主　論　文　要　旨

報告番号	甲　乙　第　　　　　号	氏　名	大槻 玲

主 論 文 題 目：
On the modular elements and the Euler systems for an elliptic curve
（楕円曲線のモジュラー元とオイラー系について）

（内容の要旨）

楕円曲線は整数論において重要な研究対象であり、楕円曲線の Mordell-Weil 群、Selmer 群、Tate-Shafarevich 群などの構造について、多くの数学者が研究して来た。有理数体 Q 上定義された楕円曲線に対しては、重要な二種類の元の系列が円分体上において定義されている。一つ目は加藤和也氏によって定義されたゼータ元と呼ばれるコホモロジーの元で、オイラー系をなし、Selmer 群と関係している。もう一つは Mazur と Tate によって定義されたモジュラー元と呼ばれるガロア群の群環の元で、同じく Mazur と Tate によって Selmer 群の構造と関係がある事が予想されている。ゼータ元とモジュラー元は共に楕円曲線の L 関数の特殊値と関係があり、共に円分 Z_p 拡大に於ける p 進 L 関数と密接な関係を持つものの、それぞれ別の研究がなされて来て、その二つの元の関係は知られていなかった。

栗原氏は有理数体上定義された楕円曲線の Selmer 群の構造に関する研究において、この二つの元の関係について最初の成果を挙げた。即ち、奇素数 p に対し、有理数体 Q の円分 Z_p 拡大に於ける有限次拡大体においてゼータ元とモジュラー元との関係が考察され、ある写像によってその二つの元が対応し、また超特異還元を持つ場合にその写像が整数性を持つ事が示された。これにより、今まで研究が進んでいなかった超特異還元を持つ場合に於ける Selmer 群の構造が、L 関数の特殊値や玉河数に関するいくつかの仮定の下で、上記の Mazur と Tate の予想を証明する形で決定された。

この論文では、より一般的な場合にゼータ元とモジュラー元との関係について研究し、それら二つの元を直接対応づける写像を構成した。また、その写像の性質について研究した。一般的な場合にはゼータ元の関係式とモジュラー元の関係式が共に複雑化し元と元との対応が見づらい為、モジュラー元のなす系列と同様の関係式を持つ一般的な系列を admissible 系と名付け、オイラー系と admissible 系という二つの系列の関係に注目して研究を行い、上記の写像によって対応する事を証明した。また特に、その写像によって、ゼータ元がモジュラー元に移る事を証明した。さらに、多くの場合に、その写像が整数性を持つ事も証明した。栗原氏の結果で重要であったゼータ元とモジュラー元との対応、及び写像の整数性は、この結果の特別な場合として解釈する事が出来るようになった。

また今回の論文では、栗原氏の p が奇素数の場合の結果の類似を、p=2 の場合に研究し、それについても同様の結果を証明した。この場合では、Selmer 群の corank が正になり、有限群でなくなるなど、p が奇素数のときには起こらなかった難しい現象が起こる事がわかった。