことができる。通常は第一項のみを使用し、超短パルスに対しては第二項も使用する。この第二項は現象論的には自己急峻化を表している。この結果を線形分極のみを考慮した伝搬方程式に加える。波動方程式 Eq. (A.16) に非線形項を加えると、

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(r, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} [1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\omega)] \tilde{\mathbf{E}}(r, \omega) - \mu_0 \mathcal{F} \left[\frac{\partial^2 P_{\text{NL}}}{\partial t^2} \right] = 0, \quad (\text{A.30})$$

となる。ここで \mathcal{F} は括弧内の Fourier 変換を表す。このとき、Eq. (A.20) は

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} \exp(j\beta_0 z) + \beta^2 \tilde{A} \exp(j\beta_0 z) - \mu_0 f(x, y)^2 \mathcal{F} \left[\frac{\partial^2 P_{\text{NL}}}{\partial t^2} \right] = 0, \quad (\text{A.31})$$

⁴Eq. (A.14) において t_1, t_2, t_3 は対等であり、本来は $\chi^{(3)} R(t-t_1)R(t-t_2)R(t-t_3)$ とすべきである。この $R(t)$ は後に $R(t) = (1-f_r)\delta(t) + f_r h(t)$ のようにデルタ関数と Raman 応答関数に分離される。この Raman 応答関数は 30 fs 程度で減衰するため、 ~ 100 fs 程度のパルスでは、複数の Raman 応答関数の畳み込みは、一つの Raman 応答関数と近似してもさほど問題が無い。さらに、複数の Raman 応答関数の畳み込みの項には $f_r (= 0.18)$ の二乗、もしくは三乗が係数としてかかるため、その影響が相対的に少ない。これらのことから、Raman 応答関数を一つだけ残し、残りをデルタ関数として扱っている。

となる。非線形項に空間モードの項 $f(x, y)$ が残っているが、一次の摂動論の範囲では非線形効果が空間モードに影響を与えないと仮定するため、このまま解析を進める。前副節と同様に式変形を行うと、

$$j \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \sum_{k \geq 1} \left[\frac{1}{k!} (\omega - \omega_0)^k \beta_k \right] \tilde{A} - \frac{\mu_0}{2\beta_0} f(x, y)^2 \mathcal{F} \left[\frac{\partial^2 P_{\text{NL}}}{\partial t^2} \right] = 0, \quad (\text{A.32})$$

となり、これを逆 Fourier 変換すると、

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = j \sum_{k \geq 1} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t) + j \frac{3}{8} \frac{\omega_0^2}{\beta_0 c^2} \chi^{(3)} f(x, y)^2 \int_{-\infty}^t R(t - t_1) |A(z, t_1)|^2 dt_1 A(z, t), \quad (\text{A.33})$$

となる。波数と角周波数の関係 $\beta_0 = n\omega_0/c$ 、媒質の非線形屈折率 $n_2 = \frac{3}{4\varepsilon_0 c n^2} \text{Re}[\chi^{(3)}]$ から⁵、Eq. (A.33) は

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = j \sum_{k \geq 1} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t) + j \frac{\varepsilon_0 n n_2 \omega_0}{2} f(x, y)^2 \int_{-\infty}^t R(t - t_1) |A(z, t_1)|^2 dt_1 A(z, t), \quad (\text{A.34})$$

となる。さらに、有効コア面積 A_{eff} が使くと $|A(z, t)|^2$ を光パワー (W) を表すように規格化できる。ただし、有効コア面積はガウス型ビームの $1/e^2$ 強度半径 w を用いて

$$A_{\text{eff}} = \pi w^2, \quad (\text{A.35})$$

と定義できる。これを用いて

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{A_{\text{eff}} c}, \quad (\text{A.36})$$

とおくと、

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = j \sum_{k \geq 1} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t) + j \gamma \int_{-\infty}^t R(t - \tau) |A(z, \tau)|^2 d\tau A(z, t), \quad (\text{A.37})$$

となる。ただし、 $\tau = t_1$ とおいた。最後に群速度 $v_g = 1/\beta_1$ でパルスと共に移動する座標系を導入すると、Eq. (A.37) は

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t) + j \gamma \int_{-\infty}^t R(t - \tau) |A(z, \tau)|^2 d\tau A(z, t), \quad (\text{A.38})$$

と、さらにシンプルになり、また格段に計算しやすくなった⁶。

A.1.5 非線形分極の応答関数

前副節の非線形分極の応答関数 $R(t)$ は、電子による応答と分子振動による応答に分けられる。電子の応答は通常考えられるパルスの包絡線の変動に比べて十分早く、デルタ関数として扱うことができる。このことから、三次の非線形性の応答関数 $R(t)$ は

$$R(t) = (1 - f_r) \delta(t) + f_r h(t), \quad (\text{A.39})$$

⁵非線形屈折率には $n = n_0 + n_2 I$ とする定義と $n = n_0 + n_2 |E|^2$ とする定義の二通りがある。当然、この定義によって $\chi^{(3)}$ との関係式も変わってくるが、前者の定義を採用している。なお、 I は W/m^2 の単位で表される光強度である。Ref. [1] では途中、 $n = n_0 + n_2 |E|^2$ という式を提示しているにもかかわらず、途中から $n = n_0 + n_2 I$ という定義に切り替わっているので注意が必要である。

⁶Eq. (A.38) での t は座標変換のため、本来 $t' = t - z/v_g$ で定義される t' とする必要がある。

とすることができる。ここで、 f_r は光ファイバにおける非線形性の電子による応答と分子振動による応答の割合を表しており、石英ファイバでは $f_r = 0.18$ という値が一般に使われる。また、 $h(t)$ は分子振動による非線形性の応答関数であり、一般に Raman 応答関数と呼ばれている。これは Raman スペクトルの Fourier 変換から計算されるが、単純に

$$h(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \sin\left(\frac{t}{\tau_1}\right), \quad (\text{A.40})$$

と近似することも多い。 τ_1, τ_2 は Raman 応答関数にフィッティングして、よく合うように決められる。よく使われる値は $\tau_1 = 12.2$ fs, $\tau_2 = 32$ fs である。これらから、Eq. (A.39) を Eq. (A.38) に代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = j \sum_{k \geq 1} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t) + j\gamma(1-f_r) |A(z, t)|^2 A(z, t) + j\gamma f_r \int_{-\infty}^t h(t-\tau) |A(z, \tau)|^2 d\tau A(z, t), \quad (\text{A.41})$$

となる。これがいわゆる非線形 Schrödinger 方程式であり、本論文はこの式を用いて解析を行っている。

A.2 Backpropagation 法

さて、前述した非線形 Schrödinger 方程式を用いて古典的なパルス伝搬の様子は記述できる。しかし、スクイジングのような量子力学的効果を数値計算するには、量子化の過程により生じる演算子が古典的な数値として扱えないため、何らかの工夫が必要である。いくつかの手法が存在するが本研究では Backpropagation 法を用いて計算した。この手法は量子揺らぎを摂動として扱い、線形近似と内積の性質を利用することで最終的にうまく量子揺らぎの大きさを意味する分散を算出することができる。詳細は Ref. [2] を参考にいただきたい。また、スペクトルフィルタリングによる光子数分散の計算に関しては Ref. [3] に Ref. [2] を改良したものとして記載されている。

スペクトルフィルタリングによる光子数分散を Backpropagation 法を用いて解析するために、まず、光の複素電界に対応する生成消滅演算子を \hat{U} とする。このとき光子数は $\hat{U}^\dagger \hat{U}$ で与えられる。この生成消滅演算子を $\hat{U} = U + \hat{u}$ のように平均値と摂動電界に分ければ、

$$\hat{U}(t)^\dagger \hat{U}(t) = |U(t)|^2 + U(t) \hat{u}^\dagger(t) + U^*(t) \hat{u}(t) + \hat{u}^\dagger(t) \hat{u}(t), \quad (\text{A.42})$$

となる。摂動電界が平均値に比べ、十分小さいと仮定すれば、摂動に関して二次の項を無視することができ、内積を使って表すと光子数は

$$\int \hat{U}(t)^\dagger \hat{U}(t) dt = \int |U(t)|^2 dt + 2 \langle U(t) | \hat{u}(t) \rangle, \quad (\text{A.43})$$

となる。ただし、内積は

$$\langle f(t) | b(t) \rangle \equiv \frac{1}{2} \int [f(t) g^*(t) + f^*(t) g(t)] dt, \quad (\text{A.44})$$

で定義されている。従って、光子数分散は以下のように書き表すことができる。

$$\text{Var}[\hat{U}(t)^\dagger \hat{U}(t)] = \text{Var}[\langle U(t) | \hat{u}(t) \rangle]. \quad (\text{A.45})$$

