

学位論文 博士(工学)

連続相と分散相を考慮した  
固気二相流シミュレーションによる  
飛翔体加速装置の性能評価と圧力振動機構の解析

2009 年度

慶應義塾大学大学院理工学研究科

三浦 啓晶



# 目次

記号表

<b>1</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	研究の背景	1
1.2	飛翔体加速装置の概要	3
1.3	固体発射薬について	4
1.4	固体発射薬の燃焼	5
1.4.1	発射薬粒子の形状と寸法	5
1.4.2	雰囲気圧力と燃焼速度	7
1.5	燃焼ガスの生成による系の変化と飛翔体の速度	8
1.5.1	瞬間的燃焼を仮定した場合の飛翔体速度	9
1.5.2	一般的な場合の飛翔体速度	13
1.5.3	飛翔体の移動と薬室内部の圧力分布の変化	17
1.6	本研究の目的	18
<b>2</b>	<b>数値計算法</b>	<b>23</b>
2.1	薬室内流れ場のモデル化	23
2.2	支配方程式	24
2.2.1	気相に対する支配方程式	24
2.2.2	固相に対する支配方程式	25
2.3	構成則	26
2.3.1	気相に対する構成則	26
2.3.2	固相に対する構成則	27
2.4	固気二相流計算の進め方	33
2.4.1	基礎方程式	33
2.4.2	体積分率と相間輸送項の算出方法	36
2.5	飛翔体の運動方程式	41
2.6	数値解析手法	42
2.7	計算負荷について	46

<b>3</b>	<b>飛翔体加速装置の基準試験モデルを用いたコードの検証</b>	<b>47</b>
3.1	AGARD gun 条件について	47
3.2	計算モデルと計算条件	48
3.3	計算結果	49
3.3.1	計算コードの比較	49
3.3.2	他の計算コードとの比較	50
3.3.3	固気二相流計算の特徴	51
3.4	本章のまとめ	59
<b>4</b>	<b>粒状発射薬を用いた燃焼室内における点火過程の解析</b>	<b>61</b>
4.1	点火過程研究のための中断燃焼試験について	61
4.2	実験装置	62
4.3	計算条件	62
4.4	計算結果と実験結果の比較	64
4.4.1	火管長さの影響	64
4.4.2	点火薬量の影響	66
4.4.3	火管孔面積の影響	67
4.4.4	固体粒子の移動の影響	67
4.5	三次元計算モデルと二次元軸対称計算モデルの比較	68
4.6	発射薬着火モデルの比較	69
4.7	本章のまとめ	87
<b>5</b>	<b>棒状発射薬を用いた飛翔体加速過程の解析</b>	<b>89</b>
5.1	棒状発射薬を用いた飛翔体加速実験について	89
5.2	計算条件	90
5.3	計算結果の検討	91
5.3.1	計算結果と実験結果の比較	91
5.3.2	飛翔体の質量の影響	93
5.3.3	発射薬の移動の影響	95
5.4	発射薬形状が加速装置性能に与える影響に関する考察	95

5.5	本章のまとめ	111
<b>6</b>	<b>Diaphragm を用いたバリスティックレンジ加速部における飛翔体加速過程の解析</b>	<b>113</b>
6.1	バリスティックレンジについて	113
6.2	計算モデル	114
6.3	計算条件	115
6.4	計算結果と実験結果の比較	117
6.5	加速管内部での飛翔体加速過程における流れ場の概要	119
6.5.1	薬室内圧力の変化	120
6.5.2	固相の流動	121
6.5.3	Diaphragm 開口過程の影響	121
6.5.4	飛翔体に働く摩擦抗力の影響	123
6.6	簡便な評価式による飛翔体速度の推算方法	125
6.7	本章のまとめ	147
<b>7</b>	<b>結論</b>	<b>149</b>
	参考文献	153

