

最適制御理論に基づく時変切換超平面を用いた
非定常スライディングモード制御と
その適用に関する研究

2008 年 9 月

牛島 由美子

要 旨

本論文は最適制御理論に基づく新たな時変切換超平面を用いた非定常スライディングモード制御手法の提案，時変切換超平面を用いて到達時間の短縮化を実現する方法の提案，および実対象への適用を通じてその有効性を検証するものである。

従来の最適制御理論に基づく超平面の設計方法では，制御対象システムをスライディングモード正準系に変換する必要があるため，次数が大きい等複雑な系では適用できない場合があった．そこで本研究では，非定常最適制御理論に基づき設計された時変フィードバックゲインを切換超平面の傾きに用いる方法を提案した．本手法では正準系への変換が不要であるため，複雑な系にも適用可能である．提案手法を時変システムであるエレベータロープの振動抑制問題に適用し，その有効性を検証した．さらに，時変切換超平面を用いて到達モードを短縮する方法を提案した．到達モードの短縮によりスライディングモード制御器のロバスト性の向上が期待できるが，従来手法は初期時刻における状態量が既知である必要があった．これに対し，本研究では，時変切換超平面の設計に用いる評価関数中の重みの与え方により到達時間を短縮できるため，初期時刻での状態量が未知であっても適用できるという特徴がある．最後に，非定常スライディングモード制御手法を搬送機械の位置決め制御問題に適用し，実験により実対象にも有効であることを示した．

本論文の構成は以下の通りである．

第一章では本論文の背景，目的および構成について述べた．

第二章では最適制御理論に基づく新たな時変切換超平面からなる非定常スライディングモード制御系の設計方法を示した．時変フィードバックゲインを切換超平面の傾きに採用する時変切換超平面の設計方法，および非定常スライディングモード制御器の設計方法について述べた後に，提案する制御系の安定性を証明した．さらに，提案手法を例題と実対象であるエレベータロープの横振動の制御に適用し，数値計算により本提案手法の時変システムへの有効性を検証した．

第三章では非定常スライディングモード制御の導入により，到達モードを短縮する方法を示した．到達モードを短縮する時変切換超平面の設計方法を述べ，例題として 2 自由度系の位置決め問題を設定し，数値計算により提案方法の有効性を検証した．

第四章では実対象である搬送機械の位置決め問題に対して非定常スライディングモード制御手法を適用した．制御対象モデルを構築し，制御を実現する上での課題を解決するための制御系設計方法を示した．そして数値計算により設計した制御器の性能を確認した後，搬送機械を模擬した実験装置に制御器を実装し，実対象での提案手法の有効性を検証した．

最後に，第五章において本論文の結論を述べた．

SUMMARY OF Ph.D. DISSERTATION

In this dissertation, firstly, a new design method of time-varying switching hyperplanes for nonstationary sliding mode control is proposed based on the optimal control theory. Secondly, an approach to shorten the reaching time to the switching hyperplane is proposed by allowing the hyperplane to be changed with time. Finally, the effectiveness and feasibility of the proposed nonstationary sliding mode control is verified through applications to the practical systems.

The existing method using time-varying switching hyperplanes based on the optimal control theory is only applicable to a system in a regular form. In the proposed method, a time-varying feedback gain derived from the optimal control theory is adopted as a gradient of time-varying switching hyperplane. This method can be applied to the complicated systems because the transformation into the regular form is unnecessary in the design process. The proposed controller is applied to the vibration control of the elevator rope as a time-varying system to verify its effectiveness. In addition, an approach to shorten the reaching time by using the time-varying switching hyperplane is proposed. By shortening the reaching time, the sliding mode controller could be more robust. In an existing method, the reaching time could be zero under the condition that the information of initial states is available. In other words, the reaching time could not be eliminated or shortened without the information of initial states. In contrast, using the proposed method, we are able to provide the method to shorten the reaching time without knowing the initial conditions. Furthermore, the nonstationary sliding mode control is applied to the positioning control problem to verify its effectiveness for the practical system through the numerical calculation and experiment.

The contents of this dissertation are summarized as follows.

The first chapter describes the background and purpose of this study.

The second chapter presents a new design method of nonstationary sliding mode control with time-varying switching hyperplane based on the optimal control theory. Then the proof of stability of the proposed control system is given. The performance of the proposed method is examined by applying to the vibration control for an example of time-varying system and an elevator-rope through the numerical calculation.

The third chapter presents the approach for shortening the reaching time by using the nonstationary sliding mode control. This part shows an approach to design the time-varying switching hyperplane for shortening the reaching time, and its performance is verified by numerical calculation with the positioning control problem of second-order system.

In chapter 4, the nonstationary sliding mode control method is applied to the positioning problem of a practical conveyance system. The mathematical model of the control object and the control system is designed in consideration of necessary constraints. The effectiveness of the controller is verified by the numerical calculation, and is demonstrated by the experiment.

Finally, chapter 5 presents the conclusion of this study.

目 次

第 1 章 序論	1
1.1 本研究の背景	1
1.1.1 非定常制御	1
1.1.2 スライディングモード制御.....	3
1.2 本研究の目的	6
1.3 本論文の構成	7
第 2 章 最適時変フィードバックゲインを用いた時変切換超平面による非定常 スライディングモード制御手法	9
2.1 緒言	9
2.2 非定常スライディングモード制御手法	10
2.2.1 最適フィードバックゲインを用いた時不変切換超平面の設計	11
2.2.2 最適時変フィードバックゲインを用いた時変切換超平面の設計	12
2.2.3 非定常スライディングモード制御器の設計	13
2.3 非定常スライディングモード制御系の安定性	15
2.3.1 時変切換超平面の安定性	15
2.3.2 非定常スライディングモード制御器の安定性.....	22
2.4 数値計算による有効性検証	24
2.4.1 制御対象	24
2.4.2 制御条件	27
2.4.3 結果と考察	29
2.5 エレベーターロープの横振動制御への適用	36
2.5.1 制御対象のモデル化	37
2.5.2 制御系の設計	45
2.5.3 数値計算条件	46
2.5.4 数値計算による有効性の検証 1	48
2.5.5 数値計算による有効性の検証 2.....	52
2.6 結言	55
第 3 章 到達時間短縮非定常スライディングモード制御手法	56
3.1 緒言	56
3.2 最適な時変切換超平面の設計	57
3.2.1 時変システムの正準系への変換.....	57

3.2.2	時変切換超平面の設計	58
3.3	時変切換超平面を用いた到達時間短縮制御	61
3.3.1	時変切換超平面による到達時間短縮方法の概念	61
3.3.2	最適な時変切換超平面による到達時間短縮	64
3.3.3	最適時変フィードバックゲインを用いた時変切換超平面による到達時間短縮 ...	65
3.4	数値計算による有効性の検証	66
3.4.1	制御対象	66
3.4.2	到達時間短縮効果の検証	67
3.4.3	制御性能の検証	70
3.5	結言	82
第4章	搬送機械の位置決め制御への非定常スライディングモード制御手法 の適用	83
4.1	緒言	83
4.2	制御対象のモデル化	84
4.2.1	制御対象の概要	84
4.2.2	制御対象モデルの構築	86
4.3	制御系の設計	89
4.3.1	非定常スライディングモード制御器の設計	90
4.3.2	インテグラルスライディングモード制御器の設計	91
4.3.3	非定常 VSS オブザーバの設計	92
4.4	数値計算による有効性の検証	94
4.4.1	制御条件	94
4.4.2	制御器の設計	96
4.4.3	結果と考察	101
4.5	実験による有効性の検証	106
4.6	結言	107
第5章	結論	108
参考文献	111
論文目録	115
謝辞	117

第1章 序論

1.1 本研究の背景

1.1.1 非定常制御

一般に多く用いられている制御器は定常制御器であり、制御器自体は制御時刻の中で変化することなく一定である。これに対し、非定常制御では制御器が非定常性、例えば時変性を有して与えられる。定常制御と非定常制御の適用範囲を Fig. 1-1 に示す。したがって、非定常制御はシステムの特性に非定常性を有する時変システムの制御や、制御目的が非定常性を有する、例えば位置決めと振動抑制といった複数の制御目的を時間に応じて変化させるべき制御を実現する際に有効である。

時変システムに対する他の制御手法としては、ゲインスケジューリングが提案されている。ゲインスケジューリングとは、非線形システムおよび時変システムの制御を行う際に広く用いられている実際的な方法である。一般的に広く用いられているパラメータ凍結法では、制御対象を LPV (Linear Parameter Varying) システムと呼ばれるスケジューリングパラメータをもつ線形時不変系で記述することで、各スケジューリングパラメータに対する制御器を設計し、制御を行う際には得られた制御器を補間して用い、制御を実現する^[56]。

非定常制御とゲインスケジューリングが異なる点は、ゲインスケジューリングではシステムの変化に応じて制御器が切替えられるため、個々の制御器はある固定した時間でとらえた定常制御器であるのに対し、非定常制御ではシステムを連続時間でとらえ、過渡特性を考慮して連続的な制御器を設計することができる。ただし、非定常制御を適用するため

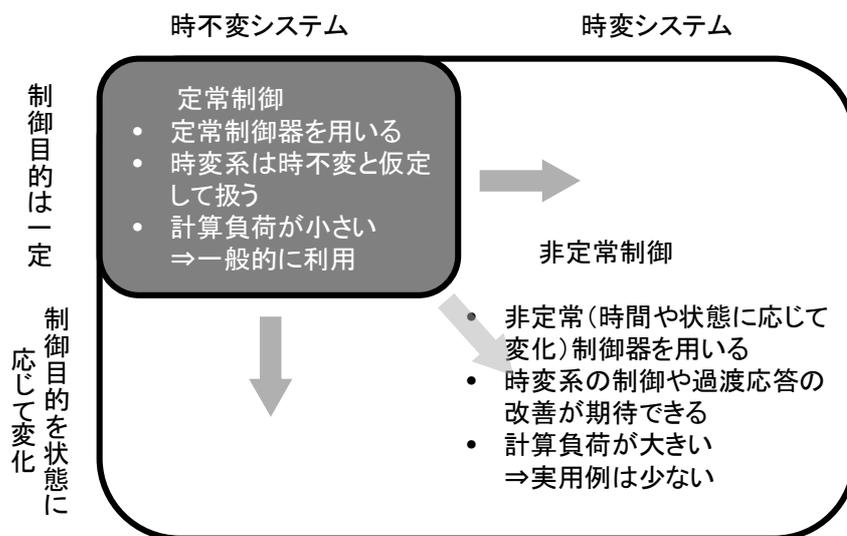


Fig. 1-1 Applicable scope of stationary control and nonstationary control

には、制御対象の性質の変化は既知でなくてはならないという制約がある。ゲインスケジューリングではスケジューリングパラメータを観測することにより、状況に応じた制御が実現される。したがって、非定常制御は感度が高い対象の制御、急激に大きくパラメータ変化する対象の制御、制御入力の過渡応答の改善やフィードフォワード入力の成形などに適しており、ゲインスケジューリングは特性の変化が不規則であるシステムの制御に適している。

いずれの制御手法も制御器設計の自由度が上がるため、定常制御器に比べて精度の高い制御が実現されるという利点を有するが、自由度が高いために設計が困難であり、設計者に経験が要求される。また、時変制御器を実装するためにハードウェアの高コスト化を促進することになるため、実対象に適用した例は多くない。しかし、今後はコンピュータ性能の向上と共に、応用研究が進むことが期待されている^[60]。

非定常制御の既往研究としては最適制御手法を用いて非定常制御器を設計する非定常最適制御手法を扱ったものがある。非定常最適制御手法とは、最適制御理論に用いられる評価関数の設計時に制御対象の特性変化に応じた時変重みを取り入れ、リカッチ微分方程式を解くことで時変フィードバックゲインを導出し、これを用いて有限時間内の制御を終了するものである。非定常最適制御手法を用いた研究として、原らによる柔軟構造物の位置決めと振動制御問題を扱った例^{[11]・[13]}、大槻らによる時変柔軟構造物であるエレベータロープの横振動制御問題を扱った例^{[41]・[43]}がある。

前者の研究例は、位置決めと振動抑制の二つの制御目的を達成するために、評価関数内の重み関数を制御時刻前半では位置決めを目的として重みを与え、後半では振動抑制を目的として重みを与えた時変評価関数を導入するというものである。さらに、周波数成形時変評価関数の導入により時間領域と共に周波数領域でも最適化を図る方法、構造的な不確かさと非構造的な不確かさの二種類の不確かさに対するロバスト性を持った非定常ロバスト制御手法へと理論の拡張が図られている。

後者の研究では、非定常最適制御手法の時変システムの振動制御への拡張を試みており、制御対象の時変性を陽に考慮した制御器の設計を実現している。原らの研究をさらに拡張する研究であり、時変評価関数の重み関数を制御対象のダイナミクスから一意に決定する方法、制御対象の時変性や柔軟性に起因する内部不確かさを陽に考慮し、最悪外乱に対する感度レベルを調節可能とするゲーム型時変評価関数を用いた非定常ロバスト制御系の設計方法を提案している。

1.1.2 スライディングモード制御

本研究では、前項で述べた非定常制御を実現する制御手法として、スライディングモード制御を用いている、ここでは、スライディングモード制御の側面から本研究の背景を述べる。

1.1.2.1 概要

スライディングモード制御の元となる理論は1950年代に旧ソ連で生まれたといわれている。英語版の著書“Control Systems of Variable Structure” (Itkin, 1976), および“Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems” (Utkin, 1978)の出版によりその理論が広く知られるようになった。これらの書物で紹介されたスライディングモード制御理論は、単一入力形についての設計論のみの未熟な内容であったが、状態を切換面に拘束するという斬新な発想や、不確かさを含む系に対して優れたロバスト性を有するという特長により多くの研究者の注目を集めた。しかしこの理論は、基本的にはフィードバックゲインや制御入力の切換が必要な制御手法であったため、当時は実システムへの適用は困難であり、しばらく理論的研究を中心として展開されていた。その後、多くの研究成果により多入力系に関しても定式化がなされ、かつスライディングモード制御の最大の弱点であったチャタリングの克服法が提案されたことにより、実用に耐える制御系設計理論としての枠組みができあがっていった。さらに1980年代に入り、コンピュータ技術の著しい発展により、スライディングモード制御は理論的研究と共に応用研究も活発化することとなる。近年においては、高速なデジタル制御に適した設計理論として認識され、この理論のもつ優れたロバスト性および制御系設計の簡便さとあいまって、多くの応用例が報告されている^[37]。

日本では、原島文雄・橋本秀紀により1985年に学会誌「システムと制御」に2回に渡って啓蒙的な紹介記事^{[16][17]}が掲載された。単行本に関しては1994年に出版された野波健蔵・田宏奇により「スライディングモード制御^[37]」が出版されている。

スライディングモード制御はVSS(Variable Structure System; 可変構造系)理論に基づいた制御手法であり、VSS理論の中でも最も理論的に体系化された理論である。この理論の考え方は、位相空間内に設計者の意図するダイナミクスを有する切換超平面を設計し、この超平面上に状態を拘束することで、設計者が希望するダイナミクスを実現するというものである。状態を超平面上に拘束する際に超平面の両側で制御構造を切換えることからVSS理論に基づいた制御理論といえるが、状態を拘束した後に状態が切換超平面上を滑って平衡点に向かうことから、滑り状態の意義を強調してスライディングモード制御と呼ばれている。また、状態が切換超平面上に到達した後のスライディングモードにある制御対象は超平面に拘束されるため、マッチング条件を満たすパラメータ変動・非線形性・雑音等に対しては不変という優れたロバスト制御系が構成できるという特徴を有している^[16]。ここで、マッチング条件を満たす外乱やモデルの不確かさとは、制御入力のチャンネルに生じるもののことであり、このような外乱の代表的な例は制御入力用のアクチュエータに生じるクーロン摩擦力がある。

このスライディングモード制御の応用の代表例としては、ロボットの制御におけるミニピュレータの制御，モータの制御の中でも特に電機モータの制御，さらに大規模柔軟宇宙構造物制御などが挙げられ，スライディングモード制御の対象とする分野は多岐に渡る。

1.1.2.2 スライディングモード制御のロバスト性と到達モード

スライディングモード制御には二つの段階がある。一つは状態を切換超平面に拘束するまでの段階であり，これは到達モードと呼ばれる。もう一つは状態が切換超平面上に拘束された後，平衡点まで切換超平面上を滑り落ちる段階であり，これをスライディングモードと呼ぶ。

前述したとおり，スライディングモード制御手法は，マッチング条件を満たす外乱やモデルの不確かさに対して不変であり，優れたロバスト性を有する制御手法として知られている。しかし，この不変性はスライディングモード時にのみ保障される性質であり，到達モード時にはロバスト性は保障されず，制御時刻前半に外乱が発生した場合には，制御性能が著しく悪化する恐れがある。よって，到達モードをなくす，もしくは短縮することができれば，制御の全時刻において優れたロバスト性を有するスライディングモード制御が実現される。この点に着目し，到達モードをなくすスライディングモード制御の実現を目指した研究がなされている。1993年には S. B. Choi らによって MSS (Moving switching surface) を用いる方法^{[51][52]}，1999年には V. Utkin らによるインテグラルスライディングモード制御 (ISM: Integral Sliding Mode Control)^[60]，2002年には K. Shyu らによるマルチセグメントスライディングモード制御 (MSMC: Multi-segment Sliding Mode Control)^[30]などが提案されている。

MSS は，制御初期時刻の切換超平面を初期の状態量が乗るように設計し，状態を拘束したまま切換超平面自体を動かし，最終的に拘束させたい切換超平面まで連続的に変化させ，制御目的を達成するという方法である。MSS として二つのタイプが提案されており，切換超平面の傾きが変化，つまり平衡点を中心に回転させる方法と，傾きは一定で平衡点を移動させる，つまり切換超平面を平行移動させる方法を示している。

ISM の特徴は，切換超平面の次数が制御対象システムの次数より入力の次数だけ低次元化されない点にある。従来のスライディングモード制御手法を用いた場合，切換超平面は制御対象システムよりも入力の次数分低次元化される。これに対し，ISM では制御対象システムの状態ベクトルを積分し，これを補助変数として加えて切換超平面を設計するため，制御対象システムと切換超平面の次数が一致する。この補助変数の初期値は設計パラメータであり，初期状態が切換超平面上に存在するように補助変数の初期値を設定すれば，制御全時刻において状態を切換超平面に拘束することができる。ISM については理論的な発展研究例も多く，離散時間制御への拡張^[34]，出力フィードバック制御への拡張^[8]，など，現在でも研究が進められている。さらに適用研究もなされており，電動パワーアシスト装置の制御に適用した研究例が報告されている^[63]。

MSMC は直接位相空間上に目標軌道を描き，これを定式化することで切換超平面を導く

手法である。初期状態が予めわかっている場合には、初期状態から出発するような軌道を描くことで、制御の開始から終了まで状態を切換超平面上に拘束することができるため、到達モードの無い制御が実現される。

これらの方法はいずれも到達モードをなくすことに成功し、制御開始時刻からスライディングモード制御器の持つ優れたロバスト性を発揮した制御を実現している。しかし、いずれの手法も事前に初期の状態量の情報を必要とするという制約がある。

1.1.2.3 時変切換超平面の設計方法に関する研究

スライディングモード制御手法を用いて非定常制御器を設計する際には、切換超平面を時変とする、もしくは切換超平面は時不変であっても制御器のみを時変とする方法がある。本研究では前者、つまり時変切換超平面を用いて非定常スライディングモード制御器を設計する制御手法を扱う。

切換超平面はスライディングモード制御の性能を左右するため、その設計方法は多数提案されているが、多くの場合は全制御時刻で一定、つまり時不変の切換超平面の設計を対象としている。

しかしながら、時変性の強いシステムを扱う場合や、制御目的が時間に応じて変化する場合には切換超平面を時変とすることで、より制御性能を高めることができる。時変切換超平面の設計方法としては、1.1.2.2 で述べた MSS の他に、ゲインスケジューリングを用いて時変切換超平面を設計し、磁気軸受^[53] や多関節マニピュレータの力制御^[22] に適用したもの、また fuzzy 理論を用いて時変の切換超平面と制御器を設計し、倒立振子に適用したもの^[18] が報告されている。

本研究では、時変切換超平面の設計方法として最適制御理論に基づく手法に注目する。時変切換超平面は時不変切換超平面よりも設計の自由度が高いため、制御器設計者への負担が大きく、安定な超平面を設計することが難しくなる。さらに、本研究では非定常制御器を与えるスライディングモード制御手法の確立を目指していることから、切換超平面の傾きベクトルを連続な時間関数として設計する必要がある。このような要求に対して、最適制御理論に基づく手法では、設計の過程でリカッチ微分方程式が導出され、これを解くことで時間方向に連続な関数を切換超平面の傾きとする時変切換超平面が設計される。このために、設計者が決定すべきパラメータは評価関数中の重み関数のみでよい。したがって、制御対象が線形システムであれば、次数が大きく複雑であっても比較的容易に連続な時間関数で与えられる時変切換超平面の傾きベクトルを設計することができる。

既存の最適制御理論に基づく時変切換超平面の設計方法としては、Utkin の著書「Sliding Mode in Control and Optimization」(1992)^[59] に記載されている方法がある。これはスライディングモード制御時の状態量に対して評価関数を設定し、これを最小とするような時変切換超平面を設計するというものである。ただし、著書の中では理論の解説はなされていない。さらに、Utkin による手法をベースとした発展的研究が Poznyak らにより精力的に進められており

[4][8][9], 時変システムを対象としたものも提案されている^[3]が, 理論的な展開を主としており, 実システムへの適用事例は報告されていない.

1.2 本研究の目的

本研究は非定常スライディングモード制御手法の確立を目指しており, そのために次の三つの目的に沿って実施する.

- i) 最適制御理論に基づく新たな時変切換超平面の設計方法の提案
- ii) 最適制御理論に基づく時変切換超平面を用いた到達時間短縮制御の実現
- iii) 非定常スライディングモード制御の実システムへの適用

i) に関しては, 最適制御理論に基づく時変切換超平面の設計方法としては, 1.1.2.3 で述べたように Utkin により提案されている手法がある. しかし, この手法を適用するためには, 制御対象システムをスライディングモード正準系と呼ばれる系で記述する必要がある. しかし, 次数の大きい系など複雑な系では正準系に変換することができず, 適用できない場合がある. そこで, 本研究では最適時変フィードバックゲインを時変切換超平面の傾きに適用するという設計方法を提案し, この切換超平面を用いた非定常スライディングモード制御系の設計方法を示すことを目指す. 本手法はスライディングモード正準系への変換は不要なため, 次数の大きい複雑な系にも適用可能である. したがって, 非定常スライディングモード制御手法を適用できる制御対象の範囲を広げることが期待できる.

ii) では最適制御理論に基づく時変切換超平面を用いることで到達時間を短縮し, マッチング条件を満たす外乱に対するロバスト性が制御時刻全般で発揮されるスライディングモード制御器の設計方法を示す. 到達時間の改善を目指した従来手法では, 制御初期時刻での状態量の情報を用いているため, 初期時刻での状態量が未知の場合には適用できない. これに対し, 本研究で採用する最適制御理論に基づく設計手法を用いた場合には, 設計パラメータは評価関数中の重み関数のみである. したがって, この重み関数を, 到達時間を短縮し, かつ制御性能を満たす時変切換超平面を与えるように設計できれば, 到達時間をなくすことはできなくても, 初期時刻での状態量の情報は用いずに比較的到達時間を短縮する切換超平面を設計することが可能となる. 本目的を達成することで, 時変切換超平面の導入により, 非定常制御の特徴である制御対象の特性や制御目的の非定常性を考慮できるという点に加え, スライディングモード制御手法の強みを最大限に活かせるようになる.

iii) については, 非定常スライディングモード制御手法を実システムに適用した研究例はまだ少ないことは前節で述べたとおりである. そこで, 本研究では非定常スライディングモード制御器の適用対象としてシステムの特性に非定常性を有する時変システム, 制御目的が非定常である時不変システムを採り上げ, それぞれの系について非定常スライディン

グモード制御系を適用する利点を示す。

時変システムとしてはエレベータロープを採り上げ、ロープの横振動問題に適用する。エレベータロープは次元の大きい複雑な系であるため、Utkinにより提案された従来の手法は適用できない。そこで、本研究では i) で提案する手法を適用することで振動抑制を実現することを目指す。

制御目的が非定常である時不変システムとしては搬送機械を採り上げ、非定常スライディングモード制御手法を用いることで、高速で高精度な位置決め達成を目指す。高速かつ高精度の位置決めを達成するためには、位置決め制御のみではなく、振動制御も行うことが求められるが、非定常スライディングモード制御手法を用いることでいずれの目的も達成可能な制御器を設計することが可能となる。これにより、従来の時不変切換超平面を用いた定常スライディングモード制御器よりも優れた性能を持つ制御器の実現が期待できる。有効性の検証には数値計算だけではなく、実機を用いて実験を行い、実環境下における非定常スライディングモード制御器の有効性を検証する。

1.3 本論文の構成

本論文の構成を Fig. 1-2 に示す。

第一章では本研究の背景、目的を述べた。

第二章では、まず 2.2, 2.3, 2.4 において本論文で提案する非定常スライディングモード制御系の設計方法を示す。時変フィードバックゲインを切換超平面の傾きに採用する時変切換超平面の設計方法、および非定常スライディングモード制御器の設計方法について述べた後に、提案する制御系の安定性を証明する。その上で、第二章での提案手法を例題に適用し、その有効性を検証する。さらに、2.5 では実システムであるエレベータロープの横振動の制御に適用し、数値計算により本提案手法の時変システムへの有効性を検証する。

第三章では非定常スライディングモード制御の導入により、到達モードを短縮する方法を示す。到達モードを短縮する時変切換超平面の設計方法を述べ、時不変システムを取り上げた例題を設定し、数値計算により提案方法の有効性を検証する。

第四章では実システムである搬送機械の位置決め問題に対して非定常スライディングモード制御手法を適用する。制御対象モデルを構築した後に、制御を実現する上での課題を解決するための制御系設計方法を示す。非定常スライディングモード制御に用いる時変切換超平面は最適制御理論に基づく二種の方法を用いる。一つは第二章で提案する方法であり、他方は第三章にて用いたスライディングモード時の状態が最小となる最適な切換超平面の設計方法である。数値計算により設計した制御器の性能を確認した後に、搬送機械を模擬した実験装置を用いた実験を行い、実対象に対する提案手法の有効性を検証する。

そして最後に、第五章において本論文の結論を述べる。

以上のような論文の構成に対し、各章で取り扱う範囲との関係を Fig. 1-3 に整理する。本論文は大きく制御手法を提案する理論部分と、手法を実システムに適用する部分からなる。さらに、適用については制御対象の特性が非定常な例である時変システム、および制御目的が非定常である時不変システムの二種のシステムを制御対象とする。また、非定常スライディングモード制御に用いる時変切換超平面の設計方法には最適制御理論に基づく手法として、Utkin により提案された手法、および本研究で提案した新たな手法を用いる。

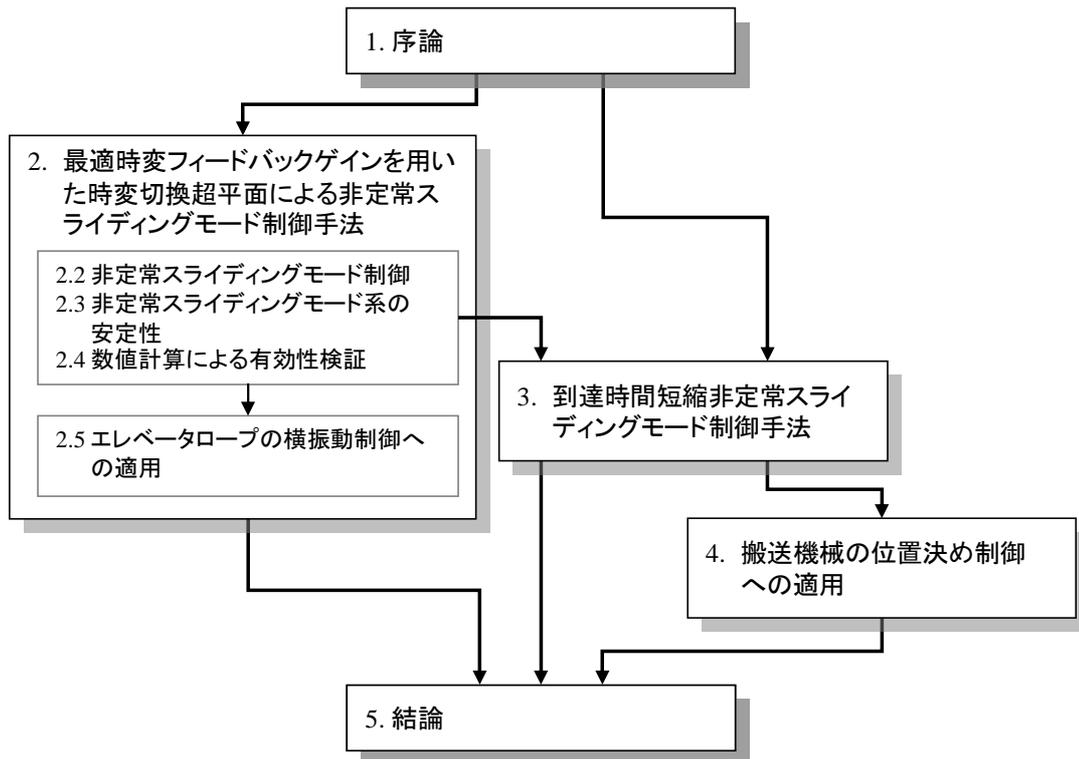


Fig. 1-2 Structure of this dissertation

		Hyperplane	
		Proposal	Utkin's
Theory		2. 非定常スライディングモード制御手法(2.2~2.4)	
		3. 到達時間短縮非定常スライディングモード制御手法	
Application	Time-varying System	2. 非定常スライディングモード制御手法(2.5)	
	Time-invariant System	4. 搬送機械の位置決め制御への適用	

Fig. 1-3 Relation between each chapter and scope of this study

第2章 最適時変フィードバックゲインを用いた 時変切換超平面による非定常スライディング モード制御手法

2.1 緒言

本章では線形時変システムに対する非定常スライディングモード制御系の設計方法を提案する。これは、時変切換超平面の傾きをリカッチ微分方程式の解から導かれる時変フィードバックゲインとして選ぶというものである。本提案手法の特徴は、一つ目として、システムの特性変化を陽に考慮した切換超平面を設計できる点、二つ目として、時変切換超平面の傾きが連続関数で与えられるため、微分可能である点が挙げられる。したがって、時変切換超平面の傾きの微分項を含んだ適切な時変制御器を設計することにより効果的な制御性能が期待できる。

また、提案手法はスライディングモード正準系への変換が不要であるため、高次の複雑な系にも適用可能であるという点も特筆すべき特徴である。Fig. 2-1 に代表的な切換超平面の設計方法の適用範囲を示す。極配置法は極の議論であるため時変系には適用できず、また次数が大きい場合は設計が困難となる。最適制御手法をベースとした設計方法の既往研究としては、最適な時変切換超平面の設計方法が Utkin により提案されている^[59]。しかし、Utkin により提案されている手法は、制御器設計時にシステムをスライディングモード正準系に変換する必要があり、高次の複雑な系では適用できない場合がある。

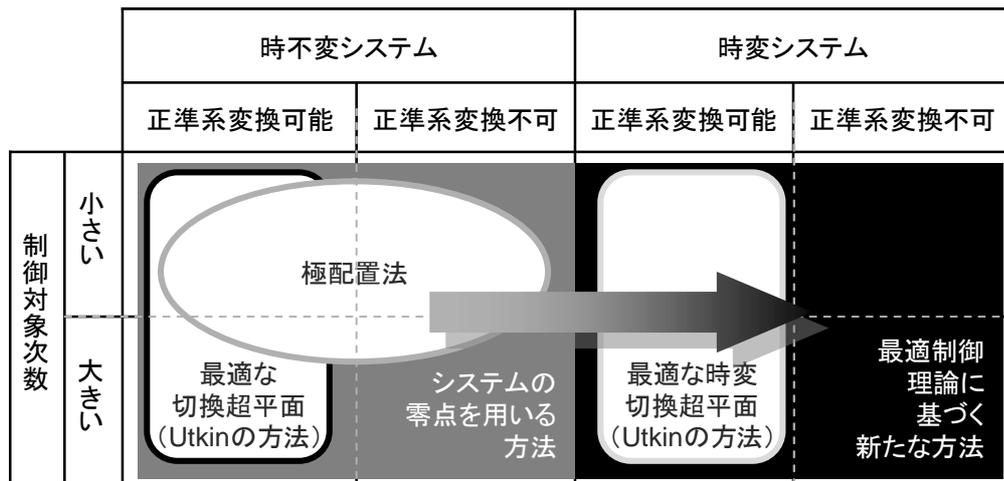


Fig. 2-1 Applicable scope of design methods of switching hyperplane

本章では新たな非定常スライディングモード制御系の設計方法を述べた後に、提案する制御系の安定性を示し、例題として長さが変化する弦に適用し、数値計算から提案手法の有効性を検証する。さらに、提案手法の実システムへの適用例として時変システムであるエレベータロープの横振動制御問題を採り上げる。エレベータロープは次数の大きい複雑な系であり、スライディングモード正準系に変換することができない。したがって、本章で提案する手法が有効であると考えられる。エレベータシステムのモデルを構築した後に、制御系を設計し、数値計算により有効性を検証する。

2.2 非定常スライディングモード制御手法

次のような線形時変システムについて考える。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t) + \mathbf{h}(t) \quad (2-1)$$

ここで、 \mathbf{x} は状態量、 u は制御入力、 \mathbf{h} は外乱もしくはモデル化誤差を表すベクトルであり、マッチング条件を満たす。 $\mathbf{A}(t)$ 、 $\mathbf{B}(t)$ は適当な行列関数であり、 n 次の1入力の完全可制御系である。また、制御開始時刻を t_0 、制御終端時刻を t_f とすると、上記のシステムは $0 \leq t_0 \leq t \leq t_f$ においてシステムの特性が変化し、 $t_f \leq t < \infty$ では $t=t_f$ の状態で定常状態になる。なお、完全可制御の定義は次の通りである。

【完全可制御性^[67]】

ある時刻 \hat{t} での状態を $\hat{\mathbf{x}}$ とするとき、ある有限時間区間 $[\hat{t}, t_f]$ において定義された適当な入力 $u(t)$ ($\hat{t} \leq t \leq t_f$) によって、状態を $\mathbf{x}(\hat{t}) = \hat{\mathbf{x}}$ から $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{0}$ に移動することができるとき、状態 $\hat{\mathbf{x}}$ は時刻 \hat{t} で可制御であるといい、全ての状態が \hat{t} で可制御であるとき、システムは時刻 \hat{t} で完全可制御であるという。さらに、システムがすべての時刻で完全可制御ならば、システムは完全可制御である。

完全可制御性は、係数行列 $\mathbf{A}(t)$ 、 $\mathbf{B}(t)$ が微分可能であれば、代数的条件が与えられている。

行列 $\mathbf{A}(t)$ は $(n-2)$ 回、 $\mathbf{B}(t)$ は $(n-2)$ 回、連続微分可能であるとき、可制御性行列が次のように定義できる。

$$\mathbf{C}_m(t) = [\mathbf{P}_0(t) \quad \mathbf{P}_1(t) \quad \cdots \quad \mathbf{P}_{n-1}(t)] \quad (2-2)$$

ここで、 $\mathbf{P}_i(t)$ は以下の漸化式から与えられる。

$$\begin{cases} \mathbf{P}_0(t) = \mathbf{B}(t) \\ \mathbf{P}_{i+1}(t) = -\mathbf{A}(t)\mathbf{P}_i(t) + \dot{\mathbf{P}}_i(t) \end{cases} \quad (2-3)$$

この可制御性行列に関して、全ての時刻 \hat{t} に対して

$$\text{rank}C_m(t) = n \quad (2-4)$$

となる時刻 $t (> \hat{t})$ が存在するとき、このシステムは完全可制御と判断できる。

また、式(2-1)のシステムに対して、切換関数 σ および切換超平面は以下のように与える。

$$\sigma(t) = S(t)x(t) = 0 \quad (2-5)$$

2.2.1 最適フィードバックゲインを用いた時不変切換超平面の設計

本節では、時変切換超平面の設計方法を示す前に、既に提案されている最適フィードバックゲインを用いた時不変切換超平面の設計方法を示す^[37]。

次の線形時不変システムを制御対象とする。各行列の定義は式(2-1)に準じる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{h}(t) \quad (2-6)$$

また、切換関数 σ_s および切換超平面は以下のように与える。

$$\sigma_s(t) = S_s \mathbf{x}(t) = 0 \quad (2-7)$$

このシステムに対して、最適制御手法を用いて最適フィードバックゲインを設計する。 $\mathbf{Q}_s \geq \mathbf{0}$ を用いて、評価関数を次のように与える。

$$J = \int_{t_0}^{\infty} \left\{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_s \mathbf{x}(t) + u^2(t) \right\} dt \quad (2-8)$$

このとき、最適フィードバックゲインは次の式で与えられる。

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{B}^T \mathbf{P}_s \quad (2-9)$$

\mathbf{P}_s は次のリカッチ方程式の正定対称解である。

$$\mathbf{P}_s \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}_s - \mathbf{P}_s \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_s + \mathbf{Q}_s = \mathbf{0} \quad (2-10)$$

ここで、スライディングモード制御系において、状態が切換超平面上に拘束されているスライディングモード時の系の固有値は、最適制御系で出力行列を \mathbf{f}_s としたときの伝達関数の零点と一致することが知られている。そこで、式(2-9)の最適フィードバックゲインを切換超平面の傾きに用いる。

$$S_s = f_s = B^T P_s \quad (2-11)$$

このとき，上式を用いて設計される切換超平面は安定となる．したがって，本手法はシステムの零点を利用する設計法とも呼ばれている^[1]．さらに，スライディングモード時の制御系の極は f_s を用いた最適制御系の極の性質を受け継ぐことが示されている^[1]．

2.2.2 最適時変フィードバックゲインを用いた時変切換超平面の設計

式(2-1)のシステムに対して，時変切換超平面の傾きを非定常最適制御の時変フィードバックゲイン $f(t)$ として選び， $t_0 \leq t \leq t_f$ について制御を行うことを考える．式(2-1)で表されるシステムに対して，次のように評価関数を設定する．

$$J = \mathbf{x}^T(t_f) \mathbf{Q}_f \mathbf{x}(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{x}(t) + r(t) u^2(t) \right\} dt \quad (2-12)$$

ここで， $\mathbf{Q}_f \geq \mathbf{0}$ ， $t_0 \leq t \leq t_f$ において $\mathbf{Q}(t)$ は半正定対称行列， $r(t) > 0$ で時間方向に連続かつ $t \geq t_f$ では $r(t)=1$ で一定となる関数で与える．この評価関数を最小にする最適時変フィードバックゲインは次式で与えられる^[41]．

$$f(t) = r(t)^{-1} B^T(t) P(t) \quad (2-13)$$

$P(t)$ は次のリカッチ微分方程式の正定対称解である．

$$-\dot{P}(t) = P(t)A(t) + A^T(t)P(t) - P(t)B(t)r(t)^{-1}B^T(t)P(t) + Q(t) \quad (2-14)$$

$$P(t_f) = Q_f \quad (2-15)$$

終端条件である Q_f は $t=t_f$ のときにシステムから計算される値を用いることとする．つまり，次のような線形時不変システム

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A(t_f)\mathbf{x}(t) + B(t_f)u(t) \quad (2-16)$$