なおここでの t はパルス内での時間を表し、分散はパルス数に関係するため、この式は時間で積分した後に分散を取るという意味である。

ここで、スペクトルフィルタリングにおけるフィルタの伝達関数を $\tilde{\Gamma}(\omega)$ とすると、伝達関数が 0 または 1 以外の値を設定しても、スクイジングが向上することが無いことがすでに示されているため [3]、本研究でも、フィルタはある周波数に対して 0 もしくは 1 を乗じている。そのため、伝達関数が 0 または 1 以外であった場合に混入する真空雑音を考える必要が無くなり、式がいくらか簡単になる。すると、最終的に得たい光子数分散は入力状態 $\hat{u}(0, t)$ をコヒーレント状態とすると

$$S = \frac{\text{Var}[\langle (1 - \Gamma)U(L, t) | \hat{u}(L, t) \rangle]}{\text{Var}[\langle (1 - \Gamma)U(L, t) | \hat{u}(0, t) \rangle]}, \quad (\text{A.46})$$

となる。ここで計算するファイバの長さを L とする。この式は分子がスペクトルフィルタ後の光子数分散を表し、分母はフィルタ後のスペクトルが $\hat{u}(0, t)$ の状態、つまりコヒーレント状態であることを仮定した光子数分散の値となっている。コヒーレント状態の光子数分散はショットノイズに等しい。ここで、

$$u^A(L, t) = (1 - \Gamma)U(L, t), \quad (\text{A.47})$$

と置くと、

$$\frac{d}{dz} \langle u^A(L, t) | \hat{u}(L, t) \rangle = 0, \quad (\text{A.48})$$

という条件の成り立つ伝搬方程式が定義できれば、その伝搬方程式を用いて $\langle u^A(0, t) | \hat{u}(0, t) \rangle$ を計算することができる。すなわち、もし Eq. (A.48) のような伝搬方程式が定義できれば、Eq. (A.46) は

$$S = \frac{\text{Var}[\langle (1 - \Gamma)U(L, t) | \hat{u}(L, t) \rangle]}{\text{Var}[\langle (1 - \Gamma)U(L, t) | \hat{u}(0, t) \rangle]} = \frac{\text{Var}[\langle u^A(0, t) | \hat{u}(0, t) \rangle]}{\text{Var}[\langle u^A(L, t) | \hat{u}(0, t) \rangle]}, \quad (\text{A.49})$$

となる。右辺の式は分子も分母もコヒーレント状態であるため、分散値を求める問題を $u^A(0, t)$ を求める問題に帰着できる。よってこの逆伝搬のための方程式を求めることが分散を計算するために重要である。Eq. (A.48) の左辺を式変形すると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \langle u^A(z, t) | \hat{u}(z, t) \rangle &= \frac{1}{2} \int \left[\frac{\partial}{\partial z} \{ u^{A*}(z, t) \hat{u}(z, t) \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ u^A(z, t) \hat{u}^\dagger(z, t) \} \right] dt \\ &= \langle \frac{\partial}{\partial z} u^A(z, t) | \hat{u}(z, t) \rangle + \langle u^A(z, t) | \frac{\partial}{\partial z} \hat{u}(z, t) \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

となる。よって

$$\langle u^A(z, t) | \frac{\partial}{\partial z} \hat{u}(z, t) \rangle = \langle -\frac{\partial}{\partial z} u^A(z, t) | \hat{u}(z, t) \rangle, \quad (\text{A.51})$$

となれば良い。ここで、 $\frac{\partial}{\partial z} \hat{u}(z, t)$ には基本的にはファイバ伝搬を表す非線形 Schrödinger 方程式がそのまま入る。この非線形 Schrödinger 方程式と求めるべき $u^A(z, t)$ に対する伝搬方程式をそれぞれ

$$\frac{\partial}{\partial z} \hat{u}(z, t) = \mathbf{P} \bullet \hat{u}(z, t), \quad (\text{A.52})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u^A(z, t) = -\mathbf{P}^A \bullet u^A(z, t), \quad (\text{A.53})$$

と置く。ここで \mathbf{P} と \mathbf{P}^A は微分や積分を含み、続く変数とそれに共役な変数の両方に関連する特別な演算子であることに注意する。またこれらは線形な関数でなければ \mathbf{P}^A を求めることが困難となるため、 \mathbf{P} は線形化されたものであると仮定する。この線形化については後で示す。 \mathbf{P} と \mathbf{P}^A を用いると Eq. (A.51) は

$$\langle u^A(z, t) | \mathbf{P} \bullet \hat{u}(z, t) \rangle = \langle \mathbf{P}^A \bullet u^A(z, t) | \hat{u}(z, t) \rangle, \quad (\text{A.54})$$

と表される。この式から条件に合った P^A を求めることができる。今回ファイバ伝搬の解析に使用した非線形 Schrödinger 方程式を再掲すると

$$\frac{\partial}{\partial z} U(z, t) = j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} U(z, t) + j(1 - f_r) \gamma |U(z, t)|^2 U(z, t) + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |U(z, \tau)|^2 d\tau U(z, t), \quad (\text{A.55})$$

である。これに対する摂動電界 $\hat{u}(z, t)$ の伝搬方程式 P は、Eq. (A.55) の $U(z, t)$ に $U + \hat{u}$ を代入すれば求まるが、線形化のため \hat{u} や \hat{u}^\dagger に対する二次以上の項を省略する。よって、以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \hat{u}(z, t) = & j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} \hat{u}(z, t) + 2j(1 - f_r) \gamma |U(z, t)|^2 \hat{u}(z, t) + j(1 - f_r) \gamma U^2(z, t) \hat{u}^\dagger(z, t) \\ & + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |U(z, \tau)|^2 d\tau \hat{u}(z, t) + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) U^*(z, \tau) \hat{u}(z, \tau) d\tau U(z, t) \\ & + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) U(z, \tau) \hat{u}^\dagger(z, \tau) d\tau U(z, t). \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

これに対して $u^A(z, t)$ の方程式は Eq. (A.54) と Eq. (A.56) から求めることができる。ここで、 $P \bullet \hat{u}(z, t)$ は Eq. (A.56) に示される伝搬方程式そのものである。そこで

$$\langle u^A(z, t) | P \bullet \hat{u}(z, t) \rangle = \frac{1}{2} \int u^{A*}(z, t) P \bullet \hat{u}(z, t) + \{P \bullet \hat{u}(z, t)\}^\dagger u^A(z, t) dt, \quad (\text{A.57})$$

である。 P は微分演算子を含むがこれは、 $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} f(t) = 0$ 、 $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} g(t) = 0$ のとき部分積分をすれば、

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^*(t) A \frac{\partial}{\partial t} g(t) dt = [f^*(t) A g(t)]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ A \frac{\partial}{\partial t} f^*(t) \right\} g(t) dt = - \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ A \frac{\partial}{\partial t} f^*(t) \right\} g(t) dt, \quad (\text{A.58})$$

となる。この内積の性質を用いると、

$$\langle f(t) | A \frac{\partial}{\partial t} g(t) \rangle = \langle -A^* \frac{\partial}{\partial t} f(t) | g(t) \rangle, \quad (\text{A.59})$$

が成り立つ。この式を用いて、各項をひとつずつ P^A に変換していく。例えば、分散項に当たる Eq. (A.56) の第一項目は P^A に変換すると、

$$\begin{aligned} \langle u^A(z, t) | j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} \hat{u}(z, t) \rangle &= \langle -j \sum_{k \geq 2} \frac{(-j)^k \beta_k}{k!} (-1)^k \frac{\partial^k}{\partial t^k} u^A(z, t) | \hat{u}(z, t) \rangle \\ &= \langle -j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} u^A(z, t) | \hat{u}(z, t) \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

となる。他の項も同様に計算でき、これらから、

$$\begin{aligned} P^A \bullet u^A(z, t) = & -j \sum_{k \geq 2} \frac{(-j)^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} u^A(z, t) - 2j(1 - f_r) \gamma |U(z, t)|^2 u^A(z, t) + j(1 - f_r) \gamma U^2(z, t) u^{A*}(z, t) \\ & - j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |U(z, \tau)|^2 d\tau u^A(z, t) - j f_r \gamma \int_t^{\infty} h(t - \tau) U^*(z, \tau) u^A(z, t) d\tau U(z, t) \\ & + j f_r \gamma \int_t^{\infty} h(t - \tau) U(z, \tau) u^{A*}(z, t) d\tau U(z, t), \end{aligned} \quad (\text{A.61})$$

が求まる。よって, $u^A(z, t)$ の伝搬方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} u^A(z, t) = & j \sum_{k \geq 2} \frac{(-j)^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} u^A(z, t) + 2j(1 - f_r) \gamma |U(z, t)|^2 u^A(z, t) - j(1 - f_r) \gamma U^2(z, t) u^{A*}(z, t) \\ & + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |U(z, \tau)|^2 d\tau u^A(z, t) + j f_r \gamma \int_t^{\infty} h(t - \tau) U^*(z, \tau) u^A(z, t) d\tau U(z, t) \\ & - j f_r \gamma \int_t^{\infty} h(t - \tau) U(z, \tau) u^{A*}(z, t) d\tau U(z, t), \end{aligned} \quad (\text{A.62})$$