謝辞

Appendix A 集中パラメータ手法と圧力勾配モデル

Appendix B 一般座標変換

Appendix C SHUS を用いた対流項の離散化法

Appendix D Runge-Kutta 法による時間積分

Appendix E 移動壁面の計算

Appendix F 飛翔体に働く摩擦抗力の評価

付録の参考文献



## 記号表

$a$	発射薬の線燃焼速度の燃焼係数	[m/s/MPa <sup>n</sup> ]
$a_1$	粒子間の波の伝播速度	[m/s]
$A_{BA}$	弾底面積	[m <sup>2</sup> ]
$a_f$	飛翔体に働く摩擦抗力による加速度	[m/s <sup>2</sup> ]
$a_n$	飛翔体の正味の加速度	[m/s <sup>2</sup> ]
$b$	コポリウム	[m <sup>3</sup> /kg]
$b_{pr}$	発射薬燃焼ガスのコポリウム	[m <sup>3</sup> /kg]
$c$	気相の音速	[m/s]
$C$	発射薬質量	[kg]
$C_{ig}$	点火薬質量	[kg]
$C_v$	定積比熱	[J/(kg · K)]
$d$	開口直径	[m]
$d_D$	Diaphragm の直径	[m]
$d_p, d_{p0}$	発射薬粒子の孔径, 初期の孔径	[m]
$D_p, D_{p0}$	円筒形発射薬粒子の径, 初期の径	[m]
$D_i$	$i$ 番目の粒子に働く相間抗力	[N]
$D_{pe}$	発射薬粒子の有効径	[m]
$D_t$	Launch tube の内径	[m]
$e$	全エネルギー	[J/m <sup>3</sup> ]
$E_{pj}$	飛翔体ヤング率	[Pa]
$E, F$	気相の流束ベクトル	
$\hat{E}, \hat{F}$	変換後の気相流束ベクトル	
$E_p, F_p$	固相の流束ベクトル	
$\hat{E}_p, \hat{F}_p$	変換後の固相流束ベクトル	
$E_{loss}$	エネルギー損失	[J]
$F_{BA}$	飛翔体弾底に働く力	[N]
$F_f$	摩擦抗力	[N]
$F_{ig}$	点火薬の比エネルギー (Impetus)	[J/kg]
$F_n$	飛翔体に働く正味の力	[N]

$F_{pr}$	発射薬の比エネルギー (Impetus)	[J/kg]
$\mathbf{f}_i$	粒子間力	[kg/(s <sup>2</sup> · m <sup>2</sup> )]
$F_{res}$	飛翔体に働く阻害抗力	[N]
$\mathbf{f}_s$	相間抗力	[kg/(s <sup>2</sup> · m <sup>2</sup> )]
$h$	気相のエンタルピー	[J/kg]
$h_i$	局所熱伝達率	[W/(m <sup>2</sup> · K)]
$H$	気相の軸対称生成項ベクトル	
$\hat{H}$	変換後の気相軸対称生成項ベクトル	
$H_p$	固相の軸対称生成項ベクトル	
$\hat{H}_p$	変換後の固相軸対称生成項ベクトル	
$J$	変換ヤコビアン	
$K$	一部のガスを含む飛翔体の運動エネルギー	[J]
$K_g$	ガスの運動エネルギー	[J]
$k_{ip}$	固体発射薬の熱伝導率	[W/(m · K)]
$K_{Pj}$	飛翔体の運動エネルギー	[J]
$L$	Launch tube の長さ	[m]
$L_{ig}$	点火領域の長さ	[m]
$L_p, L_{po}$	円筒形発射薬粒子の長さ, 初期の長さ	[m]
$L_{Pj}$	飛翔体の有効長さ	[m]
$M$	一部のガス質量を含む飛翔体質量	[kg]
$\dot{m}$	単位体積当りの質量分解速度	[kg/(s · m <sup>3</sup> )]
$m_a$	空気の分子量	[kg/kmol]
$m_{ig}$	点火薬ガスの分子量	[kg/kmol]
$M_{Pj}$	飛翔体質量	[kg]
$m_{pr}$	発射薬ガスの分子量	[kg/kmol]
$n$	線燃焼速度の圧力指数	
$n_0$	発射薬粒子の数密度	[1/m <sup>3</sup> ]
$N_p$	代表粒子の数重み	
$p$	圧力	[Pa]
$p_{BA}$	弾底圧	[Pa]
$p_{BR}$	砲尾圧	[Pa]
$p_{FR}$	飛翔体前面圧	[Pa]