から得られる次のリカッチ方程式の正定対称解 $P(t_f)$ で与える．なお，前述したとおり $r(t)$ の設計条件より $r(t_f)=1$ である．

$$P(t_f)A(t_f) + A^T(t_f)P(t_f) - P(t_f)B(t_f)B^T(t_f)P(t_f) + Q(t_f) = \mathbf{0} \quad (2-17)$$

式(2-14)を解く際には終端条件のみが与えられているため，終端時刻からルンゲクッタ法などを用いて逆時間方向に解けばよい．以上より時変切換超平面を与える $S(t)$ は次のようになる．

$$S(t) = f(t) = r(t)^{-1} B^T(t) P(t) \quad (2-18)$$

制御時にはあらかじめ得られた $\mathbf{S}(t)$ を順方向に各時間で取り上げて用いる。

前項で述べた通り，時不変切換超平面の場合にはスライディングモード時の制御系の極は f_s を用いた最適制御系の極の性質を受け継ぐことが示されているが，非定常制御系では極の議論が困難であり，非定常最適制御系との関係を明確に示すことはできない。しかし，経験的に，非定常最適制御と同様，評価関数の重みの値を大きくする程，対応する状態量に対して敏感な制御器を設計できることは確認している。

2.2.3 非定常スライディングモード制御器の設計

制御入力は次式のように線形状態フィードバック制御項 u_l と非線形制御項 u_{nl} の2つの独立した項から構成する。

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_l(t) + \mathbf{u}_{nl}(t) \quad (2-19)$$

ここで $u_l(t)$ が時変切換超平面を有する時変システムの等価制御入力 $u_{eq}(t)$ であるときを考える。等価制御入力とは切換超平面上に状態が拘束されていると仮定した場合に必要な入力であり，以下の条件を満たす。

$$\dot{\sigma}(t) = 0 \quad (2-20)$$

また， \mathbf{S} が時間 t の関数であることから， $\sigma(t)$ を時間微分すると，

$$\dot{\sigma}(t) = \mathbf{S}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t)\mathbf{x}(t) \quad (2-21)$$

式(2-1)において，外乱 $\mathbf{h}(t)$ が存在しないと仮定した場合，

$$\dot{\sigma}(t) = \{\mathbf{S}(t)\mathbf{A}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t)\}\mathbf{x}(t) + \mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (2-22)$$

このとき $u_l(t) = u_{eq}(t)$ であることから， $\{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}^{-1}$ が存在するとき，等価制御入力は次式の通り与えられる。

$$\mathbf{u}_{eq}(t) = -\{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}^{-1}\{\mathbf{S}(t)\mathbf{A}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t)\}\mathbf{x}(t) \quad (2-23)$$

式(2-19)，(2-23)から制御入力は非線形入力項の大きさを表すスカラ関数 $k(t)$ を用いて次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= \mathbf{u}_l(t) + \mathbf{u}_{nl}(t) \\ &= -\{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}^{-1}\{\mathbf{S}(t)\mathbf{A}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t)\}\mathbf{x}(t) - k(t)\frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)|} \end{aligned} \quad (2-24)$$

したがって，本制御器を適用する際には，切換超平面の傾き \mathbf{S} は可微分でなくてはならない。つまり，式(2-18)の時変切換超平面を採用したとき，

$$\dot{S}(t) = -\dot{r}(t)^{-1} r(t)^{-2} \mathbf{B}^T(t) \mathbf{P}(t) + r(t)^{-1} \dot{\mathbf{B}}^T(t) \mathbf{P}(t) + r(t)^{-1} \mathbf{B}^T(t) \dot{\mathbf{P}}(t) \quad (2-25)$$

より、 $r(t)$ および $\mathbf{B}(t)$ も微分可能である必要がある。

実際に制御を行う際には、非線形入力項により生じるチャタリングを防止するために平滑関数 $\delta(t)$ を導入する。

$$\begin{aligned} u(t) &= u_l(t) + u_{nl}(t) \\ &= -\{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}^{-1} \{\mathbf{S}(t)\mathbf{A}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t)\} \mathbf{x}(t) - k(t) \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta(t)} \end{aligned} \quad (2-26)$$

2.3 非定常スライディングモード制御系の安定性

スライディングモード制御は切換超平面に状態を拘束することで、希望する動特性を制御系に与えるというものであるため、制御系の設計においては希望する動特性を実現する切換超平面を設計し、切換超平面上にない状態量を切換超平面に収束させ、その面上に保つような制御器を設計する必要がある。本節では、前節までに設計された非定常スライディングモード制御系がこのような性質を有することを示す。

2.3.1 時変切換超平面の安定性

スライディングモード制御系においてスライディングモードが存在しているとき、つまり切換超平面上に状態が拘束されているときを考える。このとき必要とされる入力を等価制御入力、切換超平面上に状態が拘束されている制御系を等価制御系とよぶ。したがって、切換超平面を決定するときには等価制御系を安定にする必要がある。

線形時変システムの安定性については状態遷移行列に関する条件を与えるものとリアプノフ安定定理が示されているが、ここでは状態遷移行列を用いて安定性を証明する。

次のような線形時変システムを考える。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) \quad (2-27)$$

上式の初期値問題 $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ の解は状態遷移行列 $\Phi(t, t_0)$ を用いて次式で与えられる^[29]。

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{x}_0 \quad (2-28)$$

したがって、 \mathbf{x}_0 および $\mathbf{x}(t)$ に対する要求は $\Phi(t, t_0)$ の性質に帰着される^[46]。よって、式(2-27)の解 $\mathbf{x}(t)$ の安定性に関して次に示すような定理が成り立つ。

【定理 1^[29]】

線形時変システム(2-27)が漸近安定であるための必要条件は、

A. ある有界な数 $M(t_0)$ が存在し、

$$\|\Phi(t, t_0)\| < M(t_0) \quad (t \geq t_0) \quad (2-29)$$

B.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\Phi(t, t_f)\| = 0 \quad (2-30)$$

が共に成立することである。ここで $\|\cdot\|$ はマトリクスノルムである。

また、線形微分方程式の状態遷移行列は次のように与えられている。

【状態遷移行列^[26]】

線形微分方程式(2-28)の状態遷移行列は次の積分方程式を満足する.

$$\Phi(t, t_0) = I + \int_{t_0}^t \mathbf{A}(\tau) \Phi(\tau, t_0) d\tau \quad (2-31)$$

式(2-1)のシステムに対して, 式(2-26)で表される非定常スライディングモード制御器を適用した際の等価制御系の安定性を, 定理1を用いて証明する.

ここで, 前節において制御対象である線形時変システムは, i) $0 \leq t_0 \leq t \leq t_f$ ではシステムの変性が変化し, ii) $t_f \leq t < \infty$ では $t = t_f$ の状態で定常状態になると仮定していることから, 本研究では次のような流れで証明を行う.

[証明の流れ]

STEP1 $0 \leq t_0 \leq t \leq t_f$ において定理1 A,

$$\|\Phi(t, t_0)\| < M_1$$

が成り立つことを示す.

STEP2 $t_f \leq t < \infty$ において定理1 A,

$$\|\Phi(t, t_f)\| < M_2$$

が成り立ち, かつ定理1 B,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\Phi(t, t_f)\| = 0$$

が成り立つことを示す.

STEP3 全時刻において $\Phi(t, t_0)$ に関して, 定理1が成り立ち, 等価制御系が漸近安定であることを示す.

STEP1 $0 \leq t_0 \leq t \leq t_f$ のとき

式(2-1)のシステムは外乱 $\mathbf{h}(t)$ を要する. このとき等価制御入力のスライディングモード時, つまり $\dot{\sigma} = 0$ が成り立つときの入力である. したがって,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(t) &= \mathbf{S}(t) \dot{\mathbf{x}}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x}(t) \\ &= \mathbf{S}(t) \{ \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) \mathbf{u} + \mathbf{h}(t) \} \end{aligned}$$

ここで, 外乱 $\mathbf{h}(t)$ はマッチング条件を満たし, $\mathbf{h}(t) = \mathbf{B}(t) \lambda(t)$ が成り立つことから,

$$\dot{\sigma}(t) = \{ \mathbf{S}(t) \mathbf{A}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t) \} \mathbf{x}(t) + \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) \mathbf{u} + \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) \lambda(t)$$

より, 等価制御系では以下の制御入力が必要となる.

$$u_{eq} = -\{S(t)B(t)\}^{-1}\{S(t)A(t) + \dot{S}(t)\}x(t) - \lambda(t) \quad (2-32)$$

このとき、等価制御系は次式で表される。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + h(t) \\ &= A(t)x(t) - B(t)\left[\{S(t)B(t)\}^{-1}\{S(t)A(t) + \dot{S}(t)\}x(t) + \lambda(t)\right] + h(t) \\ &= \left[A(t) - B(t)\{S(t)B(t)\}^{-1}\{S(t)A(t) + \dot{S}(t)\}\right]x(t) - B(t)\lambda(t) + B(t)\lambda(t) \\ &= \left[A(t) - B(t)\{S(t)B(t)\}^{-1}\{S(t)A(t) + \dot{S}(t)\}\right]x(t) \\ &= \tilde{A}(t)x(t) \end{aligned} \quad (2-33)$$

つまり、等価制御系ではマッチング条件を満たす外乱の影響はまったく受けない不変な状態となる。上式のシステムの状態遷移行列 $\Phi(t, t_0)$ の有界性を証明する。なお、有界性とは次のような性質のことを指す。

【行列の有界性^[46]】

ある行列 $M(t)$ について

$$\|M(t)\| < m \quad (2-34)$$

を満たす実数 m が存在するとき、 $M(t)$ は有界である。

$\Phi(t, t_0)$ の有界性を調べるために、まず $\tilde{A}(t)$ の有界性を調べる。

[$\tilde{A}(t)$ の有界性]

本研究で扱うシステムは $t_0 \leq t \leq t_f$ において、 $A(t)$ 、 $B(t)$ は滑らかに変化し、以下に示すように有界であるとする。

$$\|A(t)\| < a, \quad \|B(t)\| < b \quad (2-35)$$

式(2-33)より

$$\begin{aligned} \|\tilde{A}(t)\| &= \left\| A(t) - B(t)\{S(t)B(t)\}^{-1}\{S(t)A(t) + \dot{S}(t)\} \right\| \\ &\leq \|A(t)\| + \|B(t)\| \left\| \{S(t)B(t)\}^{-1} \right\| \|S(t)A(t) + \dot{S}(t)\| \\ &\leq \|A(t)\| + \|B(t)\| \left\| \{S(t)B(t)\}^{-1} \right\| \left[\|S(t)\| \|A(t)\| + \|\dot{S}(t)\| \right] \\ &< a + b \left\| \{S(t)B(t)\}^{-1} \right\| \left[a \|S(t)\| + \|\dot{S}(t)\| \right] \end{aligned} \quad (2-36)$$

さらに、 $S(t) = r^{-1}(t)B^T(t)P(t)$ より

$$\|S(t)\| = \|r^{-1}(t)B^T(t)P(t)\| \leq r_{\min}^{-1} \|B^T(t)\| \|P(t)\| \quad (2-37)$$

である。ただし、 r_{\min} は $t_0 \leq t \leq t_f$ における $r(t) > 0$ の最小値である。ここで、 $\mathbf{P}(t)$ は $t \leq t_f$ において有界

$$\|\mathbf{P}(t)\| < p \quad (2-38)$$

である。よって、式(2-37)に代入すると、

$$\|\mathbf{S}(t)\| < r_{\min}^{-1} b p \quad (2-39)$$

であることから、 $\mathbf{S}(t)$ は有界であることがわかる。次に、 $\dot{\mathbf{S}}(t)$ について考える。 $\mathbf{B}(t)$ は滑らかに変化し、微分可能である。 $r(t)$ に関しても微分可能な関数と仮定していることから、

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = -\dot{r}(t)r^{-2}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) + r^{-1}(t)\dot{\mathbf{B}}^T(t)\mathbf{P}(t) + r^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t)\dot{\mathbf{P}}(t) \quad (2-40)$$

であり、この両辺のノルムをとると次のようになる。

$$\begin{aligned} \|\dot{\mathbf{S}}(t)\| &= \left\| -\dot{r}(t)r^{-2}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) + r^{-1}(t)\dot{\mathbf{B}}^T(t)\mathbf{P}(t) + r^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t)\dot{\mathbf{P}}(t) \right\| \\ &\leq r_{\min}^{-2} |\dot{r}(t)| \|\mathbf{B}^T(t)\| \|\mathbf{P}(t)\| + r_{\min}^{-1} \|\dot{\mathbf{B}}^T(t)\| \|\mathbf{P}(t)\| + r_{\min}^{-1} \|\mathbf{B}^T(t)\| \|\dot{\mathbf{P}}(t)\| \end{aligned} \quad (2-41)$$

ここで、 $\|\mathbf{B}^T(t)\|$ および $|\dot{r}(t)|$ は有界 ($\|\mathbf{B}^T(t)\| < \beta$, $|\dot{r}(t)| < \gamma$) であり、式(2-35)、(2-38)から式(2-41)は次のように書き換えられる。

$$\|\dot{\mathbf{S}}(t)\| < r_{\min}^{-2} \gamma b p + \gamma \beta p + \gamma b \|\dot{\mathbf{P}}(t)\| \quad (2-42)$$

また、リカッチ微分方程式

$$-\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)r^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}(t) \quad (2-43)$$

の両辺のノルムをとると、

$$\begin{aligned} \|\dot{\mathbf{P}}(t)\| &= \left\| \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)r^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}(t) \right\| \\ &\leq \|\mathbf{P}(t)\| \|\mathbf{A}(t)\| + \|\mathbf{A}^T(t)\| \|\mathbf{P}(t)\| + r_{\min}^{-1} \|\mathbf{P}(t)\| \|\mathbf{B}(t)\| \|\mathbf{B}(t)\| \|\mathbf{P}(t)\| + \|\mathbf{Q}(t)\| \\ &< 2ap + r_{\min}^{-1} b^2 p^2 + q \end{aligned} \quad (2-44)$$

であり、式(2-42)、(2-44)から $\dot{\mathbf{S}}(t)$ は有界とわかる。ここで、 $\{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}^{-1}$ が存在するとき、 $\{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}^{-1}$ のノルム値について考える。ここでは 1 入力システムを扱っていることから、 $\phi(t) = \mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)$ はスカラ関数である。したがって、

$$\begin{aligned} \left\| \{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}^{-1} \right\| &= |\phi(t)^{-1}| \\ &\leq \phi_{\min}^{-1} \end{aligned} \quad (2-45)$$

と表される。ここで ϕ_{\min} は $|\phi(t)|$ の $t_0 \leq t \leq t_f$ における最小値である。式(2-36)に式(2-39)、(2-42)、(2-44)、(2-45)を代入すると次のようになる。

$$\|\tilde{\mathbf{A}}(t)\| < a + b\phi_{\min}^{-1} \left\{ ar_{\min}^{-1}bp + r_{\min}^{-1} \left\{ \beta p + b \left(r_{\min}^{-1}\gamma p + 2ap + r_{\min}^{-1}b^2p^2 + q \right) \right\} \right\} = \alpha \quad (2-46)$$

以上から, $0 \leq t_0 \leq t \leq t_f$ において有界であることが示された.

次に式(2-33)の線形時変システムの状態遷移行列 $\Phi(t, t_0)$ の有界性を証明する.

[状態遷移行列 $\Phi(t, t_0)$ の有界性]

$\mathbf{A}(t)$ が区間 $[t_1, t_2]$ で連続な要素からなるマトリクスである場合, ノルムの積分に関しては次のような関係が成立する^[26].

$$\left\| \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{A}(t) dt \right\| \leq \int_{t_1}^{t_2} \|\mathbf{A}(t)\| dt, \quad (t_2 > t_1) \quad (2-47)$$

よって式(2-31)に示した状態遷移行列に対して, 式(2-47)および三角不等式を用いて両辺のノルムをとると, $t_0 \leq t \leq t_f$ において $\tilde{\mathbf{A}}(t)$ が有界 ($\|\tilde{\mathbf{A}}(t)\| < \alpha$) であることから

$$\begin{aligned} \|\Phi(t, t_0)\| &= \left\| I + \int_{t_0}^t \tilde{\mathbf{A}}(\tau) \Phi(\tau, t_0) d\tau \right\| \\ &\leq 1 + \int_{t_0}^t \|\tilde{\mathbf{A}}(\tau)\| \|\Phi(\tau, t_0)\| d\tau \\ &< 1 + \alpha \int_{t_0}^t \|\Phi(\tau, t_0)\| d\tau \end{aligned} \quad (2-48)$$

なる不等式が成立する. 式(2-48)の右辺を $u(t, t_0)$ とおけば,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[u(t, t_0) e^{-\alpha(t-t_0)} \right] = \alpha e^{-\alpha(t-t_0)} \left[\|\Phi(t, t_0)\| - u(t, t_0) \right] < 0 \quad (2-49)$$

から, $u(t, t_0) e^{-\alpha(t-t_0)}$ は減少関数であり, $t = t_0$ のとき最大値をとる. よって上式を区間 $[t_0, t]$ で積分し, $u(t_0, t_0) = 1$ を考慮すると,

$$u(t, t_0) e^{-\alpha(t-t_0)} \leq 1 \quad (2-50)$$

式(2-48), (2-50)から,

$$\|\Phi(t, t_0)\| < u(t, t_0) \leq e^{\alpha(t-t_0)} \quad (2-51)$$

である. $t_0 \leq t \leq t_f$ については, さらに次のような関係式が成り立つ.

$$\|\Phi(t, t_0)\| < e^{\alpha(t-t_0)} \leq e^{\alpha(t_f-t_0)} = M \quad (2-52)$$

したがって, 式(2-33)のシステムの状態遷移行列 $\Phi(t, t_0)$ は $0 \leq t_0 \leq t \leq t_f$ で有界であることが示された.

なお, 等価制御系は線形システムであり, 時刻 t_f までの有限時間であれば系は安定であることは良く知られている. しかしながら, 本論文では新たな制御手法の安定性を論じるために, ここで改めて証明を行った.

STEP 2 $t_f \leq t < \infty$ のとき

このときシステムは $t=t_f$ の時から変化せず、式(2-16)で示すとおり定常状態である。このとき、等価制御系では STEP1 と同様、外乱 $\mathbf{h}(t)$ の影響は打ち消されるため、以下の通りとなる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \left[\mathbf{A}(t_f) - \mathbf{B}(t_f) \{ \mathbf{S}(t_f) \mathbf{B}(t_f) \}^{-1} \mathbf{S}(t_f) \mathbf{A}(t_f) \right] \mathbf{x}(t) \\ &= \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (2-53)$$

ここで、 $r(t_f)=1$ と仮定しているため、 $\mathbf{S}(t_f)$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{S}(t_f) = \mathbf{f}(t_f) = \mathbf{B}^T(t_f) \mathbf{P}(t_f) \quad (2-54)$$

このとき、 $\dot{\mathbf{S}}(t_f)$ は $\dot{r}(t_f)=0$ 、 $\dot{\mathbf{B}}^T(t_f)=\mathbf{0}$ 、 $\dot{\mathbf{P}}(t_f)=\mathbf{0}$ より

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{S}}(t_f) &= \dot{r}^{-1}(t_f) \mathbf{B}^T(t_f) \mathbf{P}(t_f) + r^{-1}(t_f) \dot{\mathbf{B}}^T(t_f) \mathbf{P}(t_f) + r^{-1}(t_f) \mathbf{B}^T(t_f) \dot{\mathbf{P}}(t_f) \\ &= \mathbf{0}\end{aligned}\quad (2-55)$$

である。

式(2-54)で与えられる切換超平面を用いた定常制御時における等価制御系の安定性は次のように証明されている^[37]。

式(2-53)の固有値は入力次数分、つまりここでは1つの原点極、および伝達関数 $\mathbf{S}(t_f)[s\mathbf{I}-\mathbf{A}(t_f)]^{-1}\mathbf{B}(t_f)$ の零点となる^[38]ことから伝達関数 $\mathbf{S}(t_f)[s\mathbf{I}-\mathbf{A}(t_f)]^{-1}\mathbf{B}(t_f)$ の零点の安定性を調べる。 $\mathbf{P}(t_f)$ は式(2-17)に示すリカッチ方程式を満たすことから、リカッチ方程式を変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(t_f) \left(\mathbf{A}(t_f) - \mathbf{B}^T(t_f) \mathbf{f}(t_f) \right) + \left(\mathbf{A}(t_f) - \mathbf{B}^T(t_f) \mathbf{f}(t_f) \right)^T \mathbf{P}(t_f) \\ = -\mathbf{f}^T(t_f) \mathbf{f}(t_f) - \mathbf{Q}(t_f)\end{aligned}\quad (2-56)$$

$\mathbf{Q}(t_f) > \mathbf{0}$ より、式(2-54)、(2-56)は Kalman-Yakubovich の補題^{[19][32]}を満たすので、 $\mathbf{f}(t_f) \{ s\mathbf{I}-\mathbf{A}(t_f) + \mathbf{B}(t_f) \mathbf{f}(t_f) \}^{-1} \mathbf{B}(t_f)$ は強正実である。強正実であるとき、伝達関数の極、零点共に $\text{Re}\{s\} < 0$ であり、またフィードバックによって零点は不変であることから、

$$\mathbf{f}(t_f) \text{adj}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}(t_f)] \mathbf{B}(t_f) = 0 \quad (2-57)$$

の根は開左半平面にある。したがって、 $\mathbf{f}(t_f) = \mathbf{S}(t_f)$ より、

$$\mathbf{S}(t_f) \text{adj}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}(t_f)] \mathbf{B}(t_f) = 0 \quad (2-58)$$

の根も開左半平面にあり、 $\mathbf{S}(t_f)[s\mathbf{I}-\mathbf{A}(t_f)]^{-1}\mathbf{B}(t_f)$ の零点は安定となる^[31]。以上より、式(2-56)の等価制御系切換面上において系は漸近安定であるとなる。つまり、 $\tilde{\mathbf{A}}$ の状態遷移行列に関して、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\Phi(t, t_f)\| = 0 \quad (2-59)$$

が成り立つ。また、状態遷移行列はジョルダン形式 \mathbf{J} 用いて

$$\Phi(t, t_f) = e^{\hat{\mathbf{A}}t} = \mathbf{T}e^{\mathbf{J}t}\mathbf{T}^{-1} \quad (2-60)$$

と表され、 $e^{\mathbf{J}t}$ の非零の要素は固有値 λ_i を用いて $(t^k/k!)e^{\lambda_i t}$ で与えられる^[27]ことから、 $\|\Phi(t, t_f)\|$ は $|e^{\lambda_i t}| = e^{\operatorname{Re}\{\lambda_i\}t}$ の値から決定される。漸近安定なシステムにおいては $\operatorname{Re}\{\lambda_i\} < 0$ であるため、 $\|\Phi(t, t_f)\|$ は時間と共に減少することがわかる。したがって、次のような関係が導かれる。

$$\|\Phi(t, t_f)\| \leq \|\Phi(t_f, t_f)\| = 1 \quad (2-61)$$

よって式(2-61)から $\Phi(t, t_f)$ が有界で、かつ式(2-59)より $t \rightarrow \infty$ において 0 に収束することが示された。

STEP 3

全時刻における状態遷移行列 $\Phi(t, t_0)$ は状態遷移行列の性質^[31]より

$$\Phi(t, t_0) = \begin{cases} \Phi(t, t_0) & (t_0 \leq t \leq t_f) \\ \Phi(t, t_f)\Phi(t_f, t_0) & (t > t_f) \end{cases} \quad (2-62)$$

である。したがって次のことが導かれる。

A. 式(2-52), (2-61)より

$$\|\Phi(t, t_0)\| < M \quad (2-63)$$

B. 式(2-59)より

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\Phi(t, t_0)\| = 0 \quad (2-64)$$

上の2つの条件は定理1を満たすことから、非定常スライディングモード制御系の等価制御系は漸近安定であることが示された。

2.3.2 非定常スライディングモード制御器の安定性

次に、前節において設計した制御器を含む閉ループ系の内部安定性について述べる。スライディングモード制御器を設計するにはスライディングモードの存在条件を満たさなくてはならない。スライディングモードの存在条件とは、切換超平面上にない状態を切換超平面に到達させ、切換超平面近傍でスライディングモードを生じさせるために制御器が満たすべき条件であり、ここで扱う1入力系の場合、以下に定義されるリアプノフ関数

$$V(x,t) = \frac{1}{2} \sigma^T(t) \sigma(t) = \frac{1}{2} \sigma^2(t) \quad (2-65)$$

を用いて、次のように表される。

$$\dot{V}(\sigma) < 0 \quad (2-66)$$

式(2-1)より

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma(t) \cdot \dot{\sigma}(t) \\ &= \sigma(t) \{ \mathbf{S}(t) \dot{\mathbf{x}}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x}(t) \} \\ &= \sigma(t) \left[\mathbf{S}(t) \{ \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) u(t) + \mathbf{h}(t) \} + \dot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x}(t) \right] \end{aligned}$$

ここで、式(2-24)で示される u を上式に代入する。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma(t) \left[\mathbf{S}(t) \{ \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{h}(t) \} + \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ -(\mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t))^{-1} \{ \mathbf{S}(t) \mathbf{A}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t) \} \mathbf{x}(t) - k(t) \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)|} \right\} + \dot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x}(t) \right] \\ &= \sigma(t) \left\{ \mathbf{S}(t) \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{S}(t) \mathbf{h}(t) - \mathbf{S}(t) \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) - \dot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x}(t) \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) k(t) \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)|} + \dot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x}(t) \right\} \\ &= \sigma(t) \left\{ \mathbf{S}(t) \mathbf{h}(t) - \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) k(t) \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)|} \right\} \end{aligned}$$

$\mathbf{h}(t)$ はマッチング条件を満たすことから、

$$\mathbf{h}(t) = \mathbf{B}(t) \lambda(t) \quad (2-67)$$

さらに、外乱の大きさが $|\lambda(t)| \leq \bar{\lambda}$ の範囲に収まることがわかっているとす。このとき、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma(t) \left\{ \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) \lambda(t) - \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) k(t) \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)|} \right\} \\ &= -\sigma(t) \{ \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) \} k(t) \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)|} + \sigma(t) \{ \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) \} \lambda(t) \end{aligned}$$

ここで、上式第1項に関して次の式が成り立ち、

$$-|\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)|\sigma(t)^2 \leq \sigma(t)\{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}\sigma(t) \leq |\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)|\sigma(t)^2 \quad (2-68)$$

第2項に関しては、以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \sigma(t)\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\lambda(t) &\leq |\sigma(t)|\|\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\|\lambda(t) \\ &\leq |\sigma(t)|\|\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\|\bar{\lambda} \end{aligned} \quad (2-69)$$

式(2-68), (2-69)から

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -|\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)|k(t)\frac{|\sigma(t)|^2}{|\sigma(t)|} + |\sigma(t)|\|\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\|\bar{\lambda} \\ &= |\sigma(t)|\|\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\|\{-k(t) + \bar{\lambda}\} \end{aligned} \quad (2-70)$$

したがって、以下のように $k(t)$ を決定すれば、 $\dot{V} < 0$ が成立する。

$$k(t) > \bar{\lambda} \quad (2-71)$$

このとき、スライディングモードの存在条件が満たされ、同時にスライディングモード制御器を含む閉ループ系の内部安定性が示された。

2.4 数値計算による有効性検証

2.4.1 制御対象

2.2 で示した非定常スライディングモード制御器を用いて数値計算を行い、制御性能の検証を行う。ここでは時変システムの例として、エレベーターロープやクレーンロープに代表される Fig. 2-2 に示すような長さが変化する弦を扱う。本システムは、下端の質点が上下に移動することで、上下の質点間にある弦の長さが変化する。弦の横変位のみを制御対象とし、制御入力は弦に直接加えることとする。

まず、弦の運動方程式を、有限要素法を用いて導出する。弦の横方向に r 軸、弦の長さ方向に z 軸をとると、弦の運動は次のような波動方程式で表現される。

$$\rho A \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_e(t) \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 r(z,t) - T(z,t) \frac{\partial^2 r(z,t)}{\partial z^2} + C(z,t) \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_e(t) \frac{\partial}{\partial z} \right) r(z,t) = 0 \quad (2-72)$$

ここで、 ρA は線密度、 C は弦の単位長さあたりの粘性減衰係数、 T は張力、 $V_e(t)$ は弦の長さ変化速度であり、弦長は $L(t) = L(0) + V_e(t)t$ で表わされる。弦を N 個の要素に分割し、ある要素 i の両端の接点変位 v_i, v_{i+1} から、節点間の弦の横変位 $r(z,t)$ を一次の形状関数を用いて表現するとき、弦に外力が働かない場合の要素 i における運動方程式は次ように記述される。

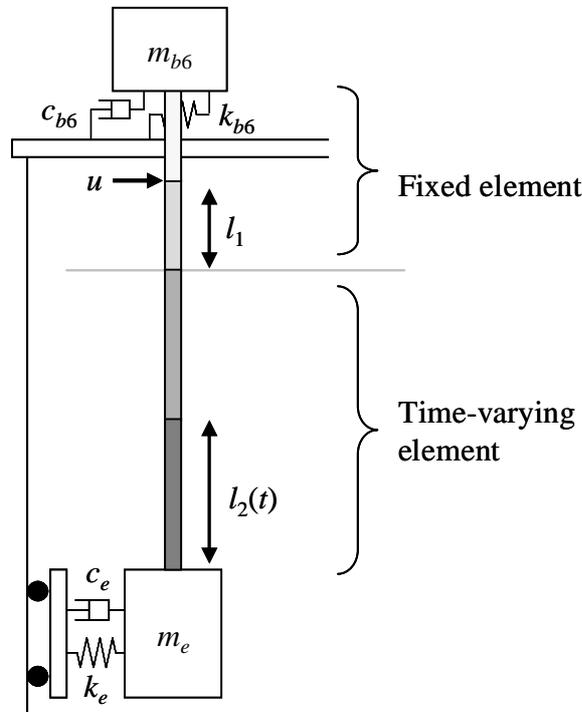


Fig. 2-2 A model of controlled object

$$\mathbf{m}_{r_i}(t)\ddot{\mathbf{x}}_{r_i}(t) + \mathbf{k}_{r_i}(t)\mathbf{x}_{r_i}(t) + \mathbf{c}_{r_i}(t)\dot{\mathbf{x}}_{r_i}(t) = \mathbf{0} \quad (2-73)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{r_i}(t) &= \begin{bmatrix} r_i(t) \\ r_{i+1}(t) \end{bmatrix}, & \mathbf{m}_{r_i}(t) &= \frac{\rho A l(t)}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{k}_{r_i}(t) &= -\frac{(\rho A V_e^2(t) - T(t))}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{C(t)V_e(t)}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{c}_{r_i}(t) &= \frac{C(t)l(t)}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \rho A V_e(t) \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで、 $l(t)$ は要素長さである。制御対象システム全体の運動方程式は、式(2-73)を全要素および両端の質点 m_{b6}, m_e について重ね合わせることで、以下のように導出される。

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}_r(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}_r(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}_r(t) = \mathbf{0} \quad (2-74)$$

$$\mathbf{x}_r = \begin{bmatrix} x_{r1} & x_{r2} & \cdots & x_{r(N+1)} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{M}(t) = \begin{bmatrix} m_{b6} + 2\alpha & \alpha & & \mathbf{0} \\ \alpha & 4\alpha & \alpha & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \alpha & 2\alpha + m_e \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}(t) = \begin{bmatrix} k_{b6} + \beta_1 - C_1 V_e / 2 & -\beta_1 + C_1 V_e / 2 & & \mathbf{0} \\ -\beta_1 - C_1 V_e / 2 & \beta_1 + C_1 V_e / 2 + \beta_2 - C_2 V_e / 2 & -\beta_2 + C_2 V_e / 2 & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \beta_N + C_N V_e / 2 + k_e \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} c_{b6} + 2\gamma_1 - \rho V_e & \gamma_1 + \rho V_e & & \mathbf{0} \\ \gamma_1 - \rho V_e & 2\gamma_1 + 2\gamma_2 & \gamma_2 + \rho V_e & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & 2\gamma_N + \rho V_e + c_e \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \frac{\rho A l}{6}, \quad \beta_i = \frac{-(\rho A V_e^2 - T_i)}{l}, \quad \gamma_i = \frac{C_i l}{6}$$

ただし、弦長の変化を記述する際には要素分割数 N は 4 で一定とし、要素長さ l を時間に応じて変化させる。また、数値計算を行う際には Fig. 2-2 に示すように、制御入力を節点 2 の位置に加え、入力位置にあたる要素 1 と 2 の長さ l_1 はすべての時間で一定とし、弦長の変化は要素 3 と 4 の長さ $l_2(t)$ を変化させることで記述する。

式(2-74)より、制御対象システムの状態方程式は次のように与えられる.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t) \quad (2-75)$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}(t)\mathbf{K}(t) & -\mathbf{M}^{-1}(t)\mathbf{C}(t) \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}(t)\mathbf{f}_u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_u = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$
$$\mathbf{x}(t) = [x_{r1} \ \cdots \ x_{r5} \ \dot{x}_{r1} \ \cdots \ \dot{x}_{r5}]^T$$

2.4.2 制御条件

数値計算を行う際に設定した弦長の変化（弦長が長くなる場合）の時刻歴を Fig. 2-3 に示す。弦長が短くなる場合、長くなる場合いずれについても、最高速度を基準速度 $V_e=20\text{m/s}$ 、基準速度より遅い $V_e=5\text{m/s}$ 、基準速度より速い $V_e=40\text{m/s}$ とした場合の3パターンを設定して数値計算を行う。初期変位として Fig. 2-4 に示すような初期の弦長 L_0 に対して振幅 0.5m の \sin 半波長分のカーブを与えて振動を発生し、この振動を素早く抑制することを目的とする。

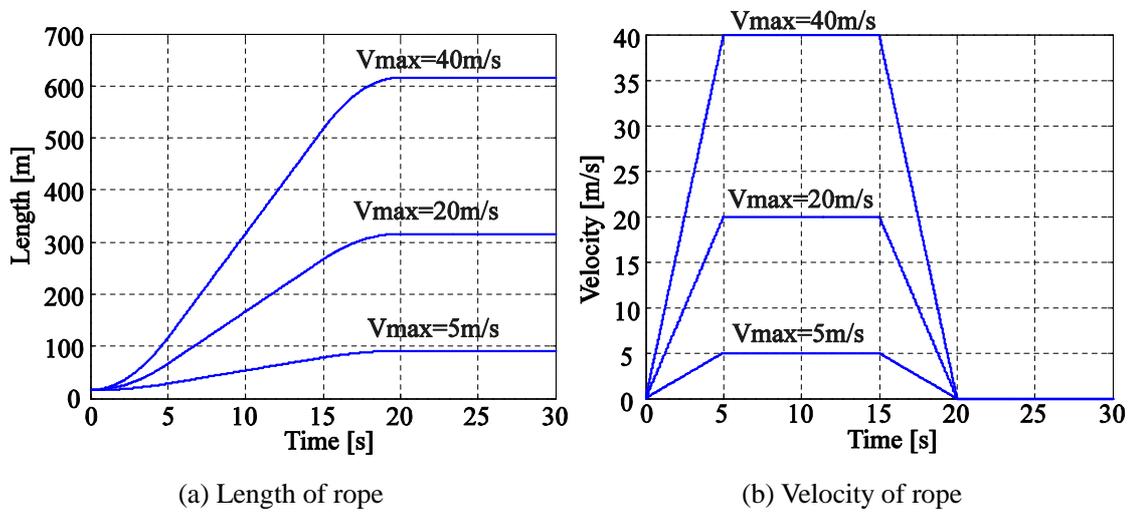


Fig. 2-3 Simulation condition of wire

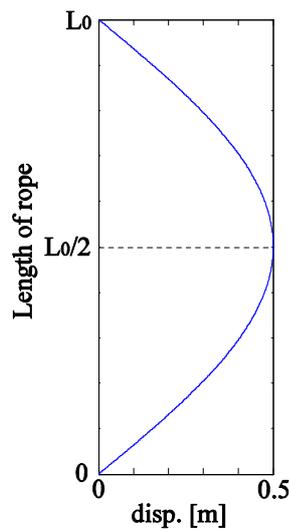


Fig. 2-4 Initial displacement of wire

本制御対象に対して、次に示す通り三種の制御手法を用いて四種の制御器を設計し、これを適用する。

- i) 非定常スライディングモード制御器 (以下, Nonst.)
 - 制御器に $\dot{S}(t)$ が含まれるもの (以下, -with $\dot{S}(t)$)
 - 制御器に $\dot{S}(t)$ が含まれないもの (以下, -without $\dot{S}(t)$)
- ii) 定常スライディングモード制御器 (以下, Stationary)
 - 任意の時刻で制御器を構築し, 最も切換超平面への収束が早いものを選択する.
- iii) ゲインスケジュールド切換超平面を用いたスライディングモード制御器 (以下, GS)^[53]
 - スケジューリングパラメータとして時間 t を用いる. 50ms ごとに切換超平面を設計し, その間をスプライン補間することで全時刻に対応した切換超平面を得る. また, このとき切換超平面の傾き $S(t)$ は連続時間で得られないため, 制御器には $\dot{S}(t)$ の項は含まれない.

評価関数の重み値 Q は弦の変位に 10^8 , 速度に 10^4 の全時刻で一定とし, $r(t)=1$ として切換超平面を設計する. 制御器の非線形入力項の大きさは $k(t)=1$ とする. ここで, 例として $V_{max}=20\text{m/s}$ のときの $x_{r2}, \dot{x}_{r2}, x_{r4}, \dot{x}_{r4}$ にかかる $S(t)$ の時刻歴を Fig. 2-5 に示す.

Stationary の設計を行う際には, 様々な弦長において制御器を設計し, 切換超平面への到達が最も早かった弦長が最も短い $t=20$ における制御器を採用する.