となる。この式を用いて, $u^A(L, t) = (1 - \Gamma)U(L, t)$ を初期条件に逆向きに計算し, $u^A(0, t)$ を求めることで, スクイジングの量を計算することができる。

A.2.1 熱浴との結合がある場合の解析

ファイバ中では損失や Raman 散乱などにより雑音が生じる。この効果を考慮するために平均値を零とする雑音演算子 $\hat{n}(z, t)$ を加える。このとき, Eq. (A.52) は

$$\frac{\partial}{\partial z} \hat{u}(z, t) = \mathbf{P} \bullet \hat{u}(z, t) + \hat{n}(z, t), \quad (\text{A.63})$$

となる。すると

$$\langle u^A(z, t) | \frac{\partial}{\partial z} \hat{u}(z, t) \rangle = \langle u^A(z, t) | \mathbf{P} \bullet \hat{u}(z, t) + \hat{n}(z, t) \rangle = \langle u^A(z, t) | \mathbf{P} \bullet \hat{u}(z, t) \rangle + \langle u^A(z, t) | \hat{n}(z, t) \rangle, \quad (\text{A.64})$$

となることから Eq. (A.48) はゼロとはならず, 以下のようになることが導かれる。

$$\frac{d}{dz} \langle u^A(z, t) | \hat{u}(z, t) \rangle = \langle u^A(z, t) | \hat{n}(z, t) \rangle. \quad (\text{A.65})$$

従って, $u^A(L, t)$ から Eq. (A.62) を用いて, $u^A(0, t)$ を計算すると,

$$\langle u^A(L, t) | \hat{u}(L, t) \rangle = \langle u^A(0, t) | \hat{u}(0, t) \rangle + \int_0^L \langle u^A(z, t) | \hat{n}(z, t) \rangle dz, \quad (\text{A.66})$$

が成り立つ。するとはその分散は

$$\text{Var} [\langle u^A(L, t) | \hat{u}(L, t) \rangle] = \text{Var} [\langle u^A(0, t) | \hat{u}(0, t) \rangle] + \text{Var} \left[\int_0^L \langle u^A(z, t) | \hat{n}(z, t) \rangle dz \right], \quad (\text{A.67})$$

となる。ここで, 右辺第二項目は以下のようになる。

$$\text{Var} \left[\int_0^L \langle u^A(z, t) | \hat{n}(z, t) \rangle \right] = \left\langle \left[\frac{1}{2} \int_0^L \int_0^L [u^{A*}(z, t) \hat{n}(z, t) + u^A(z, t) \hat{n}^\dagger(z, t)] dt dz \right]^2 \right\rangle. \quad (\text{A.68})$$

これは第二項目がノイズ演算子と複素数関数の内積であるため平均値が0となるためである。従って Eq. (A.67) は

$$\begin{aligned} \text{Var}\langle u^A(L, t) | \hat{u}(L, t) \rangle &= \text{Var}\langle u^A(0, t) | \hat{u}(0, t) \rangle + \frac{1}{4} \int_0^L \int_0^L \int \int u^{A*}(z, t_1) u^{A*}(z', t_2) \langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle dt_1 dt_2 dz dz' \\ &+ \frac{1}{4} \int_0^L \int_0^L \int \int u^{A*}(z, t_1) u^A(z', t_2) \langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle dt_1 dt_2 dz dz' \\ &+ \frac{1}{4} \int_0^L \int_0^L \int \int u^A(z, t_1) u^{A*}(z', t_2) \langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle dt_1 dt_2 dz dz' \\ &+ \frac{1}{4} \int_0^L \int_0^L \int \int u^A(z, t_1) u^A(z', t_2) \langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle dt_1 dt_2 dz dz', \end{aligned} \quad (\text{A.69})$$

となる。

さて, $u^A(z, t)$ などの u^A に関する部分は Eq. (A.62) を用いて $u^A(0, t)$ を計算する過程で得られるが, ノイズ演算子が関わる $\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle$ など部分を求めるには \hat{n} に関する交換関係が必要である。Raman 散乱のような分子振動による雑音では, フォノンが光よりもはるかに遅く, 一定時間その場にとどまることから, その交換関係は時間ではなく距離に対しての δ 関数になると考えられる。そのため $\hat{n}(z, t)$ の交換関係は

$$[\hat{n}(z, t_1), \hat{n}^\dagger(z', t_2)] = N(z, t_1, t_2) \delta(z - z'), \quad (\text{A.70})$$

$$[\hat{n}(z, t_1), \hat{n}(z', t_2)] = [\hat{n}^\dagger(z, t_1), \hat{n}^\dagger(z', t_2)] = 0, \quad (\text{A.71})$$

とおくことができる。ここで, $N(z, t_1, t_2)$ は消滅演算子である $\hat{u}(z, t)$ の交換関係を壊さないように決める。 $\hat{u}(z, t)$ の交換関係は一般的な消滅演算子の交換関係に習い, 以下のように定義できる。

$$[\hat{u}(z, t_1), \hat{u}^\dagger(z, t_2)] = \delta(t_1 - t_2), \quad (\text{A.72})$$

$$[\hat{u}(z, t_1), \hat{u}(z, t_2)] = [\hat{u}^\dagger(z, t_1), \hat{u}^\dagger(z, t_2)] = 0, \quad (\text{A.73})$$

さて, 光パルスが z から $z + dz$ まで伝搬すると Eq. (A.63) から

$$\hat{u}(z + dz, t) = \hat{u}(z, t) + \mathbf{P} \bullet \hat{u}(z, t) dz + \int_z^{z+dz} \hat{n}(z', t) dz', \quad (\text{A.74})$$

と書ける。以下, \mathbf{P} を $P_1(z, t)$ と $P_2(z, t)$ に分けて考える。すると, Eq. (A.74) は

$$\hat{u}(z + dz, t) = \hat{u}(z, t) + \{P_1(z, t) \hat{u}(z, t) + P_2(z, t) \hat{u}^\dagger(z, t)\} dz + \int_z^{z+dz} \hat{n}(z', t) dz', \quad (\text{A.75})$$

となる。ここで, $z + dz$ での交換関係と z での交換関係が変化してはならないので,

$$\{[\hat{u}(z + dz, t_1), \hat{u}^\dagger(z + dz, t_2)] - [\hat{u}(z, t_1), \hat{u}^\dagger(z, t_2)]\} / dz = 0, \quad (\text{A.76})$$

というようにこの左辺はゼロになる必要がある。この条件を満たすには, \hat{u} 同士や \hat{u}^\dagger 同士は交換することに注意し, dz が十分小さいことを考えれば, Eq. (A.75) の第二項と $\hat{u}(z, t)$ に関する交換関係および, Eq. (A.75) の第三項に関する交換関係がゼロになればよい。つまり,

$$\begin{aligned} &[\hat{u}(z, t_1), P_1^*(z, t_2) \hat{u}^\dagger(z, t_2)] + [P_1(z, t_1) \hat{u}(z, t_1), \hat{u}^\dagger(z, t_2)] + \frac{1}{dz} \int_z^{z+dz} \int_z^{z+dz} [\hat{n}(z', t_1), \hat{n}(z'', t_2)] dz' dz'' \\ &= \{P_1(z, t_1) + P_1^*(z, t_2)\} \delta(t_1 - t_2) + N(z, t_1, t_2), \end{aligned} \quad (\text{A.77})$$

がゼロとなればよい。よって

$$N(z, t_1, t_2) = \{-P_1(z, t_1) - P_1^*(z, t_2)\} \delta(t_1 - t_2) \equiv N_D(z, t_1, t_2) \delta(t_1 - t_2), \quad (\text{A.78})$$

とすることができる。ここで、 N_D もまた P_1 等と同様に微分演算子や積分演算子を含む演算子である。これにより、Eq. (A.70) の $N(z, t_1, t_2)$ を求めることができた。

さて、Eq. (A.70)、Eq. (A.71) の交換関係と Eq. (A.78) から Eq. (A.69) にある四つの相関関数、すなわち $\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle$ 、 $\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle$ 、 $\langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle$ 、 $\langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle$ を求める。このうち Eq. (A.70) と Eq. (A.71) の交換関係から直接求めることができるのは $\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle$ と $\langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle$ の差のみである。他の要素を決めるにはより詳細に雑音の状態が分かる必要がある。

