主　論　文　要　旨

報告番号	甲　乙　第　　　　　号	氏　名	小関　健太

主 論 文 題 目：

Hamilton Cycles, Paths and Spanning Trees in a Graph

（グラフのハミルトン閉路，道および全域木）

（内容の要旨）

グラフの全ての頂点を通る閉路をハミルトン閉路という.「与えられたグラフがハミルトン閉路を含むかどうか決定する」という問題はグラフ理論では重要な問題であるが，一方で組合せ論的に難しい問題であることも知られている．そのためこの問題へのアプローチとして，以下の2方向からの研究が行われている．すなわち，ハミルトン閉路が存在するためのより良い十分条件を探ること，及び，ハミルトン閉路の性質を緩和した構造を考察すること，である．本論文ではこの2方向のうち，ハミルトン閉路の性質を緩和した構造に関して焦点を当て，様々な構造を扱う．特にそれらの構造が存在するための次数和型や独立数型の十分条件について考察を行う.

例えば，ハミルトン閉路は全ての頂点を通る閉路であるが，この性質に注目し，グラフのいくつかの頂点を指定してその頂点を全て通る閉路を考える．また，頂点だけでなく辺も指定し，それらをすべて通る閉路についても研究が行われている．これら指定した頂点を通る閉路，及び，指定した辺を通る閉路に関して，それぞれ第3章と第5章で注目する.

一方，グラフの閉路で，その頂点集合を取り除いた後に辺が残らないという性質を持つもののことを辺支配閉路とよぶ．定義からハミルトン閉路は辺支配閉路である．辺支配閉路は「その閉路の外側にあるグラフが小さい」という意味においてハミルトン閉路に近い性質を持つといえるが，それ以外にもいくつかハミルトン閉路に類似した良い性質を持つことが知られている．このため，辺支配閉路に関する研究は多くなされており，本論文でも第4章においてこの辺支配閉路に注目する．さらに辺支配閉路の性質に注目してそれを発展させた Relative Length というグラフの不変量を第6章で，また，辺支配閉路や Relative Length とグラフの最長閉路の長さとの関係について第7章で考察を行う.

グラフの全頂点を通る道をハミルトン道とよぶ．与えられたグラフにハミルトン道が存在するかどうか決定するという問題はハミルトン閉路の際と同様に組合せ論的に難しい問題である．ハミルトン道に関してもその性質を緩和した構造について同様の考察が行われており，特に特別な性質を持った全域木に関しての研究が盛んである．例えば，最大次数に制限のある全域木，次数が1の頂点の数に制限のある全域木，次数が3以上の頂点の数に制限のある全域木などである．これらについては，それぞれ第8–10章，第11章，第12章で扱う.