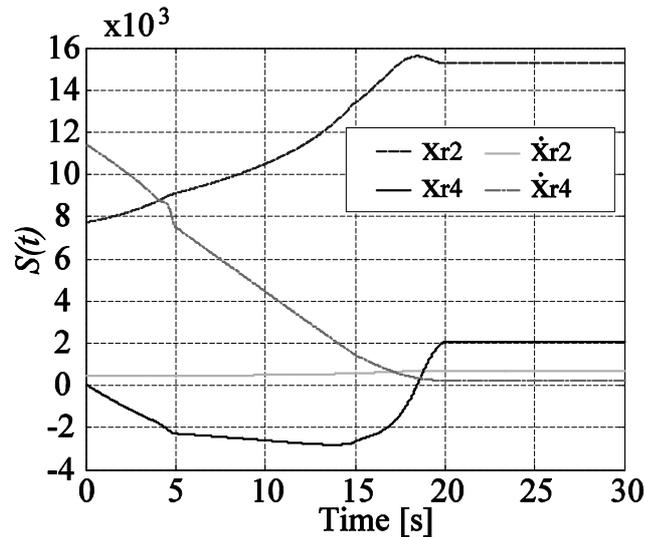


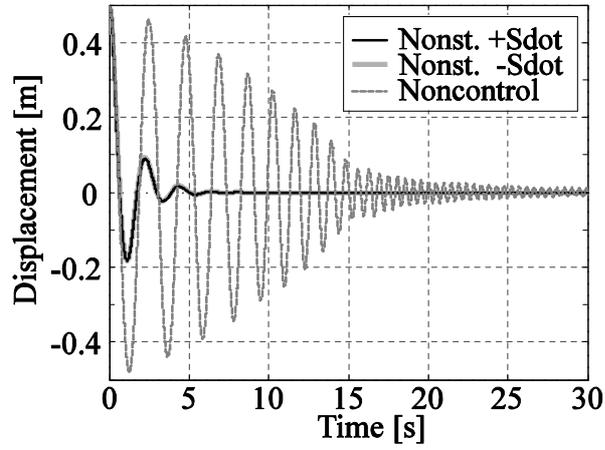
Fig. 2-5 Time history of $S(t)$

2.4.3 結果と考察

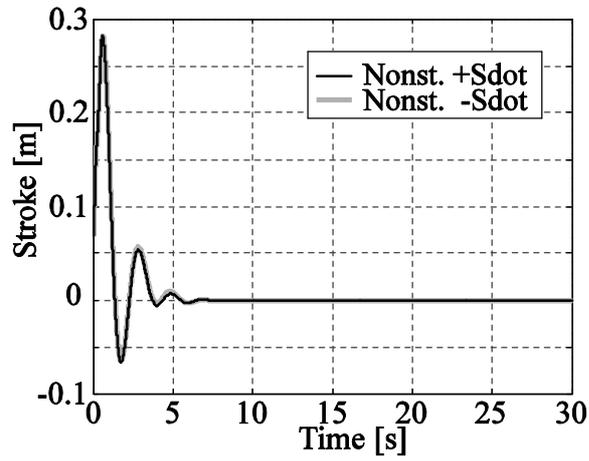
まず、非定常スライディングモード制御器において、制御器に $\dot{S}(t)$ が含まれる場合と、含まれない場合の数値計算結果をFig. 2-6, Fig. 2-7に示す。それぞれ最高速度が $V_{max}=5, 40\text{m/s}$ のときの、(a)弦中央にあたる x_{r4} の時刻歴応答、(b)入力のスโตรークにあたる x_{r2} の時刻歴応答、(c) σ の値の時刻歴である。

Fig. 2-6, Fig. 2-7より、制御器に $\dot{S}(t)$ を含むときは $\sigma \rightarrow 0$ の収束が早く、切換超平面への到達が速やかに行われている。これに対し、制御器に $\dot{S}(t)$ を含まない場合では切換超平面への到達が遅い。さらに、最高速度が早い方が、それぞれの制御器におけるの超平面への到達時間の差が顕著に現れている。

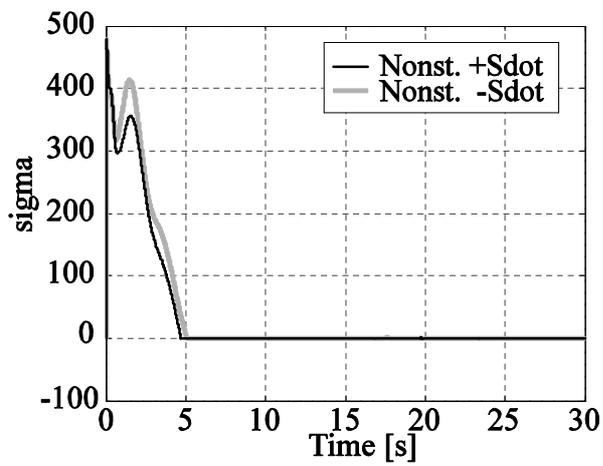
そこで、最高速度を $V_{max}=5\text{m/s}$ から $V_{max}=40\text{m/s}$ まで 5m/s ごとに変化させて、それぞれの制御器の切換超平面への到達時間をプロットしたグラフをFig. 2-8に示す。本グラフから、最高速度が速いつまりシステムの時変性が大きくなるほど、 $\dot{S}(t)$ の項を無視した制御系では、切換超平面への到達が遅れていることがわかる。



(a) x_{r4}

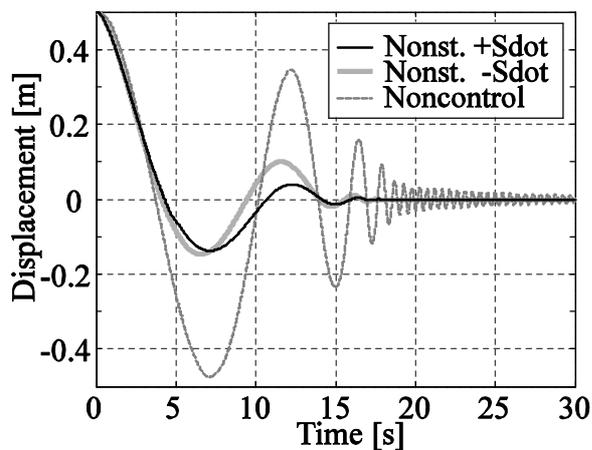


(b) Stroke of input (x_{r2})

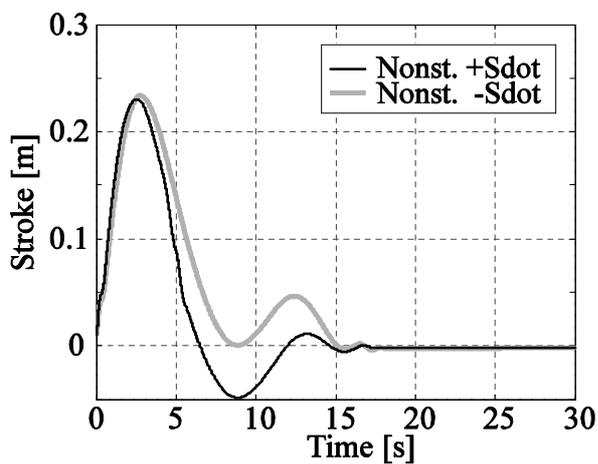


(c) σ

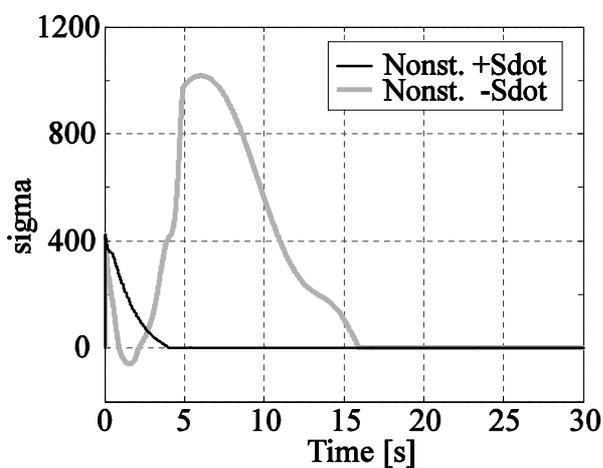
Fig. 2-6 Time histories of control results with nonstationary SMC controllers ($V_{\max}=5\text{m/s}$)



(a) x_{r4}

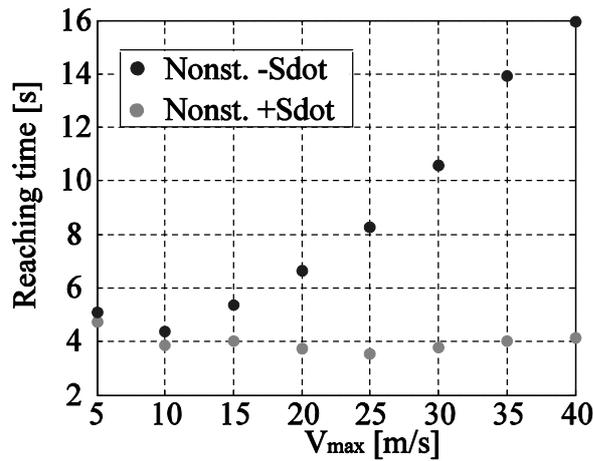


(b) Stroke of input (x_{r2})



(c) σ

Fig. 2-7 Time histories of control results with nonstationary SMC controllers ($V_{\max}=40\text{m/s}$)

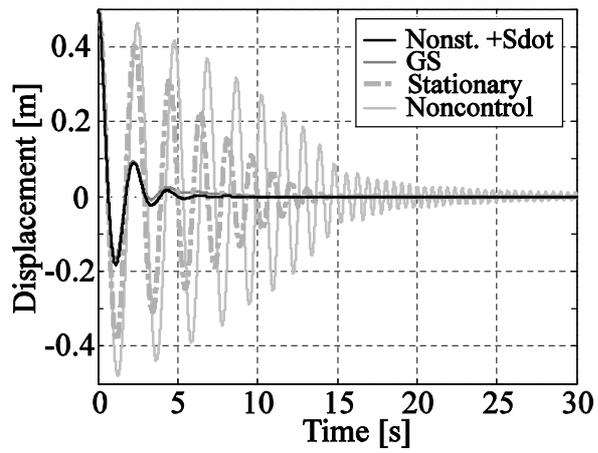
Fig. 2-8 Reaching time of with/without consideration of $\dot{S}(t)$

次に、提案手法(Nonst.+Sdot), Stationary, GS を用いた場合の数値計算結果を Fig. 2-9, Fig. 2-10, Fig. 2-11 に示す. それぞれ最高速度を $V_{max}=5, 20, 40\text{m/s}$ とした場合の, (a)弦中央にあたる x_{r4} の時刻歴応答, (b)入力のスロークにあたる x_{r2} の時刻歴応答, (c) σ の値の時刻歴である.

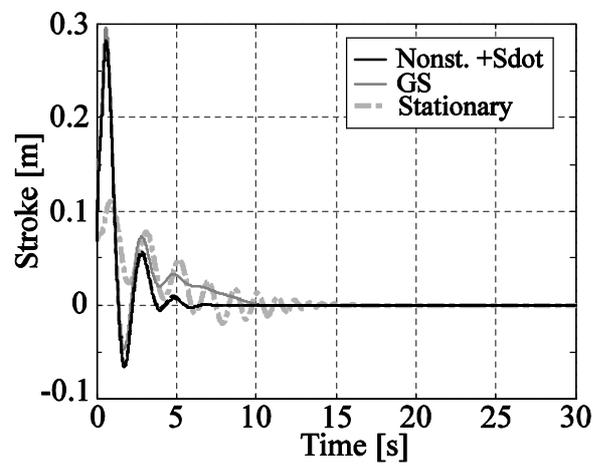
Fig. 2-9-Fig. 2-11 から, Stationary を用いた場合は, 切換超平面への到達は比較的速やかであるが, 応答をみると他の制御器を用いた場合に比べて, 初期応答を収束させるまでに長い時間を要している. Stationary では状態を拘束した切換超平面がシステムの時変性を考慮していないため, 適切な制御が実現できず, 制御性能が著しく落ちたと考えられる.

次に, GS に関しては, システムの特性変化に応じた切換超平面が設計されているが, 制御器に $\dot{S}(t)$ の項を含まないため, 提案手法を用いた場合に比べて, システムの時変性が大きくなるほど, 切換超平面に到達するまでに多くの時間を要している.

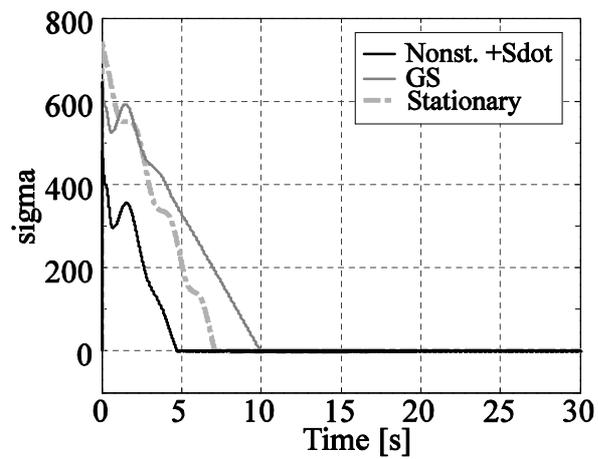
以上より, 時変システムに対してスライディングモード制御を適用する際には, 時変切換超平面を用いることが効果的であることが確認された. また, 対象の変化が緩やかでない場合に $\dot{S}(t)$ の項を無視すると, 到達時間が長くなり制御性能が劣化することも確認された.



(a) x_{r4}

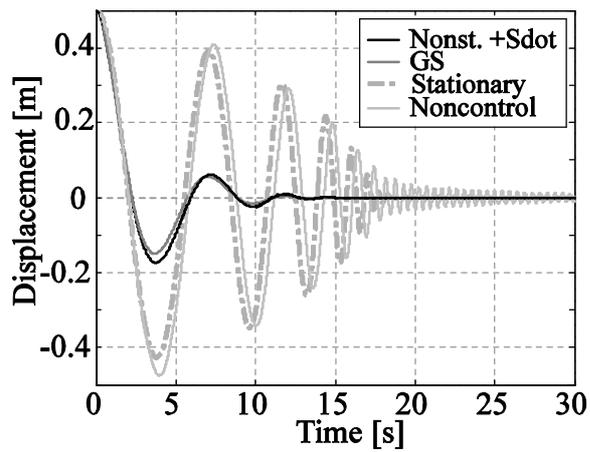


(b) Stroke of input (x_{r2})

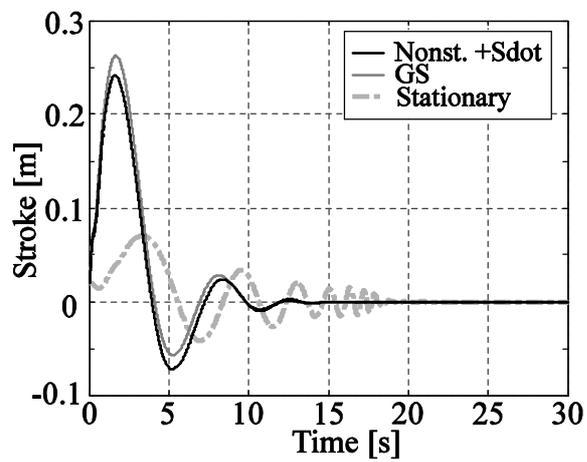


(c) σ

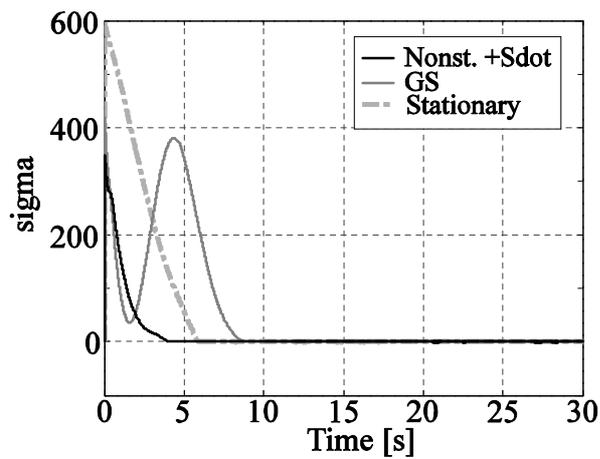
Fig. 2-9 Time histories of control results ($V_{\max}=5\text{m/s}$)



(a) x_{r4}

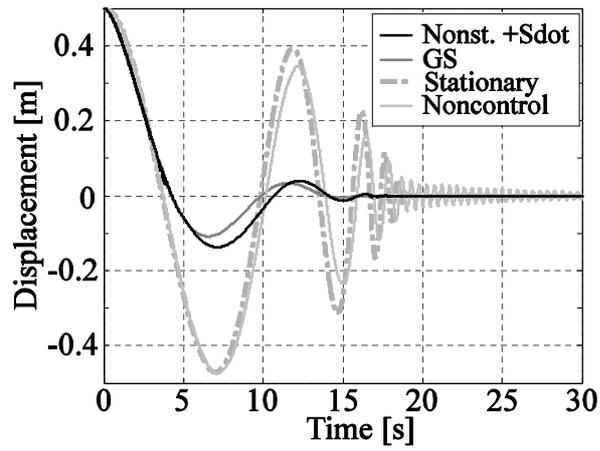


(b) Stroke of input (x_{r2})

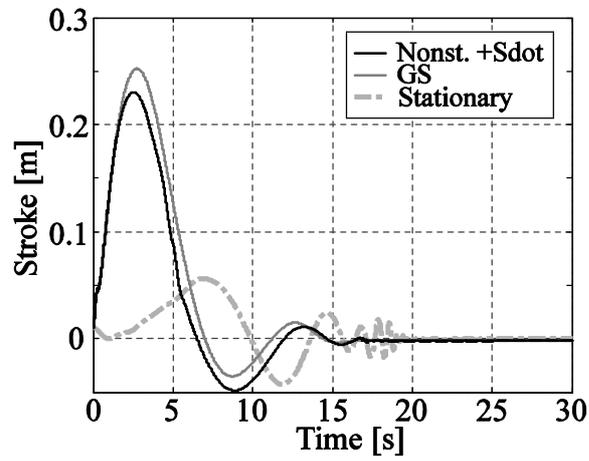


(c) σ

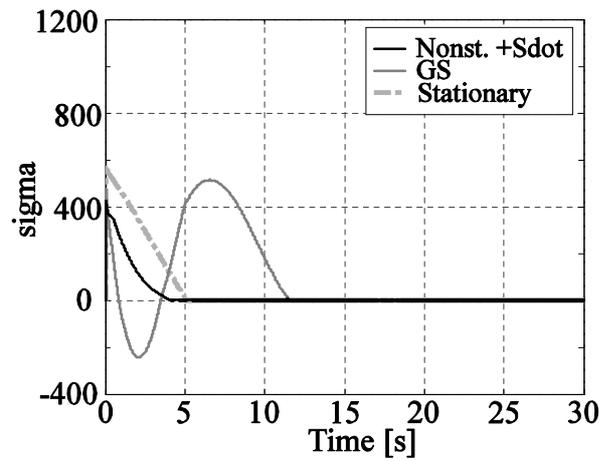
Fig. 2-10 Time histories of control results ($V_{\max}=20\text{m/s}$)



(a) x_{r4}



(b) Stroke of input (x_{r2})



(c) σ

Fig. 2-11 Time histories of control results ($V_{\max}=40\text{m/s}$)

2.5 エレベータロープの横振動制御への適用

本節では超高速エレベータのロープ横振動問題に対して提案手法を適用し、実システムに対する提案手法の有効性を検証する。

制御対象として超高速エレベータのロープ横振動問題を取り上げる。エレベータロープは昇降によってその長さが変化するため、質量をはじめとするシステムの特徴が時間とともに変化する時変システムである。また、エレベータの中でも超高速のものを扱うため、システムの時変性が顕著に表れる。加えて、本対象は入力装置であるアクチュエータとロープの間にギャップが存在しており、入力部に非線形性を有する。このようなシステムに対して前節までに提案した非定常スライディングモード制御手法は有用であり、優れた制御性能が期待できる。

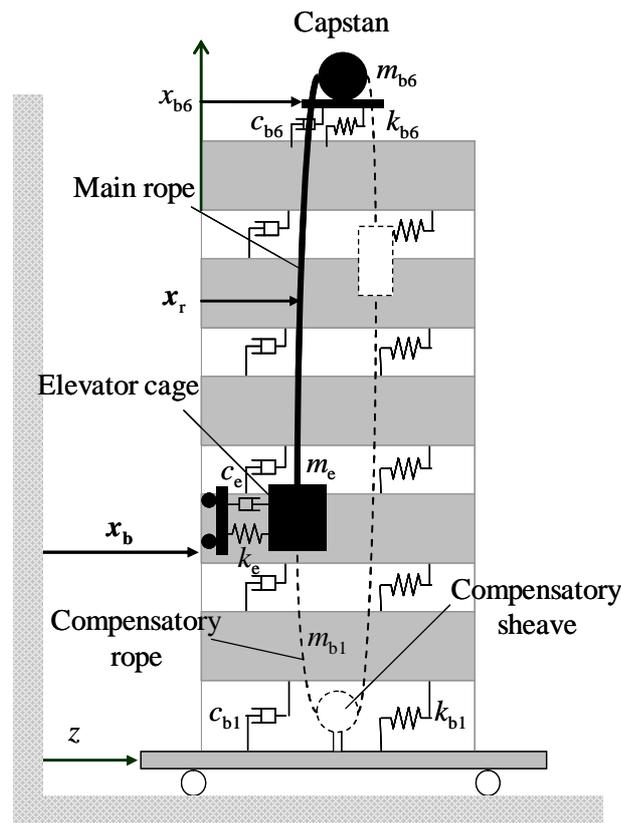


Fig. 2-12 Mathematical model of controlled system including rope of elevator

2.5.1 制御対象のモデル化

制御対象であるエレベータロープを含む制御対象システムの構成を Fig. 2-12 に示す。エレベータはビル最上層に設置された巻上機でロープの巻上げ、巻下げを行うことで昇降している。また、安全性や快適性を確保するために、かご室は昇降路内に取りつけられたガイドレールに沿って昇降する。かご室の逆側にはかご室と同程度の質量をもつカウンターウェイトが取り付けられており、かご室とこのカウンターウェイトは巻上機側をメインロープで、逆側を補助ロープでつながれている。補助ロープの下部には上下方向のみに移動可能なコンペンシーブが取り付けられており、ロープの張力を調整できる機構となっている。制御対象はメインロープの巻上機とかご室をつなぐ部分とし、巻上機直下に設置された制御用アクチュエータによりロープを直接動かすことで制御を実現する。巻上機およびかご室で制御対象のロープ振動は絶縁されるため、制御入力を加えることで制御対象以外のロープに悪影響を与えることはない。

制御器設計用のモデルは、制御対象であるメインロープとロープ両端に設置された巻上機およびかご室を含めて構築する。また、エレベータはビルに設置されていることから、ビルの挙動がロープ振動に影響を及ぼす。このビルからの影響も考慮するためにビルについてもモデル化を行う。また、前述したようにロープ入力部分とアクチュエータの間にはギャップが存在している。なお、ロープ振動は2次元方向に生じると考えられるが、本研究では横方向の振動のみを扱う。

2.5.1.1 ビルモデル

超高速エレベータを設置するビルとして500mを超える超高層ビルを想定し、モデルを構築する。モデルは5自由度のせん断モデルとし、基準座標系には絶対座標系を採用する。実際のビルの自由度は無限であるが、建物部分は、エレベータロープへの外乱の伝わり方を記述するためにモデル化しているため、不必要な自由度は無視し5質点モデルとした。また、外乱として地震が作用することを想定してモデルを構築する。

Table 2-1 に超高層ビルのパラメータを示す。 m_{bn} はビル n 層目の質量、 k_{bn} はビル n 層目の剛性係数、 ζ_i は減衰比、 f_i は i 次の固有振動数である。

Table 2-1 Parameters of the building

m_{bn}	$1.00 \times 10^8 \text{ kg}$	f_1	0.128 Hz
k_{bn}	$8.00 \times 10^8 \text{ kg/s}^2$	f_2	0.375 Hz
ζ_i	1.00%	f_3	0.591 Hz
		f_4	0.756 Hz
		f_5	0.872 Hz

x_{bm} をビル n 層目の絶対変位, z を地面の絶対変位とすると, 前述したパラメータにより与えられる超高層ビルの運動方程式は次のように与えられる.

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{x}}_b(t) + \mathbf{K}_b \mathbf{x}_b(t) + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{x}}_b(t) = \mathbf{F}_{db}(t) \quad (2-76)$$

$$\mathbf{x}_b(t) = [x_{b1}(t) \quad x_{b2}(t) \quad x_{b3}(t) \quad x_{b4}(t) \quad x_{b5}(t)]^T$$

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} m_{b1} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & m_{b5} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} k_{b1} + k_{b2} & -k_{b2} & 0 & 0 & 0 \\ -k_{b2} & k_{b2} + k_{b3} & -k_{b3} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{b3} & k_{b3} + k_{b4} & -k_{b4} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{b4} & k_{b4} + k_{b5} & -k_{b5} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{b5} & k_{b5} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_b = (\boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{C}_{bm} \boldsymbol{\Phi}^{-1}$$

$$\mathbf{F}_{db}(t) = \mathbf{K}_b [\mathbf{I}_{5 \times 1}] z(t) + \mathbf{C}_b [\mathbf{I}_{5 \times 1}] \dot{z}(t)$$

ここで, $\boldsymbol{\Phi}$ は $\mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{K}_b$ の固有ベクトルで構成される変換行列であり, \mathbf{C}_{bm} はモード減衰である. \mathbf{C}_{bm} は減衰比 ζ_i を用いて以下で表現される.

$$\zeta_i = \frac{\mathbf{C}_{bm(i,i)}}{2\sqrt{\mathbf{M}_{bm(i,i)} \mathbf{K}_{bm(i,i)}}} \quad (2-77)$$

2.5.1.2 エレベーターロープモデル

エレベーターロープは 2.4.1 に示した長さが増減する弦と同様に, 有限要素法を用いてモデル化する. このとき運動方程式は式(2-74)と同形式となる.

エレベーター稼動時には, ロープ全長 L は時間によって変化するが, 分割要素数 N は一定とし, 各要素長さ l が変化するものとする. また, 本研究における制御対象はメインロープとし, 制御入力とは巻上機付近でロープに直接加え, 入力部の要素に関してはその長さをすべての時間で一定とする. したがって, Fig. 2-13 に示すように要素長さが固定 (l_f) の要素と時変 ($l(t)$) の要素が混在するモデルとなる. さらに, 巻上機側から 2 つ目の節点に入力が加わり, 固定要素の長さを $l=l_f$ と仮定した場合, 運動方程式は次のように求まる. なお, m_{b6} , k_{b6} , c_{b6} は巻上機の質量, 剛性, 減衰係数, m_e , k_e , c_e はかご室の質量, 剛性, 減衰係数であり, ρA はロープの線密度, T_i , C_i は要素 i におけるロープ張力と減衰, V_e はエレベーターの昇降速度である.

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}_r(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}_r(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}_r(t) = \mathbf{0} \quad (2-78)$$

$$\mathbf{x}_r = [x_{r1} \ x_{r2} \ \cdots \ x_{r(N+1)}]^T$$

$$\mathbf{M}(t) = \begin{bmatrix} m_{b6} + 2\alpha_f & \alpha_f & & & \mathbf{0} \\ \alpha_f & 4\alpha_f & \alpha_f & & \\ & \alpha_f & 2\alpha_f + 2\alpha(t) & \alpha(t) & \\ & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \alpha(t) & 2\alpha(t) + m_e \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}(t) = \begin{bmatrix} k_{b6} + \beta_1(t) - \frac{C_1(t)V_e(t)}{2} & -\beta_1(t) + \frac{C_1(t)V_e(t)}{2} & & & \mathbf{0} \\ -\beta_1(t) - \frac{C_1(t)V_e(t)}{2} & \beta_1(t) + \frac{C_1(t)V_e(t)}{2} + \beta_2(t) - \frac{C_2(t)V_e(t)}{2} & -\beta_2(t) + \frac{C_2(t)V_e(t)}{2} & & \\ & & \ddots & & \\ \mathbf{0} & & & & \beta_{N+1}(t) + \frac{C_{N+1}(t)V_e(t)}{2} + k_e \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} c_{b6} + 2\gamma_1(t) - \rho V_e(t) & \gamma_1(t) + \rho V_e(t) & & & \mathbf{0} \\ \gamma_1(t) - \rho V_e(t) & 2\gamma_1(t) + 2\gamma_2(t) & \gamma_2(t) + \rho V_e(t) & & \\ & & \ddots & & \\ \mathbf{0} & & & & 2\gamma_{N+1}(t) + \rho V_e(t) + c_e \end{bmatrix}$$

$$\alpha_f = \frac{\rho A l_f}{6}, \quad \alpha(t) = \frac{\rho A l(t)}{6}, \quad \beta_i(t) = \begin{cases} \frac{-(\rho A V_e^2(t) - T_i(t))}{l_f} & (i \leq 3) \\ \frac{-(\rho A V_e^2(t) - T_i(t))}{l(t)} & (4 \leq i \leq N+1) \end{cases}, \quad \gamma_i(t) = \begin{cases} \frac{C_i(t)l_f}{6} & (i \leq 3) \\ \frac{C_i(t)l(t)}{6} & (4 \leq i \leq N+1) \end{cases}$$

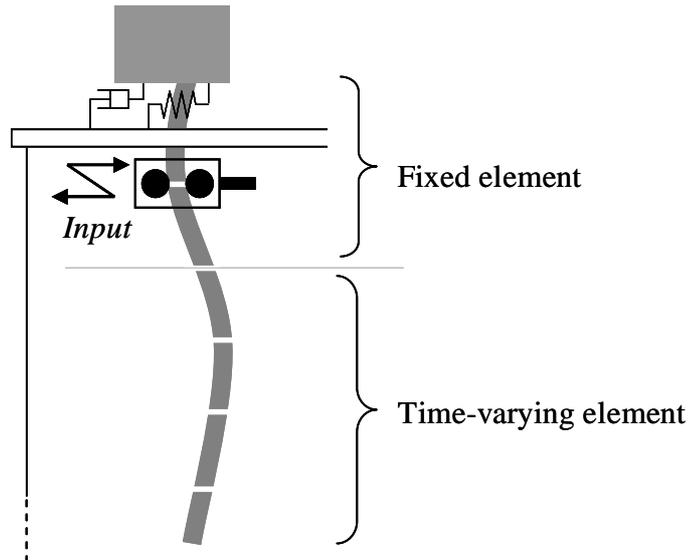


Fig. 2-13 The position of element and input device

2.5.1.3 モータモデル

ロープへの入力にはDCモータでハンド部を動かすことで与えられることを想定する。アクチュエータとロープの間にギャップが存在しない場合、アクチュエータの状態量とロープ入力位置の状態量が一致することから、式(2-78)で表現されるロープモデルにモータの方程式を重ね合わせることで、モータの動特性を含んだモデルが構築される。

アクチュエータの横変位を x_a 、アクチュエータへの印加電圧を e で表現すると、ロープに加わる入力 $u(t)$ は次式で与えられる。

$$u(t) = d_f \left\{ -\frac{J}{d_m} \ddot{x}_a(t) - \frac{K_T K_E}{d_m R} \dot{x}_a(t) + \frac{K_T}{R} e(t) \right\} \quad (2-79)$$

ここで、 J はモータとボールねじの慣性モーメント、 K_T はモータのトルク係数、 R はモータの電機子抵抗、 K_E はモータの誘起電圧係数であり、 d_m はモータ回転角からアクチュエータ横変位 x_a への変換係数、 d_f はトルクから駆動力 f への変換係数である。

アクチュエータの横変位 x_a とロープ入力部 x_{r2} の変位が一致すると仮定すると、式(2-79)をロープモデルである式(2-78)に代入することができ、モータの動特性を含んだロープの運動方程式が導出される。

$$\mathbf{M}_c(t) \ddot{\mathbf{x}}_r(t) + \mathbf{K}_c(t) \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{C}_c(t) \dot{\mathbf{x}}_r(t) = \mathbf{f}_u e(t) \quad (2-80)$$

$$\mathbf{M}_c(t) = \begin{bmatrix} m_{b6} + 2\alpha_f & \alpha_f & & & \mathbf{0} \\ \alpha_f & 4\alpha_f + \frac{Jd_f}{d_m} & \alpha_f & & \\ & \alpha_f & 2\alpha_f + 2\alpha(t) & \alpha(t) & \\ & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \alpha(t) & 2\alpha(t) + m_e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_u = \begin{bmatrix} 0 \\ K_T/R \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_c(t) = \begin{bmatrix} k_{b6} + \beta_1(t) - \frac{C_1(t)V_e(t)}{2} & -\beta_1(t) + \frac{C_1(t)V_e(t)}{2} & & & \mathbf{0} \\ -\beta_1(t) - \frac{C_1(t)V_e(t)}{2} & \beta_1(t) + \frac{C_1(t)V_e(t)}{2} + \beta_2(t) - \frac{C_2(t)V_e(t)}{2} & -\beta_2(t) + \frac{C_2(t)V_e(t)}{2} & & \\ & & \ddots & & \\ \mathbf{0} & & & & \beta_N(t) + \frac{C_N(t)V_e(t)}{2} + k_e \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_c(t) = \begin{bmatrix} c_{b6} + 2\gamma_1(t) - \rho V_e(t) & \gamma_1(t) + \rho V_e(t) & & & \mathbf{0} \\ \gamma_1(t) - \rho V_e(t) & 2\gamma_1(t) + 2\gamma_2(t) + \frac{K_T K_E d_f}{d_m R} & \gamma_2(t) + \rho V_e(t) & & \\ & & \ddots & & \\ \mathbf{0} & & & & 2\gamma_{N+1}(t) + \rho V_e(t) + c_e \end{bmatrix}$$

2.5.1.4 入力位置のギャップモデル

実際にロープに対して振動制御を実現する際には、ロープの磨耗を防ぐためにアクチュエータとロープ間にギャップを設けなくてはならない。ロープの磨耗は安全性の低下やロープの短寿命化を招くこととなる。そこで、制御性能を検証するための数値計算モデルでは、より現実に即した数値計算とするために、ロープ入力部とアクチュエータの動きを別々に記述し、ギャップ部分での挙動を表現する。

Fig. 2-14 にエレベータロープとギャップを有する入力部分のモデルを示す。剛性係数 k_a 、減衰係数 c_a は左右で同値とし、ロープとアクチュエータ間のギャップ量 $gap[m]$ も左右で等しいとする。このとき、ロープおよびモータの運動方程式は次のように記述される。

(a) $x_a - x_{r2} > gap$ のとき

$$\begin{cases} \mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}_r + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_a(x_{r2} - x_a + gap) - c_a(\dot{x}_{r2} - \dot{x}_a) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \left(\frac{J}{d_m} + \frac{m_a}{d_f}\right)\ddot{x}_a + \frac{K_T K_E}{d_m R} \dot{x}_a = \frac{1}{d_f} \{k_a(x_{r2} - x_a + gap) + c_a(\dot{x}_{r2} - \dot{x}_a)\} + \frac{K_T}{R} e(t) \end{cases} \quad (2-81)$$

(b) $x_a - x_{r2} < -gap$ のとき

$$\begin{cases} \mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}_r + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_a(x_{r2} - x_a - gap) - c_a(\dot{x}_{r2} - \dot{x}_a) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \left(\frac{J}{d_m} + \frac{m_a}{d_f}\right)\ddot{x}_a + \frac{K_T K_E}{d_m R} \dot{x}_a = \frac{1}{d_f} \{k_a(x_{r2} - x_a - gap) + c_a(\dot{x}_{r2} - \dot{x}_a)\} + \frac{K_T}{R} e(t) \end{cases} \quad (2-82)$$

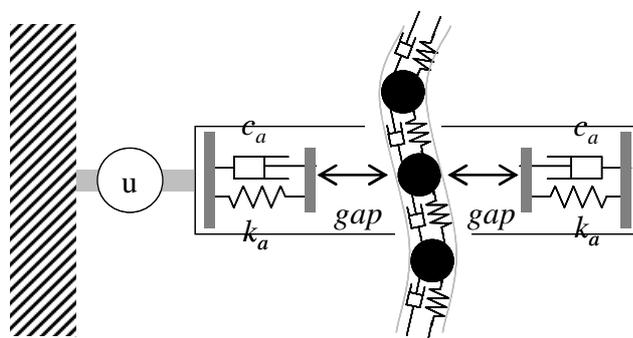


Fig. 2-14 Schematic model of Input part with gaps

(c) $|x_a - x_{r2}| \leq gap$ のとき

$$\begin{cases} \mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}_r + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{0} \\ \frac{J}{d_m}\ddot{x}_a + \frac{K_T K_E}{d_m R} \dot{x}_a = \frac{K_T}{R} e(t) \end{cases} \quad (2-83)$$

本モデルを用いることで、ギャップ内にロープが位置している場合、つまりアクチュエータとロープの相対変位がギャップ量より小さい場合は、ロープとアクチュエータは個々で別の動きとなり、ロープが左右どちらかに接触している場合、つまりアクチュエータとロープの相対変位がギャップ量より大きい場合は、ロープとアクチュエータは相互に影響を及ぼすように挙動が記述される。

Fig. 2-15 に 9.21 台湾集集地震波が外乱として加わった場合の非制御時 ($e(t)=0$) におけるエレベータ下降時、上昇時のロープのアクチュエータからの相対変位の時刻歴応答を示す。このとき、ギャップ量は 0.01m、アクチュエータを記述するパラメータは $k_a=10^6 \text{ kg/s}^2$ 、 $c_a=500 \text{ kg/s}$ である。グラフから下降時、上昇時ともに相対変位がほぼギャップ内におさまっていることから、本節で構築したモデルが妥当であると言える。

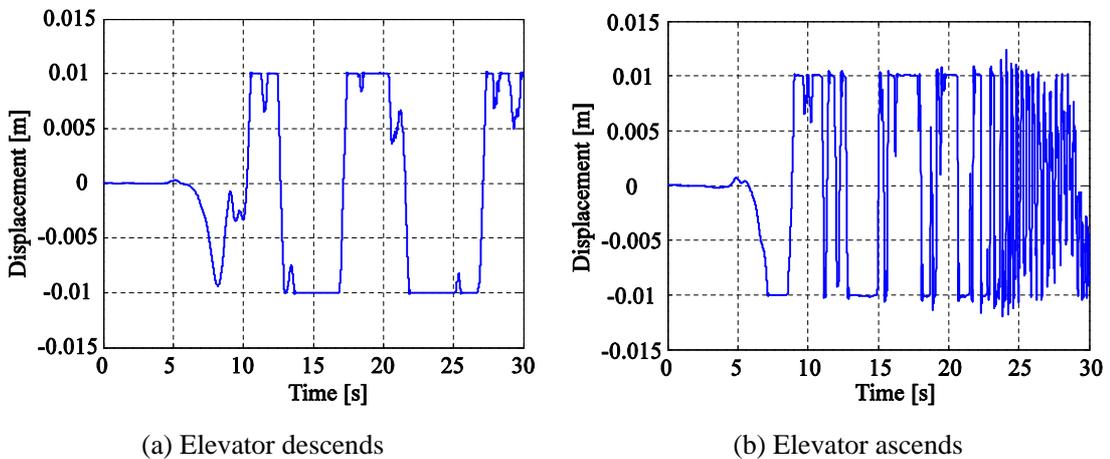


Fig. 2-15 Relative displacement of the rope to the actuator

2.5.1.5 制御対象の状態方程式の導出

これまでに構築したモデルから、制御を行う際に用いるシステム全体の状態方程式を構築する。制御器を構築する際には、非線形となるアクチュエータとロープ間のギャップを考慮することが困難であるため、ギャップがないと仮定して構築した運動方程式(2-80)から制御器設計用の状態方程式を導出する。式(2-80)に対して外乱項を含めたときの制御器設計用のシステムは次のように記述される。

$$\ddot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_c(t)\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c(t)e(t) + \mathbf{D}_c(t)\ddot{\mathbf{x}}_{b_5}(t) \quad (2-84)$$

$$\mathbf{A}_c(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_c^{-1}(t)\mathbf{K}_c(t) & -\mathbf{M}_c^{-1}(t)\mathbf{C}_c(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_c(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c^{-1}(t)\mathbf{f}_u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_c(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\alpha}_d(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \dot{\mathbf{x}}_r \end{bmatrix}$$