例えば線形な損失に対しては、調和振動子のセットを含む熱浴 (Reservoir) の直接結合しているとして考えることができる。もし、熱浴が基底状態 (極低温の状態) にあれば、ノイズ演算子は生成消滅演算子と同様に扱うことができ、

$$\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle = \langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle = 0, \quad (\text{A.79})$$

$$\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle = N(z, t_1, t_2) \delta(z - z'), \quad (\text{A.80})$$

$$\langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle = 0, \quad (\text{A.81})$$

とすることができる。もし熱浴の温度が T であればこの式のうち下二つは

$$\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle = [n_\Omega(T) + 1] N(z, t_1, t_2) \delta(z - z'), \quad (\text{A.82})$$

$$\langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle = n_\Omega(T) N(z, t_1, t_2) \delta(z - z'), \quad (\text{A.83})$$

ここで、

$$n_\Omega(T) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\Omega}{kT}} - 1}, \quad (\text{A.84})$$

であり、温度 T における、周波数 Ω で振動する調和振動子の平均個数である。Raman 散乱の様のより複雑な場合は以下で述べる。

A.2.2 均一広がりと仮定した場合の Raman 散乱の影響

Raman 散乱によるノイズ演算子に関する $N(z, t_1, t_2)$ の導出

さて、Raman 散乱によって付加される雑音についてであるが、分子振動は均一広がり分布と不均一広がり分布の両方を持っていると考えられる。本副節では均一広がりのみを仮定し、一本の共鳴周波数のみを持つ場合の計算法を示す。前副節で示した条件から、ノイズ演算子 \hat{n} の交換関係を求めるためには Eq. (A.78) に示すように摂動電界に対する線形化が必要となる。そのため、まず古典的な Schrödinger 方程式をまず示す。Raman 散乱を単一周波数の均一広がりのみと考えると、Raman 応答関数は

$$h(t) = \exp(-\gamma_r t) \sin(\Omega_0 t) s_0(t), \quad (\text{A.85})$$

となる。ただし $s_0(t)$ は単位ステップ関数であり、 t が負のときはゼロとなることを示す。また、 Ω_0 と γ_r はそれぞれフォノンの共鳴周波数とその減衰率 (時定数の逆数) を表し、良く用いられる値は $\Omega_0 = 1/(32[\text{fs}]) = 3.1 \times 10^{13} [\text{s}^{-1}]$

と $\gamma_r = 1/(12.2[\text{fs}]) = 8.2 \times 10^{13} [\text{s}^{-1}]$ である。また、一般に Raman 応答関数は積分したときに 1 となるように規格化する必要がある。規格化した場合、この式は

$$h(t) = \frac{\Omega_0^2 + \gamma^2}{\Omega_0} \exp(-\gamma_r t) \sin(\Omega_0 t) s_0(t), \quad (\text{A.86})$$

となる。ここで、Eq. (A.56) の摂動電界 $\hat{u}(z, t)$ に対する伝搬方程式を再掲すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \hat{u}(z, t) = & j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} \hat{u}(z, t) + 2j(1 - f_r) \gamma |U(z, t)|^2 \hat{u}(z, t) + j(1 - f_r) \gamma U^2(z, t) \hat{u}^\dagger(z, t) \\ & + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |U(z, \tau)|^2 d\tau \hat{u}(z, t) + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) U^*(z, \tau) \hat{u}(z, \tau) d\tau U(z, t) \\ & + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) U(z, \tau) \hat{u}^\dagger(z, \tau) d\tau U(z, t), \end{aligned} \quad (\text{A.87})$$

である。よって Eq. (A.78) から

$$\begin{aligned} N(z, t_1, t_2) = & \{-P_1(z, t_1) - P_1^*(z, t_2)\} \delta(t_1 - t_2) \\ = & -j f_r \gamma \left[\int_{-\infty}^{t_1} h(t_1 - \tau) U^*(z, \tau) \delta(\tau - t_2) d\tau U(z, t_1) - \int_{-\infty}^{t_2} h(t_2 - \tau) U(z, \tau) \delta(t_1 - \tau) d\tau U^*(z, t_2) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.88})$$

となる。ここで、Eq. (A.87) の項のうち、右辺 3 項目と 6 項目は \hat{u}^\dagger に依存するため、 P_1 に含まれないことと、右辺 1, 2, 4 項目は純虚数となるため消えることに注意する。このとき $t_2 \geq t_1$ であれば

$$N(z, t_1, t_2) = j f_r \gamma U(z, t_1) U^*(z, t_2) h(t_2 - t_1), \quad (\text{A.89})$$

であり、 $t_2 < t_1$ であれば

$$N(z, t_1, t_2) = -j f_r \gamma U(z, t_1) U^*(z, t_2) h(t_1 - t_2), \quad (\text{A.90})$$

となる。今回の場合 Eq. (A.85) を見ればこれらの式は以下のように書き換えることができる。

$$N(z, t_1, t_2) = j f_r \gamma \frac{\Omega_0^2 + \gamma^2}{\Omega_0} U(z, t_1) U^*(z, t_2) \exp(-\gamma_r |t_2 - t_1|) \sin\{\Omega_0(t_2 - t_1)\}. \quad (\text{A.91})$$

フォノンの時間発展に由来するノイズの解析

これで $[\hat{n}(z, t_1), \hat{n}^\dagger(z', t_2)]$ の交換関係が求まったわけであるが、前述したようにこれだけでは不完全である。Raman 散乱に由来するノイズ演算子は元をたどればフォノンが熱浴 (Reservoir) と結合しているために発生するので、フォノンの時間発展に関する式を計算する必要がある。Eq. (A.55)、Eq. (A.86) から、Raman 散乱に関する項は

$$j f_r \gamma \int_{-\infty}^t \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \exp\{-\gamma_r(t - \tau)\} \sin\{\Omega_0(t - \tau)\} |U(z, \tau)|^2 d\tau U(z, t), \quad (\text{A.92})$$

である。ここでフォノンの強度を $\hat{b}(z, t)$ で表すと、その時間発展を

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{b}(z, t) = -\gamma_r \hat{b}(z, t) - j \Omega_0 \hat{b}(z, t) + j g_0 |U(z, t)|^2, \quad (\text{A.93})$$

と仮定する。この式は光の強度 $|U(z, t)|^2$ によってフォノンが励起し、 Ω_0 で振動しながら γ_r により減衰していく様子を表している。ここで、 g_0 はフォノンと光の強度の結合の強さを表している。この式を解くと

$$\hat{b}(z, t) = jg_0 \int_{-\infty}^t \exp\{-(\gamma_r + j\Omega_0)(t - \tau)\} |U(z, \tau)|^2 d\tau, \quad (\text{A.94})$$

となり、Raman 散乱の項を

$$\begin{aligned} & jf_r \gamma \int_{-\infty}^t \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \exp\{-\gamma_r(t - \tau)\} \sin\{\Omega_0(t - \tau)\} |U(z, \tau)|^2 d\tau U(z, t) \\ &= \frac{jf_r \gamma}{2g_0} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} (\hat{b}(z, t) + \hat{b}^\dagger(z, t)) U(z, t), \end{aligned} \quad (\text{A.95})$$

とすれば非線形 Schrödinger 方程式を無理なく満たす。さて、このような非線形 Schrödinger 方程式とフォノンの時間発展に関する式の連立方程式を量子化し、フォノンの時間発展の式に新たなノイズ演算子 $\hat{n}_b(z, t)$ を加える。まず、非線形 Schrödinger 方程式は以下ようになる。

$$\frac{\partial}{\partial z} U(z, t) = j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} U(z, t) + j(1 - f_r) \gamma |U(z, t)|^2 U(z, t) + \frac{jf_r \gamma}{2g_0} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} (\hat{b}(z, t) + \hat{b}^\dagger(z, t)) U(z, t). \quad (\text{A.96})$$

同様に Eq. (A.93) のフォノンの時間発展は

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{b}(z, t) = -\gamma_r \hat{b}(z, t) - j\Omega_0 \hat{b}(z, t) + jg_0 |U(z, t)|^2 + \hat{n}_b(z, t), \quad (\text{A.97})$$

となる。Equation (A.97) を解くとその解は Eq. (A.94) に $\hat{n}_b(z, t)$ の項が加わり、

$$\hat{b}(z, t) = jg_0 \int_{-\infty}^t \exp\{-(\gamma_r + j\Omega_0)(t - \tau)\} |U(z, \tau)|^2 d\tau + \int_{-\infty}^t \exp\{-(\gamma_r + j\Omega_0)(t - \tau)\} \hat{n}_b(z, \tau) d\tau, \quad (\text{A.98})$$