$p_L, p_R$	発射薬の左端と右端にかかる圧力	[Pa]
$P_r$	仕切板破裂圧力	[Pa]
$P_{res}$	単位面積当りの飛翔体に働く阻害抗力	[Pa]
$q$	熱流束	[W/m <sup>2</sup> ]
$q_{pr}$	単位質量当りの発射薬の燃焼エネルギー	[J/kg]
$q_{ig}$	単位質量当りの点火薬の燃焼エネルギー	[J/kg]
$Q$	気相の保存量ベクトル	
$\hat{Q}$	座標変換後の気相保存量ベクトル	
$Q_C$	燃焼エネルギー	[J]
$q_p$	単位体積当りの固相への輸送エネルギー	[J/(s · m <sup>3</sup> )]
$Q_p$	固相の保存量ベクトル	
$\hat{Q}_p$	座標変換後の固相保存量ベクトル	
$r$	発射薬の線燃焼速度	[m/s]
$R$	気体定数	[J/(kg · K)]
$R_{pr}$	発射薬の燃焼ガスの気体定数	[J/(kg · K)]
$r_C, z_C$	計算格子点の座標	[m]
$r_i, r_o$	影響領域境界の下側と上側の径方向位置	[m]
$r_p, x_p, \theta_p$	代表粒子の座標	[m, m, rad.]
$R_u$	一般気体定数	[J/(kmol · K)]
$S$	気相の生成項ベクトル	
$\hat{S}$	変換後の気相生成項ベクトル	
$S_p$	固相の生成項ベクトル	
$\hat{S}_p$	変換後の固相生成項ベクトル	
$S_p, S_{pe}$	固体発射薬粒子の表面積, 有効表面積	[m <sup>2</sup> ]
$t$	時間	[s]
$t_{de}$	Diaphragm の破裂遅れ時間	[s]
$t_{op}$	Diaphragm の開口時間	[s]
$T, T_g$	気相温度	[K]
$T_i$	固体粒子の初期温度	[K]
$T_p$	固体粒子の表面温度	[K]
$T_{p0}$	固体粒子の初期表面温度	[K]
$T_0$	発射薬の断熱燃焼温度	[K]

$T_{0ig}$	点火薬の断熱燃焼温度	[K]
$u$	気相の $x$ 方向の速度	[m/s]
$u_p$	固相の $x$ 方向の速度	[m/s]
$\Delta u$	発射薬粒子における燃焼深さ	[m]
$U, V$	気相の反変速度成分	
$U_p, V_p$	固相の反変速度成分	
$U_g$	燃焼ガスの内部エネルギー	[J]
$v$	気相の $y$ 方向の速度	[m/s]
$v_m$	飛翔体の Muzzle 速度	[m/s]
$v_p$	固相の $y$ 方向の速度	[m/s]
$V_{c0}$	装薬の初期容積	[m <sup>3</sup> ]
$V_{init}$	薬室の初期容積	[m <sup>3</sup> ]
$V_e, V_{e0}$	代表粒子の有効体積, 初期分割体積	[m <sup>3</sup> ]
$V_p, V_{p0}, V_{pe}$	固体発射薬粒子の体積, 初期体積, 有効体積	[m <sup>3</sup> ]
$V_{Pj}$	飛翔体の速度	[m/s]
$W$	飛翔体が得た運動エネルギー	[J]
$w$	気相の $z$ 方向の速度	[m/s]
$w_p$	固相の $z$ 方向の速度	[m/s]
$x, y, z$	デカルト座標	
$x_L, x_R$	影響領域境界の左側と右側の軸方向位置	[m]
$x_{Pj}, \dot{x}_{Pj}, \ddot{x}_{Pj}$	飛翔体の位置, 速度, 加速度	[m], [m/s], [m/s <sup>2</sup> ]
$Y_a$	空気の質量分率	
$Y_{ig}$	点火薬の燃焼ガスの質量分率	
$Y_{pr}$	発射薬の燃焼ガスの質量分率	
$Z$	体積燃焼率	

$\alpha, \alpha_0$	空隙率, 初期空隙率	
$\alpha_e$	有効空隙率	
$\alpha_p, \alpha_{p0}$	固相の体積分率, 初期固相体積分率	
$\alpha_{pi}$	代表粒子一個に課される固相体積分率	
$\alpha_{tp}$	固体発射薬の熱拡散率	[m <sup>2</sup> /s]
$\gamma$	気相の比熱比	
$\gamma_a$	空気の比熱比	
$\gamma_{ig}$	点火薬の燃焼ガスの比熱比	
$\gamma_{pr}$	発射薬の燃焼ガスの比熱比	
$\varepsilon$	気相の内部エネルギー	[J/kg]
$\mu, \mu'$	静止摩擦係数, 動摩擦係数	
$\nu$	ポアソン比	
$\xi, \eta, \zeta$	計算空間の座標	
$\xi_D$	飛翔体直径と砲腔径のずれの割合	
$\varphi$	形状関数	
$\theta_L, \theta_R$	影響領域境界の左側と右側の周方向位置	[rad.]
$\rho$	気相密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_p$	固相密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_{pj}$	飛翔体密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	固相応力	[Pa]
$\sigma_r$	垂直方向の応力	[Pa]
$\sigma_z$	軸方向の応力	[Pa]