ここで、 $\ddot{\mathbf{x}}_{b_5}(t)$ は構造物最上層の絶対加速度、 $\boldsymbol{\alpha}_d(t)$ は対応する要素位置に応じた係数ベクトルである。オブザーバ設計時にも上式を用いる。上式から、制御対象システムが線形時変システムで表現されることが確認できる。

一方、制御性能を検証する数値計算の際には、エレベータロープの挙動は入力位置にギャップが存在するモデルを用いて与える。したがって、制御性能検証用のシステムの状態方程式は式(2-81)、(2-82)、(2-83)から以下のように導出される。

$$\ddot{\mathbf{x}}_s(t) = \mathbf{A}_s(t)\mathbf{x}_s(t) + \mathbf{B}_s(t)e(t) + \mathbf{D}_s(t)\ddot{\mathbf{x}}_{bd}(t) + \mathbf{D}_{gap}(t) \quad (2-85)$$

$$\mathbf{A}_s(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}(t)\mathbf{K}_s(t) & -\mathbf{M}_s^{-1}(t)\mathbf{C}_s(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_s(t) = \mathbf{M}_s^{-1}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ K_T \\ R \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\alpha}_d(t) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ x_a \\ \dot{\mathbf{x}}_r \\ \dot{x}_a \end{bmatrix}$$

各マトリクスの詳細はロープとアクチュエータの位置関係によって異なり、次のようになる。

(a) $|x_{r2} - x_a| > gap$ のとき (アクチュエータとロープが接触)

$$\mathbf{M}_s(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J/d_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_s(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_s(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_T K_E / d_m R \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{gap} = \mathbf{0}$$

2.5.2 制御系の設計

エレベータロープは前項で述べた状態方程式で表されるが、大規模な複雑系であるためスライディングモード正準系に変換することができない。そこで、制御には2.2で述べた非定常スライディングモード制御手法を用いて設計した制御器を用いる。しかし、現実的にはアクチュエータやモータの性能には限界があり、制御器によって算出された入力値を実現できないことも考えられる。このような問題に対して、制御入力に制限を加えることのできる飽和型制御器^[24]を適用する。

次式で表されるシステムに対して飽和型制御器を設計する。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (2-86)$$

このシステムに対して切換関数および切換超平面は次式で与えられる。

$$\sigma = \mathbf{S}(t)\mathbf{x}(t) = 0 \quad (2-87)$$

スライディングモード制御器の設計に最終スライディングモード法を用いた場合、制御入力は線形状態フィードバック項 u_l と非線形入力項 u_{nl} の和で表され、さらに u_l を等価制御力 u_{eq} とすることで次のように記述される。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= u_l(t) + u_{nl}(t) = u_{eq}(t) + u_{nl}(t) \\ u_{eq}(t) &= -\{\mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)\}^{-1} \{\mathbf{S}(t)\mathbf{A}(t) + \dot{\mathbf{S}}(t)\} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (2-88)$$

また、スライディングモードの存在条件は、リアプノフ関数

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (2-89)$$

を用いて次式で表される。

$$\dot{V} = \sigma \cdot \dot{\sigma} \leq 0 \quad (2-90)$$

つまり、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \cdot \dot{\sigma} \\ &= \sigma \cdot \left[\mathbf{S}(t) \left\{ \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)(u_{eq}(t) + u_{nl}(t)) \right\} + \dot{\mathbf{S}}(t)\mathbf{x}(t) \right] \\ &= \sigma \cdot \mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t)u_{nl}(t) \\ &= \sigma \cdot \mathbf{S}(t)\mathbf{B}(t) \{ u(t) - u_{eq}(t) \} \leq 0 \end{aligned} \quad (2-91)$$

である。ここで、制御対象のエレベータロープは一般的な構造物と同様、非制御時において安定である。非制御時では $u=0$ であるため、リアプノフ関数の一階微分は式(2-91)から、次式のように得られる。

$$\dot{V}_n = -\sigma^T \mathbf{S}(t) \mathbf{B}(t) u_{eq}(t) \quad (2-92)$$

非制御時も安定であるとき、 $\dot{V}_n \leq 0$ である。したがって制御時には、すべての時間 t において次のいずれかの条件が成り立てばよい。

$$\dot{V} \leq \dot{V}_n \quad (2-93)$$

$$\dot{V} \leq 0 \quad (2-94)$$

この前提条件を満たす飽和型制御器は次式のように与えられる。

$$u(t) = \begin{cases} u^*(t) & \text{if } |u^*(t)| \leq u_{\max} \\ u_{\max} \operatorname{sgn}[u^*(t)] & \text{if } |u^*(t)| > u_{\max} \end{cases} \quad (2-95)$$

$$u^*(t) = \alpha u_{eq} + u_{nl}, \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

u_{\max} と α は設計者が決定する設計パラメータである。 u_{\max} は制御装置の性能によってその値が決定されるが、 α に関しては $0 \leq \alpha \leq 1$ の範囲で適当な値を与え、制御装置の性能範囲内で制御性能が最も良くなる値を選択する。

2.5.3 数値計算条件

数値計算においては、提案手法である非定常スライディングモード制御手法に加え、比較手法として非定常最適制御手法を用いて制御器を設計する。

- i) NSMC：非定常スライディングモード制御手法
- ii) NOpt：非定常最適制御手法

一般的に用いられる時不変切換超平面で構成される定常スライディングモード制御器に関しては、時変システムであるエレベータロープの振動制御に適用しても、適切な制御入力を得られないことを確認しており、ここでは比較手法から除外する。したがって、ここでは非定常制御器のみを用いて制御性能を検証する。上記二種の制御器を、 $gap=0$ におけるロープの最大振幅が同程度となるように設計した。このとき、制御器設計パラメータである評価関数の重み値を、スライディングモード制御では時間変化させず一定とし、最適制御では Q は一定、 r はロープ長の変化に合わせて変化させた値として与えた。数値計算の条件は次の通りである。

制御対象	: 巻上機とかご室を結ぶメインロープ 1 本
昇降行程	: 388m
ロープ長	: 下降時 16.0~404m, 上昇時 404~16.0m
昇降速度	: Fig. 2-16 に示す通り. 上昇時 最高速度 16.8m/s (1010m/min) 下降時 最高速度 10.1m/s (605m/min)
昇降時間	: 上昇時 37.1 秒間 下降時 46.9 秒間
印加外乱	: 実外乱として 9.21 台湾集集地震波を採用 非制御時のロープ最大片振幅が 1m 以下に収まるように大きさを調整
外乱印加時間	: 上昇時 40 秒間 下降時 50 秒間
ギャップ量	: 0, 0.01, 0.02 m
ロープモデル	: 固定要素数 2, 時変要素数 20
要素数	制御器設計とシミュレーションモデルの要素数は同一
観測状態量	: 以下の 5 箇所 (Fig. 2-17) 巻上機のビルからの相対変位, 速度 ロープ入力位置のビルからの相対変位 かご室のビルからの相対変位, 速度
推定器	: NSMC 非定常 VSS オブザーバ NOpt 非定常カルマンフィルタ
制御用 アクチュエータ	: 250W の DC モータとボールねじによるリニアアクチュエータの組み合わせを想定 最大電圧 48V, 最大回転数 3100r/min, 最大ストローク 0.5m

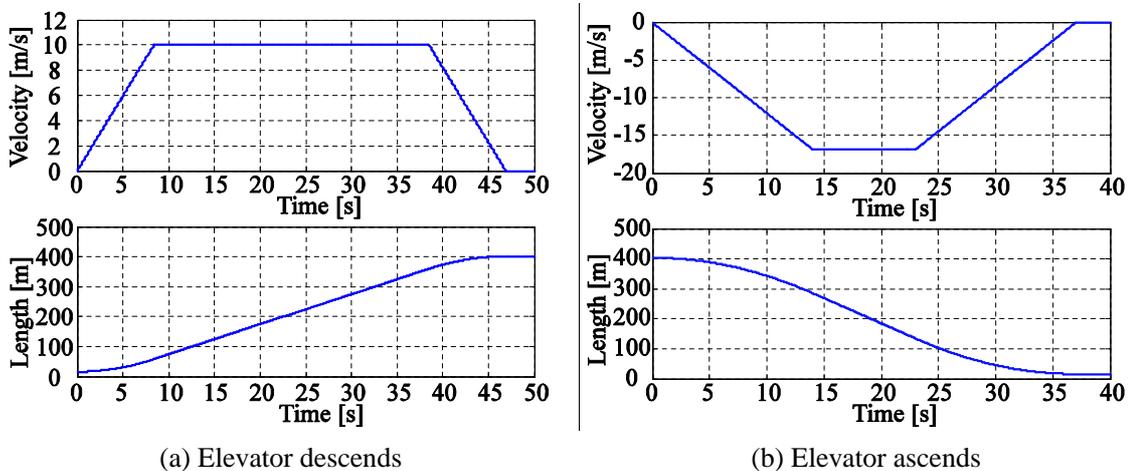


Fig. 2-16 Time histories of velocity and Length of rope

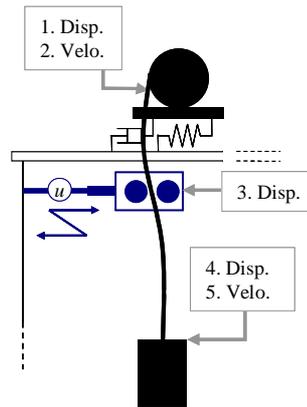


Fig. 2-17 Observable points of elevator system

2.5.4 数値計算による有効性の検証1

数値計算から得られた時刻歴応答の代表例としてギャップ量が 0.02 m のときのエレベータ下降時および上昇時の計算結果を Fig. 2-18, Fig. 2-19 に示す。それぞれ八枚のグラフから構成されており、上段左側から順に、ロープ絶対変位の RMS 値、ロープ絶対変位の最大値、ロープ中央変位、制御入力電圧、アクチュエータのストローク、入力位置におけるアクチュエータからのロープ相対変位、モータ電流、スライディングモード制御における σ の値である。

また、Fig. 2-20 には、(a) エレベータ下降時、(b) エレベータ上昇時における、各制御器を適用した際の、ギャップ量の変化に応じたロープ絶対変位の RMS 値の低減率、最大値の低減率、最大ストローク値、最大モータ電流値の変化を示す。

以上の結果を見ると、非定常スライディングモード制御器、非定常最適制御器、いずれの制御器を用いた場合にも振動を励起させることなく適切な振動抑制が実現できている。一方で、定常スライディングモード制御器ではロープ振動を励起し、適切に制御が実現されなかったという結果が得られている。これより、非定常制御器の時変システムであるエレベータロープの制御への有効性が確認された。

ただし、ギャップ量と制御性能の関係については、両制御器ともギャップが増えるほど制御性能が劣化する結果となった。本来、ギャップは入力チャンネルで発生する外乱あり、マッチング条件を満たすため、スライディングモード制御ではロバスト性が発揮されてしかるべきである。制御入力の形状を見ると、特にエレベータ上昇時では非定常最適制御入力値と非定常スライディングモード制御入力値が非常に似た形状となっており、非線形入力項が適切に機能していないと推測される。したがって、本数値計算から制御器の設計方法を、特にマッチング条件を満たす外乱の影響を抑制する非線形入力項について見直し、さらに評価関数中の重みを時間関数で与えることも検討すべきであるという知見を得た。

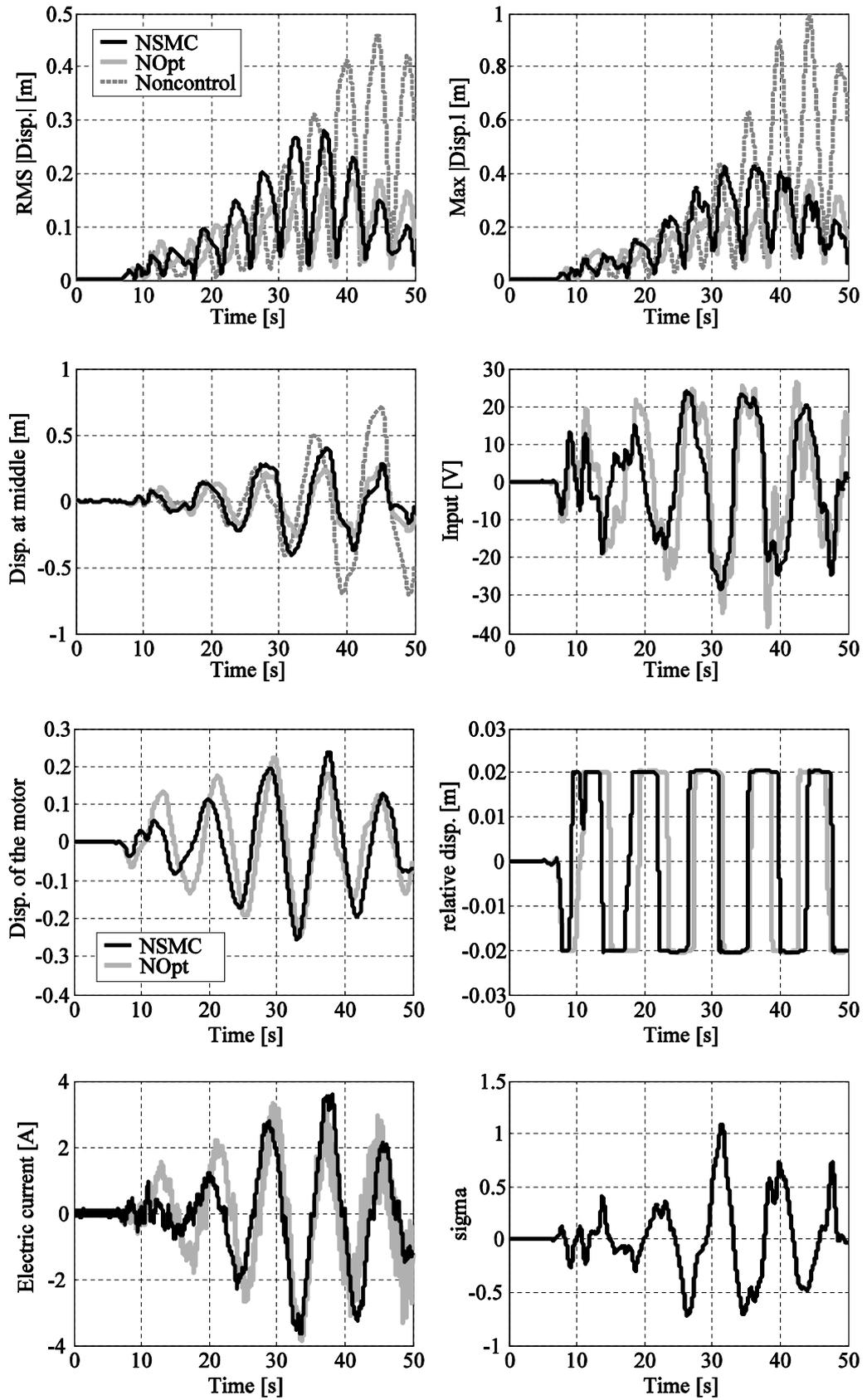


Fig. 2-18 Time histories of control results in descent case with $gap=0.02m$

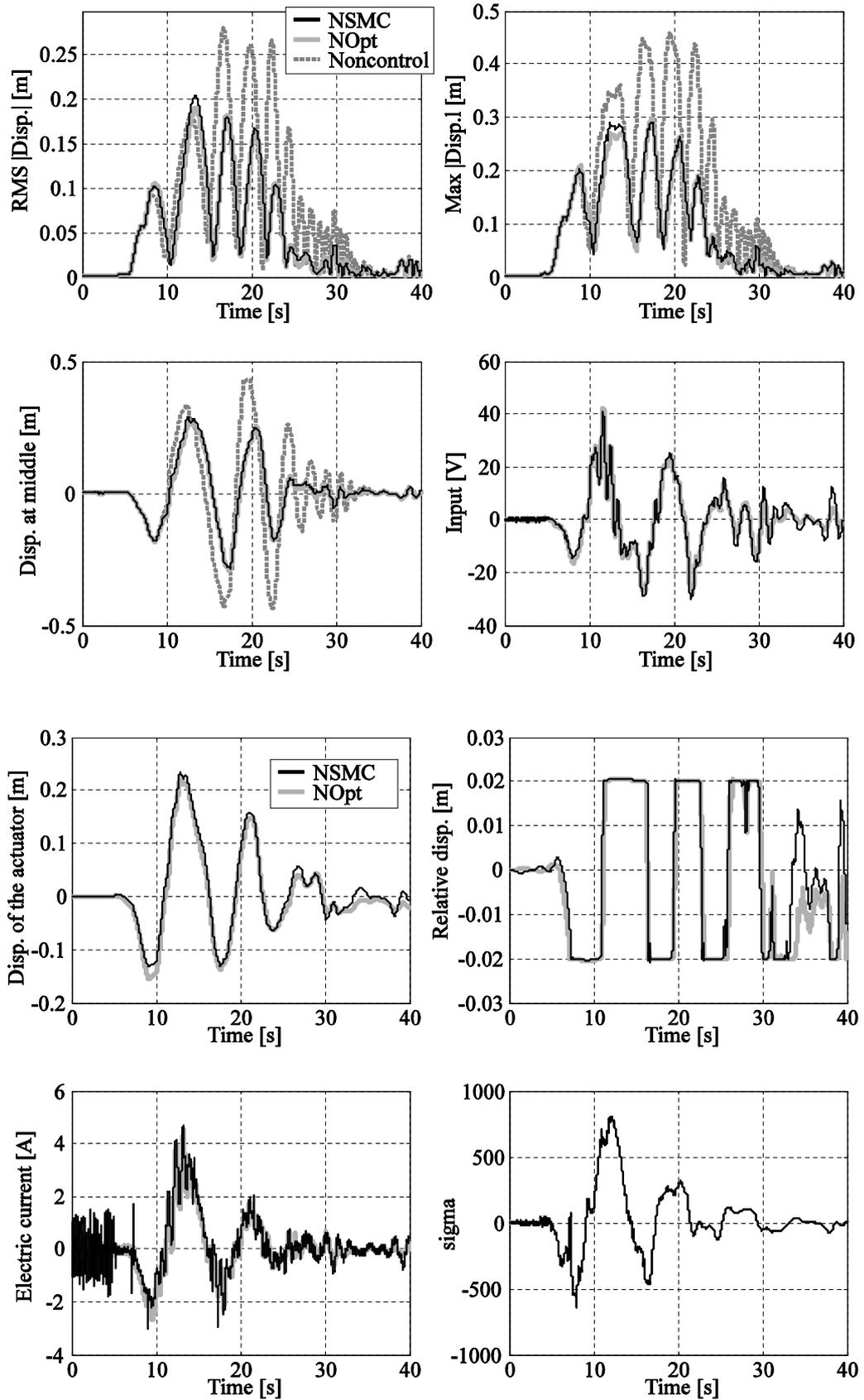


Fig. 2-19 Time histories of control results in ascent case with gap=0.02m

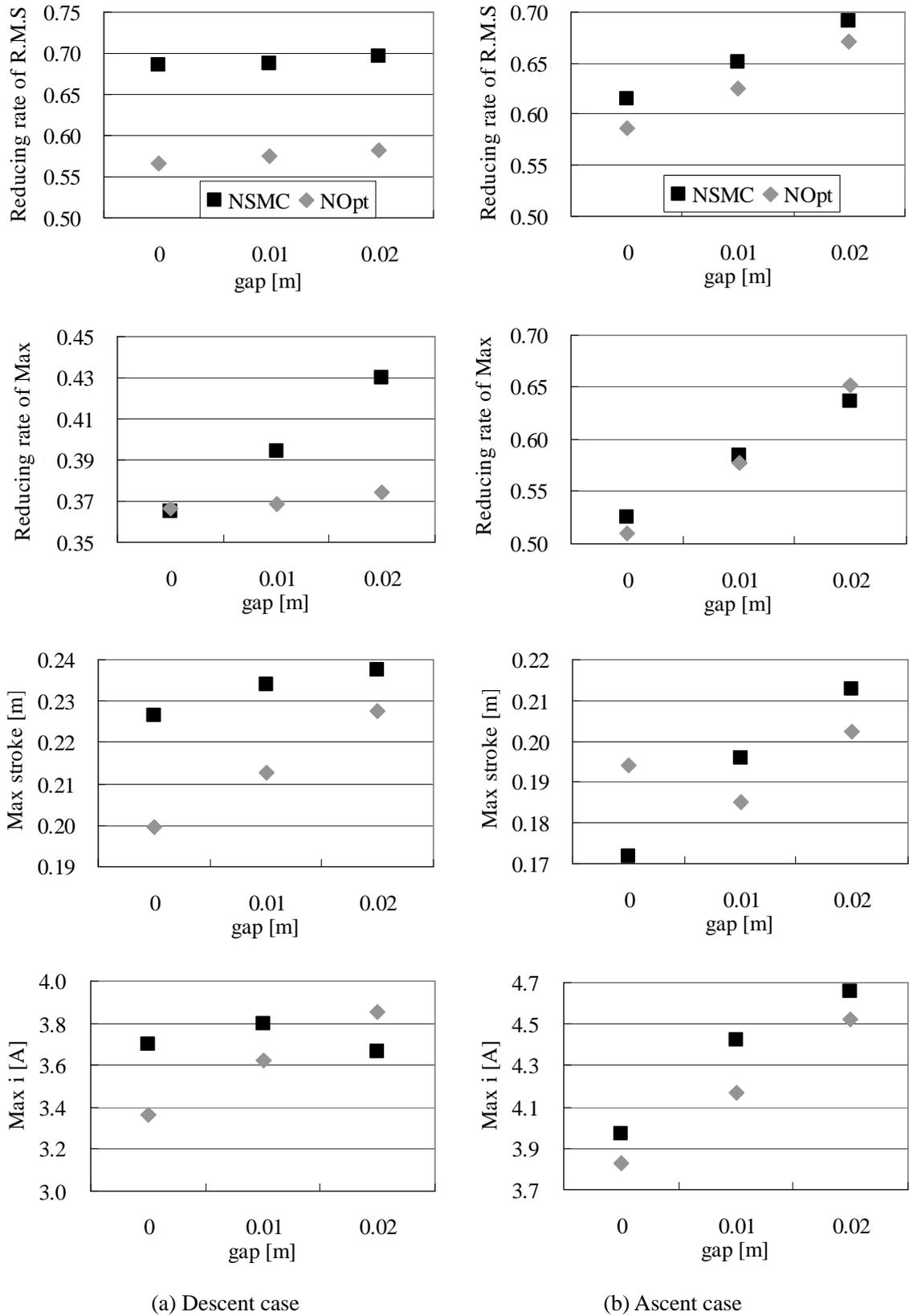


Fig. 2-20 Comparison of performance of the controllers in each condition

2.5.5 数値計算による有効性の検証 2

本項では 2.2 で提案した非定常スライディングモード制御手法を、2.4.1 に示した制御対象モデルに適用し、その有効性を示した大槻らによる研究^[44]の結果を紹介する。これは、前項までに示した検討結果から得られた知見を元に数値計算条件および制御器のパラメータ設計を見直したものである。

2.5.5.1 数値計算条件の変更

数値計算条件に関する前項からの変更点は、制御用アクチュエータの諸元、ギャップの挙動を表現するためのパラメータ、およびロープの要素分割数である。

制御用アクチュエータは0.75kW級の交流モータとボールねじによるリニアアクチュエータの組合せを想定し、最大電圧 200V、最大回転数 5000r/min、最大ストローク 0.5m へと変更している。これは、より現実にもつれたアクチュエータを想定するためである。

ギャップ部のパラメータについては、ロープと入力装置が接触する際にロープ変位が入力装置の変位を超える量が最小となり、かつ反力を受けたロープが高周波振動を生じない値という条件を定めた上で、再度適切なパラメータを検討し、 $k_a=1.0 \times 10^7 \text{kg/s}^2$ 、 $c_a=7.5 \times 10^3 \text{kg/s}$ を採用している。

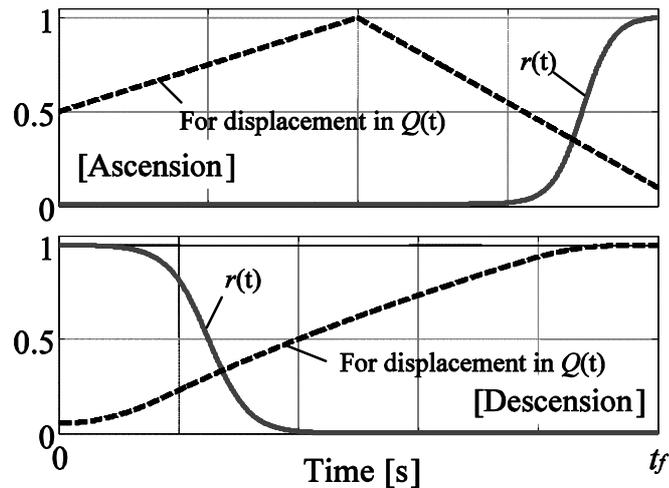
さらに、ロープモデルを表現するための要素数を制御器設計時 10、制御性能検証時 20 とすることにより、モデル化誤差を表現しその影響を検証することを可能としている。

2.5.5.2 制御器設計パラメータの変更

制御器の設計においても、評価関数中の重みの設計方法を変更している。前項では非定常スライディングモード制御器の設計においては、重みの値を定数とし、制御対象の時変性のみを考慮した制御器としていた。これを重み自体も時変とすることで、より積極的な制御器を設計することに成功している。

Fig. 2-21 はエレベータ下降時、上昇時それぞれに対して設計された重みの形状である。なお、いずれのグラフについても、重みの最大値が 1 となるように正規化がなされている。制御入力にかかる時変重み $r(t)$ は滑らかに変化するシグモイド関数を使用し、ロープ長が短い場合に制御力を抑制するように整形されている。また、本制御対象の制御条件では、上昇時は中間時間付近、下降時では終端時間付近でロープ変位が最大となることが予想されるため、これを抑制するように状態量にかかる時変重み $Q(t)$ の中でロープ変位全体に対応する部分を整形している。下降時はロープの一次固有振動数変化の逆数を用いている。

非定常スライディングモード制御器の設計変更に伴い、非定常最適制御きについても設計をし直している。非定常最適制御器は、時変フィードバックゲインと非定常スライディングモードの時変切換超平面の傾きを設計するための時変重みの形状は同一とし、両制御器の推定器が同じ場合に、両制御器から発生される制御入力に同等となるように時変重みの振幅のみを調整し、最終的な時変切換超平面の傾き（時変フィードバックゲイン）を得ている。基準となる振動抑制性能は、ギャップ幅が 0.01m の時である。

Fig. 2-21 The shape of time-varying weightings^[44]

2.5.5.3 数値計算結果

設計制御器のロバスト性を検証する条件として、ギャップ量の変化，入力電圧の飽和，制御ストロークの制限，人の乗降によるロープ張力変動を想定し数値計算を行っている．各条件におけるパラメータの変化は，ギャップ量は $0 \sim 0.1\text{m}$ ，入力の飽和電圧は上昇時 $10 \sim 300\text{V}$ ，下降時 $10 \sim 190\text{V}$ ，ストロークの制限は $0.05 \sim 0.4\text{m}$ ，ロープ張力変動は制御器設計時の想定値の $0.8 \sim 1.2$ 倍とし，それぞれ制御時間内で定常的に変化させる．このときのロープ変位最大値低減性能を比較検討している．

Fig. 2-22 が各条件におけるロープ変位最大値低減性能である．左上から順に，ギャップ量変化，入力飽和，ストローク制限，ロープ張力変動，が加わる条件下でのロープ最大変位低減率を示している．各条件について左がエレベータ上昇時，右がエレベータ下降時での数値計算結果である．

Fig. 2-22 より，入力装置部における制約となるギャップ量の変化，入力電圧飽和やストローク制限に関しては，下降時において非定常スライディングモード制御が良好な結果を示しており，スライディングモード制御理論に照らして適切な結果が得られていることが確認できる．一方で，非定常最適制御と比べ，張力変動に対するロバスト性は確認できない．張力変動はマッチング条件を満たす外乱ではないため，スライディングモード制御器の持つロバスト性が発揮されなかったと考えられる．

以上の通り，参考文献[42]において，本章で提案した時変切換超平面を用いた非定常スライディングモード制御器が，入力部にギャップを有するエレベータロープの横振動アクティブ制御に対して有効であることが確認された．

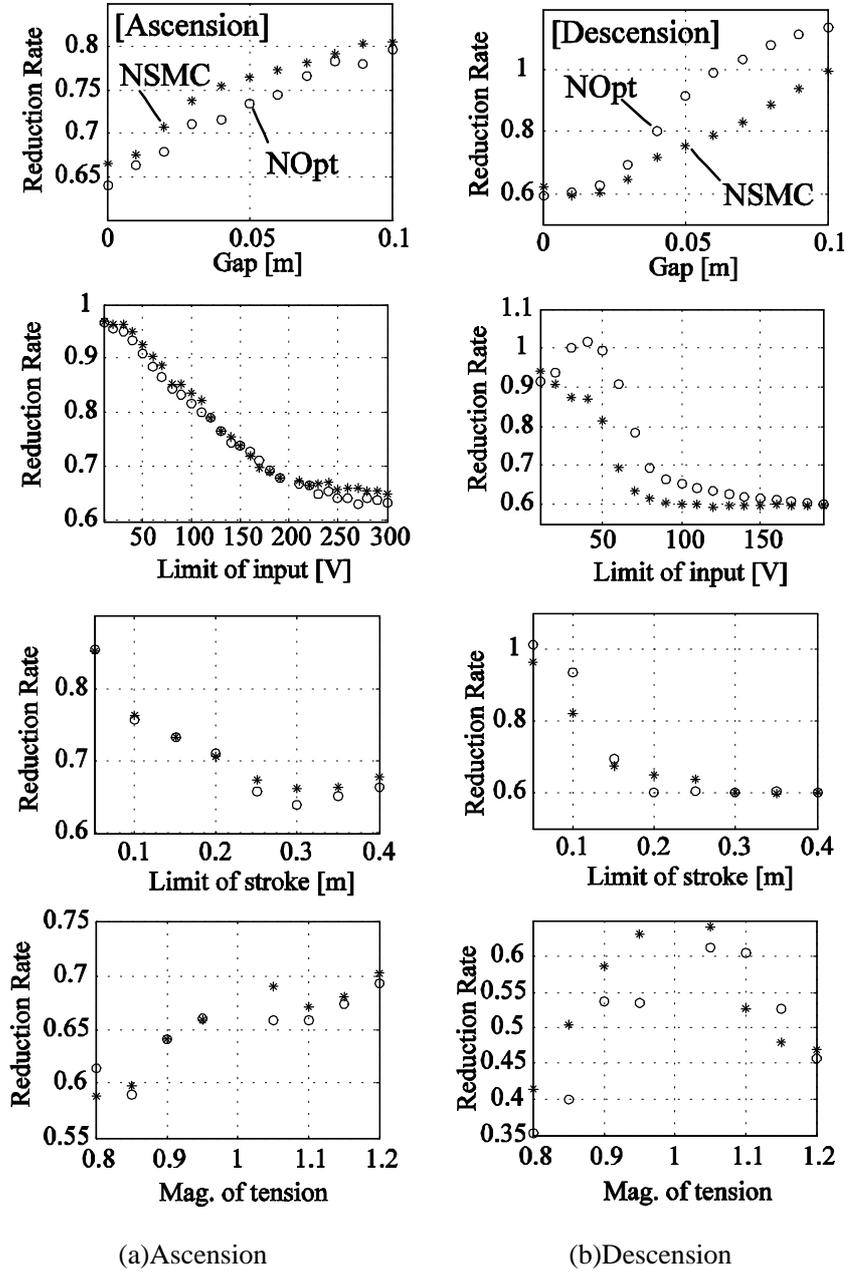


Fig. 2-22 Comparison of robustness for gap, limit of input, limit of stroke and tension of rope between NSMC and NOpt^[44]

2.6 結言

本章では、新たな最適制御手法をベースとした評価関数に基づく時変切換超平面の設計方法を提案し、これを用いた非定常スライディングモード制御系を確立した。提案手法はスライディングモード正準系への変換が不要なため、大規模で複雑な正準系に変換できない系にも適用が可能である。提案手法を用いた制御系の安定性を示し、例題として時変システムである長さ変化する弦に適用し、時変システムに対する提案手法の有効性が確認された。

さらに、実システムへの適用事例として、エレベータロープ横振動制御問題を採り上げた。これはエレベータロープに対してアクティブな振動制御を行い、その振動を低減するというものであるが、制御入力装置とロープの間にギャップが存在することを想定し、これをモデル化して数値計算により制御性能を検証した。エレベータロープの状態方程式はスライディングモード正準系に変換できないため、従来の $Utkin$ による最適な事変きり毛家超平面の設計方法は適用できない。提案手法と従来手法である非定常最適制御手法と制御性能を比較した結果、提案手法である非定常スライディングモード制御手法の方がギャップへのロバスト性が高いことが示された。

第3章 到達時間短縮非定常スライディングモード制御手法

3.1 緒言

スライディングモード制御手法は、マッチング条件を満たす外乱や不確かさに対して不変であることから、優れたロバスト性を有する制御手法として知られている。しかし、この不変性はスライディングモード時にのみ保障される性質であり、切換超平面に拘束されるまでの到達モード時にはロバスト性は保障されない。よって、到達モードをなくす、もしくは短縮することができれば、制御の全時刻において優れたロバスト性を有するスライディングモード制御が実現される。到達時間をなくしたスライディングモード制御手法としてはインテグラルスライディングモード制御（ISM: Integral Sliding Mode Control）が提案されている^[60]が、ISM では初期状態が既知である必要がある。

本章では、前章で述べたような最適制御理論をベースとした評価関数に基づき設計される時変切換超平面を用いて、到達時間の短縮を実現し、かつ優れた制御性能を持つ制御器を設計する方法を提案する。本提案手法は評価関数中の重み関数の形状の与え方によって到達時間の短縮と制御目的の達成を実現するため、到達時間をなくすことはできないが、初期状態が未知であっても到達時間を短縮することができる。Table 3-1 に一般的なスライディングモード制御手法（SMC）、ISM、非定常スライディングモード制御手法の概要と特徴を示す。

本章では到達時間短縮時変切換超平面の設計方法を述べた後に、本制御手法の特徴を明らかにするために一般的な 2 自由度系の位置決め制御問題に適用した場合の数値計算を行い、従来のスライディングモード制御手法、および ISM と制御性能を比較することで、提案手法の有効性を検証する。

Table 3-1 Overview of various sliding mode control methods

手法名	概要	特徴
SMC	制御は到達モードとスライディングモードからなる	到達モード時にはロバスト性が保障されない
ISM	制御対象と等しい次数の切換超平面が設計できる	到達モードをなくすことができる 適用できるのは初期状態が既知のときのみ
NSMC	初期の切換関数値を小さくし、素早く状態を切換面上に乗せ、切換面自体が変化して制御目的を達成	到達モードをなくすことはできず短縮するのみ 初期状態が未知でも適用可能

3.2 最適な時変切換超平面の設計

最適制御理論を用いた時変切換超平面を用いた到達時間短縮の実現方法を提案するに当たり、本節ではまず Utkin により示された時変切換超平面の設計方法^[59]を解説する。

次式で表される線形時変システムを対象として、非定常スライディングモード制御器を設計する。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (3-1)$$

ここで、 $\mathbf{x}(t)$ は状態量、 $\mathbf{u}(t)$ は制御入力であり、 $\mathbf{A}(t)$ 、 $\mathbf{B}(t)$ は適当な行列関数、また、システムは n 次の m 入力系である。このシステムに対し拘束条件を与える切換関数を次のように定義する。

$$\sigma(t) = \mathbf{S}(t)\mathbf{x}(t) \quad (3-2)$$

3.2.1 時変システムの正準系への変換

式(3-1)で表される時変システムにおいて、状態ベクトル \mathbf{x} を $n-m$ 次の \mathbf{x}_1 と入力 \mathbf{u} の次元と等しい m 次の \mathbf{x}_2 に分割して表現する正準系を導く^[3]。

式(3-1)より

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1(t) \\ \mathbf{B}_2(t) \end{bmatrix}, \det \mathbf{B}_2(t) \neq 0 \quad (3-3)$$

とおく。このとき、変換行列

$$\mathbf{T}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n-m} & -\mathbf{B}_1(t)\mathbf{B}_2^{-1}(t) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}, \det \mathbf{T}(t) \neq 0 \quad (3-4)$$

を用いると

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}^{-1}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{T}^{-1}(t) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{T}}^{-1}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

である。式(3-1)に代入すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{-1}(t) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} &= [\mathbf{A}(t) - \dot{\mathbf{T}}^{-1}(t)] \mathbf{T}^{-1}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{B}(t) \mathbf{u}(t) \\ \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} &= \mathbf{T}(t) [\mathbf{A}(t) - \dot{\mathbf{T}}^{-1}(t)] \mathbf{T}^{-1}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{T}(t) \mathbf{B}(t) \mathbf{u}(t) \end{aligned}$$

つまり,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}(t) & \mathbf{A}_{12}(t) \\ \mathbf{A}_{21}(t) & \mathbf{A}_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2(t) \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}(t) & \mathbf{A}_{12}(t) \\ \mathbf{A}_{21}(t) & \mathbf{A}_{22}(t) \end{bmatrix} &= \mathbf{T}(t) [\mathbf{A}(t) - \dot{\mathbf{T}}^{-1}(t)] \mathbf{T}^{-1}(t) \end{aligned} \quad (3-7)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} = \mathbf{S} \mathbf{T}^{-1}(t) \quad (3-8)$$

より, 式(3-1)が低次元化された正準系に変換される. スライディングモード時を考えると, $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$ より $\mathbf{x}_2 = -\bar{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x}_1$ となり, \mathbf{x}_2 は \mathbf{x}_1 のサブシステムへの入力と見ることができる.

3.2.2 時変切換超平面の設計

ここでは, スライディングモード時の状態に関する評価関数を設定し, この値を最小とするような最適な切換超平面を設計する方法を述べる^[59].

次のように, 時変重みを用いてスライディングモード時の状態量に対する評価関数を設定する.

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \{ \mathbf{x}^T \mathbf{Q}(t) \mathbf{x} \} dt \quad (3-9)$$

ただし, t_s はスライディングモードを開始する到達時刻, t_f は制御終端時刻, $\mathbf{Q}(t)$ は以下のような対角行列で表される時変重み行列である.