となる。この結果を Eq. (A.96) に代入することで \hat{n} のより正確な形を導くことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} U(z, t) &= j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} U(z, t) + j(1 - f_r) \gamma |U(z, t)|^2 U(z, t) + \frac{jf_r \gamma}{2g_0} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} (\hat{b}(z, t) + \hat{b}^\dagger(z, t)) U(z, t) \\ &= j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} U(z, t) + j(1 - f_r) \gamma |U(z, t)|^2 U(z, t) + jf_r \gamma \int_{-\infty}^t h(t - \tau) |U(z, \tau)|^2 d\tau U(z, t) \\ &\quad + \underline{j \frac{f_r \gamma}{2g_0} \int_{-\infty}^t \left[H(t - \tau) \hat{n}_b(z, \tau) + H^*(t - \tau) \hat{n}_b^\dagger(z, \tau) \right] d\tau U(z, t)}, \end{aligned} \quad (\text{A.99})$$

となる。この式の下線部分が $\hat{n}(z, t)$ に等しいといえる。また、 $H(t)$ は

$$H(t) = \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \exp[(-\gamma - j\Omega_0)t], \quad (\text{A.100})$$

となる。 $\hat{n}(z, t)$ の交換関係 Eq. (A.70)、Eq. (A.70) および、Eq. (A.91) を満たすように $\hat{n}_b(z, t)$ の交換関係を決めると

$$[\hat{n}_b(z, t_1), \hat{n}_b(z', t_2)] = [\hat{n}_b^\dagger(z, t_1), \hat{n}_b^\dagger(z', t_2)] = 0, \quad (\text{A.101})$$

はすぐに導出される。これに対し, $[\hat{n}_b(z, t_1), \hat{n}_b^\dagger(z', t_2)]$ は

$$\begin{aligned}
 & [\hat{n}(z, t_1), \hat{n}^\dagger(z', t_2)] \\
 &= \frac{f_r^2 \gamma^2}{4g_0^2} \int \int_{-\infty, -\infty}^{t_1, t_2} \left\{ \left(H(t_1 - \tau_1) \hat{n}_b(z, \tau_1) + H^*(t_1 - \tau_1) \hat{n}_b^\dagger(z, \tau_1) \right) \left(H^*(t_2 - \tau_2) \hat{n}_b^\dagger(z', \tau_2) + H(t_2 - \tau_2) \hat{n}_b(z', \tau_2) \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left(H^*(t_2 - \tau_2) \hat{n}_b^\dagger(z', \tau_2) + H(t_2 - \tau_2) \hat{n}_b(z', \tau_2) \right) \left(H(t_1 - \tau_1) \hat{n}_b(z, \tau_1) + H^*(t_1 - \tau_1) \hat{n}_b^\dagger(z, \tau_1) \right) \right\} \\
 &\quad \times d\tau_1 d\tau_2 U(z, t_1) U^*(z', t_2) \\
 &= \frac{f_r^2 \gamma^2}{4g_0^2} \int \int_{-\infty, -\infty}^{t_1, t_2} \left\{ H(t_1 - \tau_1) H^*(t_2 - \tau_2) \left[\hat{n}_b(z, \tau_1), \hat{n}_b^\dagger(z', \tau_2) \right] + H^*(t_1 - \tau_1) H(t_2 - \tau_2) \left[\hat{n}_b^\dagger(z, \tau_1), \hat{n}_b(z', \tau_2) \right] \right\} \\
 &\quad \times d\tau_1 d\tau_2 U(z, t_1) U^*(z', t_2), \tag{A.102}
 \end{aligned}$$

から計算される。ここで, $[\hat{n}_b(z, t_1), \hat{n}_b^\dagger(z', t_2)]$ は t_1 と t_2 に対する δ 関数を含むと考えられる。また, Eq. (A.70) が z に対する δ 関数を含んでいることから, 仮に, $[\hat{n}_b(z, t_1), \hat{n}_b^\dagger(z', t_2)] = A\delta(t_1 - t_2)\delta(z - z')$ とすると, Eq. (A.102) は

$$\begin{aligned}
 & \frac{f_r^2 \gamma^2}{4g_0^2} \int \int_{-\infty, -\infty}^{t_1, t_2} \left\{ H(t_1 - \tau_1) H^*(t_2 - \tau_2) A\delta(\tau_1 - \tau_2)\delta(z - z') - H^*(t_1 - \tau_1) H(t_2 - \tau_2) A\delta(\tau_2 - \tau_1)\delta(z' - z) \right\} \\
 &\quad \times d\tau_1 d\tau_2 U(z, t_1) U^*(z', t_2) \\
 &= \frac{f_r^2 \gamma^2}{4g_0^2} \int_{-\infty}^{t_L} \left\{ H(t_1 - \tau) H^*(t_2 - \tau) - H^*(t_1 - \tau) H(t_2 - \tau) \right\} A\delta(z - z') d\tau U(z, t_1) U^*(z', t_2) \\
 &= -j \frac{1}{2} \left\{ \frac{f_r \gamma}{g_0} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \right\}^2 \int_{-\infty}^{t_L} \exp\{-\gamma_r(t_1 + t_2 - 2\tau)\} \sin\{-\Omega_0(t_1 - t_2)\} A\delta(z - z') d\tau U(z, t_1) U^*(z', t_2) \\
 &= j \frac{1}{4\gamma_r} \left\{ \frac{f_r \gamma}{g_0} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \right\}^2 \exp\{-\gamma_r(t_1 + t_2 - 2t_L)\} \sin\{\Omega_0(t_1 - t_2)\} A\delta(z - z') U(z, t_1) U^*(z', t_2), \tag{A.103}
 \end{aligned}$$

と変形できる。ここで t_L は t_1 と t_2 のうち小さいほうを指す。この式を Eq. (A.70), Eq. (A.91) と見比べると

$$\begin{aligned}
 & j \frac{1}{4\gamma_r} \left\{ \frac{f_r \gamma}{g_0} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \right\}^2 \exp\{-\gamma_r(t_1 + t_2 - 2t_L)\} \sin\{\Omega_0(t_1 - t_2)\} A\delta(z - z') U(z, t_1) U^*(z', t_2) \\
 &= j f_r \gamma U(z, t_1) U^*(z', t_2) \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \exp(-\gamma_r |t_1 - t_2|) \sin\{\Omega_0(t_1 - t_2)\} \delta(z - z'). \tag{A.104}
 \end{aligned}$$

より $A = \frac{4g_0^2 \gamma_r}{f_r \gamma} \frac{\Omega_0}{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}$ となる。よって

$$\left[\hat{n}_b(z, t_1), \hat{n}_b^\dagger(z', t_2) \right] = \frac{4g_0^2 \gamma_r}{f_r \gamma} \frac{\Omega_0}{\Omega_0^2 + \gamma_r^2} \delta(t_1 - t_2) \delta(z - z'), \tag{A.105}$$

となる。物理的には $\hat{n}_b(z, t)$ はフォノン場の減衰によって生じるため、線形損失と扱うことができる。そのため、線形損失のときの $\hat{n}(z, t)$ と同様の相関関数を持つと考えられる。よって

$$\langle \hat{n}_b(z, t_1) \hat{n}_b(z', t_2) \rangle = \langle \hat{n}_b^\dagger(z, t_1) \hat{n}_b^\dagger(z', t_2) \rangle = 0 \quad (\text{A.106})$$

$$\langle \hat{n}_b(z, t_1) \hat{n}_b^\dagger(z', t_2) \rangle = [n_{\Omega_0}(T) + 1] \frac{4g_0^2 \gamma_r}{f_r \gamma} \frac{\Omega_0}{\Omega_0^2 + \gamma_r^2} \delta(t_1 - t_2) \delta(z - z') \quad (\text{A.107})$$

$$\langle \hat{n}_b^\dagger(z, t_1) \hat{n}_b(z', t_2) \rangle = n_{\Omega_0}(T) \frac{4g_0^2 \gamma_r}{f_r \gamma} \frac{\Omega_0}{\Omega_0^2 + \gamma_r^2} \delta(t_1 - t_2) \delta(z - z'), \quad (\text{A.108})$$

となる。ここで $n_{\Omega_0}(T)$ は温度 T における平均フォノン数であり、Eq. (A.84) と同様に

$$n_{\Omega}(T) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\Omega}{kT}} - 1}, \quad (\text{A.109})$$

となる。ここから $\hat{n}(z, t)$ に対する相関関数を計算する。まず、 $\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle$ は

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{f_r \gamma}{2g_0} \right)^2 \int \int_{-\infty, -\infty}^{t_1, t_2} \left\{ H(t_1 - \tau_1) \hat{n}_b(z, \tau_1) + H^*(t_1 - \tau_1) \hat{n}_b^\dagger(z, \tau_1) \right\} \left\{ H(t_2 - \tau_2) \hat{n}_b(z', \tau_2) + H^*(t_2 - \tau_2) \hat{n}_b^\dagger(z', \tau_2) \right\} \\ & \quad \times d\tau_1 d\tau_2 U(z, t_1) U(z', t_2), \end{aligned} \quad (\text{A.110})$$

の平均値となる。従って

$$\begin{aligned} & \langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle \\ & = - \left(\frac{f_r \gamma}{2g_0} \right)^2 \int \int_{-\infty, -\infty}^{t_1, t_2} \left\{ H(t_1 - \tau_1) H^*(t_2 - \tau_2) \langle \hat{n}_b(z, \tau_1) \hat{n}_b^\dagger(z', \tau_2) \rangle + H^*(t_1 - \tau_1) H(t_2 - \tau_2) \langle \hat{n}_b^\dagger(z, \tau_1) \hat{n}_b(z', \tau_2) \rangle \right\} \\ & \quad \times d\tau_1 d\tau_2 U(z, t_1) U(z', t_2) \\ & = - \left(\frac{f_r \gamma}{2g_0} \right)^2 \int \int_{-\infty, -\infty}^{t_1, t_2} \left\{ H(t_1 - \tau_1) H^*(t_2 - \tau_2) [n_{\Omega_0}(T) + 1] \frac{4g_0^2 \gamma_r}{f_r \gamma} \frac{\Omega_0}{\Omega_0^2 + \gamma_r^2} \delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(z - z') \right. \\ & \quad \left. + H^*(t_1 - \tau_1) H(t_2 - \tau_2) n_{\Omega_0}(T) \frac{4g_0^2 \gamma_r}{f_r \gamma} \frac{\Omega_0}{\Omega_0^2 + \gamma_r^2} \delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(z - z') \right\} d\tau_1 d\tau_2 U(z, t_1) U(z', t_2) \\ & = - f_r \gamma \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \delta(z - z') U(z, t_1) U(z', t_2) \\ & \quad \times \int_{-\infty}^{t_L} \exp\{-\gamma_r(t_1 + t_2 - 2\tau) - j\Omega_0(t_1 - t_2)\} [n_{\Omega_0}(T) + 1] + \exp\{-\gamma_r(t_1 + t_2 - 2\tau) + j\Omega_0(t_1 - t_2)\} n_{\Omega_0}(T) d\tau \\ & = - \frac{f_r \gamma}{2} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \delta(z - z') U(z, t_1) U(z', t_2) \exp(-\gamma_r(t_1 + t_2 - 2t_L)) \\ & \quad \times [(n_{\Omega_0}(T) + 1) \exp\{-j\Omega_0(t_1 - t_2)\} + n_{\Omega_0}(T) \exp\{j\Omega_0(t_1 - t_2)\}]. \end{aligned} \quad (\text{A.111})$$

となる。例によって t_L は t_1, t_2 の低い方である。式が複雑で若干見通しが悪いので、 $N_n(t)$ を以下のように定義する。

$$N_n(t) = \frac{f_r \gamma}{2} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \exp(-\gamma_r |t|) \{ (n_{\Omega_0}(T) + 1) \exp(-j\Omega_0 t) + n_{\Omega_0}(T) \exp(j\Omega_0 t) \}. \quad (\text{A.112})$$

すると、 $\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle$ は

$$\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle = -U(z, t_1) U(z', t_2) N_n(t_1 - t_2) \delta(z - z'). \quad (\text{A.113})$$

さらに、これと同様に他の三つの相関関数を計算すると、

$$\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle = U(z, t_1) U^*(z', t_2) N_n(t_1 - t_2) \delta(z - z'), \quad (\text{A.114})$$

$$\langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle = U^*(z, t_1) U(z', t_2) N_n(t_1 - t_2) \delta(z - z'), \quad (\text{A.115})$$

$$\langle \hat{n}^\dagger(z, t_1) \hat{n}^\dagger(z', t_2) \rangle = -U^*(z, t_1) U^*(z', t_2) N_n(t_1 - t_2) \delta(z - z'), \quad (\text{A.116})$$

となる。従って、Eq. (A.69) にこれらを代入すると

$$\begin{aligned} \text{Var}\langle u^A(L, t) | \hat{u}(L, t) \rangle &= \text{Var}\langle u^A(0, t) | \hat{u}(0, t) \rangle \\ &- \frac{1}{4} \int_0^L \int \int u^{A*}(z, t_1) u^{A*}(z', t_2) U(z, t_1) U(z, t_2) N_n(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 dz \\ &+ \frac{1}{4} \int_0^L \int \int u^{A*}(z, t_1) u^A(z', t_2) U(z, t_1) U^*(z, t_2) N_n(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 dz \\ &+ \frac{1}{4} \int_0^L \int \int u^A(z, t_1) u^{A*}(z', t_2) U^*(z, t_1) U(z, t_2) N_n(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 dz \\ &- \frac{1}{4} \int_0^L \int \int u^A(z, t_1) u^A(z', t_2) U^*(z, t_1) U^*(z, t_2) N_n(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 dz, \end{aligned} \quad (\text{A.117})$$

を計算すればよいことになる。この Eq. (A.117) および Eq. (A.112) が本副節の結論となる。

A.2.3 不均一広がりと仮定した場合の Raman 散乱の影響

本副節では Raman 散乱がさまざまな共鳴周波数をもつ調和振動子の集まりでできている場合を考える。議論を簡単にするためにそれぞれの調和振動子は減衰を考慮しない。減衰する場合を考えると、それぞれの調和振動子は共鳴周波数に減衰率に応じた広がりを持つため、一つの共鳴周波数に複数の調和振動子が対応することとなり、話が複雑になる。このような不均一広がりの際の Raman 応答関数は

$$h(t) = \int_0^\infty g^2(\Omega) \sin(\Omega t) d\Omega, \quad (\text{A.118})$$

とおくことができる。この場合は $g^2(\Omega)$ を求める必要がある。しかし、 $g^2(\Omega)$ は物理的には周波数 Ω のフォノンと光の相互作用の強さを表しているため、実関数であることが望ましい。Fourier 変換後に実関数となるには $t = 0$ に対して対称となればよいので、

$$h'(t) = \int_0^\infty g^2(\Omega) \sin(\Omega t) d\Omega, \quad (\text{A.119})$$

$$\begin{aligned} h(t) &= h'(t) & \text{if } t \geq 0, \\ h(t) &= 0 & \text{if } t < 0, \end{aligned} \quad (\text{A.120})$$

とすると、例によって Raman 応答関数を Eq. (A.86) のように近似するとき、

$$h'(t) = \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \exp(-\gamma_r |t|) \sin(\Omega_0 t) \quad (\text{A.121})$$

となる。こうすれば $g^2(\Omega)$ は実関数となる。 $g^2(\Omega)$ を求めるために、まず Fourier 変換を計算すると、

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} h'(t) \exp(j\Omega t) dt &= \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \frac{1}{2j} \int_0^{\infty} \exp\{-\gamma_r t + j(\Omega + \Omega_0)t\} - \exp\{-\gamma_r t + j(\Omega - \Omega_0)t\} dt \\
&\quad + \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \frac{1}{2j} \int_{-\infty}^0 \exp\{\gamma_r t + j(\Omega + \Omega_0)t\} - \exp\{\gamma_r t + j(\Omega - \Omega_0)t\} dt \\
&= \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \frac{1}{2j} \left\{ \frac{-1}{-\gamma_r + j(\Omega + \Omega_0)} + \frac{1}{-\gamma_r + j(\Omega - \Omega_0)} \right\} \\
&\quad + \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \frac{1}{2j} \left\{ \frac{1}{\gamma_r + j(\Omega + \Omega_0)} - \frac{1}{\gamma_r + j(\Omega - \Omega_0)} \right\} \\
&= \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \left\{ \frac{j\gamma_r}{\gamma_r^2 + (\Omega - \Omega_0)^2} - \frac{j\gamma_r}{\gamma_r^2 + (\Omega + \Omega_0)^2} \right\}, \tag{A.122}
\end{aligned}$$

となる。これを Fourier 逆変換すると、この関数が Ω に対して反対称であるため、 \cos の項はゼロとなる。つまり、

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2\pi} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{j\gamma_r}{\gamma_r^2 + (\Omega - \Omega_0)^2} - \frac{j\gamma_r}{\gamma_r^2 + (\Omega + \Omega_0)^2} \right\} \exp(-j\Omega t) d\Omega \\
&= \frac{1}{\pi} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\gamma_r}{\gamma_r^2 + (\Omega - \Omega_0)^2} - \frac{\gamma_r}{\gamma_r^2 + (\Omega + \Omega_0)^2} \right\} \sin(\Omega t) d\Omega, \tag{A.123}
\end{aligned}$$

となる。よって Eq. (A.119) と見比べれば

$$g^2(\Omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\Omega_0^2 + \gamma_r^2}{\Omega_0} \left\{ \frac{\gamma_r}{\gamma_r^2 + (\Omega - \Omega_0)^2} - \frac{\gamma_r}{\gamma_r^2 + (\Omega + \Omega_0)^2} \right\}, \tag{A.124}$$