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & w_n(t) \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

したがって, 式(3-7)で表現される正準系に対する評価関数は, 式(3-5)より,

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_2^T \end{bmatrix} \{ \mathbf{T}^{-1}(t) \}^T \mathbf{Q}(t) \mathbf{T}^{-1}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} dt \quad (3-11)$$

であり,

$$\{\mathbf{T}^{-1}(t)\}^T \mathbf{Q}(t) \mathbf{T}^{-1}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11}(t) & \mathbf{Q}_{12}(t) \\ \mathbf{Q}_{21}(t) & \mathbf{Q}_{22}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_{21}^T(t) = \mathbf{Q}_{12}(t), \quad \mathbf{Q}(t) > \mathbf{0} \quad (3-12)$$

より, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ を用いた評価関数は,

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \{ \mathbf{x}_1^T \mathbf{Q}_{11}(t) \mathbf{x}_1 + 2 \mathbf{x}_1^T \mathbf{Q}_{12}(t) \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{Q}_{22}(t) \mathbf{x}_2 \} dt \quad (3-13)$$

となる. ここで, 補助変数として

$$\mathbf{v} = \mathbf{x}_2 + \mathbf{Q}_{22}^{-1}(t) \mathbf{Q}_{12}^T(t) \mathbf{x}_1 \quad (3-14)$$

を導入すると, 式(3-13)は次のようになる.

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \{ \mathbf{x}_1^T \mathbf{Q}_{11}^*(t) \mathbf{x}_1 + \mathbf{v}^T \mathbf{Q}_{22}(t) \mathbf{v} \} dt \quad (3-15)$$

ただし,

$$\mathbf{Q}_{11}^*(t) = \mathbf{Q}_{11}(t) - \mathbf{Q}_{12}(t) \mathbf{Q}_{22}^{-1}(t) \mathbf{Q}_{12}^T(t) \quad (3-16)$$

であり, \mathbf{x}_1 について以下の方程式が成り立つ.

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}^*(t) \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}(t) \mathbf{v} \quad (3-17)$$

ただし,

$$\mathbf{A}_{11}^*(t) = \mathbf{A}_{11}(t) - \mathbf{A}_{12}(t) \mathbf{Q}_{22}^{-1}(t) \mathbf{Q}_{12}^T(t) \quad (3-18)$$

このとき, 式(3-15)は式(3-17)で表現される状態方程式に対する評価関数とみることができる. この評価関数を最小にする解 \mathbf{v} は次式で与えられる.

$$\mathbf{v} = -\mathbf{Q}_{22}^{-1}(t) \mathbf{A}_{12}^T(t) \mathbf{P}(t) \mathbf{x}_1 \quad (3-19)$$

$\mathbf{P}(t)$ は次のリカッチ微分方程式の正定対称解である.

$$-\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{P}(t) \mathbf{A}_{11}^*(t) + \mathbf{A}_{11}^{*T}(t) \mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t) \mathbf{A}_{12}(t) \mathbf{Q}_{22}^{-1}(t) \mathbf{A}_{12}^T(t) \mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}_{11}^*(t) \quad (3-20)$$

$$\mathbf{P}(t_f) = \mathbf{Q}_{11}^*(t_f) \quad (3-21)$$

式(3-20)は終端条件のみが与えられているため, ルンゲクッタ法などを用いて逆時間方向に解く必要がある. 式(3-14), (3-19)より

$$\mathbf{x}_2 = -\mathbf{Q}_{22}^{-1}(t) \{ \mathbf{A}_{12}^T(t) \mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}_{12}^T(t) \} \mathbf{x}_1 \quad (3-22)$$

であり, 上式から式(3-11)で与えられる評価関数を最小とする時変切換超平面の傾き $S_\lambda(t)$ が設計できる.

$$\mathbf{S}_i(t) = [\mathbf{A}_{12}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}_{12}^T(t) \quad \mathbf{Q}_{22}(t)] \quad (3-23)$$

以上より，式(3-23)を逆変換することで，式(3-1)に対する時変切換超平面の傾き $\mathbf{S}(t)$ は次のように与えられる．

$$\mathbf{S}(t) = [\mathbf{A}_{12}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}_{12}^T(t) \quad \mathbf{Q}_{22}(t)]\mathbf{T}(t) \quad (3-24)$$

3.3 時変切換超平面を用いた到達時間短縮制御

3.3.1 時変切換超平面による到達時間短縮方法の概念

初期状態量 x_0 が既知の場合、状態量に応じて切換関数値が 0 となるように切換超平面を設計すれば到達モードをなくすことができる。これに対し、本研究では x_0 の情報を用いずに到達時間を短縮することを目指す。Fig. 3-1 に示すように、到達時間の短縮を実現するには次のいずれかの方法がある。

- 1) 切換関数の傾きを鋭くし、急激に値を減少させる
- 2) 初期時刻での切換関数の値をなるべく小さくする

1つ目の方法を実現するためには、制御器の非線形制御入力を与える k を大きくすれば良い。ただし、実際に印加できる制御入力値には限界があるため、短縮できる時間には限りがある。2つ目の方法を実現するためには、初期時刻での切換超平面の傾きの値をなるべく小さくすればよい。切換関数は超平面の傾きと状態量の積で与えられるが、初期時刻における状態量は制御目的等によって決まるため、設計パラメータではない。したがって、切換超平面の傾きを与える要素それぞれの値を小さく設計し、初期時刻での切換関数値を小さくする必要がある。

しかし、一般的な時不変切換超平面を用いた場合、このように初期時刻での切換関数値が小さくなるように設計した超平面が希望する動特性を有するとは限らない。そこで本研究では、初期時刻では到達時間短縮を目指した切換超平面を設計し、希望する動特性を有する切換超平面へと時間とともに連続的に変化する時変切換超平面を設計する方法を提案する。

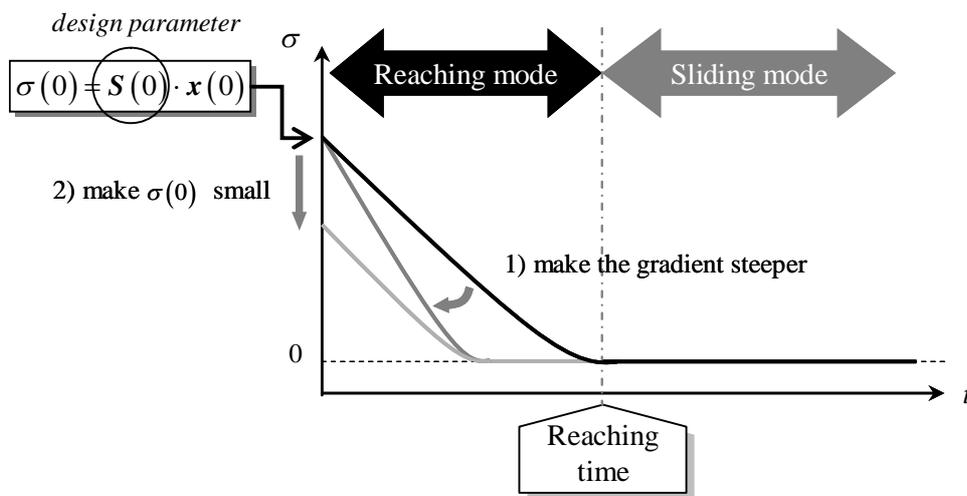
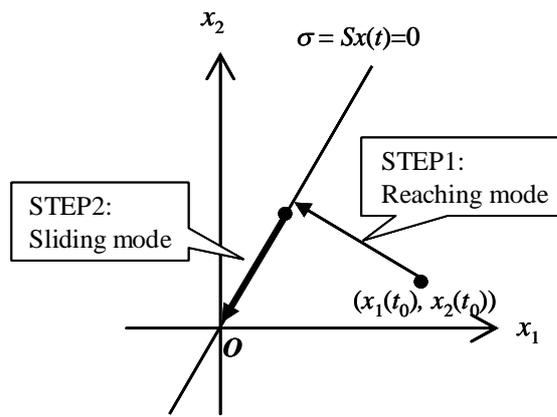


Fig. 3-1 Concept of how to shorten the reaching time

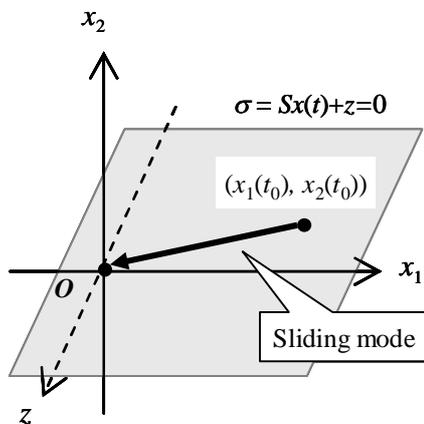
本手法の概念を Fig. 3-2, Fig. 3-3 を用いて説明する. ここでは, 簡単のため 2 次 1 入力系を例とする. x_1, x_2 で張られる位相空間上に, 初期時刻 $t=t_0$ における状態量 \mathbf{x}_0 が存在している.

Fig. 3-2 (a) は時不変切換超平面を用いた従来のスライディングモード制御手法の場合である. 切換超平面は制御目的を達成することのみを目指して設計されており, 初期の状態量 \mathbf{x}_0 の位置は考慮されていない. したがって, 偶然切換超平面近くに \mathbf{x}_0 が位置していない限り, 到達モードが存在し, 切換超平面に到達した後にスライディングモードを発生する.

Fig. 3-2 (b) は到達時間のないスライディングモード手法であるインテグラルスライディングモード手法の場合を示している. インテグラルスライディングモード制御では切換超平面の設計時に補助変数 z を導入することで, 制御系と切換超平面の次元が一致し, Fig. 3-2 の例では切換超平面も 2 次元となる. したがって, \mathbf{x}_0 が既知であれば \mathbf{x}_0 を通り, 制御目的を達成する切換超平面を設計することができる. インテグラルスライディングモード制御では, 図に示したとおり状態が常に切換超平面上に拘束されているため, スライディングモードのみの制御となる.



(a) SMC



(b) ISM

Fig. 3-2 Progress of control with traditional methods

以上の従来手法に対し，提案手法では，Fig. 3-3 に示す 3 つのステップから制御を達成する．

- STEP1: 初期の切換関数値が微小値となるように設計された切換超平面 $\sigma_0 = 0$ に素早く状態が到達する．
- STEP2: $\sigma_0 = 0$ から希望する動特性を有する $\sigma_f = 0$ まで，時間に応じて状態を拘束したまま切換超平面が移動する．
- STEP3: 切換超平面が $\sigma_f = 0$ まで移動し，状態が平衡点へスライディングする．

このとき，STEP1 のみが到達モードとなり，STEP2, 3 はスライディングモードである．したがって，到達時間は大幅に短縮され，スライディングモードの特徴であるマッチング条件を満たす外乱や不確かさへのロバスト性が制御時刻全般において発揮される．

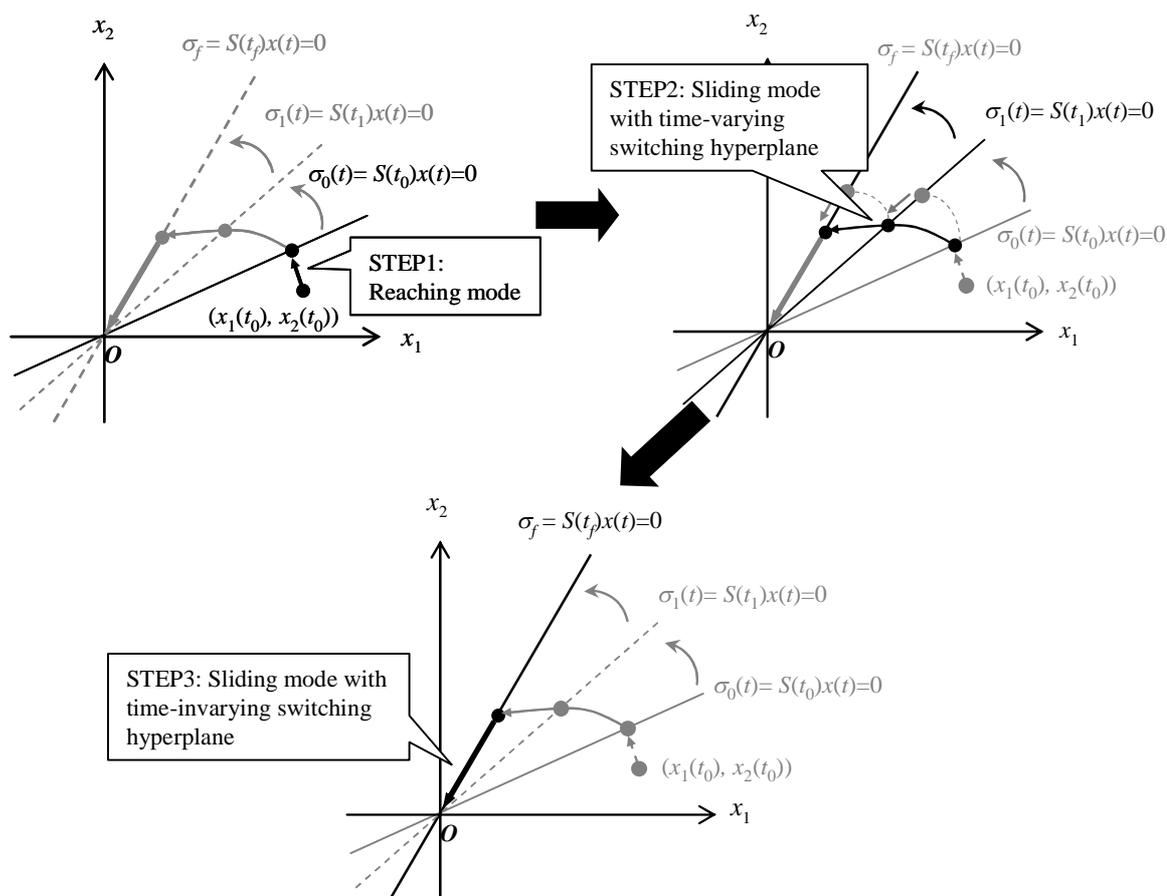


Fig. 3-3 Progress of control with Proposal method

3.3.2 最適な時変切換超平面による到達時間短縮

3.2 に示した最適な時変切換超平面を到達時間が短縮されるように設計する方法を示す。Fig. 3-1 に示したように、到達時間を短縮するためには $\mathbf{S}(0)$ を構成する要素の値をなるべく小さくすれば良い。3.2 で述べたように、 \mathbf{S} は式(3-9)で表される評価関数が最小となるように設計される。したがって、評価関数中の重み \mathbf{Q} の各対角成分 w_i を微小値で与えて設計された切換超平面は、状態量に対して感度の鈍い保守的なものとなり、 \mathbf{S} を構成する各要素も比較的小さい値となり、結果として切換関数の初期値 $\sigma(0)$ が小さい値となる。しかし、全制御時刻でこの制御器を用いると十分な性能を得られず、制御目的を達成することはできない。

したがって、式(3-10)で与えられる時変重み関数の各対角成分 $w_i(t)$ を、Fig. 3-4 のように、初期時刻の重み w_0 はなるべく 0 に近い値とし、時間が経つにつれて制御目的を達成する適切な値 w_f へと変化する時間関数で与えることとする。初期時刻付近で重みを微小値とすることで、初期時刻では切換超平面の傾きを構成する各要素の値が微小値となる。そのため、初期状態量が未知であっても、切換関数値が比較的小さい値となり、到達時間の短縮が実現され、かつ制御時刻後半では十分な制御性能を有した制御器を得ることができる。

さらに、本手法は評価関数に基づいた設計方法であるため、切換超平面は制御対象のダイナミクスを考慮した安定なものとなる。

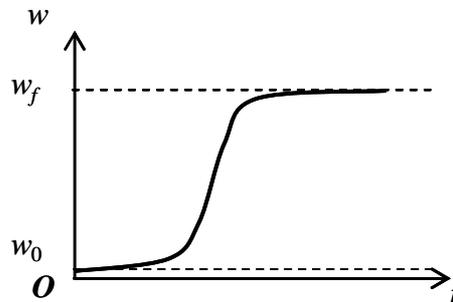


Fig. 3-4 Time-varying weighting function

3.3.3 最適時変フィードバックゲインを用いた時変切換超平面による到達時間短縮

次に第2章で提案した時変切換超平面に対して、評価関数の重みの設計により到達時間を短縮する方法を述べる。

本手法は第2章で示した通り、最適時変フィードバックゲイン $f(t)$ を時変切換超平面の傾き $S(t)$ とするものである。

$$S(t) = f(t) = r^{-1}(t)B^T(t)P(t)$$

非定常最適制御手法において制御入力 $u(t)$ は次のように与えられる。

$$u(t) = f(t)x(t) \tag{3-25}$$

これに対し、本手法における切換関数は

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= S(t)x(t) \\ &= f(t)x(t) \end{aligned} \tag{3-26}$$

であり、切換関数は最適制御における $u(t)$ に対応することがわかる。

ここで、式(2-12)の評価関数は次の通りである。

$$J = x^T(t_f)Q_f x(t_f) + \int_0^{t_f} \{x^T(t)Q(t)x(t) + r(t)u^2(t)\} dt$$

よって、積分項内の $u(t)$ の部分は切換関数に置き換えることができる。

$$J = x^T(t_f)Q_f x(t_f) + \int_0^{t_f} \{x^T(t)Q(t)x(t) + r(t)\sigma^2(t)\} dt \tag{3-27}$$

つまり、本手法は切換関数を拘束条件として設計された評価関数に対して、切換超平面の傾きを設計する手法と見ることができる。このとき、重み関数 $r(t)$ は切換関数に対する重みとなる。

したがって初期時刻における切換関数値を小さくするためには Fig. 3-5 に示すように $r(t)$ を初期時刻で大きい値、制御時刻後半に向かって $r(t_f)=1$ に滑らかにつながれた関数とし、状態量にかかる重み関数 $Q(t)$ の各対角成分については初期時刻での値を小さい値として、制御時刻後半に向かって制御性能を発揮する適切な値として与えればよい。

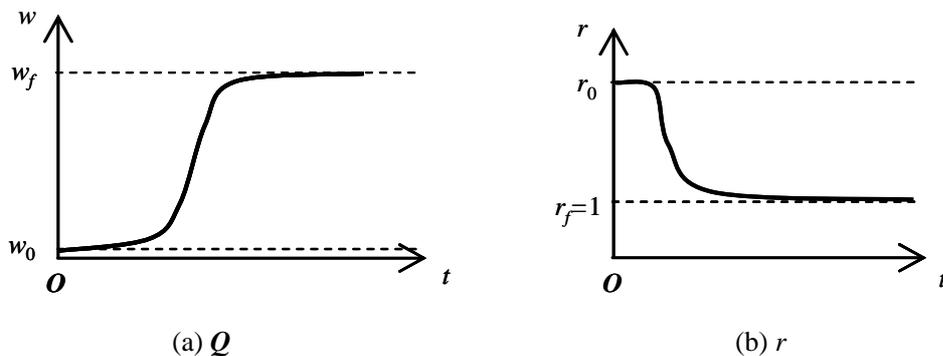


Fig. 3-5 Time-varying weighting function

3.4 数値計算による有効性の検証

3.4.1 制御対象

本節で扱う制御対象システムを Fig. 3-6 に示す. 対象は土台部 m_b と上層の質点 m_s からなる 2 自由度系であり, 入力 u は土台部に直接印加できるものとする. ただし, 水平方向への移動により固体摩擦 f_r を発生する. 本制御問題における目標は, 土台部 m_b を目標位置まで移動させることであるが, 上層の質点 m_s の挙動が土台部 m_b の挙動に影響を与えるため, 位置決めだけでなく, m_s の振動も同時に抑制するような制御を行う必要がある. 各パラメータ値を Table 3-2 に示す. これらの値は原の論文^[15]を参考に決定した.

制御対象の運動方程式, および状態方程式は以下の通りである.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_c(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{f}_u u + \mathbf{f}_d f_r \quad (3-28)$$

$$\mathbf{x}_c(t) = \begin{bmatrix} x_b(t) \\ x_s(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_u = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_d = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_b & 0 \\ m_s & m_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & k_s \\ 0 & -k_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & -c_s \\ 0 & c_s \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{D}f_r \quad (3-29)$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_c(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}_u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}_d \end{bmatrix}$$

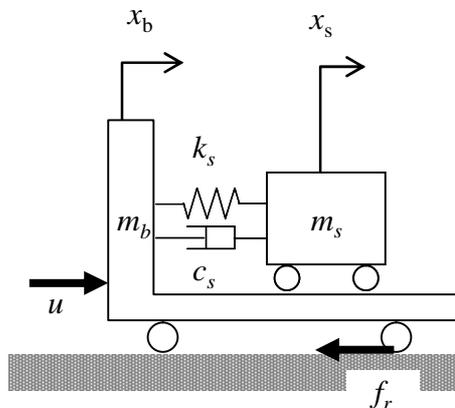


Fig. 3-6 Controlled Object

Table 3-2 Parameters of the controlled object

m_b	Mass of the base	1.8 kg
m_s	Mass of the vibrating section	0.433 kg
k_s	Spring constant of the vibration system	$1.068 \times 10^2 \text{ kg/s}^2$
c_s	Damping constant of the vibration system	$3.93 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$
f_r	Coulomb friction of the driving system	12 N
f	Natural frequency	2.8 Hz

3.4.2 到達時間短縮効果の検証

制御の有効性を検証する前に、前述した制御対象を用いた数値計算により、前節で提案した設計方法により到達時間の短縮が実現されるかを検証する。

制御条件は、位置決め目標距離 0.3m、整定条件は目標距離との誤差±1%であり、オーバーシュートなく位置決めすることを目指して制御を行う。

3.4.2.1 適用制御器

まず始めに、前述した位置決め制御を達成する定常スライディングモード制御器（以下、SMC）を最適制御理論に基づく二種の手法を用いて設計する。一つは Utkin により提案された最適な切換超平面を用いた制御器（以下、SMC1(t_f ））であり、もう一つは最適フィードバックゲインからなる切換超平面を用いた制御器（以下、SMC2(t_f ））である。次に、この定常制御器設計に用いた評価関数中の重み値を時刻 $t \geq t_f$ における重みとする非定常スライディングモード制御器（以下、NSMC）用の重み関数を設計し、3.2.2 に示した最適な時変切換超平面を用いた制御器（以下、NSMC1）、および 2.2.2 に示した最適時変フィードバックゲインを切換超平面として設計した制御器（以下、NSMC2）を設計する。したがって、NSMC の設計に用いた重み関数値は SMC の設計に用いた重み値以下となる。NSMC1 については重み関数の r のみを時変にした場合（NSMC1_r）、 Q を時変にした場合（NSMC1_q）、および r と Q いずれも時変にした場合（NSMC1_{qr}）の三種の制御器を設計し、到達時間の変化を確認する。

なお、非線形制御入力項については制御器の性能をそろえるために、いずれの制御器についても $k(t)=15$ とし、平滑関数 δ の値はチャタリングを生じない適切な微小値で与える。

3.4.2.2 結果と考察

最適な切換超平面を用いた SMC1(t_f)、NSMC1 での数値計算結果を Table 3-3 に示す。上段から順に、SMC1(t_f)、NSMC1 での制御結果であり、左から順に設計した重み値、 σ 値、土台変位の時刻歴応答を示す。重み関数グラフ中の w_1 は x_b 、 w_2 は x_s 、 w_3 は \dot{x}_b 、 w_4 は \dot{x}_s に対する重みである。また、表中には各制御器を用いた場合の到達時間、整定時間も整理している。同様に、最適フィードバックゲインからなる切換超平面を用いたときの数値計算結

果を Table 3-4 に示す. 上段から順に, SMC2(t_f), NSMC2_r, NSMC2_q, NSMC2_{qr} での制御結果であり, 行方向に記す内容は Table 3-3 と同様である.

Table 3-3 より, x_b にかかる重み w_1 を定数 10 として設計した制御器と, 0 から 10 の範囲で変化するシグモイド関数を用いて設計した制御器では, 到達時間はそれぞれ 0.84 s, 0.25 s であり, 時変切換超平面を用いることで時間の短縮を実現していることが確認できる. $t=0$ における σ 値を見ると, SMC1 では -0.3 であるのに対し, NSMC1 では -0.0075 とかなり小さい値となっており, 前節で述べた通りの時変切換超平面が設計されていることがわかる.

Table 3-4 に関しても, 時不変切換超平面では到達時間に 0.26 s を要しているのに対し, 時変切換超平面の導入により, 最短で 0.07 s まで到達時間が短縮されていることが確認された. 本制御対象では, 到達時間の短縮に関しては, r よりも Q の影響が強い傾向が見られた. しかし, Q は制御性能への影響も強いいため, 到達時間の短縮と共に制御性能も悪化する結果となった. 一方, r のみを時変とした場合には到達時間は大幅には短縮されないが制御性能は維持される結果となった.

なお, NSMC で制御性能が劣る傾向があるが, これは, 評価関数中の重みが到達時間へ与える影響を調べるために, 重み関数の最大値を SMC 設計時に用いた値以下としたためである. NSMC と SMC では制御器の構造が異なるため, 重み値をそろえて設計した制御器で性能を比較することはできず, 本結果から到達時間の短縮が制御性能を劣化させると結論付けることはできない.

Table 3-3 Control results using SMC1(t_f) and NSMC1

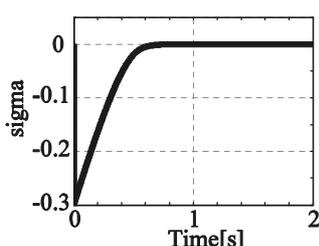
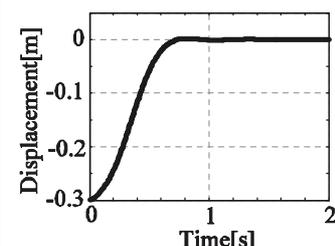
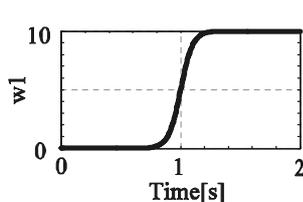
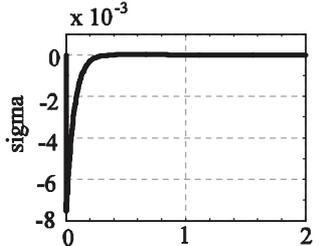
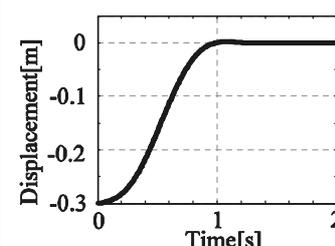
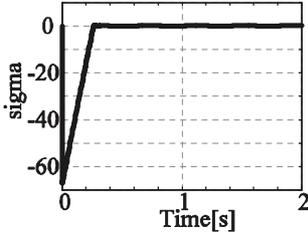
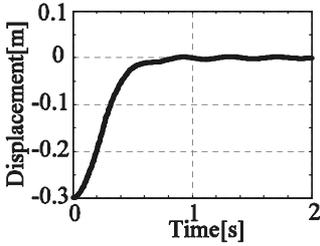
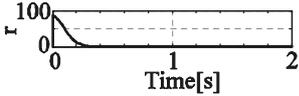
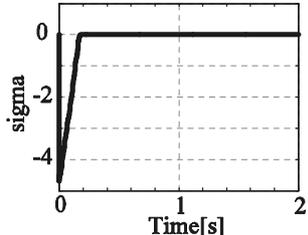
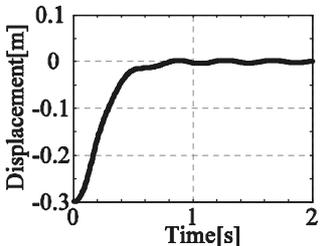
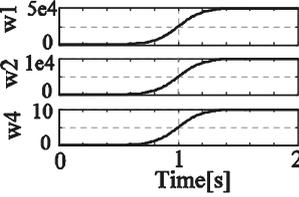
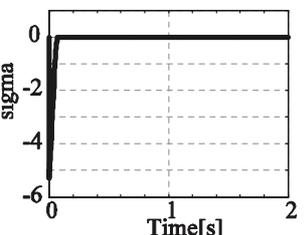
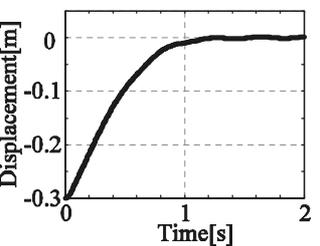
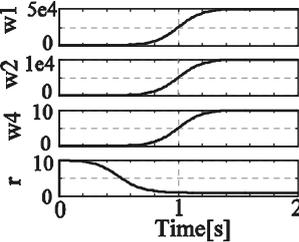
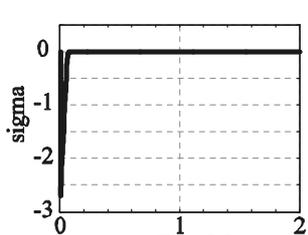
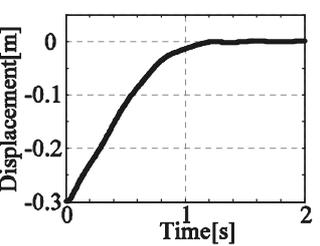
	Weighting	σ	Displacement
SMC1 (t_f)	$w_1=10$ $w_2=0$ $w_3=0$ $w_4=0.1$	 Reaching time = 0.84 s	 Settling time = 0.70s
NSMC1	 $w_2=0, w_3=0$ $w_4=0.1$	 Reaching time = 0.25 s	 Settling time = 0.95 s

Table 3-4 Control results using SMC2(tf), NSMC2_r, NSMC2_q and NSMC2_{qr}

	Weighting	σ	Displacement
SMC2 (t_f)	$w_1=5 \times 10^4$ $w_2=1 \times 10^4$ $w_3=0$ $w_4=10$ $r=1$	 Reaching time = 0.26 s	 Settling time = 0.81 s
NSMC2 _r	$w_1=5 \times 10^4$ $w_2=1 \times 10^4$ $w_3=0, w_4=10$ 	 Reaching time = 0.13 s	 Settling time = 0.78 s
NSMC2 _q	 $w_3=0$ $r=1$	 Reaching time = 0.07 s	 Settling time = 1.15 s
NSMC2 _{qr}	 $w_3=0$	 Reaching time = 0.07s	 Settling time = 1.16 s

3.4.3 制御性能の検証

本項では、制御手法ごとの制御性能の検証を行う。

制御条件は、前項の検証と同様に、位置決め目標距離 0.3m、整定条件は目標距離との誤差±1%であり、オーバーシュートなく位置決めすることを目指して制御を行う。

3.4.3.1 制御条件

性能検証には NSMC1, NSMC2 を用いる。ただし、ここで採用する制御器は位置決め制御性能が最も良くなることを目指して設計した制御器であり、前項の検証で用いた制御器とは別のものである。これに加え、定常制御器であり前項の検証にも用いた SMC1 および SMC2, さらに到達時間のないスライディングモード制御として従来から提案されているインテグラルスライディングモード制御器（以下、ISM）の五種の制御器を用いて数値計算を行う。

五種のいずれの制御器についても非線形入力項の大きさは $k(t)=15$ とする。これは、水平移動により発生する固体摩擦 f_r はマッチング条件を満たす外乱であり、 $k > f_r$ とすることでスライディングモード時に固体摩擦に対して不変な制御器を実現するためである。また、平滑関数 δ はチャタリングを起こさない適切な微小値を与えることとする。

以上の条件の下で、各制御器において位置決め時間が最短となる切換超平面を試行錯誤により設計する。ただし、制御器設計時には固体摩擦 f_r は考慮しない。

また、ISM に用いる理想的な入力値には、固体摩擦の存在しない理想的な状況下での SMC1 の制御入力値を採用する。

NSMC1 の時変切換超平面を設計に用いる評価関数中の重み関数を Fig. 3-7 に示す。上から順に、 w_1 は x_b , w_2 は x_s , w_3 は \dot{x}_b , w_4 は \dot{x}_s に対する重みである。また、SMC1 の切換超平面を設計するために用いる評価関数中の重みは前項と同様に $Q=\text{diag}(10, 0, 0, 0.1)$ とする。

Fig. 3-8 には NSMC2 の時変切換超平面の設計に用いる重み関数を示す。上から順に w_1 は x_b , w_3 は \dot{x}_b , w_4 は \dot{x}_s の重みであり、最下段には $r(t)$ の形状を示す。なお、 w_2 は 0 としている。SMC2 の設計に用いた重みは前項と同様に $Q=\text{diag}(5 \times 10^4, 10^4, 0, 10)$ である。

さらに、ISM は、前述したように SMC1 の制御入力値を理想入力値、切換関数の傾きには SMC1 の切換関数の傾きを用いて制御器を設計する。

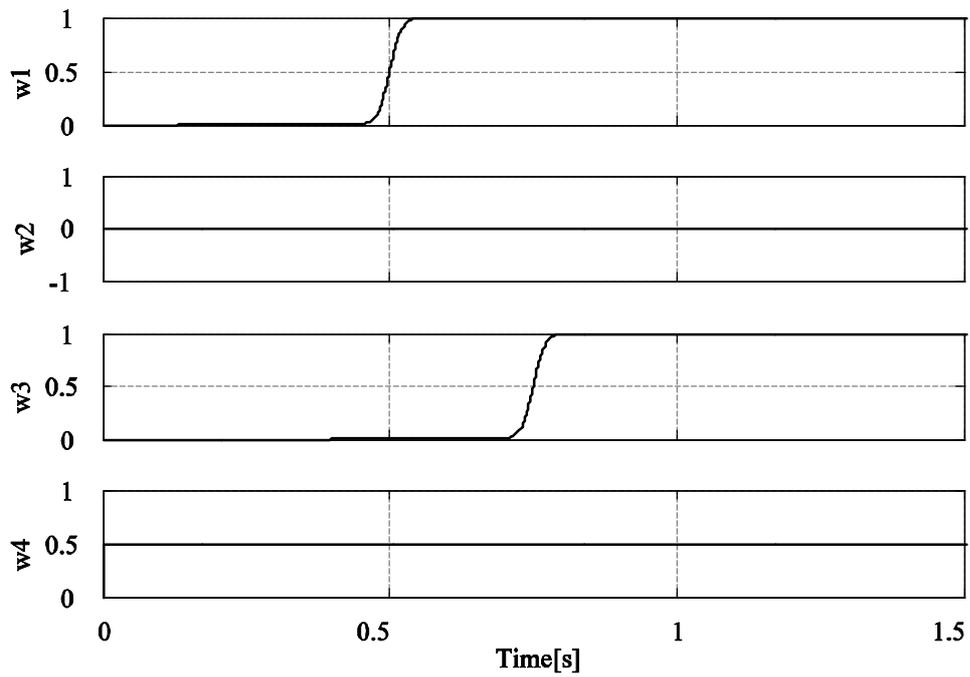


Fig. 3-7 Time-varying weighting functions for NSMC1

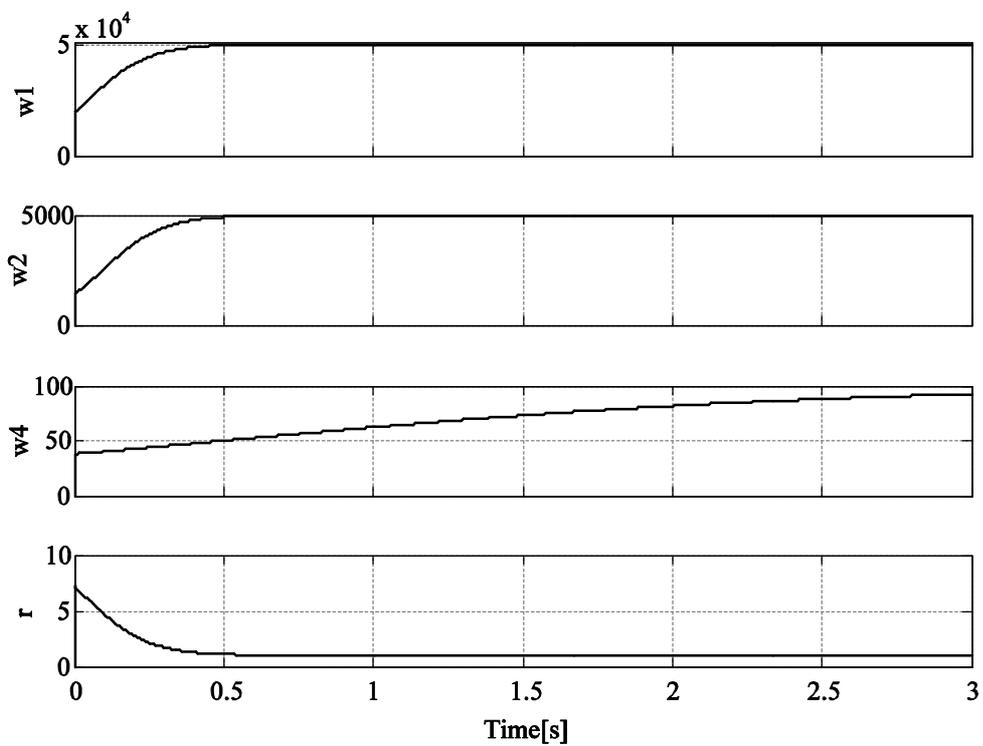


Fig. 3-8 Time-varying weighting functions for NSMC2

以上の制御器を用いて,

条件 1 : 固体摩擦なし ($f_i=0$ N)

条件 2 : 固体摩擦あり ($f_i=12$ N)

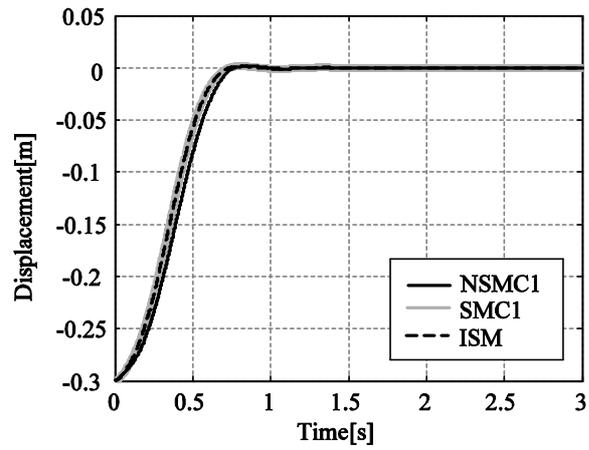
において数値計算により性能を比較する. さらに NSMC1, NSMC2, ISM に関しては,

条件 3 : 目標距離変動 (0.3 ± 0.2 m)

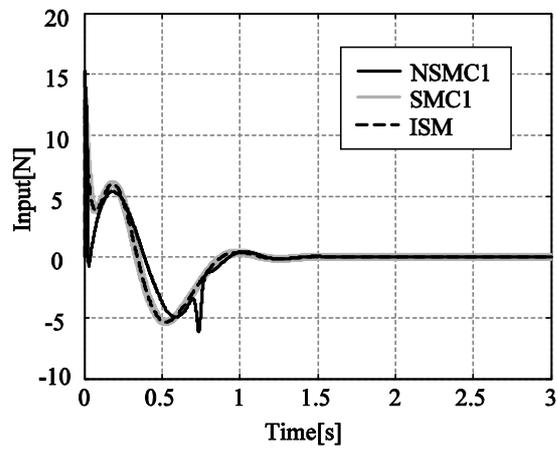
についても数値計算を行い, 初期状態の変動が制御性能に与える影響を検証する.