が $g^2(\Omega)$ の正確な形である。より一般の Raman 応答関数に対しては、一旦 Eq. (A.121) のように $t = 0$ に対して反対称になるように関数を書き直し、それを Fourier 変換し、その虚部に $1/\pi$ をかければよい。

さて、この $g^2(\Omega)$ を使い、均一広がりのときと同様に光の伝搬を表す非線形 Schrödinger 方程式とフォノンの時間発展に関する方程式を記述すると以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z} \hat{U}(z, t) &= j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} \hat{U}(z, t) + j(1 - f_r) \gamma \left| \hat{U}(z, t) \right|^2 \hat{U}(z, t) \\
&\quad + \frac{j f_r \gamma}{2} \int_0^{\infty} g(\Omega) (\hat{b}_\Omega(z, t) + \hat{b}_\Omega^\dagger(z, t)) d\Omega \hat{U}(z, t), \tag{A.125}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{b}_\Omega(z, t) = -j\Omega \hat{b}_\Omega(z, t) + jg(\Omega) \left| \hat{U}(z, t) \right|^2. \tag{A.126}$$

ここで、Eq. (A.126) を解くと、

$$\hat{b}_\Omega(z, t) = \hat{b}_\Omega(z, -\infty) \exp(-j\Omega t) + jg(\Omega) \int_{-\infty}^t \exp\{-j\Omega(t - \tau)\} \left| \hat{U}(z, \tau) \right|^2 d\tau, \tag{A.127}$$

とすることができる。今回のモデルでは減衰が無いため、線形損失によるノイズ演算子は登場しないが、初期状態におけるフォノンの状態がランダムであるためにノイズ源となる。この連立方程式から、以下のような量

子非線形 Schrödinger 方程式が導出できる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \hat{U}(z, t) = & j \sum_{k \geq 2} \frac{j^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} \hat{U}(z, t) + j(1 - f_r) \gamma \left| \hat{U}(z, t) \right|^2 \hat{U}(z, t) + j f_r \gamma \int_{-\infty}^t h'(t - \tau) \left| \hat{U}(z, \tau) \right|^2 d\tau \hat{U}(z, t) \\ & + \frac{j f_r \gamma}{2} \int_0^\infty g(\Omega) \{ \hat{b}_\Omega(z, -\infty) \exp(-j\Omega t) + \hat{b}_\Omega^\dagger(z, -\infty) \exp(j\Omega t) \} d\Omega \hat{U}(z, t). \end{aligned} \quad (\text{A.128})$$

ここで, $\hat{b}_\Omega(z, -\infty)$ に対する交換関係が必要になるが, 均一広がりのときと同様に, Eq. (A.70), Eq. (A.70) および Eq. (A.91) から $\hat{n}(z, t)$ の交換関係を満たすように決める。すると,

$$\left[\hat{b}_\Omega(z, -\infty), \hat{b}_{\Omega'}(z', -\infty) \right] = \left[\hat{b}_\Omega^\dagger(z, -\infty), \hat{b}_{\Omega'}^\dagger(z', -\infty) \right] = 0, \quad (\text{A.129})$$

となる。 $\left[\hat{b}_\Omega(z, -\infty), \hat{b}_{\Omega'}^\dagger(z', -\infty) \right]$ は均一広がりのときと同様に若干複雑になる。

$$\begin{aligned} \left[\hat{n}(z, t_1), \hat{n}^\dagger(z', t_2) \right] = & \frac{f_r^2 \gamma^2}{4} \int_0^\infty \int_0^\infty g(\Omega) g(\Omega') \left[\hat{b}_\Omega(z, -\infty), \hat{b}_{\Omega'}^\dagger(z', -\infty) \right] \exp(-j\Omega t_1 + j\Omega' t_2) \\ & - g(\Omega) g(\Omega') \left[\hat{b}_{\Omega'}(z', -\infty), \hat{b}_\Omega^\dagger(z, -\infty) \right] \exp(j\Omega t_1 - j\Omega' t_2) d\Omega d\Omega' U(z, t_1) U^*(z', t_2), \end{aligned} \quad (\text{A.130})$$

となるので, 例によって $\left[\hat{b}_\Omega(z, -\infty), \hat{b}_{\Omega'}^\dagger(z', -\infty) \right] = A \delta(\Omega - \Omega') \delta(z - z')$ とおくと,

$$\begin{aligned} \left[\hat{n}(z, t_1), \hat{n}^\dagger(z', t_2) \right] = & \frac{f_r^2 \gamma^2}{4} \int_0^\infty g^2(\Omega) \{ A \delta(z - z') \exp\{-j\Omega(t_1 - t_2)\} - A \delta(z' - z) \exp\{j\Omega(t_1 - t_2)\} \} d\Omega \\ & \times U(z, t_1) U^*(z', t_2) \\ = & \frac{j f_r^2 \gamma^2}{2} \int_0^\infty g^2(\Omega) A \delta(z - z') \sin\{\Omega(t_2 - t_1)\} d\Omega U(z, t_1) U^*(z', t_2), \end{aligned} \quad (\text{A.131})$$

となる。Eq. (A.119), Eq. (A.121) を参考にすると, この式は

$$\left[\hat{n}(z, t_1), \hat{n}^\dagger(z', t_2) \right] = \frac{j f_r^2 \gamma^2}{2} A \delta(z - z') h'(t_2 - t_1) U(z, t_1) U^*(z', t_2), \quad (\text{A.132})$$

となる。この式は Eq. (A.91) と等しくなるので, $A = \frac{2}{f_r \gamma}$ より,

$$\left[\hat{b}_\Omega(z, -\infty), \hat{b}_{\Omega'}^\dagger(z', -\infty) \right] = \frac{2}{f_r \gamma} \delta(\Omega - \Omega') \delta(z - z'), \quad (\text{A.133})$$

となり, 今回のノイズ源である $\hat{b}_\Omega(z, -\infty)$ の交換関係が求まった。ここから, $\hat{b}_\Omega(z, -\infty)$ の四つの相関関数を求めると, 温度 T のときは以下ようになる。

$$\left\langle \hat{b}_\Omega(z, -\infty) \hat{b}_{\Omega'}(z', -\infty) \right\rangle = \left\langle \hat{b}_\Omega^\dagger(z, -\infty) \hat{b}_{\Omega'}^\dagger(z', -\infty) \right\rangle = 0, \quad (\text{A.134})$$

$$\left\langle \hat{b}_\Omega(z, -\infty) \hat{b}_{\Omega'}^\dagger(z', -\infty) \right\rangle = [n_{\Omega_0}(T) + 1] \frac{2}{f_r \gamma} \delta(\Omega - \Omega') \delta(z - z'), \quad (\text{A.135})$$

$$\left\langle \hat{b}_\Omega^\dagger(z, -\infty) \hat{b}_{\Omega'}(z', -\infty) \right\rangle = n_{\Omega_0}(T) \frac{2}{f_r \gamma} \delta(\Omega - \Omega') \delta(z - z'). \quad (\text{A.136})$$

従って, $\hat{n}(z, t)$ に対する相関関数は

$$\begin{aligned}
\langle \hat{n}(z, t_1) \hat{n}(z', t_2) \rangle &= -\frac{f_r^2 \gamma^2}{4} \int \int_0^\infty g(\Omega) g(\Omega') \langle \hat{b}_\Omega(z, -\infty) \hat{b}_{\Omega'}^\dagger(z', -\infty) \rangle \exp(-j\Omega t_1 + j\Omega' t_2) \\
&\quad + g(\Omega) g(\Omega') \langle \hat{b}_\Omega^\dagger(z, -\infty) \hat{b}_{\Omega'}(z', -\infty) \rangle \exp(j\Omega t_1 - j\Omega' t_2) d\Omega d\Omega' U(z, t_1) U(z', t_2) \\
&= -\frac{f_r \gamma}{2} \delta(z - z') U(z, t_1) U(z', t_2) \int_0^\infty g^2(\Omega) [n_{\Omega_0}(T) + 1] \exp\{-j\Omega(t_1 - t_2)\} \\
&\quad + g^2(\Omega) n_{\Omega_0}(T) \exp\{j\Omega(t_1 - t_2)\} d\Omega, \tag{A.137}
\end{aligned}$$

となる。従って,

$$N_n(t) = \frac{f_r \gamma}{2} \int_0^\infty g^2(\Omega) [(n_{\Omega_0}(T) + 1) \exp\{-j\Omega(t_1 - t_2)\} + n_{\Omega_0}(T) \exp\{j\Omega(t_1 - t_2)\}] d\Omega, \tag{A.138}$$

とすれば, Eq. (A.113)-Eq. (A.116) はそのまま成り立ち, $\hat{n}(z, t)$ の四つの相関関数が求まり, Eq. (A.69) のノイズ演算子の部分が計算できる。これが本副節の主な結論となる。これらのうちいずれかを用いて Raman 散乱のノイズを解析することができる。

参考文献

- [1] G. P. Agrawal, 小田垣 孝, 山田 興一 訳: 非線形ファイバー光学 (吉岡書房, 1997 年原書第 2 版).
- [2] Y. Lai and S.-S. Yu, Phys. Rev. A **60**, R781 (1999).
- [3] A. Mecozzi and P. Kumar, Opt. Lett. **22**, 1232 (1997).

謝辞

本研究は慶應義塾大学理工学部教授神成文彦博士の御指導の元で行われたものです。本研究を遂行するにあたりまして、細やかな御指導と適切なアドバイスを多々いただいたことに深く感謝しております。あっという間に過ぎ去った6年間ではありましたが、本研究を通じて数多くの貴重な経験をさせていただきました。この経験を生かし、社会へ貢献することで少しでも御指導に報いていければと思います。

また、本論文を執筆するにあたり、慶應義塾大学理工学部教授梅垣真祐博士、同教授津田裕之博士、同教授佐々田博之博士には副査として御査読いただきました。筆者の乱文を丁寧に読み、御指導いただき、心より御礼申し上げます。また、津田裕之博士には研究のためにレーザーダイオードをお借りしました。快く貸していただき、御支援いただいたことに感謝いたします。

本研究を開始した当初、全く知識や経験の無い筆者に基礎知識から数値解析の詳細、研究の進め方など多岐にわたって強力にサポートしてくださった情報通信研究機構の武岡正裕博士には心から御礼申し上げます。また、第3章の実験は古用博人氏(東京電力株式会社)を中心として進めていきました。本研究の基礎を築き、筆者には研究を開始した当初から御指導いただいたことに深く感謝いたします。

数値解析におきましてはティエンプラティープ・モンティエン博士に光ファイバ伝搬の計算に関するプログラムや基礎知識、光ファイバに関する知識についてご指導いただきました。実験におきましては同輩である多田睦氏(アジレント・テクノロジー株式会社)は同じ研究班として助け合い、お互い良い研究ができたと思います。後輩である田口修一氏(東京電力株式会社)や百瀬嘉則氏(環境省)、藤原悠二氏にも良く支えていただきました。彼らの協力によって研究チームがよく機能し、より高いレベルの研究が可能になりました。研究チームの皆には本当に感謝しております。現役生として、これからの研究を支えていく潮英岳氏、中込久幸氏、伊東泰幸氏にも同じく感謝しております。彼らには今後も研究のレベルを保てるよう協力し、切磋琢磨していくようお願いいたします。

鈴木重成博士(オリンパス株式会社)は当時情報通信研究機構で研究されていましたが、武岡博士は理論研究が専門である一方、鈴木博士のアドバイスはまた別の視点からのものであり、参考になりました。筆者はたびたび情報通信研究機構でディスカッションをお願いしておりましたが、当時情報通信研究機構で研究されていた和久井健太郎博士(富士通研究所)にもたびたび参加いただき感謝しております。このような貴重なディスカッションができるのもグループリーダーである佐々木雅英博士の協力があったことであり、心より御礼申し上げます。

また、本研究を通じて独立行政法人日本学術振興会に特別研究員として採用いただき、博士課程の3年間を御支援いただきました。このことは研究継続のための精神的な支えとなりました。

最後に筆者の学生生活を全面的に支援していただいた家族に深く感謝を申し上げます。

2008年1月
廣澤 賢一

著者論文目録

定期刊行誌掲載論文（主論文に関連する原著論文）

1. K. Hirosawa, H. Furumochi, A. Tada, F. Kannari, M. Takeoka, and M. Sasaki, “Photon Number Squeezing of Ultrabroadband Laser Pulses Generated by Microstructure Fibers”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 203601 (2005).
2. K. Hirosawa, F. Kannai, M. Takeoka, and M. Sasaki, “Quantum correlated pulse-pair generation during pulse-trapping propagation in optical fibers”, *Phys. Rev. A* **76**, 043817 (2007).
3. K. Hirosawa, Y. Momose, H. Ushio, Y. Fujiwara, and F. Kannari, “Purification of Squeezed Vacuum Pulse Generated from a Sagnac Loop Fiber Using Linear Optics and Conditional Homodyne Detection”, *Jpn. J. Appl. Phys.* (採録決定済み)

定期刊行誌掲載論文（その他の論文）

1. M. Tianprateep, K. Hirosawa, and F. Kannari, “Numerical Analysis of Amplitude-to-Phase Noise Conversion in a Self-Referencing Scheme Using Ultrashort White-Continuum Light Generated by Microstructure Fibers”, *Jpn. J. Appl. Phys.* **45**, L89 (2006).
2. A. Tada, K. Hirosawa, F. Kannari, M. Takeoka, and M. Sasaki, “Photon-number squeezing in a solitonlike Raman Stokes component during propagation of ultrashort pulses in a microstructure fiber”, *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 691 (2007).

国際会議論文（査読付きの full-length papers）

1. K. Hirosawa*, Y. Momose, Y. Fujiwara, F. Kannari, S. Suzuki, M. Takeoka, and M. Sasaki, “Generation of 1.5 μm Squeezed Vacuum Pulse Using a Sagnac Loop Interferometer”, in the proceedings of The 6th Asia Pacific Laser Symposium (APLS2008), Nagoya, Japan, January 30-February 1, 2008, paper 31Aa10. (The Review of Laser Engineering Supplemental Volume 2008, p. 1031)
2. H. Furumochi*, A. Tada, K. Hirosawa, F. Kannari, M. Takeoka, and M. Nakazawa, “Photon number Squeezing of ultrabroadband pulses generated by microstructure fibers”, in the proceedings of 14th International Conference on Ultrafast Phenomena, Niigata, Japan, July 25-30, 2004, paper ThD38 (Ultrafast Phenomena XIV, Springer Series in Chemical Physics Vol.79, p. 873)

その他の国際会議発表

1. K. Hirosawa, H. Furumochi, A. Tada, F. Kannari, M. Takeoka, and M. Nakazawa, “Ultrashort-Pulse Squeezing with Microstructured Fibers and Spectral Filtering”, The Conference on Lasers and Electro-Optics and the International Quantum Electronics Conference (CLEO/IQEC), ItuG4, San Francisco, CA, USA, May 20 (2004).
2. K. Hirosawa, H. Furumochi, A. Tada, S. Taguchi, F. Kannari, M. Takeoka, and M. Sasaki, “Generation of quantum correlation between co-propagating pulses in optical fibers”, European Conference on Lasers and Electro-Optics and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC), EG-5-Wed, Munich, Germany, June 15 (2005).
3. K. Hirosawa, H. Furumochi, A. Tada, F. Kannari, M. Takeoka, and M. Sasaki, “ Generation of Quantum Correlation for Intra- and Inter-Shortpulses Propagating in Optical Fibers ”, International Conference on Quantum Electronics / The Pacific Rim Conference on Lasers and Electro-Optics 2005 (IQEC/CLEO-PR2005), QWD4-6, Tokyo, Japan, July 13 (2005).
4. K. Hirosawa, M. Tianprateep, and F. Kannari, “Amplitude-to-phase noise conversion in a self-referencing scheme by microstructure fibers”, International Conference on Quantum Electronics / The Pacific Rim Conference on Lasers and Electro-Optics 2005 (IQEC/CLEO-PR2005), CThC3-P7, Tokyo, Japan, July 14 (2005).
5. K. Hirosawa, H. Ushio, Y. Fujiwara, and F. Kannari, “Excessive Noise Purification Using Temporal Homodyne Detection toward a Fibre-Based Continuous-Variable Entangled Light Source”, OSA’s Frontiers in Optics 2008, Laser Science XXIV (FiO/LS 2008, Jsua4, Rochester, NY, USA, Oct. 19 (2008).
6. A. Tada, K. Hirosawa, H. Furumochi, F. Kannari, M. Takeoka, and M. Sasaki, “Quantum correlation in ultrabroadband pulses generated by microstructure fibers”, Frontiers in Optics 2004, The 88th OSA Annual Meeting, FWH16, Rochester, New York, USA, Oct. 13 (2004).
7. A. Tada, K. Hirosawa, F. Kannari, M. Takeoka, and M. Sasaki, “Photon-number Squeezing in a Soliton-like Stokes Raman Component Split during Fiber Propagation”, International Conference on Quantum Electronics / The Pacific Rim Conference on Lasers and Electro-Optics 2005 (IQEC/CLEO-PR2005), QWD4-5, Tokyo, Japan, July 13 (2005).
8. Y. Fujiwara, K. Hirosawa, and F. Kannari, “Generation of squeezed vacuum light pulse at non-soliton wavelength of 800 nm with a Sagnac loop fiber interferometer”, The Conference on Lasers and Electro-Optics and Quantum Electronics and Laser Science Conference (CLEO/QELS), JtuA103, San Jose, CA, USA, May 6 (2007).