3.4.3.2 結果と考察

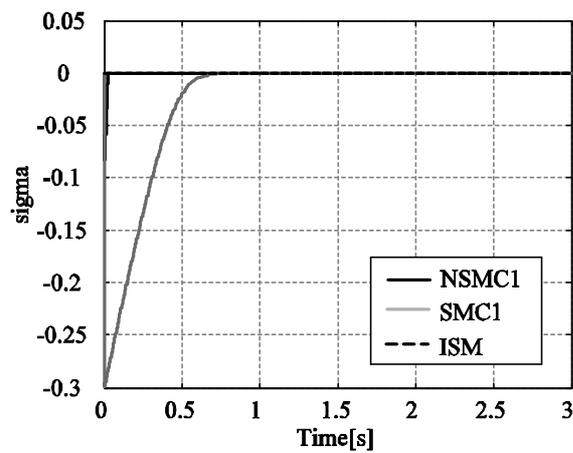
条件 1 および条件 2 における NSMC1, SMC1, ISM を用いた場合の時刻歴応答を Fig. 3-9, Fig. 3-10 に, NSMC2, SMC2 を用いた場合の時刻歴応答を Fig. 3-11, Fig. 3-12 に示す. また, 条件 3 での時刻歴応答として, NSMC1 を用いたときを Fig. 3-13 に, NSMC2 を用いたときを Fig. 3-14 に, ISM を用いたときを Fig. 3-15 に示す. いずれのグラフも(a)土台変位 (x_1), (b)制御入力 (u), (c) σ 値の時刻歴を示している. また, 条件 1 と 2, および条件 3 における整定時間と到達時間を Table 3-5, Table 3-6 に示す.



(a) x_1

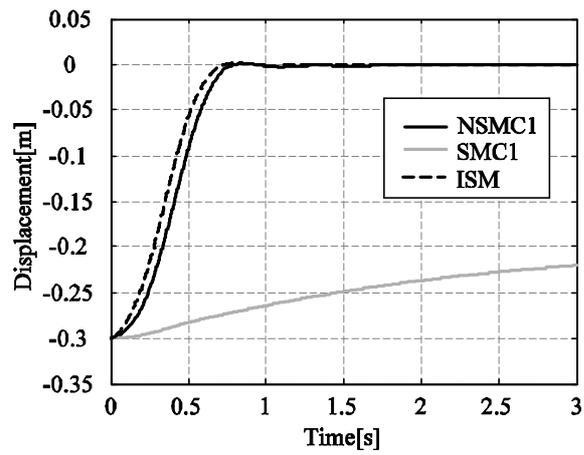


(b) Input

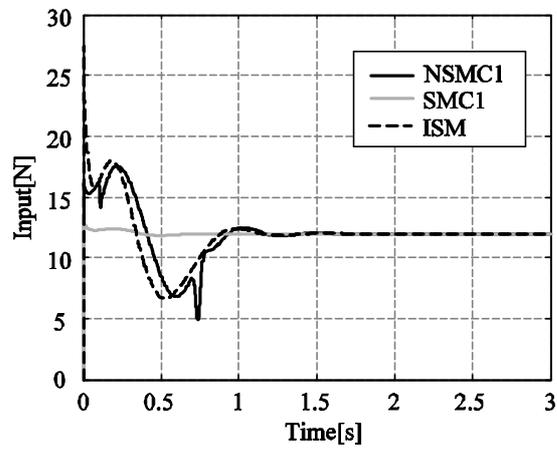


(c) σ

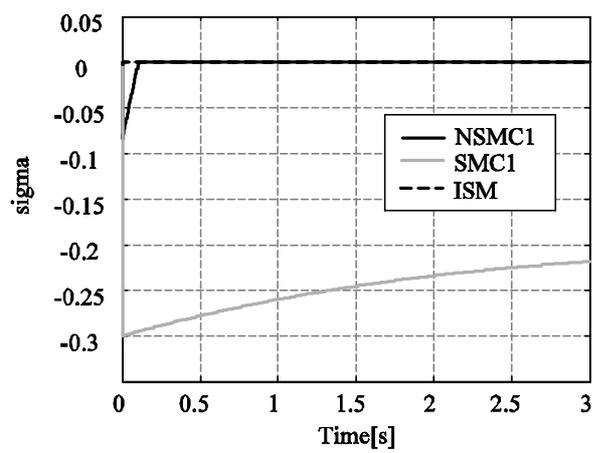
Fig. 3-9 Control results on Condition 1 ($f_r=0$ N) with NSMC1, SMC1 and ISM



(a) x_1

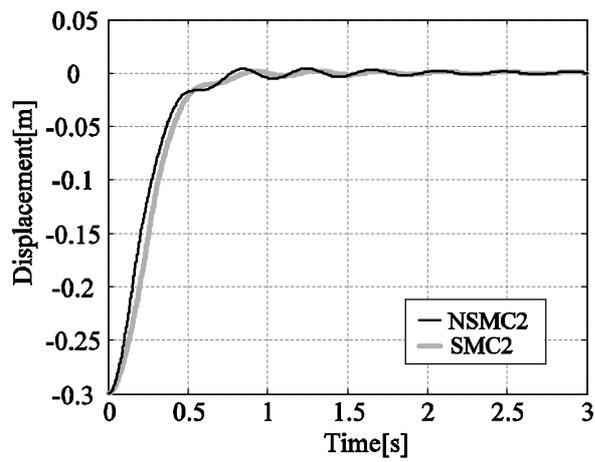


(b) Input

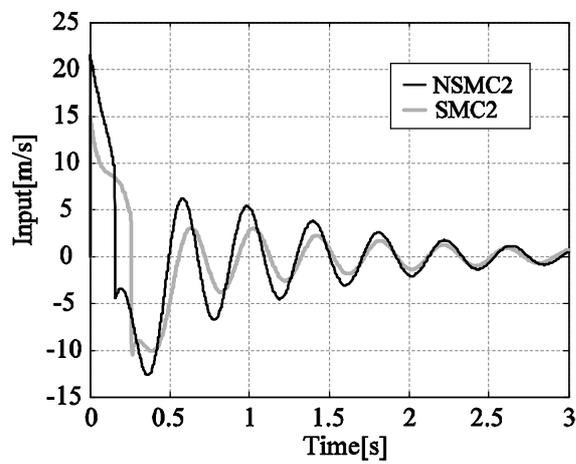


(c) σ

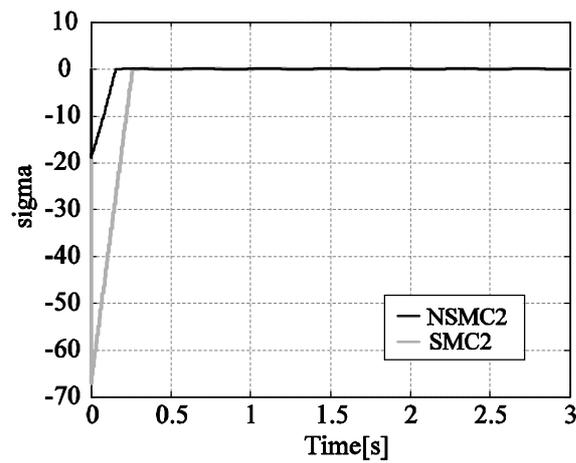
Fig. 3-10 Control results on Condition 2 ($f_r=12$ N) with NSMC1, SMC1 and ISM



(a) x_1

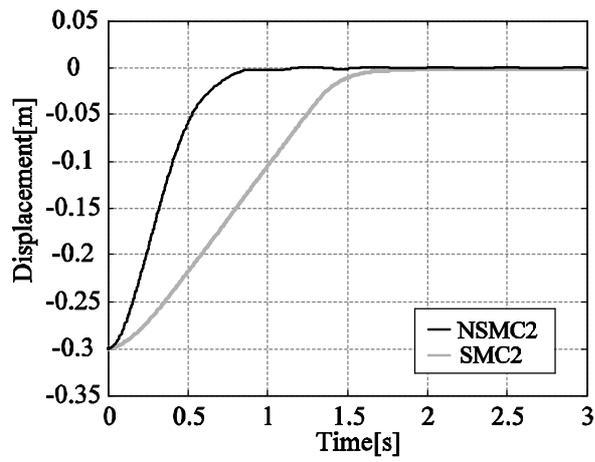


(b) Input

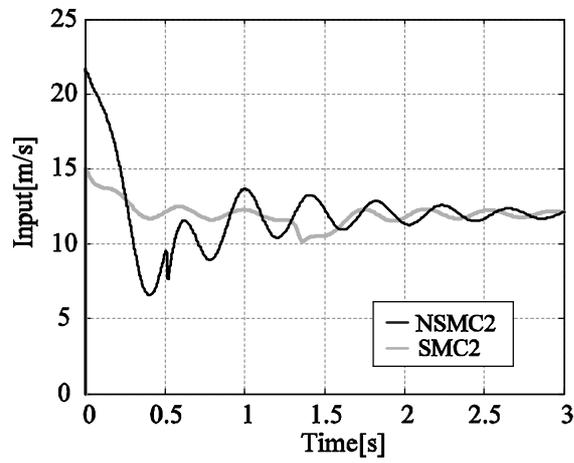


(c) σ

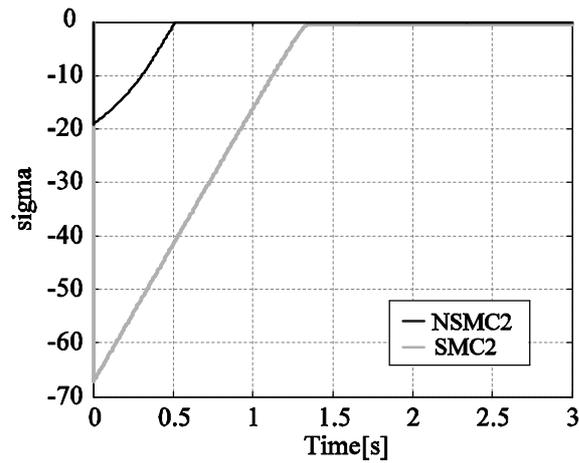
Fig. 3-11 Control results on Condition 1 ($f_r=0$ N) with NSMC2 and SMC2



(a) x_1

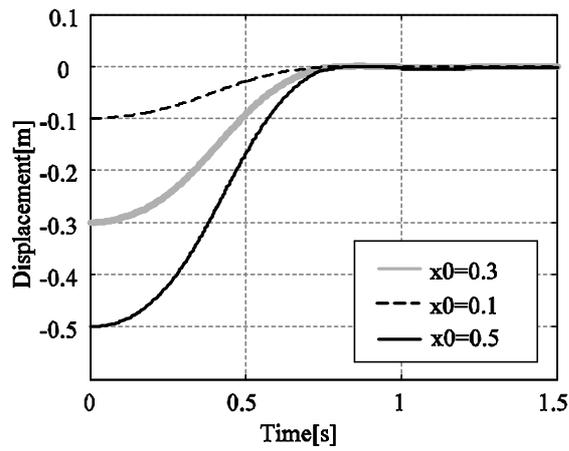


(b) Input

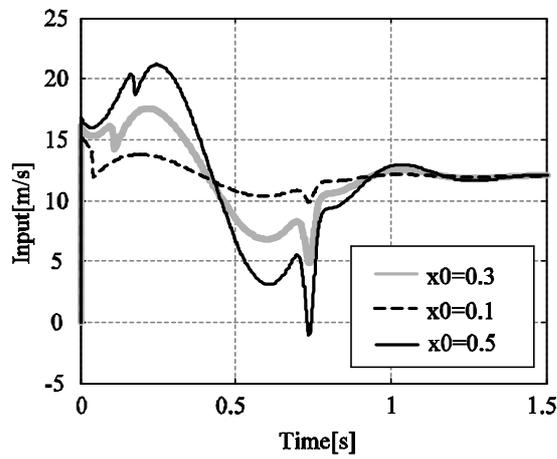


(c) σ

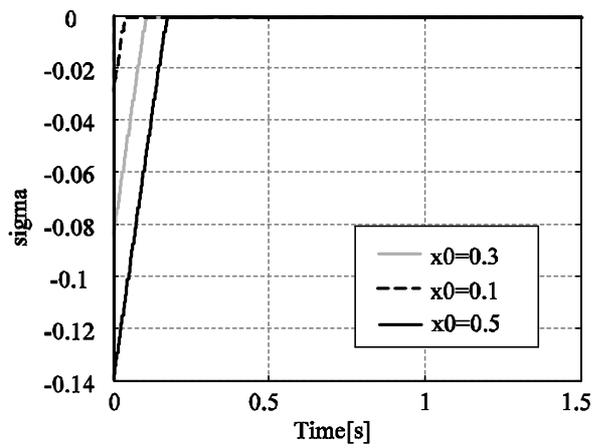
Fig. 3-12 Control results on Condition 2 ($f_r=12$ N) with NSMC2 and SMC2



(a) x_1

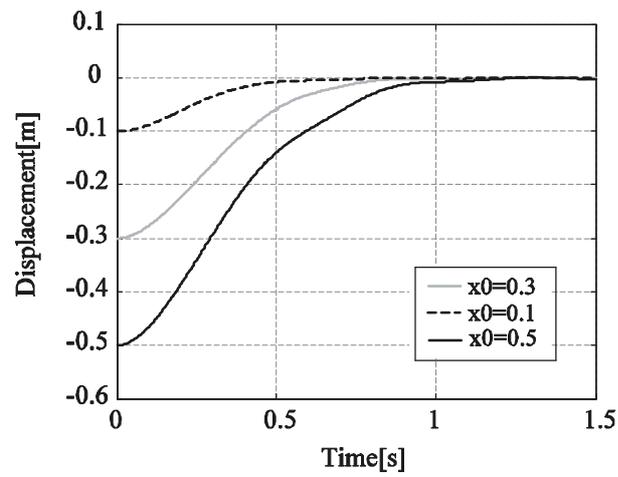


(b) Input

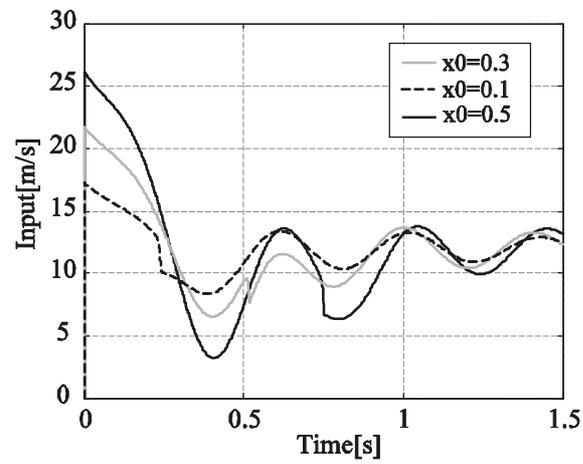


(c) σ

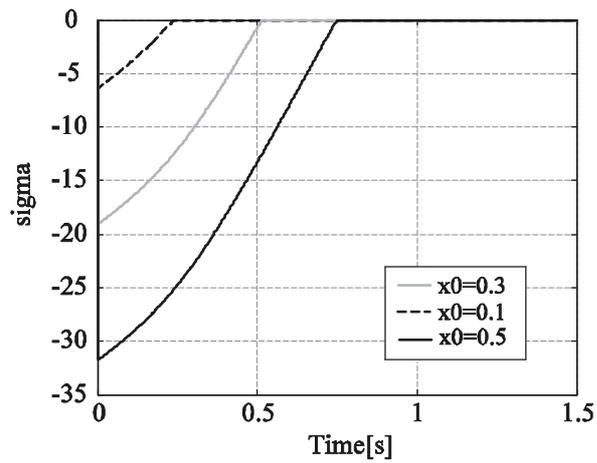
Fig. 3-13 Control results on Condition 3 with NSMC1



(a) x_1

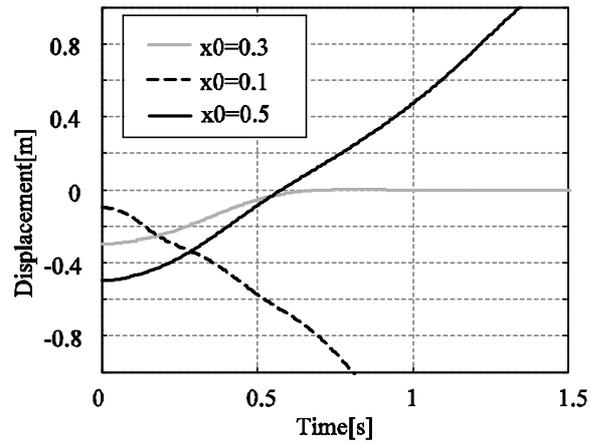


(b) Input

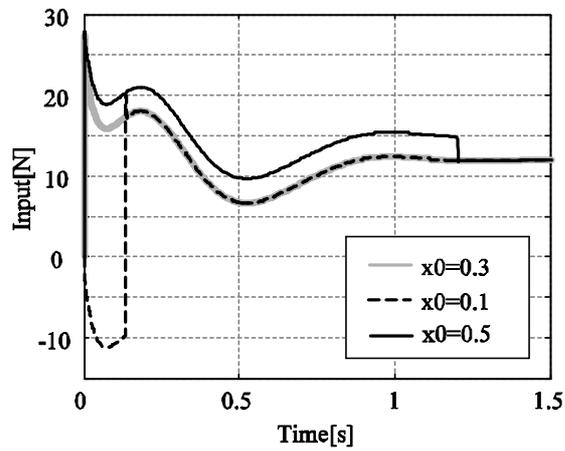


(c) σ

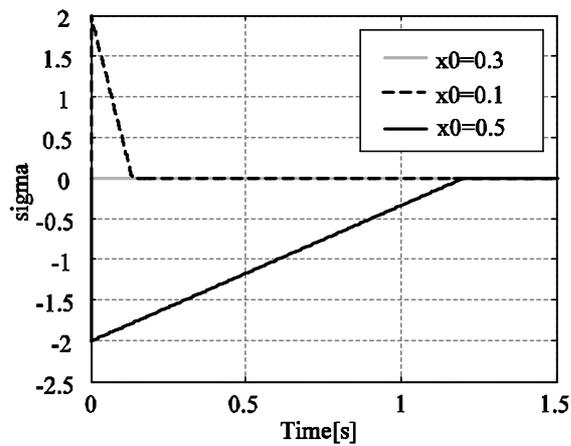
Fig. 3-14 Control results on Condition 3 with NSMC2



(a) x_1



(b) Input



(c) σ

Fig. 3-15 Control results on Condition 3 with ISM

Table 3-5 Comparison of reaching time and settling time on Condition1 and Condition2

	Reaching time [s]		Settling time [s]	
	Condition 1	Condition 2	Condition 1	Condition 2
NSMC1	0.03	0.11	0.73	0.75
SMC1	0.85	--	0.70	--
NSMC2	0.15	0.52	0.75	0.87
SMC2	0.26	1.35	0.81	1.84
ISM	0.00	0.00	0.70	0.70

Table 3-6 Comparison of reaching time and settling time on Condition3

		$x_1(0)=0.3$	$x_1(0)=0.1$	$x_1(0)=0.5$
NSMC1	Reaching time [s]	0.11	0.04	0.18
	Settling time [s]	0.75	0.74	0.76
NSMC2	Reaching time [s]	0.52	0.24	0.75
	Settling time [s]	0.87	0.79	0.94
ISM	Reaching time [s]	0.00	0.13	1.20
	Settling time [s]	0.70	--	--

Fig. 3-9, Table 3-5 より, 理想的な状態である条件 1 においては, NSMC1, SMC1, ISM いずれの制御器も全て 0.7 s 前後で位置決めを達成しており, 制御性能はほぼ同等であることが確認できる. 特に ISM は理想入力を, 条件 1 における SMC1 の制御入力として設計していることから, ISM と SMC1 の制御入力は一致しており, 制御性能は等しい. (c) σ 値の時刻歴を見ると, ISM は初期時刻からスライディングモードを生じており, NSMC1 は制御開始後に素早く切換超平面に到達しているが, SMC1 は切換超平面に到達するまで 0.8 s の時間を要している. SMC1 の到達時間は整定時間とほぼ等しく, 厳密には整定条件として目標距離との誤差を 1% まで許容しているために, 到達時間よりも整定時間の方が短いという結果になっている. つまり, ISM, NSMC1 ではスライディングモードで位置決め制御を達成し, SMC1 では到達モードで位置決めを達成していると言える. この結果から, NSMC1 では ISM のように到達モードのない制御とはならないが, 到達時間の短縮を実現していることが確認された.

次に, NSMC2 と SMC2 に関する結果である Fig. 3-11, Table 3-5 より, 条件 1 においては 0.8 s 付近で位置決めを達成しており制御性能は同等である. NSMC1 および SMC1

と比較すると、制御性能が劣る結果となった。いずれの手法も最適制御理論に基づき切換超平面が設計されているが、その設計思想は異なるため、得られる制御器の性質も異なることが確認できる。位置決め制御では対象をスライディングモード正準系で記述できれば、最適な（時変）切換超平面を用いた方が良い制御性能が得られる傾向がある。

NSMC2 と SMC2 の到達時間を比較すると、NSMC1の方がより早くなっている。いずれの制御器でも位置決めは達成できるが、到達時間で評価すると時変切換超平面を用いた NSMC1の方が優れているという結果が得られた。

固体摩擦を考慮した条件2の結果である Fig. 3-10, Table 3-5 より、到達モードのない ISM は固体摩擦の影響を全く受けず、条件1の時と同じ制御結果となっている。NSMC1では多少固体摩擦の影響を受けているが、条件1の場合と整定時間に大きな差は無く、ほぼ同程度の制御性能を維持しているといえる。また、ISM, NSMC1 共に(b)入力値の時刻歴を見ると、固体摩擦を打消す入力が印加され、(c) σ 値は0付近で推移し続けていることから、スライディングモードにある状態を切換面超平面に拘束し続けるために非線形入力項 u_{nl} が有効に機能していることがわかる。一方 SMC1 では、制御器設計時に考慮していない固体摩擦が生じたことで制御性能が大きく劣化しており、制御時間内での切換超平面への到達、位置決め共に達成できていない。(b)入力値を見ると、入力の大半は固体摩擦を打ち消すためだけに使われており、位置決めを達成するための入力が発生していない。また、(c) σ 値も固体摩擦のない時に比べてかなり緩やかな軌道を描いている。これは、到達時間を左右する非線形入力項が、固体摩擦を打消すために使われてしまうためであると考えられる。したがって、到達時間が長くなり、位置決め達成に多くの時間を要することになっている。

Fig. 3-12, Table 3-5 より NSMC2 および SMC2 についても概ね同じ傾向の結果が得られた。 $f_r=0$ の際に到達時間が短かった NSMC2の方が SMC2 よりも条件1との整定時間の差は小さく、固体摩擦の影響が小さい結果となった。

以上の結果から、SMC1, SMC2 のように時不変切換超平面を用いた定常の制御器では到達モードが長いために、この到達時間において固体摩擦の影響を強く受けってしまうのに対し、ISM, NSMC1, NSMC2 ではスライディングモード制御のマッチング条件を満たす外乱に対する強いロバスト性が十分に発揮されていることが確認された。

最後に、条件3での NSMC1, NSMC2 および ISM の数値計算結果である Fig. 3-13, Fig. 3-14, Fig. 3-15, Table 3-6 より、目標距離を変動させた場合、ISM では到達時間が伸びるだけでなく、制御目的である位置決めが達成されていないことがわかる。ISM は制御器設計時と初期状態が異なると到達モードをなくすことができず、到達モード時に固体摩擦の影響を受けてしまう。さらに、ここで用いた制御器の理想入力値は目標距離を 0.3 m としたときに設計された値であるため、目標距離が変動した場合には、理想入力値そのものも適切な値ではない。これに対し、NSMC1, NSMC2 はいずれにおいても、目標距離を変動させても到達時間、整定時間ともに若干の変動はあるが、大きく制御性能が劣化することなく、同一の

制御器で位置決め制御を達成していることが確認できる。この数値計算結果から、提案手法の特徴のひとつである、初期値の変動にも対応可能であるという点が確認された。

3.5 結言

本章では、時変切換超平面を用いた到達時間を短縮する非定常スライディングモード制御器の設計方法を提案した。時変切換超平面の設計には最適な切換超平面の設計方法、および第2章で示した時変フィードバックゲインを切換超平面の傾きとする方法を採用した。前者の方法に対しては、評価関数中の状態量にかかる重み Q を、初期時刻ではなるべく0に近い微小値、制御後半では制御目的を達成する適切な値まで変化するような時間関数として与えた。後者の方法に対しては、 r を初期時刻で大きくすることで、初期の切換関数値を抑える評価関数を設計した。さらに Q を初期時刻では比較的小さい値とし、後半では制御目的を達成する適切な値まで変化させることでより到達時間を短縮することができる。

本提案手法の有効性を検証するために、2自由度系の位置決め制御問題を例として数値計算を行った。数値計算結果から、提案手法を用いることで到達時間の短縮が実現され、本制御器がマッチング条件を満たす外乱に対して優れたロバスト性を有することが示された。さらに、本提案手法を用いることで、制御器設計時に想定した初期状態と異なる状態から制御を開始しても同等の制御性能を発揮する汎用性の高い制御器が設計できることが確認された。

第4章 搬送機械の位置決め制御への非定常スライディングモード制御手法の適用

4.1 緒言

本章では最適制御理論に基づく時変切換超平面を用いた非定常スライディングモード制御を実システムへ適用し、その有効性を検証する。検証方法としては数値計算および実験により実機への実装を行う。適用対象には搬送機械の位置決め問題を採り上げる。

近年、製造現場等で用いられる搬送機械には、リードタイムの短縮や生産効率向上のための高速化の要求が高まっている。これに加え、精密機械のように衝撃に弱い搬送物を取り扱う際には、滑らかで高精度な位置決めを達成することが必須となる。しかし、高速化のために搬送速度の加減速を急激に行うと、搬送機械のアームに振動が発生し、これが高精度な位置決めを阻害するという問題が発生する。したがって、高精度で高速な位置決めを達成するためには、搬送機械の振動を抑制しながら位置決めを行う制御を実現する必要がある。つまり、ここで採り上げる搬送機械の位置決め制御では、制御目的が非定常性を有することとなる。

そこで本制御対象への非定常スライディングモード制御の適用を試みる。ただし、本制御問題は実システムを扱うことから、制御器の設計においては次の制約を満たす必要がある。一つ目は制御入力用アクチュエータの最大出力値、二つ目は観測状態量の制限、三つ目はセンサのサンプリングタイムである。一つ目の制約に対しては、時変切換超平面の導入により効率的な制御の実現を目指す。二つ目の制約を満たすためには、VSS オブザーバ^[37]を導入する。そして三つ目の制約では、スライディングモード制御器の性能が著しく悪化する恐れがある。これは、スライディングモード制御における状態量の切換超平面上への拘束は、非線形入力項の高速な切換を前提としているためである。この問題を回避するために、本研究ではインテグラルスライディングモード制御^[60]を利用する。インテグラルスライディングモード制御では理想的な入力を印加したときの挙動に追従するような制御が実現されるため、サンプリングタイムを細かくしたときの入力を理想的な入力として採用することで、サンプリングタイムの限界による性能悪化の低減が期待できる。

本章では、まず始めに実験装置のモデル化を行い、次に本制御対象に適用する非定常スライディングモード制御器の入力を理想入力とするインテグラルスライディングモード系を設計する。数値計算により制御対象に最も適した制御器を選択し、この制御器を実装した実験装置を用いて実システムにおける有効性を検証する。

4.2 制御対象のモデル化

4.2.1 制御対象の概要

制御対象とする実験装置の写真を Fig. 4-1 に示し、Fig. 4-2 には実験装置の図解を示す。本実験装置は主に二本のマストと搬送物を搭載するフォークを有するリフト台で構成される。リフト台はマストに取り付けられたチェーンを介して吊り下げられており、各マストの下部に据え付けられたサーボモータの駆動によって昇降する。この二つのサーボモータには速度指令に追従するために必要なトルクを発生するコントローラが組み立てられている。実験に用いたサーボモータの緒元を Table 4-1 に示す。

また、制御対象の状態を観測するために、フォーク先端に加速度センサ(共和電業製 AS-5GB)とリフト台に絶対変位センサ(村田機械製)が設置されている。センサ情報の計測および制御系実装用ハードウェアには、PC に搭載された dSpace 社製の DSP(Digital Signal Processor)DS1103 を用いる。DSP に制御系を実装するソフトウェアは MathWorks 社製 Simulink を用いる。

ここでは、フォークが昇降動作している間はフォークに載せた負荷重量が 160kg で一定であることを想定してモデル化および制御系の設計を行う。このとき、実験装置には主に3つのモードが存在し、1次モードは3Hz 付近のフォーク先端の振動、2次モードは6Hz 付近のフォーク後端の振動、3次モードは12Hz 付近のリフト台を支えるチェーンの固有モードであり、チェーンの振動がリフト台全体に上下振動を生じさせる。これら3つの固有モードのうち、3Hz 付近の1次モードが最も支配的である。

Table 4-1 Specifications of servo motor

Rated electric power	1.5 kW
Rated (Max) torque	7.16 (21.6) Nm
Rated (Max) motor speed	2000 (3000) rpm
Rated (Max) electric current	9 (27) A

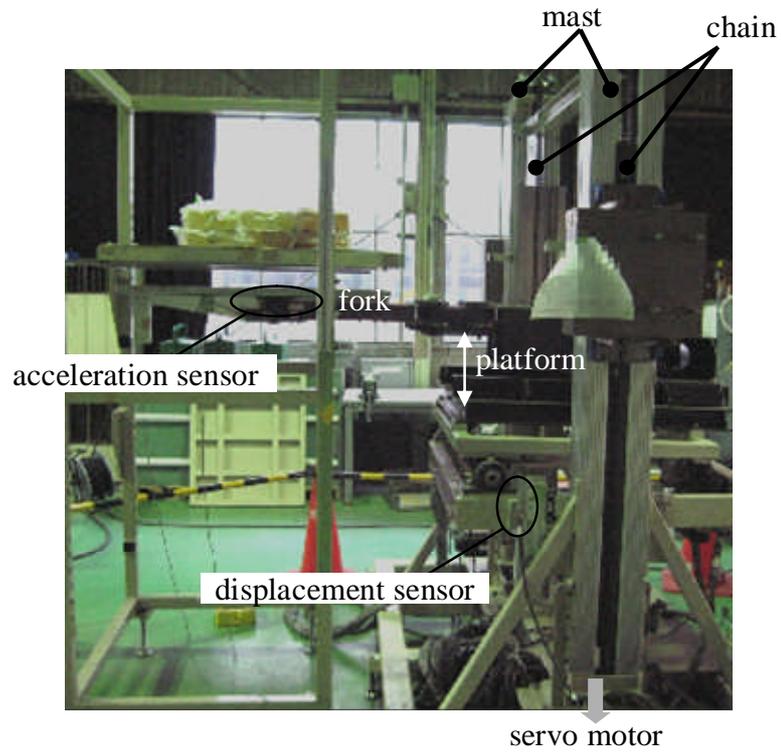


Fig. 4-1 Controlled object

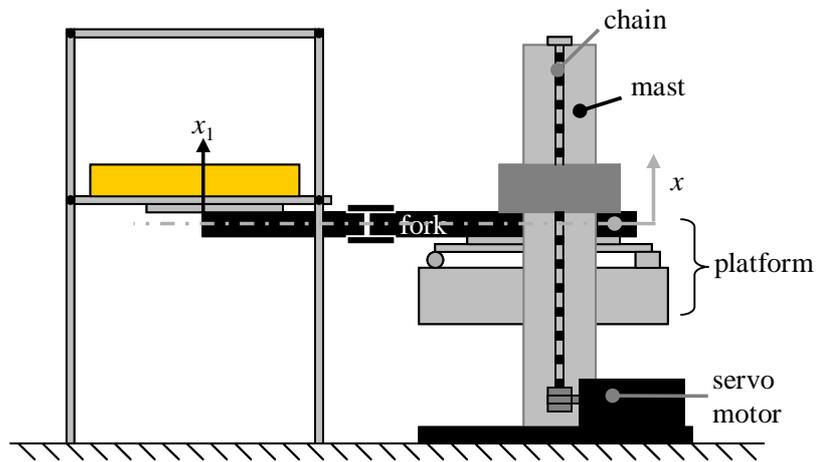


Fig. 4-2 Illustration of controlled object

4.2.2 制御対象モデルの構築

前述した実験装置を Fig. 4-3 に示す数式モデルで表現する^[54]. 本実験装置はフォークの昇降運動にともないフォークに振動が発生する. リフト台は剛体 m および剛体の中央部とピンで留められた質点 m_3 から構成し, m と m_3 を k_3, c_3 で結合する. フォークの等価質量と負荷質量の合計を m_1 とし, この m_1 および k_1, c_1 によりフォークの1次の弾性振動を表現する. さらに, リフト台と速度指令 $u(t)$ を与えるサーボモータは質点 m_2 を介して k_2, c_2 および k_4, c_4 により接続する. m の重心位置は絶対座標 x で表現し, この m から m_1, m_2 までの相対変位をそれぞれ x_1, x_2, m_2 から入力位置までの相対変位を x_3 , さらに m の回転角を θ とする. 本研究ではフォークの絶対変位 x を指令通りに高速で制御することを目的とする. 前項で述べたとおり, 本実験装置は主に 3 つの固有モードを有しているが, 装置の物理的構造, およびモータのダイナミクスを考慮し 5 自由度系で表現している.

このとき, 制御対象の運動方程式は以下の通りとなる.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_c(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{f}_u u + \mathbf{f}_d f_r \quad (4-1)$$

$$\mathbf{x}_c(t) = [x_1(t) \quad x(t) \quad \theta(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

$$\mathbf{f}_u = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad a_u]^T, \quad \mathbf{f}_d = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -a_u]^T$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m+m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & k_1 l_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & 0 & -k_1 l_1 & -k_2 & 0 \\ k_1 l_1 & 0 & k_1 l_1^2 + k_3 l_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_2 & -k_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & c_1 l_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & 0 & -c_1 l_1 & -c_2 & 0 \\ c_1 l_1 & 0 & c_1 l_1^2 + c_3 l_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & -c_4 \\ 0 & a_u & 0 & a_u & a_u \end{bmatrix}$$

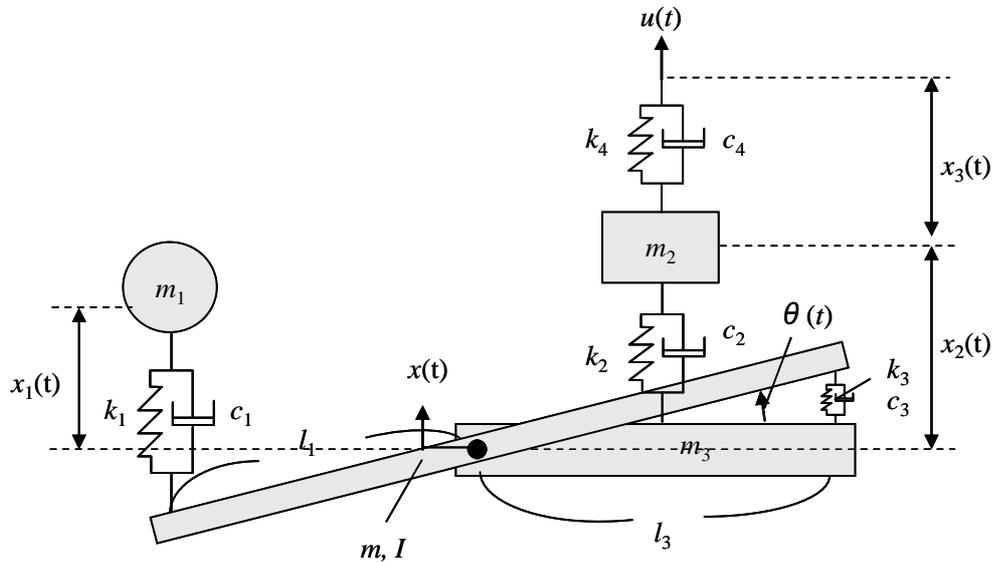


Fig. 4-3 Mathematical model of controlled object

ここで、式中の f_r は速度指令値と逆向きに、制御動作を阻害するように働く外乱あり、クーロン摩擦を想定している。入力を打ち消す方向に作用する外乱である。さらに、 a_u はサーボモータに入力する指令速度 $u(t)$ からモータ指令位置 $y(t)=x(t)+x_2(t)+x_3(t)$ までの伝達関数、

$$G_m(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_u}{s(s+a_u)} \quad (4-2)$$

のパラメータであり、 $a_u = 2\pi f$ で与えられる。 f はモータの特性をローパスフィルタの伝達関数で近似したときのカットオフ周波数である。式(4-1)より、制御対象の状態方程式は次のように与えられる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{D}f_r \quad (4-3)$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_c(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}f_u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}f_d \end{bmatrix}$$

Table 4-2 に実験装置の数式モデルに用いたパラメータを示す. この数式モデルは 3Hz に 1 次モード, 6Hz に 2 次モード, 12Hz に 3 次モード, 16Hz に 4 次モードをもつ. モデルは 5 自由度で表現しているが x_3 はモータの特性を表現したものであるため, 振動モードとしては 4 次までとなる. 実験装置の主な固有モードは前項で述べた 3Hz, 6Hz, 12Hz の 3 つであり, 本モデルで 3 次までの固有周波数が表現できており, さらに最も支配的なモードである 1 次モードに関しては振動の位相まで合うようにモデル化している. 本モデルは位相まで合わせるために, 本来は存在しない 4 次モードを含めているが, この 4 次モードは他のモードに比べて非常に振幅が小さく制御器を設計する際に性能に悪影響を与える可能性は低いと考えられる.

Table 4-2 Specifications of control object

m	$1.7 \times 10^2 \text{ kg}$	k_1	$1.4 \times 10^5 \text{ N/m}$
m_1	$1.9 \times 10^2 \text{ kg}$	k_2	$6.0 \times 10^5 \text{ N/m}$
m_2	$3.0 \times 10^2 \text{ kg}$	k_3	$7.8 \times 10^5 \text{ N/m}$
m_3	$5.0 \times 10^1 \text{ kg}$	k_4	$5.7 \times 10^5 \text{ N/m}$
I	$2.3 \times 10^1 \text{ kgm}^2$	c_1	$2.0 \times 10^3 \text{ Ns/m}$
l_1	$5.0 \times 10^{-1} \text{ m}$	c_2	$3.0 \times 10^2 \text{ Ns/m}$
l_3	$5.0 \times 10^{-1} \text{ m}$	c_3	$5.5 \times 10^2 \text{ Ns/m}$
a_u	$2\pi \times 30 \text{ rad/s}$	c_4	$1.0 \times 10^3 \text{ Ns/m}$

4.3 制御系の設計

前節で提示した制御対象への非定常インテグラルスライディングモード (Nonstationary Integral Sliding Mode: NISM) 制御系の設計方法を示す. NISM 系とは非定常スライディングモード制御器から得られる制御入力を理想入力とするインテグラルスライディングモード制御系である.

本制御系は以下で表される時変系を含む線形システムを対象とする.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}(t) \quad (4-4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (4-5)$$

ここで, $\mathbf{x}(t)$ は状態量, $\mathbf{u}(t)$ は制御入力, $\mathbf{y}(t)$ は出力であり, $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{C}(t)$ は適当な行列関数, また, システムは n 次の m 入力系である. さらに, $\mathbf{w}(t)$, $\mathbf{v}(t)$ はそれぞれ, システム外乱および観測外乱である.

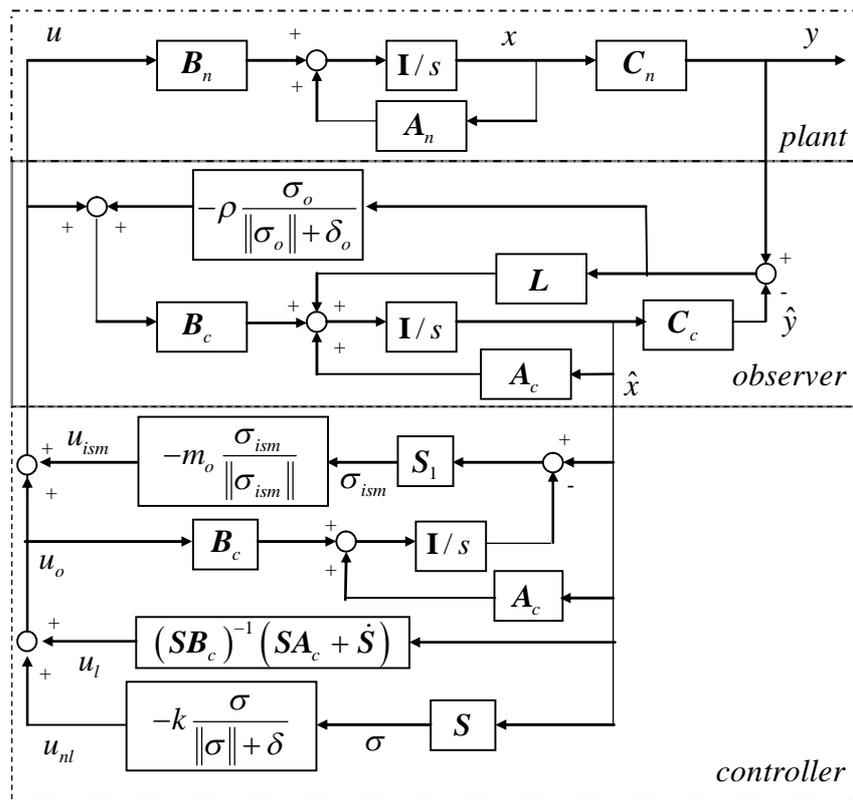


Fig. 4-4 Block diagram of NISM system

本章で設計する NISM 制御系のブロック線図を Fig. 4-4 に示す。制御系は非定常スライディングモード制御器により与えられる入力を理想入力とするインテグラルスライディングモード制御器、および非定常 VSS オブザーバで構成する。なお、図中の各ブロックはそれぞれ時間関数で与えられるが、これを省略して記載している。また、図中に用いている添え字 n, c はそれぞれ、ノミナルモデル、制御系設計モデルであることを表している。

本対象の拘束条件を与える切換関数を次のように定義する。

$$\sigma(t) = S(t)x(t) \quad (4-6)$$

時変切換超平面の設計には、2.2.2 および 3.2.2 に示した最適制御理論に基づく二種類の設計方法を用いる。

4.3.1 非定常スライディングモード制御器の設計

時変切換超平面の設計方法は 2.2.2 および 3.2.2 で述べた通りであり、制御器は 2.2.3 に示したように等価制御入力項と非線形入力項の和で与える。

$$\begin{aligned} u(t) &= u_l(t) + u_{nl}(t) \\ &= -\{S(t)B_c(t)\}^{-1} \{S(t)A_c(t) + \dot{S}(t)\}x(t) - k(t) \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta(t)} \end{aligned} \quad (4-7)$$

4.3.2 インテグラルスライディングモード制御器の設計

スライディングモード制御器は切換周波数が無限とした場合を理想とする手法であるが、現実的には切換周波数には限界がある。切換周波数の限界により、設計した制御器が十分な性能を発揮できず、制御性能が悪化することがある。この問題を解消するためにインテグラルスライディングモード制御手法を導入する。

インテグラルスライディングモード制御では、式(4-4)で表わされる制御対象に対して、ノミナル時に理想的な制御入力 \mathbf{u}_0 を与える制御器を設計し、切換関数 σ_{ism} を以下のように与える^[60]。

$$\begin{aligned}\sigma_{ism} &= \sigma_1(\mathbf{x}) + \mathbf{z}(t) \\ &= \mathbf{S}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{z}(t)\end{aligned}\quad (4-8)$$

ここで、 \mathbf{z} は補助変数であり、以下の関係式が成り立つ。

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = -\frac{\partial \sigma_1(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{A}_c(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c(t) \mathbf{u}_0(t)) \quad (4-9)$$

式(4-8)より、 $\sigma_1(\mathbf{x}) = \mathbf{S}_1 \mathbf{x}(t)$ であることから上式は以下のように書き換えられる。

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = -\mathbf{S}_1 \{ \mathbf{A}_c(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c(t) \mathbf{u}_0(t) \} \quad (4-10)$$

ここで、 \mathbf{u}_0 が印加された時の状態量を \mathbf{x}_i と表記すると、以下の微分方程式が成り立つ。

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}_c(t) \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_c(t) \mathbf{u}_0(t) \quad (4-11)$$

式(4-11)を式(4-10)に代入し、これを時間積分すると補助変数 \mathbf{z} は次のように与えられる。

$$\mathbf{z}(t) = -\mathbf{S}_1 \mathbf{x}_i(t) \quad (4-12)$$

したがって、式(4-8)より、 σ_{ism} は \mathbf{u}_0 印加時の状態量と実際の状態量の差に対して切換超平面が設計されるといえる。このとき、インテグラルスライディングモード制御器は、非線形入力値を与える m_0 を用いて以下のように与えられる。

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0(t) + \mathbf{u}_{ism}(t) = \mathbf{u}_0(t) + m_0(t) \frac{\sigma_{ism}(t)}{\|\sigma_{ism}(t)\|} \quad (4-13)$$

式(4-8)より、 $\mathbf{x}(0)$ が既知であるとき、 $\mathbf{z}(0) = -\mathbf{S}_1 \mathbf{x}(0)$ とすることで $\sigma_{ism} = \mathbf{0}$ となり、初期時刻からスライディングモードが発生し、到達モードのない制御が実現できる。この点が ISM の最大の特徴であるが、同時に、インテグラルスライディングモード制御器から得られる入力により、制御対象は \mathbf{u}_0 が印加された際の状態量の軌跡に追従することになる。

そこで本研究では、 \mathbf{u}_0 は切換周波数を実システムで実現される周波数よりも高い、つまり理想的な切換周波数で設計する。制御入力を印加する際には、インテグラルスライディングモード制御器を用いて実システムで実現可能な周波数内で制御を行う。このような方法をとることで、切換周波数の限界による制御性能悪化の低減を目指す。

4.3.3 非定常 VSS オブザーバの設計

ここまでに述べた制御器を実現するためにはシステムの全状態量を観測することが必要となるが、実際のシステムにおいて全ての状態量を観測することは難しい。そこで、観測可能な状態量から他の状態量を推定する推定器が必要となる。一般的には線形オブザーバが用いられるが、システムパラメータの変動や外乱がある場合には線形オブザーバは不正確となる。そこで、本研究では非定常 VSS オブザーバを設計する。

線形時変システム

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_c(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c(t)u(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_c(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t)\end{aligned}\quad (4-14)$$

に対して、推定値を $\hat{\mathbf{x}}(t)$ で表すと非定常 VSS オブザーバの方程式は次のように与えられる [39][50]。

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_c(t)\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_c(t)\{u(t) + \mathbf{U}(t)\} + \mathbf{L}(t)\{\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}_c(t)\hat{\mathbf{x}}(t)\} \quad (4-15)$$

ここで \mathbf{U} は非線形切換項であり、 $\mathbf{L}(t)$ はオブザーバゲインである。時変システムに対して状態推定を行う際には、その時変性を考慮した推定器を設計する必要がある。そこで本研究ではオブザーバゲインを時変カルマンゲイン $\mathbf{K}(t)$ [50] で与えることを考える。

式(4-14)におけるシステム雑音 $\mathbf{w}(t)$ と観測雑音 $\mathbf{v}(t)$ が白色雑音であるとき、次のような性質が成り立つ。

$$\begin{aligned}E\{\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(\tau)\} &= \mathbf{W}(t)\delta(t-\tau) \\ E\{\mathbf{v}(t)\mathbf{v}^T(\tau)\} &= \mathbf{V}(t)\delta(t-\tau)\end{aligned}\quad (4-16)$$

ただし、 $\delta(t)$ はディラックのデルタ関数、 $E\{\cdot\}$ 数学的期待値を表す。さらに互いに独立であるため

$$E\{\mathbf{w}(t)\mathbf{v}^T(\tau)\} = 0 \quad (4-17)$$

である。初期状態 \mathbf{x}_0 は $\mathbf{w}(t)$ 、 $\mathbf{v}(t)$ とは互いに独立なランダムベクトルであり、

$$\begin{aligned}E\{\mathbf{x}_0\} &= \mathbf{m}_0 \\ E\{(\mathbf{x}_0 - \mathbf{m}_0)(\mathbf{x}_0 - \mathbf{m}_0)^T\} &= \mathbf{M}_0\end{aligned}\quad (4-18)$$

は既知であるとする。このとき、時変カルマンゲインは以下のように決定される。

$$\mathbf{K}(t) = \tilde{\mathbf{X}}(t)\mathbf{C}_c^T(t)\mathbf{V}^{-1}(t) \quad (4-19)$$

誤差共分散行列は次のリカッチ微分方程式の正定対称な解として得られる。

$$\dot{\tilde{\mathbf{X}}}(t) = \mathbf{A}_c(t)\tilde{\mathbf{X}}(t) + \tilde{\mathbf{X}}(t)\mathbf{A}_c^T(t) - \tilde{\mathbf{X}}(t)\mathbf{C}_c^T(t)\mathbf{V}^{-1}(t)\mathbf{C}_c(t)\tilde{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t)\mathbf{G}^T(t) \quad (4-20)$$

$$\tilde{\mathbf{X}}(t_0) = \mathbf{M}_0 \quad (4-21)$$

式(4-20)は、式(4-21)で与えられる初期状態から、ルンゲクッタ法等を用いて順方向に解くことにより解を得る。このようにして導出される $\mathbf{K}(t)$ を式(4-15)におけるオブザーバゲイン $\mathbf{L}(t)$ として用いる。

また、式(4-15)において、VSS オブザーバの切換関数を

$$\sigma_o(t) = \bar{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{C}_c(t)\hat{\mathbf{x}}(t) \quad (4-22)$$

とおいたとき、非線形切換項 \mathbf{U} は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(t) &= -\rho(t) \frac{\sigma_o(t)}{\|\sigma_o(t)\| + \delta_0(t)} \\ &= -\rho(t) \frac{\bar{\mathbf{y}}(t)}{\|\bar{\mathbf{y}}(t)\| + \delta_0(t)} \end{aligned} \quad (4-23)$$

ここで $\rho(t)$ は非線形切換項の大きさを決める係数であり、 $\delta_0(t)$ チャタリングを抑制するための平滑関数である。

4.4 数値計算による有効性の検証

4.4.1 制御条件

本制御対象に対し、フォーク位置決め目標距離を 0.15 m、整定条件は目標距離との誤差 $\pm 0.5\%$ としたときの整定時間 1.5 s を目指した制御を行う。搬送機械に要求される整定時間は昇降途中の荷すくい動作を含めて 2-2.5 s である。ここでは、荷すくい動作のない昇降動作のみを扱うためこれより短い 1.5 s を目標整定時間とした。ただし、制御入力用のモータ性能から決まる速度指令の最大値は 0.2 m/s であり、可観測状態量はフォークの絶対変位 x 、およびフォーク先端の絶対加速度 $\ddot{x}_1 + \ddot{x}$ の 2 箇所、センサのサンプリングタイムは $\Delta t = 1$ ms である。これに対し、インテグラルスライディングモード制御で参照する制御入力の設計は時間刻み $\Delta t_s = 0.1$ ms として設計する。

数値計算に用いる制御器は、前節で述べた通りインテグラルスライディングモード制御手法を用いるが、インテグラルスライディングモード制御器の導入の効果を検証する予備検討では、インテグラルスライディングモード制御器は用いずに理想入力を与える制御器をそのまま用いた場合でのセンサのサンプリングタイムの制限による制御性能へ与える影響を確認する。また、インテグラルスライディングモード制御の理想入力の設計には、前述した二種類の時変切換超平面を用いた非定常スライディングモード制御手法に加え、比較手法として一般的に用いられている定常（時不変切換超平面を用いた）スライディングモード制御手法、非定常最適制御手法を用いる。つまり、数値計算に用いる制御器は Table 4-3 に示す八種である。

Table 4-3 Adopted controllers for numerical calculation

表記	制御器 (u)	理想入力 (u_o)
i) NSMC1	3.2.2「最適な時変切換超平面」により設計した制御器	—
ii) NSMC2	2.2.2「最適時変フィードバックゲインを用いた時変切換超平面」により設計した制御器	—
iii) SMC	定常スライディングモード制御	—
iv) NOpt	非定常最適制御	—
v) NISM1	ISM (インテグラルスライディングモード制御)	NSMC1
vi) NISM2	ISM	NSMC2
vii) ISM	ISM	SMC
viii) NOISM	ISM	NOpt

前述した制御器を用いて、複数の条件下で数値計算を実施し、その結果を比較することで非定常スライディングモード制御器の有効性を検証する。数値計算条件を Table 4-4 に示す。条件は可観測状態量の数、センサ出力のサンプリングタイム、速度指令を打消す外乱の有無が異なる組み合わせで与えている。

Nominal とは理想入力とする制御器設計時と同じ条件下で制御を行う場合であり、最も制御性能が発揮される条件である。

Case0 は全状態量観測可能で、センサのサンプリングタイムを 1 ms とした場合である。この条件下で f_r の値を変化させることで、インテグラルスライディングモード制御器導入の効果を検証する。

Case1 は、外乱は生じないが、可観測状態量がフォークの絶対変位 x 、およびフォーク先端の絶対加速度 $\ddot{x}_1 + \ddot{x}$ の 2 箇所のみとした場合であり、**Case0** の結果と比較することで VSS オブザーバの有効性が検証できる。

そして、**Case2** は可観測状態量は 2 箇所に限られ、サンプリングタイムも実現可能な範囲である 1 ms、外乱も発生するという条件であり、最も実験環境に近いと言える。

Table 4-4 Condition of numerical calculation

	Observable state	Δt_s [ms]	f_r [m/s]
Nominal	All	0.1	0
Case0	All	1.0	0-0.01
Case1	$x, \ddot{x}_1 + \ddot{x}$	1.0	0
Case2	$x, \ddot{x}_1 + \ddot{x}$	1.0	0.001

4.4.2 制御器の設計

4.4.2.1 非定常スライディングモード制御器の設計

(1) 最適な時変時変切換超平面に対する制御器の設計

Fig. 4-5 に、式(3-9)で表される評価関数中の重み関数 $Q(t)$ を構成する対角成分 w_i のうち、0 以外の成分の値を示す。対角成分の値を与える関数には、次式で表されるシグモイド関数を採用する。関数中のパラメータ a, b, α, t_1 は整定時間が目標の 1.5 s に最も近くなるように試行錯誤により設計した。

$$f(t) = \frac{a}{1 + \exp\{\alpha(t_1 - t)\}} + b \quad (4-24)$$

シグモイド関数を採用する利点としては、連続関数で微分可能あることから $\dot{S}(t)$ が導出できる点、また、シグモイド関数の形状を与える 4 つパラメータ a, b, t_1, α は制御目的に応じて直感的に与えることができる点にある。

a は制御時間後半に発揮される重みであり、この値を大きくすることで当該状態量に対する制御性能が向上する。つまり、短時間での位置決め達成と精度向上が期待できる。

b は制御開始時の制御性能を左右する値であり、この値が 0 に近いほど、制御開始時の制御性能が劣化し整定時間が長くなる恐れがあるが、到達時刻は短縮される。したがって、制御器にロバスト性を持たせるためにはこの値はなるべく小さい値とすることが望ましい。

t_1 は b から $a+b$ への値を変化させる時間を決定する。つまり制御目的の達成を目指す制御が開始されるタイミングを左右するパラメータである。この値を小さくすれば、より早い位置決め達成が期待できる。一方、小さくしすぎると制御初期時刻での重み値が大きくなるため、到達時間の短縮は難しくなる。

α は b から $a+b$ への値の変化の大きさを決定する値であり、 t_1 を小さくしたいときに α を大きくすることで、素早い位置決め達成と到達時間の短縮が実現できる。ただし、この値を大きくすると、 $f(t)$ の微分値も大きくなり、結果として制御力が増大する傾向がある。

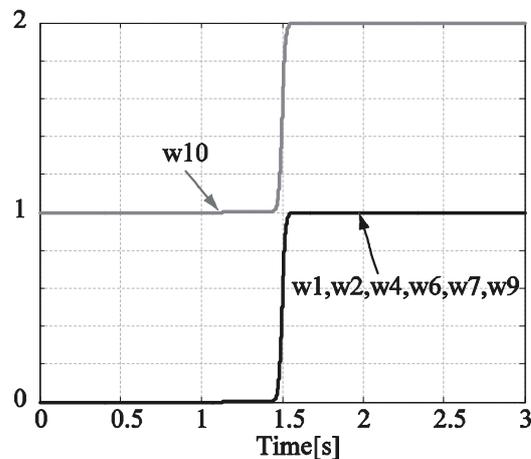


Fig. 4-5 Shape of time-varying weighting functions for NSMC1

次に、制御器を設計する。制御器は式(4-7)のように等価制御入力項と非線形入力項から構成する。このとき、等価制御入力項には $\dot{\mathbf{S}}(t)$ が含まれる。 $\dot{\mathbf{S}}(t)$ が導出できる場合にはそれを用いればよいが、導出できない系の場合には数値解析的に $\dot{\mathbf{S}}(t)$ を求める必要がある。本対象は $\dot{\mathbf{S}}(t)$ が導出できることから、以下ではその導出方法を示す。

式(4-3)より、本制御対象は時不変システムであり、さらにスライディングモード正準系で表現されることから変換行列を導入する必要がない。したがって、時変切換超平面の傾き $\mathbf{S}(t)$ は式(3-24)より、

$$\mathbf{S}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}_{12}^T(t) & \mathbf{Q}_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (4-25)$$

よってその微分 $\dot{\mathbf{S}}(t)$ は、

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{12}^T \dot{\mathbf{P}}(t) + \dot{\mathbf{Q}}_{12}^T(t) & \dot{\mathbf{Q}}_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (4-26)$$

となる。また、評価関数中の重み関数は式(3-10)のように対角行列で与えることから、 $\dot{\mathbf{Q}}_{12}^T(t) = \mathbf{0}$ であり、 $\mathbf{Q}_{22}(t) = w_{10}(t)$ である。重み関数の要素 $w_i(t)$ は式(4-24)の通りシグモイド関数で与え、その微分は

$$\dot{f}(t) = \alpha \{f(t) - b\} \{1 + b - f(t)\} \quad (4-27)$$

である。よって、式(4-26)、(4-27)から

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{12}^T \dot{\mathbf{P}}(t) & \alpha \{w_{10}(t) - b\} \{1 + b - w_{10}(t)\} \end{bmatrix} \quad (4-28)$$

が導出される。 $\dot{\mathbf{P}}(t)$ はリカッチ微分方程式(3-20)で与えられることから $\dot{\mathbf{S}}(t)$ が求まる。

最後に、非線形制御入力については、制御性能と制約条件を鑑み $k=0.05$ m/s, $\delta=0.01$ とした。

(2) 最適時変フィードバックゲインを用いた時変切換超平面に対する制御器の設計

本制御対象に対して設計した式(2-12)で与えられる評価関数中の重み関数 $Q(t)$ の各要素の値を Fig. 4-6 に示す. なお, グラフのない要素は 0 としている. 重みの設計には式(4-24)で与えられるシグモイド関数を採用し, 整定時間が目標の 1.5 s に最も近くなるように試行錯誤によりパラメータを設計した.

制御器は (1) と同様に式(4-7)で与える. $\dot{S}(t)$ は時変切換超平面の傾きは式(2-18)で与えられ, 本制御対象は時不変システムであることから,

$$\dot{S}(t) = B^T \dot{P}(t) \tag{4-29}$$

により求まる. なお, $\dot{P}(t)$ はリカッチ微分方程式(2-14)で与えられる.

最後に, 非線形制御入力項に関する設計パラメータは (1) と同様に $k=0.05$ m/s, $\delta=0.01$ とした.

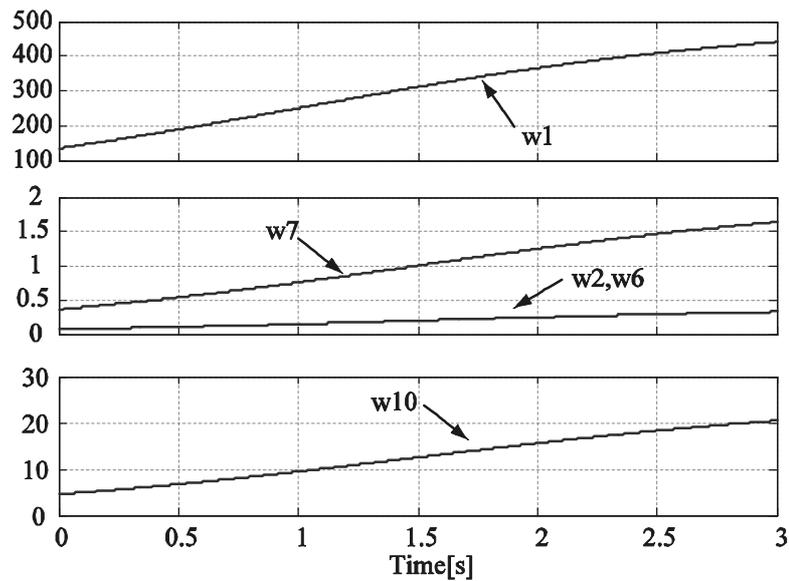


Fig. 4-6 Shape of time-varying weighting functions for NSMC2

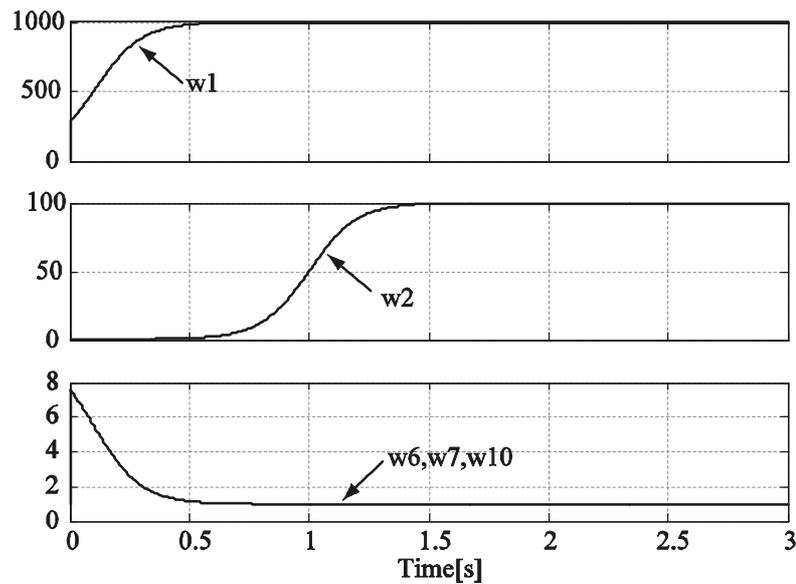
4.4.2.2 定常スライディングモード制御器の設計

定常スライディングモード制御器は、スライディングモード時の状態量を最小とする最適な切換超平面を用いて設計する^{[37][38]}。整定時間が目標の1.5 sに最も近くなるように試行錯誤によりパラメータを設計した。

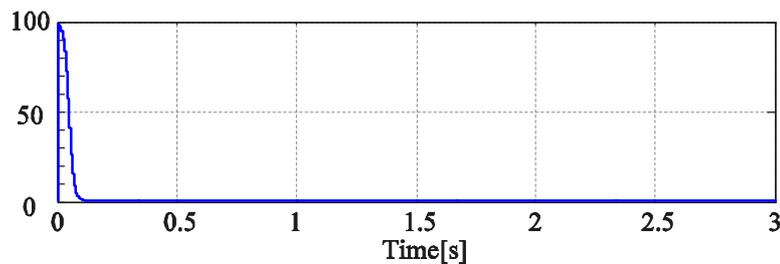
このとき、評価関数中の重みは $Q = \text{diag}(0.1, 0.2, 0, 0, 0, 0.7, 0.06, 0, 0, 1)$ 、非線形制御入力項に関するパラメータについては非定常スライディングモード制御と同値、つまり $k=0.05$ m/s, $\delta=0.01$ とした。

4.4.2.3 非定常最適制御器の設計

非定常最適制御器の設計に用いた評価関数中の重み $Q(t)$ の各対角成分、および $r(t)$ を Fig. 4-7に示す。非定常最適制御器の設計に用いた重みについてもシグモイド関数で与えており、目標とする整定時間を実現するように試行錯誤によりパラメータを決定した。



(a) Weighting functions of Q



(b) Weighting functions of r

Fig. 4-7 Shape of time-varying weighting functions for NOpt

4.4.2.4 インテグラルスライディングモード制御器の設計

インテグラルスライディングモード制御器に用いる切換超平面の傾き \mathbf{S}_1 は全ての要素を 1 とする行列 ($\mathbf{S}_1 = \mathbf{1}_{1 \times 10}$) とし、非線形制御入力項に関するパラメータについては非定常スライディングモード制御と同値、つまり $k=0.05$ m/s, $\delta=0.01$ とした.

4.4.2.5 VSS オブザーバの設計

式(4-15)内のオブザーバゲイン $\mathbf{L}(t)$ については、制御対象が時不変システムであることから、定常のカルマンゲインを採用する. 実験装置に対して推定精度が向上するようにパラメータを設計し、以下のようなオブザーバゲインを得た.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -0.028 & -0.011 & 0.011 & 0.0062 & 0.0055 & -0.55 & -0.13 & 0.14 & 0.070 & 0.055 \\ 0.095 & 3.6 & -0.0032 & -0.0056 & -0.087 & 0.13 & 0.090 & -0.047 & -0.040 & -0.050 \end{bmatrix}$$

また、非線形切換項については、切換関数を $\mathbf{F}=[1 \ 0]$, $\rho=0.002$ m/s とした.

4.4.3 結果と考察

数値計算結果を Fig. 4-8 - Fig. 4-11 および Table 4-5, Table 4-6 に示す.

Fig. 4-8 は数値計算条件が Nominal において NSMC1, NSMC2, SMC, NOpt の制御器による制御結果であり, グラフはそれぞれ, (a)フォークの絶対変位, (b)フォーク先端の絶対加速度, (c)速度指令値 u , (d)スライディングモード制御器の切換関数値 σ の時刻歴応答である.

各制約条件内で目標整定時刻である 1.5 s 付近で制御を達成する制御器を設計したが, SMC に関しては条件を満たす制御器を得ることができず, 他の制御器よりも性能が劣る結果となった. このことから, 本制御問題に対して非定常制御が有効であることが確認された.

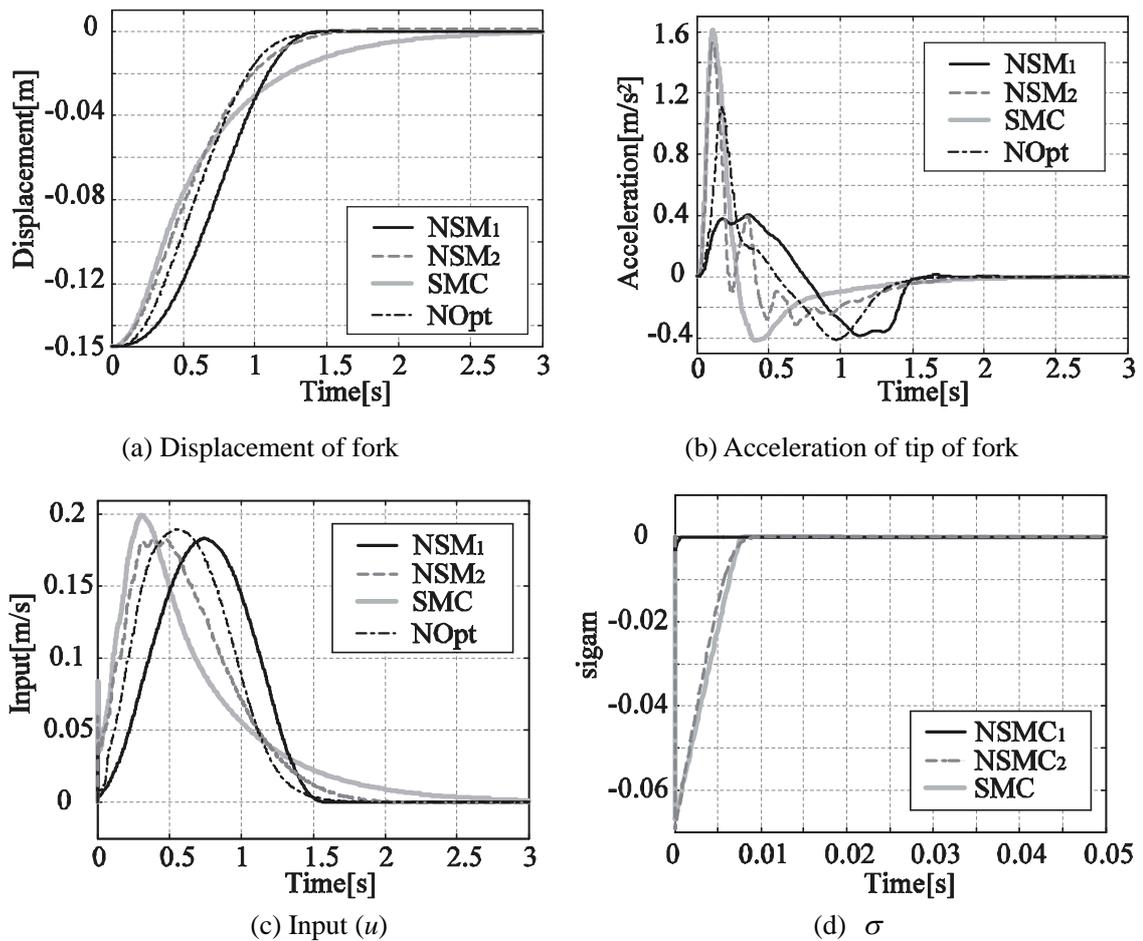


Fig. 4-8 Control results on Nominal case

Table 4-5 には数値計算条件が Case0, つまりセンサのサンプリングタイムを 1 ms とした場合の各制御器を用いた場合の整定時間を, Fig. 4-9 に $f_r=0.01$ m/s のときの NSMC1 および NISM1 を用いた場合の(a)フォークの絶対変位, (b)フォーク先端の絶対加速度, (c) 速度指令値 u , (d)NSMC1 の切換関数値 σ の時刻歴応答を示す.

Table 4-5 より制御器に ISM を導入しない場合 (NSMC1, NSMC2, SMC, NOpt) では, 摩擦力が強くなると共に整定時間が長くなり, $f_r=0.01$ m/s ではいずれの制御器についても数値計算時刻内で制御目的が達成されていない. つまり, 外乱により制御性能が悪化してしまっている. これに対し, ISM を導入した場合 (NISM1, NISM2, ISM, NOISM) では, 摩擦力による整定時間の著しい変化はなく, 制御性能の悪化は見られない.

Fig. 4-9 を見ると, (a)のフォークの絶対変位のグラフから目標位置に足りない状態のまま制御時刻が終了しており, また, (d)の σ 値のグラフから, NSMC1 では切換超平面に到達していないことがわかる. これは, サンプリングタイムが制御器設計時に比して長いために, 非線形制御入力の切換が遅くなったことで, 外乱を打消すだけの適切に制御入力が増加されなくなったためと考えられる. 切換超平面上に状態が到達していないため, フォークの変位も目標位置に届いていない.

以上の結果から, センサのサンプリングタイムが制御器設計時に想定した理想的なサンプリングタイムより長い場合に, ISM が有効であることが確認された.

Table 4-5 Settling time on Case0 using each controller with/without ISM

f_r [m/s]		0	0.001	0.01
NSMC1 [s]	(without ISM)	1.40	1.42	--
NISM1 [s]	(with ISM)	1.40	1.40	1.40
NSMC2 [s]	(without ISM)	1.57	1.62	--
NISM2 [s]	(with ISM)	1.57	1.57	1.57
SMC [s]	(without ISM)	3.04	--	--
ISM [s]	(with ISM)	3.05	3.05	3.05
NOpt [s]	(without ISM)	1.45	1.48	--
NOISM [s]	(with ISM)	1.45	1.45	1.45

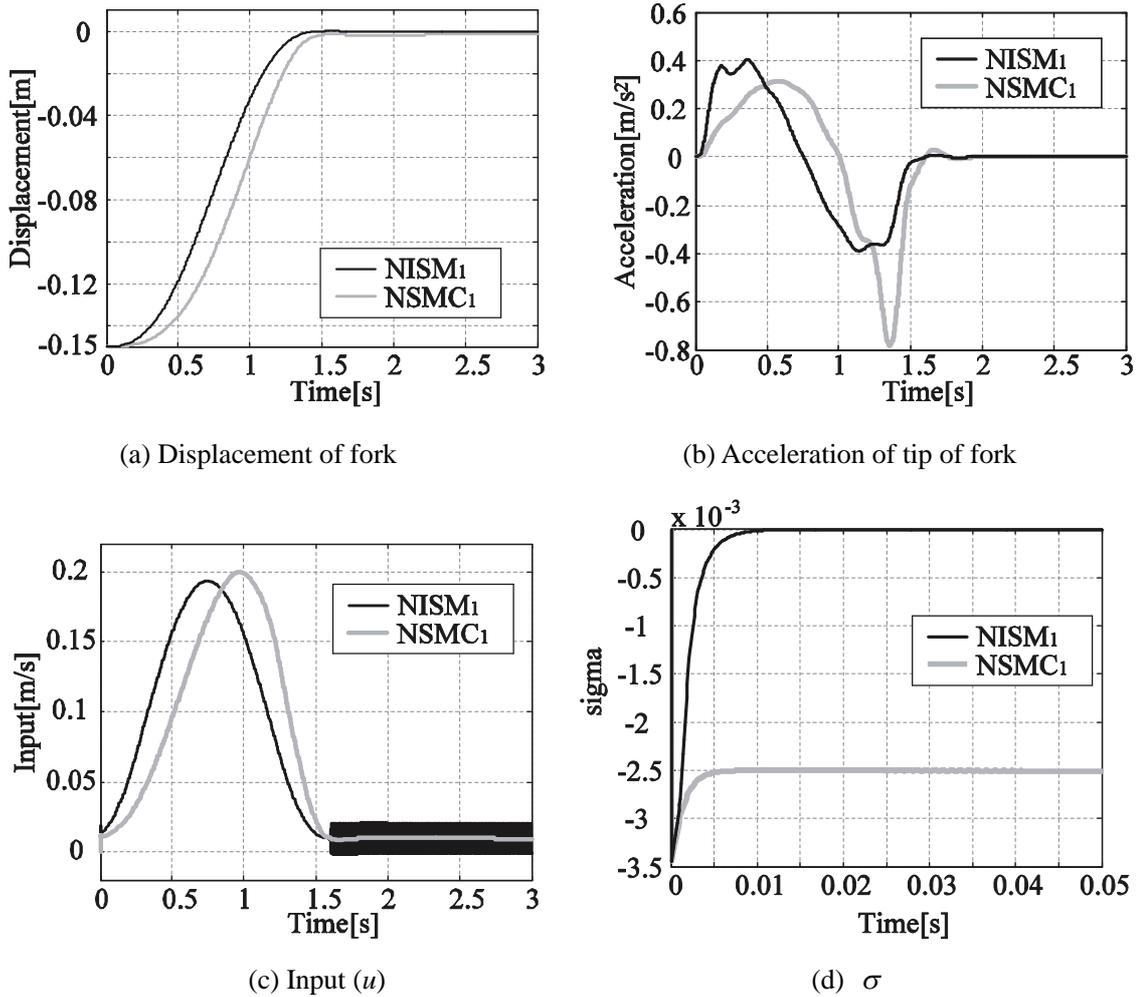


Fig. 4-9 Control results on Case0 with NSMC1 and NISM1 ($f_r=0.01$ m/s)

Table 4-6 には数値計算条件が Case1, Case2 における各制御器を用いた場合の整定時間を, Fig. 4-10, Fig. 4-11 にはそれぞれ Case1, Case2 での各制御器を用いた場合の(a)フォークの絶対変位, (b)フォーク先端の絶対加速度, (c)速度指令値 u , (d)スライディングモード制御器の切換関数値 σ の時刻歴応答示す.

Table 4-6 より Case1 では Nominal に対して整定時間はほとんど変化せず, 制御性能が維持されていることが確認できる. つまり Case1 で導入した VSS オブザーバが有効であることがわかる. また摩擦が生じると仮定した Case2 では, いずれの制御器でも整定時間が長くなる傾向があるが, 著しい性能の悪化は見られない. ISM については Nominal での制御性能が他に比べて劣っている分, 摩擦の影響による性能悪化で制御時刻内の位置決めが達成されない結果となった.

制御結果の時刻歴応答の Fig. 4-10, Fig. 4-11 からも, NISM1, NISM2, NOISM の非定常制御器に関しては, 位置決めが達成されていることが確認できる. 最も整定時間が早いのは NISM1 であり, (b)のフォーク先端加速度についても他の制御器に比べて変動幅が小さく,

(c)の速度指令についても最大値が抑えられていることから、設計した四種の制御器の中で最も良好な制御性能を有することが示された。

ただし、(b)のフォーク先端加速度に約 7Hz の振動が確認できる。Nominal および Case0 では同様の振動は生じていないことからオブザーバの導入に起因して発生したと考えられる。本研究で採用した VSS オブザーバは線形オブザーバであるカルマンフィルタに非線形項 U が付加されるような形で与えられるが、線形項のみであるカルマンフィルタを用いた場合には振動は生じていない。これに対し、非線形項 U の値を左右する σ_0 が 7Hz 程度の振動を生じていることから、これにより U の値が 7Hz 程度の周期で切替った結果、推定値および制御性能に影響を及ぼしたと考えられる。ここでは、このフォーク先端加速度の振動は微小であり、位置決めへの悪影響はないため、VSS オブザーバを改良していない。しかし、対象によっては VSS オブザーバにより制御性能が悪化する恐れがあり、そのような場合は、オブザーバの非線形切替項にも平滑関数を導入する等の改良が必要となる。

さらに、(d)の σ 値のグラフから到達時間の観点でも NISM1 が最も素早く超平面に到達していることがわかる。ただし、本制御系については到達時間の短縮を意識せずに設計した場合にも比較的到達モードが短く、到達時間短縮による制御性能の差は確認されなかった。

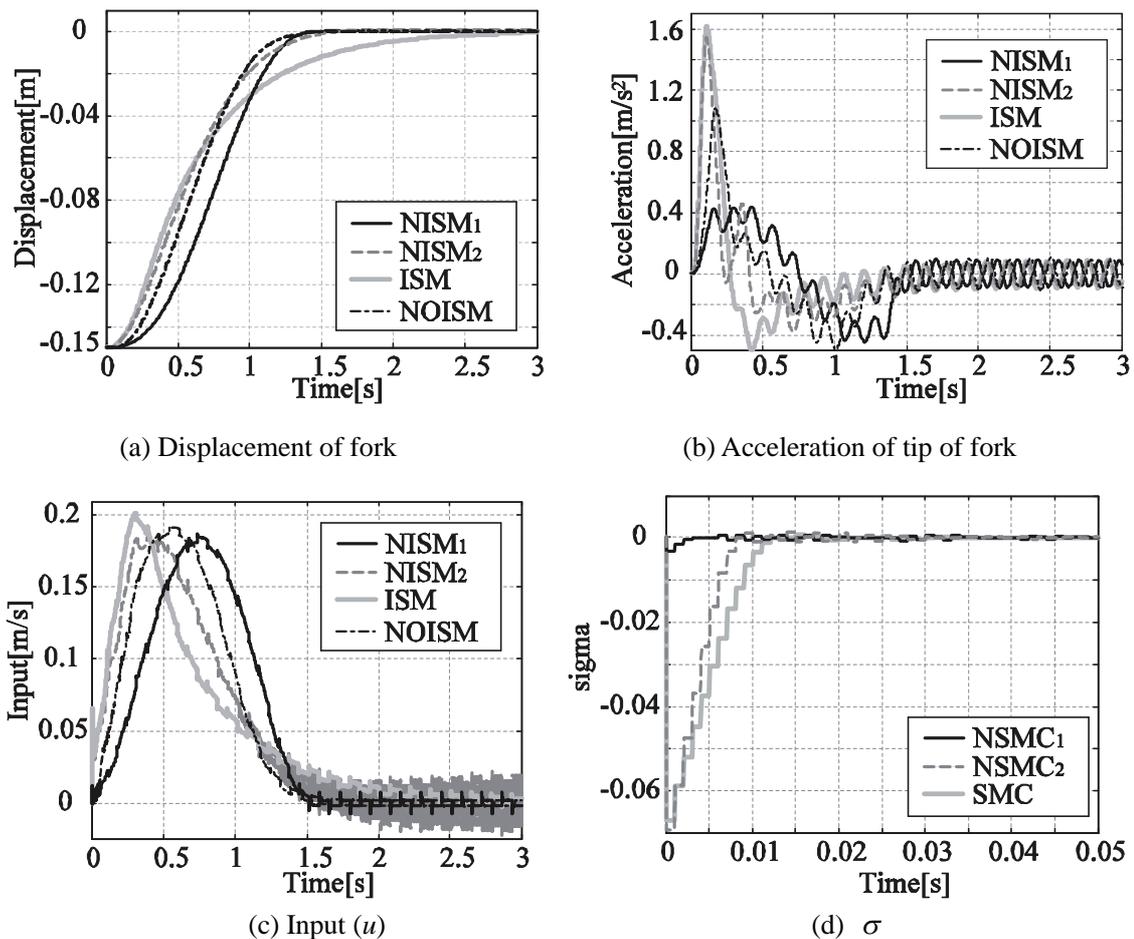


Fig. 4-10 Control results on Case 1

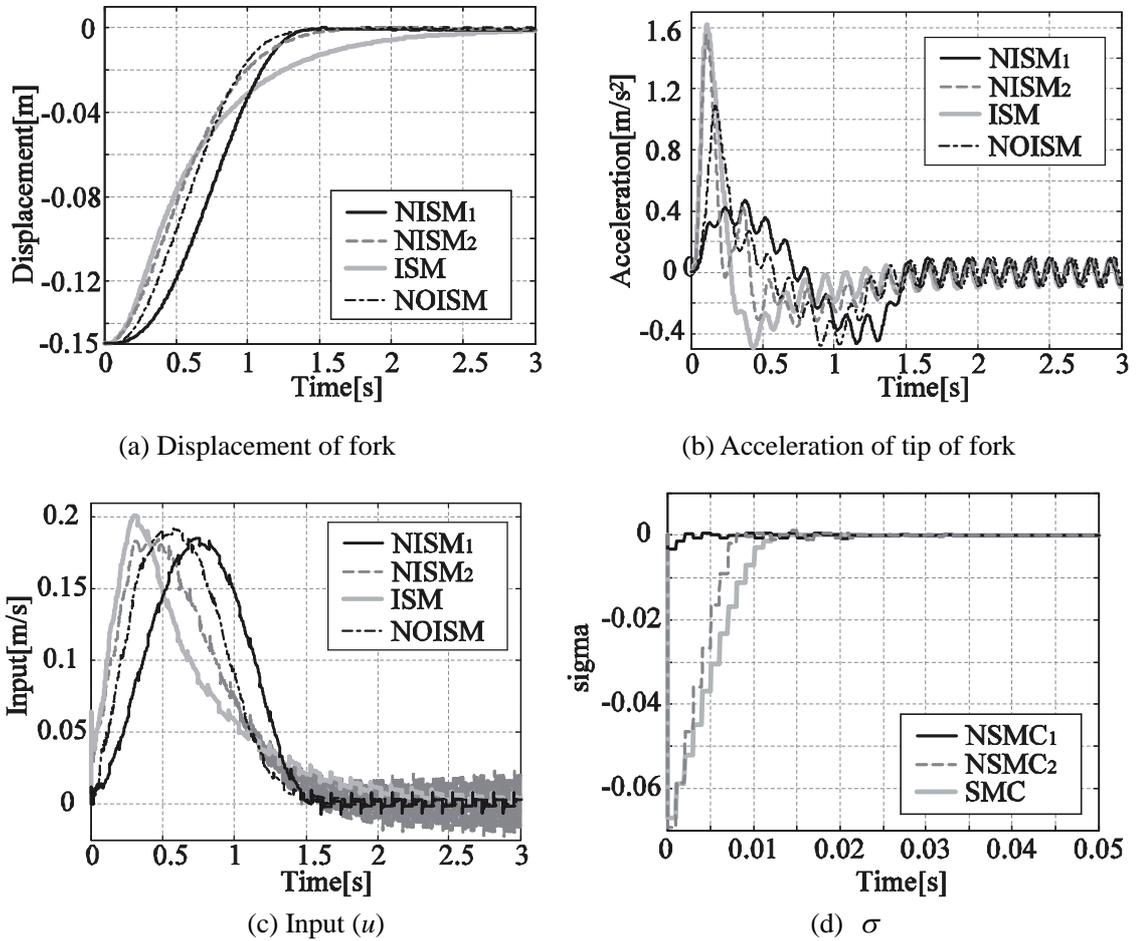


Fig. 4-11 Control results on Case2

Table 4-6 Comparison of settling time with each controller on Nominal, Case1 and Case2

	NISM1 [s]	NISM2 [s]	ISM [s]	NOISM [s]
Nominal	1.40	1.57	3.04	1.45
Case1	1.40	1.57	3.03	1.45
Case2	1.46	1.69	--	1.55

4.5 実験による有効性の検証

数値計算により有用性が示された NISM1 制御器を Fig. 4-1 に示した搬送機械に実装し、位置決め制御実験を行う。制御器の設計パラメータは前節までに示した数値計算に用いた値を用いる。

実験結果を Fig. 4-12 に示す。グラフは順に(a)フォークの絶対変位、(b)フォーク先端の絶対加速度、(c) 速度指令値 u 、(d)理想入力設計用超平面の切換関数値 σ である。

設計制御器を用いた結果、整定時間 1.41 s で位置決め制御を達成した。数値計算時の Nominal での整定時間は 1.40 s であり、実験においても理想的な条件での数値計算結果と同等の制御性能が発揮されている。制御入力である速度指令値の形状も滑らかであり、その最大値は数値計算時と同様に 0.2 m/s 以下である。アーム先端絶対加速度についても変動は小さく、位置決め達成後はほぼ 0 となっている。アーム先端絶対加速度は、フォークで搬送する対象へ与える衝撃の強さを表しており、対象が繊細な製品や物質であった場合、加

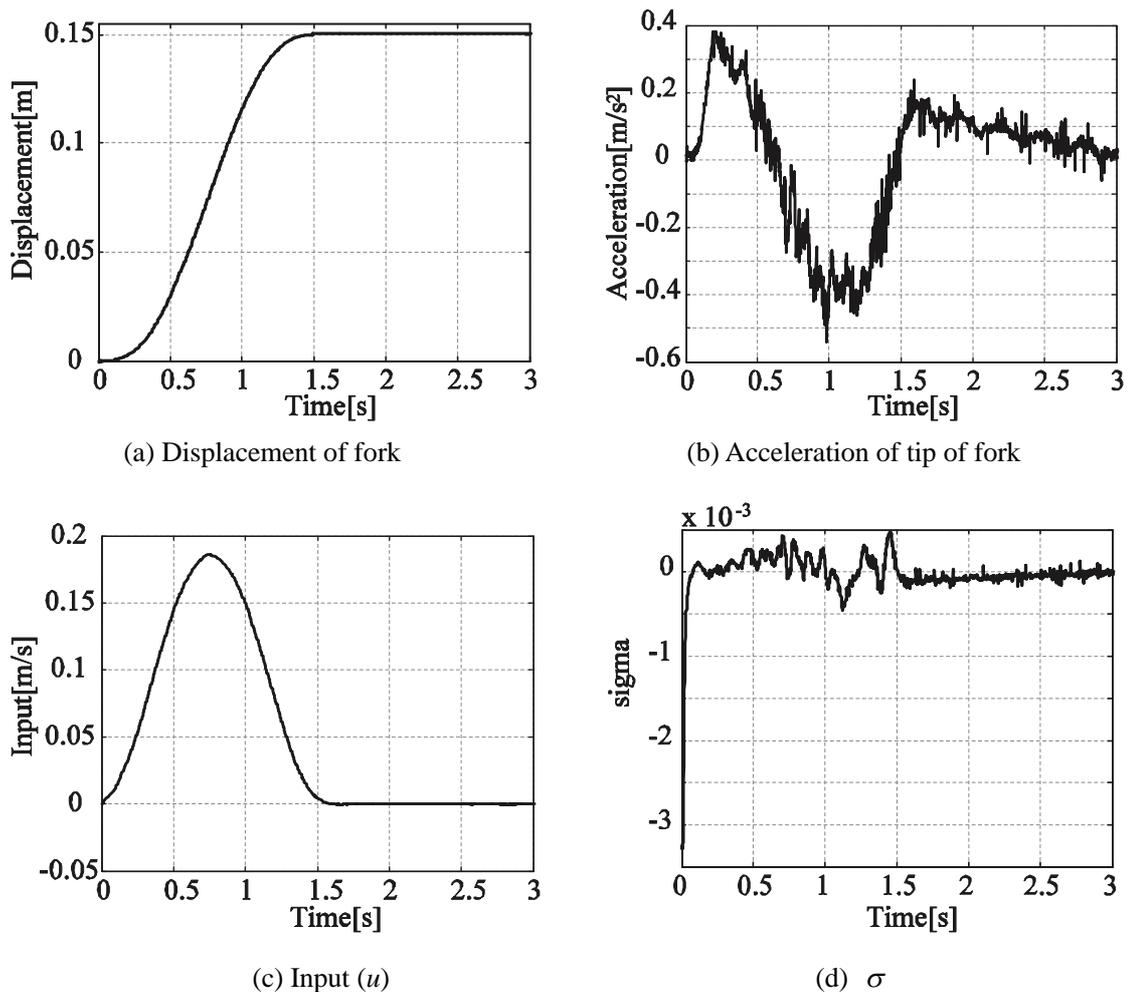


Fig. 4-12 Control results in the experimental

速度が抑制できないと搬送物の破損を招く恐れがあるが、本実験結果における加速度の変動幅であれば実用に耐え得ると考えられる。また、 σ 値のグラフから、切換超平面へ素早く到達していることも確認された。

以上から、本制御問題に対する NISM の有効性が実証された。

4.6 結言

本章では、非定常スライディングモード制御手法の実システムへの有効性を検証するために、搬送機械の高速かつ高精度な位置決め問題を採り上げ、制御系を設計し数値計算および実験により制御性能の検証を行った。

搬送機械を対象として制御器を設計する際には、三つの制約条件、制御入力用アクチュエータの最大出力値、限られた可観測状態量、およびセンサのサンプリングタイム、を満たす必要がある。そこで本研究では、VSS オブザーバおよびインテグラルスライディングモード制御器を導入した。これは、非定常スライディングモード制御器から得られる制御入力を理想入力とするインテグラルスライディングモード制御系 (NISM) を設計するものである。提案する制御系を導入することで、サンプリングタイムの制限による制御性能の劣化を抑えた、実用的な制御器を得られる。

提案手法の有効性を検証するために数値計算を行った。数値計算には最適制御理論に基づく二種の時変切換超平面を設計し、これらを用いた二種の非定常スライディングモード制御手法に加え、従来手法である定常スライディングモード制御手法および非定常最適制御手法を用いて理想入力を与える制御器を設計し、その性能を比較した。数値計算より、ISM がサンプリングタイムの制限によるロバスト性の低下を抑制できることが確認された。さらに、設計した制御器の性能を比較した結果、最適な時変切換超平面を用いた非定常スライディングモード制御手法を理想入力とする制御器が本制御問題に対して最も有効であることが示された。

最後に搬送機械を模擬した実験装置に、数値計算で最良の性能を示した NISM 制御器を実装し、実験においても提案手法により設計された制御器が数値計算と同等の制御性能を発揮することが実証された。

第5章 結論

本論文では、以下に示す三つの目的に沿った研究成果をまとめた。

- i) 最適制御理論に基づく新たな時変切換超平面の設計方法の提案
- ii) 最適制御理論に基づく時変切換超平面を用いた到達時間短縮制御の実現
- iii) 非定常スライディングモード制御の実システムへの適用

以下において、各章で得られた成果と上記の目的との対応を整理する。

第二章では、新たな最適制御手法をベースとした評価関数に基づく時変切換超平面の設計方法を提案し、これを用いた非定常スライディングモード制御系を確立した。提案手法はスライディングモード正準系への変換が不要なため、大規模で複雑な正準系に変換できない系にも適用が可能である。提案手法を用いた制御系の安定性を示し、例題として時変システムである長さが増減する弦に適用し、時変システムに対する提案手法の有効性が確認された。これにより目的 i) が達成された。

さらに、実システムへの適用事例として、エレベータロープ横振動問題を採り上げた。これはエレベータロープに対してアクティブな振動制御を行い、その振動を低減するというものであるが、制御入力装置とロープの間にギャップが存在することを想定し、これをモデル化して数値計算により制御性能を検証した。エレベータロープの状態方程式はスライディングモード正準系に変換できないため、従来の Utkin による最適な事変きり毛家超平面の設計方法は適用できない。従来手法である非定常最適制御手法と性能を比較した結果、提案手法である非定常スライディングモード制御手法の方がギャップへのロバスト性が高いことが示された。これは目的 iii) に対応しており、非定常制御がその強みを発揮する制御対象の特性が非定常性を有する場合での有効性が確認された。

第三章では、時変切換超平面を用いた到達時間を短縮する非定常スライディングモード制御器の設計方法を示した。時変切換超平面の設計には最適な切換超平面の設計方法、および第二章で提案した時変フィードバックゲインを切換超平面の傾きとする方法を採用した。前者の方法に対しては、評価関数中の状態量にかかる重み Q を、初期時刻ではなるべく 0 に近い微小値、制御後半では制御目的を達成する適切な値まで変化するような時間関数として与える設計方法を提案した。また、後者の方法に関しては、評価関数の第 2 項は切換関数に対応していることに着目し、初期時刻で r を大きい値とすることで切換関数値を抑え、さらに Q を初期時刻では小さく、後半では制御目的を達成する適切な値まで変化させる設計方法を提案した。本提案手法の有効性を検証するために、2 自由度系の位置決め制

御問題を例として数値計算を行った。数値計算結果から、提案手法を用いることで到達時間の短縮が実現され、本制御器がマッチング条件を満たす外乱に対して優れたロバスト性を有することが示された。さらに、本提案手法を用いることで、制御器設計時に想定した初期状態と異なる状態から制御を開始しても同等の制御性能を発揮する汎用性の高い制御器が設計できることが確認された。第三章の検討により目的 ii) が達成された。

第四章では、非定常スライディングモード制御手法の実システムへの有効性を検証するために、搬送機械の高速かつ高精度な位置決め問題を探り上げ、制御系を設計し数値計算および実験により制御性能の検証を行った。制御対象における三つの制約条件、制御入力用アクチュエータの最大出力値、限られた可観測状態量、およびセンサのサンプリングタイム、を満たすように、VSS オブザーバおよびインテグラルスライディングモード制御器を導入した制御系を設計した。数値計算による制御性能の検証では、最適制御理論に基づく二種の時変切換超平面を設計し、これらを用いた二種の非定常スライディングモード制御手法に加え、従来手法である定常スライディングモード制御手法および非定常最適制御手法を用いて理想入力を与える制御器を用いた。数値計算より、インテグラルスライディングモードがサンプリングタイムの制限によるロバスト性の低下を抑制できることが確認された。さらに、設計した制御器の性能を比較した結果、最適な時変切換超平面を用いた非定常スライディングモード制御手法を理想入力とする制御器が本制御問題に対して最も有効であることが示された。さらに、搬送機械を模擬した実験装置に、数値計算で最良の性能を示した NISM 制御器を実装し、実験においても提案手法により設計された制御器が数値計算と同等の制御性能を発揮することを実証した。第四章は目的 iii) に対応しており、制御の状況に応じて制御目的が変化する、つまり非定常な制御目的を実現する必要がある制御対象への非定常スライディングモード制御手法の有効性が確認された。

最後に本論文で提案した非定常スライディングモード制御手法の課題と今後の展望について述べる。

本論文で扱った最適制御理論に基づく時変切換超平面の設計を実現するためには、リカッチ微分方程式を制御終端時刻から逆時間方向に解かなければならないため、時変系に適用する際には系の変化が予め得られることが、本手法を適用する前提となる。さらに、逆時間方向に設計された制御器を順時間で取り出して用いる必要があるため、定常制御器を用いるよりも計算負荷が増大する点にも留意が必要である。

また、スライディングモード制御は非線形性を扱うことのできる制御器であり、制御対象の時変性に関しても定常制御器で扱えることもある。しかしながら、時変性が強い対象では非線形要素でその時変性を取り扱いきれるとは限らない。前述した通り、時変性が予め決まっているような場合には非定常制御器を導入したほうが良い制御性能が期待できる。

したがって、制御系の時変性の強さ、予めその変化がわかるか否か、計算コストをどの程度かけられるのか、という状況に応じて、定常制御器、非定常制御器を使い分ける必要がある。

今後の本研究の展開としては、第二章で提案した手法の他入力系への展開、ロバストな時変切換超平面の設計方法、および非定常非線形入力項の設計方法を確立することが挙げられる。

第二章で提案した手法は一入力系のみを対象として議論しているが、多入力系へも拡張することは可能である。線形システムが有限時間では安定であるという前提を導入すれば、超平面の安定性も証明できる。多入力系は、一入力系よりも制御器の設計が困難であり、さらに正準系への変換も難しい場合が増える。したがって、提案手法により比較的設計を容易にし、さらに適用範囲を拡大することが期待できる。

本論文ではマッチング条件を満たす外乱のみを扱ってきた。しかし実際にはマッチング条件を満たさない外乱を含む系は多く存在する。特に、実システムに適用する際には必ずモデル化誤差が存在し、これらは多くの場合マッチング条件を満たさない。マッチング条件を満たさない外乱に関してはスライディングモード制御系のロバスト性は保障されず、制御性能が悪化してしまう。このようなマッチング条件を満たさない外乱に対しては、ロバストな切換超平面を設計することが有効である。定常制御ではこのような研究も進んでおり、非定常制御に応用することも十分可能であると考ええる。特に本論文では最適制御理論に基づく設計方法を扱ってきたことから、ロバスト制御の考え方をを用いることでロバストな時変切換超平面の設計へと展開が期待できる。

さらに、制御器に関しては非線形入力項の設計方法については検討の余地があると考ええる。本論文で設計した制御器の非線形入力項は全て2.3.2で導出した条件を満たす定数として与えた。しかし、非定常制御では非線形項についても非定常性を有するように設計することで、より制御性能が向上すると考えられる。また、非線形入力項は状態ベクトルと切換超平面の位置関係からその符号を決定するが、時変切換超平面を導入した場合には、切換超平面の変化分を考慮することで、より効率的に切換超平面へ状態を到達させることができると思われる。時変切換超平面に対する適切な非線形入力項の与え方として確立された方法は存在せず、今後研究が進むことが期待される。

参考文献

-
- [1] 愛田一雄, 長島弘明, 江上正, 土谷武士, 最適スライディングモード制御系の極の性質, 機論 C, Vol.70, No.699, pp.3116-3121, 2004.
 - [2] Akira Ichikawa, Hitoshi Katayama, *Linear Time Varying Systems and Sampled-data Systems*, Lecture Notes in Control and Information Sciences 265, Springer.
 - [3] A. Poznyak and Y. Shtessel, Min-Max Sliding-Mode Control for Multimodel Linear Time Varying Systems, *IEEE trans. Automat. Contr.*, Vol.48, No.12, pp.2141-2150, 2003.
 - [4] A. Poznyak, L. Fridman and F. J. Bejarano, Min-Max Integral Sliding-Mode Control for Multimodel Linear Uncertain Systems, *IEEE trans. Automat. Contr.*, Vol.49, No.1, pp.97-102, 2004.
 - [5] C. Dorling and A. Zinober, Two Approach to Hyperplane Design in Multivariable Structure Control Systems, *Int. J. Control*, Vol.44, No.1, pp.65-82, 1986.
 - [6] C. Edwards and S. Spurgeon, *Sliding Modes Control: Theory and Applications*, Taylor & Francis, 1998.
 - [7] F. Harashima, et al., Noninteracting Control of Robotic Manipulator with Sliding Mode, *Proc. of IECON'84*, pp.399-404, 1984.
 - [8] F. J. Bejarano, L. Fridman and A. Poznyak, Output integral sliding mode control based on algebraic hierarchical observer, *Int. journal of Control*, Vol.80, No.3, pp.443-453, 2007.
 - [9] F. J. Bejarano, A. Poznyak and L. Fridman, Min-Max Output Integral Sliding Mode Control for Multiplant Linear Uncertain Systems, *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, pp.5875-5880, 2007.
 - [10] 橋本秀紀, 使える(!?)非線形制御の理論－Ⅲ, システム/制御/情報, Vol.37, No.6, pp.371-378, 1993.
 - [11] 原進, 吉田和夫, 時変評価関数を用いた位置決めおよび振動制御の同時最適化, 機論 C, Vol.60, No.570, pp.424-429, 1994.
 - [12] 原進, 吉田和夫, 周波数成形時変評価関数を用いた位置決めおよび振動制御の同時最適化, 機論 C, Vol.60, No.573, pp.1526-1533, 1994.
 - [13] 原進, 吉田和夫, 猪瀬潤, 柔軟構造物の H^∞ ロバストサーボ位置決め制御, 機論 C, Vol.60, No.576, pp.2772-2777, 1994.
 - [14] 原進, 複数設定値において設計される非定常最適レギュレータのゲインスケジューリング, 機論 C, Vol.66, No.648, pp.2622-2629, 2000.
 - [15] 原進, GA メタ最適化を用いた非定常最適レギュレータ設計 (制御制約を考慮した振動系の位置決め制御器設計), 機論 C, Vol.67, No.658, pp.1807-1813, 2000.

- [16] 原島文雄, 橋本秀紀, Sliding Mode とその応用 - I, システムと制御, Vol.29, No.2, pp.94-103, 1985.
- [17] 原島文雄, 橋本秀紀, Sliding Mode とその応用 - II, システムと制御, Vol.29, No.4, pp.242-250, 1985.
- [18] H. Lee, E. Kim, H. Kang and M. Park, Design of a sliding mode controller with fuzzy sliding surface, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol.145, No.5, pp.411-418, 1998.
- [19] 井村順一, システム制御のための安定論, コロナ社, 2000
- [20] 伊藤貴之, 野波健蔵, 岩本浩祐, 西村秀和, μ 設計理論で周波数成形されたスライディングモード制御による柔軟構造物のアクティブ制御, 機論 C, Vol.62, No.602, pp.112-119, 1996.
- [21] 伊藤貴之, 野波健蔵, ロバスト超平面を有するスライディングモード制御の柔軟構造物への適用, 機論 C, Vol.65, No.629, pp.161-166, 1999.
- [22] 岩崎正裕, 小泉孝之, 辻内伸好, ゲインスケジュールド切換超平面を有するスライディングモード制御器を用いた 2 リンクマニピュレータの力制御, 機論 C, Vol.69, No.684, pp.2113-2119, 2003.
- [23] J. L. Willems, *Stability Theory of Dynamical Systems*, Nelson
- [24] J.N.Yang, J.C.Wu, A.K.Agrawal, Sliding Mode Control for Nonlinear and Hysteretic Structures, *Proc. Am. Soc. Civ. Eng., J. Engrg. Mec.*, Vol.121, No.12, pp.1330-1339, 1995.
- [25] 木田隆, 池田雅夫, 山口功, 高域遮断特性を持たせた最適レギュレータとその大型宇宙構造物の制御への応用, 計測自動制御学会論文集, Vol.25, No.4, pp.448-454, 1989.
- [26] 児玉慎三, 須田信英, システム制御のためのマトリクス理論, コロナ社, 1978.
- [27] 小郷寛, 美多勉, システム制御理論入門, 実教出版, 1979.
- [28] 小島紀男, 矢沢志雄作, 本間光一, 工学のためのマトリクス③ マトリクスとシステム, 東海大学出版会, 1990.
- [29] 国松昇, 浜田望, 集中・分布システムの安定論, 実教出版, 1988.
- [30] K. Shyu and Lai C., Incremental Motion Control of Synchronous Reluctance Motor Via Multisegment Sliding Mode Control Method, *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, Vol.10, No.2, pp.169-176, 2002.
- [31] 美多勉, 大須賀公一, ロボット制御工学入門, コロナ社, 1989.
- [32] 美多勉, 千田有一, 王昌文, 強正実条件と擬似強正実条件, 計測自動制御学会論文集, Vol.25, No.7, pp.751-757, 1989.
- [33] 美多勉, 陳芸峰, スライディングモード制御とロボットアームの軌道制御, システム/制御/情報, Vol.34, No.1, pp.50-55, 1990.
- [34] 長島弘明, 横山誠, 愛田一雄, 離散時間インテグラルスライディングモード制御を用いたロバスト予見制御, 機論 C, Vol.72, No.721, pp.2877-2883, 2006.
- [35] 長松昭男, モード解析入門, コロナ社, 1993.
- [36] 長松昭男編, ダイナミクス・ハンドブック, 朝倉書店, 1993.

- [37] 野波健蔵, 田宏奇, スライディングモード制御, コロナ社, 1996.
- [38] 野波健蔵, 西村秀和, 平田光男, MATLAB による制御系設計, 東京電機大学出版局, 2000.
- [39] 大貫修, 野波健蔵, 西村秀和, 有我祐一, センサレスアクティブ動吸振器による多自由度構造物のスライディングモード制御, 機論 C, Vol.63, No.606, pp.328-334, 1997.
- [40] 大崎順彦, 新・地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版会, 1998.
- [41] 大槻真嗣, 吉田和夫, 永田晃則, 木村弘之, 中川俊明, 超高層ビルのエレベータ・ロープ横振動抑制 (時変柔軟システムへの非定常最適制御の適用), 機論 C, Vol.68, No.676, pp.131-138, 2002.
- [42] 大槻真嗣, 牛島由美子, 吉田和夫, 構造的および非構造的な不確かさを考慮した非定常ロバスト制御(時間によって長さが変化する弦の振動制御への応用), 機論, Vol.69, No.686, pp.2564-2571, 2003.
- [43] 大槻真嗣, 吉田和夫, 中川俊明, 木村弘之, 藤本滋, エレベータロープのロバスト振動制御, 機論 C, Vol.71, No.703, pp.859-866, 2005.
- [44] 大槻真嗣, 牛島由美子, 吉田和夫, 木村弘之, 中川俊明, ギャップを持つ入力装置を用いたエレベータロープ横振動制御への非定常スライディングモード制御の応用, 機論 C, Vol.71, No.709, pp.2707-2714, 2005.
- [45] 大槻真嗣, 柴田篤徳, 吉田和夫, 時変柔軟構造物の構造的な不確かさを考慮したロバスト位置決め入力的设计, 機論 C, Vol.72, No.721, pp.2861-2868, 2006.
- [46] ペーター C.ミュラー, 森武宏(訳), 安定性と行列 線形動的システムの安定理論における行列論的手法, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1989.
- [47] R. E. Kalman, J. E. Bertram, Control System Analysis and Design Via the "Second Method" of Lyapunov I Continuous-Time Systems, *Transaction of the ASME, Ser.D, Journal of Basic Engineering*, Vol.82, pp.371-393, 1960.
- [48] Richard H. Gallagher, ギャラガー 有限要素解析の基礎, 丸善株式会社, 1981.
- [49] 三東儀洋, 鈴木隆典, 吉田和夫, 外乱包含スライディングモード制御によるアクティブ免震, 機論 C, Vol.68, No.671, pp.1987-1993, 2002.
- [50] 榎木義一, 添田喬, 中溝高好, 確率システム制御の基礎, 日新出版, 1998.
- [51] S.B. Choi, et al., Moving Switching Surfaces for Robust Control of Second Order Variable Structure Systems, *Int. J. Contr.*, Vol.58, No.1, pp.229-245, 1993.
- [52] S.B. Choi, et al., A Time-Varying Sliding Surface for Fast and Robust Tracking Control of Second Order Uncertain Systems, *Automatica*, Vol.30, No.5, pp.899-904, 1994.
- [53] Selim Sivrioglu and Kenzo Nonami, Sliding Mode Control With Time-Varying Hyperplane for AMB System, *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, Vol.3-No.1, pp.51-59, 1998.
- [54] 柴田篤徳, 酒井悠, 吉田和夫, 高橋正樹, フレキシブルフォークを有する搬送機械の運動と振動の非定常ロバスト制御, 第10回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集 (MOVIC2007), No.07-13, pp.132-137, 2007.

- [55] 土谷武士, 江上正, 新版 現代制御工学, 産業図書, 1991.
- [56] 内田健康, ゲインスケジューリング, 計測と制御, Vol.34, No.3, pp.182-187, 1995.
- [57] 打田正樹, 藪見崇生, 森田良文, 神藤久, 可変切換超平面をもつスライディングモードサーボ制御系によるリニアモータの位置決め制御, 電学論 C, Vol.126, No.9, pp.1112-1118, 2006.
- [58] V. Utkin and K. Young, Methods for Constructing Discontinuity Planes in Multidimensional Variable Structure Systems, *Automation and Remote Control*, Vol.38, pp.1466-1470, 1978.
- [59] V. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag, pp.131-144, 1992.
- [60] V. Utkin and J. Shi, Integral Sliding Mode in Systems Operating under Uncertainty Conditions, *Proc. of the 35th CDC*, pp.4591-4596, 1999.
- [61] 鷺津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦, 有限要素ハンドブック I 基礎編, 培風館, 1981.
- [62] 鷺津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦, 有限要素ハンドブック II 応用編, 培風館, 1983.
- [63] 横山誠, 川崎貴史, 土屋雅彦, 電動パワーアシスト装置のスライディングモード制御, 機論 C, Vol.72, No.721, pp.2838-2844, 2006.
- [64] 吉田和夫, アクティブ振動制御の基礎理論, 計測と制御, Vol.31, No.4, pp.485-490, 1992.
- [65] 吉田和夫, 運動と振動の制御に関する研究の変遷と動向, 日本ロボット学会誌, Vol.13, No.8, pp.1062-1067, 1995.
- [66] 吉田和夫, 運動と振動の研究の過去と未来, 機論 C, Vol.72, No.721, pp.2686-2692, 2006.
- [67] 自動制御ハンドブック 基礎編, オーム社, 1983.

論文目録

1. 定期刊行誌掲載論文(主論文に関連する原著論文)

- ① 牛島由美子, 酒井悠, 吉田和夫, 搬送機械の位置決め問題への非定常スライディングモード制御の適用, 日本機械学会論文集 C 編, Vol74-No.745, 掲載予定
- ② 牛島由美子, 吉田和夫, 時変切換超平面を用いた到達時間短縮非定常スライディングモード制御手法の提案, 日本機械学会論文集 C 編, Vol73-No.731, pp.2028-2035, 2007
- ③ 牛島由美子, 大槻真嗣, 吉田和夫, 非定常スライディングモード制御手法の提案およびその有効性の検証, 日本機械学会論文集 C 編, Vol71-No.708, pp.2535-2542, 2005

2. 定期刊行誌掲載論文(その他の論文)

- ① Masatsugu Otsuki, Yumiko Ushijima, Kazuo Yoshida, Hiroyuki Kimura, Toshiaki Nakagawa, Application of Nonstationary Sliding Mode Control to Suppression of Transverse Vibration of Elevator Rope Using Input Device with Gaps, JSME International Journal, Series C, Vol29-No.2, 2006
- ② 大槻真嗣, 牛島由美子, 吉田和夫, 木村弘之, 中川俊明, ギャップを持つ入力装置を用いたエレベータロープ横振動制御への非定常スライディングモード制御の応用, 日本機械学会論文集 C 編, Vol71-No.709, pp.2707-2714, 2005
- ③ 大槻真嗣, 牛島由美子, 吉田和夫, 構造的および非構造的不確かさを考慮した非定常ロバスト制御(時間によって長さが変化する弦の振動制御への応用), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.69-No.686, pp.2564-2571, 2003

3. 国際会議論文

- ① *Masatsugu Otsuki, Yumiko Ushijima, Kazuo Yoshida, Hiroyuki Kimura, Toshiaki Nakagawa, Nonstationary Sliding Mode Control Using Time-varying Switching Hyperplane for Transverse Vibration of Elevator rope, Proc. of 2005 ASME DETC, Longbeach in USA, 2005.9

4. その他の国際会議発表

- ① *Yumiko Ushijima, Yu Sakai, Kazuo Yoshida, Nonstationary Sliding Mode Control and Its Application to Positioning Problem of Conveyance System, Proc. of MOVIC2008 CD-ROM, 2008.9 発表予定
- ② *Yumiko Ushijima, Masatsugu Otsuki, Kazuo Yoshida, Nonstationary Sliding Mode Control for Time-varying System, Proc. of MOVIC2004 CD-ROM, St. Louis in USA, pp.1-10(Abstract Page p.11), 2004

5. 国内学会発表

- ① *牛島由美子, 吉田和夫, 非定常スライディングモード制御を用いた到達時間短縮と位置決め問題への適用, MOVIC2007 講演論文集, pp.474-479, 2007
- ② *牛島由美子, 大槻真嗣, 吉田和夫, 線形時変システムの非定常スライディングモード制御, 第47回自動制御連合講演会講演論文集 CD-ROM, No.231, 2004
- ③ *牛島由美子, 大槻真嗣, 吉田和夫, 中垣薫雄, 中川俊明, 藤本滋, 木村弘之, 時変切換超平面を用いたエレベータロープのスライディングモード振動制御, MOVIC2003 講演論文集, pp.435-438, 2003
- ④ *牛島由美子, 大槻真嗣, 吉田和夫, 時変切換超平面を用いた長さ変化する弦のスライディングモード振動制御, D&D2003 講演論文集 CD-ROM, 2003
- ⑤ *牛島由美子, 大槻真嗣, 吉田和夫, 長さが変化する弦の振動制御, D&D2002 講演論文集 CD-ROM, 2002
- ⑥ *大槻真嗣, 牛島由美子, 吉田和夫, 木村弘之, 中川俊明, エレベータロープの変位制御による非定常スライディングモード制御, 第13回交通・物流部門大会講演論文集, pp.137-140, 2004
- ⑦ *大槻真嗣, 牛島由美子, 吉田和夫, 中川俊明, 木村弘之, 藤本滋, エレベータ・ロープの非定常スライディングモード制御, D&D2004 講演論文集 CD-ROM, 2004

謝辞

本論文は慶應義塾大学理工学研究科開放環境科学専攻吉田研究室に在籍して行った研究の成果を記したものである。

システムデザイン工学科吉田和夫教授には、2008年3月に急逝されるまで、指導教官として常に進むべき方向を指し示して戴きました。慶應義塾大学の理事で多忙を極める中でも、研究の進捗だけでなく仕事の状態も気にかけて下さったり、ディスカッションをお願いしたときには必ず貴重なお時間を割いて下さいました。私にとって吉田先生は、研究者として決して超えることのできない偉大な大先輩であり、その一方でとても優しいもう一人の父のような存在でした。吉田先生への思いを表現する言葉がどうしても思いつかず、ありきたりな言葉となってしまいますが、7年間本当にありがとうございました。

システムデザイン工学科三田彰教授には、吉田教授がご逝去された後に、急遽、指導教授および主査になっていただき、当初の予定から遅れることのないよう審査を進めていただきました。厚く御礼申し上げます。システムデザイン工学科大森浩充教授、村上俊之教授、機械工学科杉浦壽彦准教授には、本論文を審査いただくに当たり、多くの貴重なご意見、ご助言をいただきました。先生方のお力無しでは、本研究をこのように論文として纏め上げることはできませんでした。厚く御礼申し上げます。

システムデザイン工学科高橋正樹助教には、吉田研究室に所属してから長い間大変お世話になりました。特に吉田先生が亡くなられた後は、研究の相談にも応じていただき、どれだけ助けられたかわかりません。心から感謝申し上げます。

吉田研究室で共同研究者であった大槻真嗣氏（現、独立行政法人 宇宙航空研究開発機構）には、本研究の土台を築く上で多くの助言をいただくと同時に、研究の楽しさ、厳しさを教えていただきました。同じ研究チームの後輩である和田晃治氏（現、キャノン株式会社）柴田篤徳氏（現、トヨタ自動車株式会社）、前期博士課程2年酒井悠氏には実験を始めとする多くの迷惑なお願いを快く引き受けていただきました。非定常制御チームの皆さんは私の吉田研の研究活動を語る上で欠かせません。本当に色々ありがとうございました。

吉田研究室で共に博士号取得を目指してきた清水建設株式会社 福喜多輝氏、後期博士課程3年成川輝真氏は良き仲間、良きライバルとして、常に刺激を与えて下さいました。深く感謝申し上げます。また、村田機械株式会社 村上武氏には実験に際してご尽力いただきました。この場を借りて御礼申し上げます。さらに、長い吉田研究室在籍期間中に出会った全ての先輩、同輩、後輩には、多くの温かい励ましと助けを戴きました。研究室生活を楽しく送ることができたのは皆さんのおかげです。ありがとうございました。

株式会社三菱総合研究所の上司、同僚には、社会人博士に挑戦することを容認するだけでなく、多くの支援をいただきました。特に審査に入ってから、業務よりも学業を優先するという我儘を認めていただき、深く感謝致します。

そして、落ち込んだときに何度も私を救ってくれた多くの友人、いつも研究のモチベーションを高めてくれた博士会の皆さん、私の研究生活を支えでした。ありがとうございました。

最後に、常に私の体を心配しながら応援し続けてくれた祖父母、父母、兄、姉に心から感謝します。