# 第 1 章 序論

## 1.1 研究の背景

今日の推進機関の発達により, 人類の活動範囲は地球にとどまらず宇宙にまで広がりを見せている. その結果, 人類が扱うべき物質の流れ場の速度範囲は極めて広大なものとなり, 超音速, さらに極超音速流れに対する研究が世界各国において行われている. 超音速の流れ場を扱う流体実験の手法の一つに, 小型の物体を超音速で飛翔させその物体回りの気体の流れ場を解析する手法がある. また, 宇宙空間における人工衛星等の財産を宇宙に漂うゴミ(スペースデブリ)の衝突から保護するための研究として, スペースデブリを模擬した飛翔体をシールドに高速衝突させる実験が行われている. あるいは, ラム加速器, 材料強度特性試験等においても同様に超音速に加速された高速飛翔体を用いられている. 超音速で飛翔する高速物体をつくり出す方法としては, 固体発射薬を用いた一段式火薬銃や二段式ガス銃等の加速装置の利用が挙げられる. これらの飛翔体加速部(Accelerator)と観測部(Test chamber)からなる実験装置はバリスティックレンジ(Ballistic range)と呼ばれる. 物体を加速する原理は一般的な火器と同様のもので, 固体発射薬の燃焼により生成する燃焼ガスの膨張作用が推進力となって物体を加速させる. これは今日の自動車で使用されているエアバックやシートベルトプリテンショナーのインフレーターと同様である. 飛翔体速度の範囲拡大は上述の研究において一層大きな成果を可能にするが, 飛翔体の高速化を狙って発射薬量を増加させると装置内圧力が上昇し装置が破損する危険性がある. 固体発射薬の燃焼からは極めて高いエネルギーを取り出すことが可能であるが, その反面で, 放出された高エネルギーを制御し有効な推進力として利用することは加速装置の設計時に大きな課題となる. 万が一発射薬の燃焼によるエネルギー放出速度が想定を上回ると, 生成した高エネルギーは許容範囲を超える高圧状態をつくり出し, 周囲の装置や人員に危害をもたらす危険性が生じる.

一般的に, 飛翔体加速装置において固体発射薬が装填された閉空間を薬室と呼ぶ. 薬室において燃焼が開始すると薬室内圧力は最大で数 MPa から数百 MPa にも達するため, この圧力に耐えうる強度をもった装置構造を備え, その上で高い推進

力を効率的に制御する高い技術が要求される<sup>[1,2]</sup>。加速装置を安全に使用するために設計時に薬室内の最大圧力を見積もる必要があり、また、飛翔体の加速性能を評価する必要がある。固体発射薬を用いた飛翔体加速装置の性能評価方法には一般的な火器の設計に用いられる手法が適用されるが、これは砲内弾道学(interior ballistics)に基づく評価方法である。その歴史について概要を述べる。

火器に対する開発・改良研究の中で、試作品を用いた発射実験が行われる。しかしながら、発射装置を実動させると大きなコストと危険性を伴うのが実情である。19世紀からは経験式による圧力や飛翔体速度の推算法が導入されてきた。ただし、これらの経験式では適応範囲が限られるため、物理・化学の理論を取り入れて砲内実現象の再現性をより高めた計算手法の開発が望まれてきたが、莫大な計算量のために現代に至るまでその実現はなかった。そこで計算機が発達する以前は、現象を支配する複数の関係式を単純化のための仮定条件を用いて結合させ、諸性能値を評価する式を解析的に導き設計に使用していた(1.5節参照)。現代のコンピューター性能の向上に伴い、物理・化学の理論を取り入れた砲内弾道計算(計算砲内弾道学, Computer interior ballistics)が行われるようになった。砲内弾道計算とは、火器に装填された飛翔体が砲外に射出されるまでを扱い、発射薬の燃焼による薬室内圧力の変化や飛翔体速度を推算するものであり、今日では火器の砲身・薬室設計や加速性能を予測する手段となっている。

以下に、砲内弾道計算における主要な解析対象を示す。

- (1) 飛翔体の運動
- (2) 発射薬の燃焼の状況
- (3) 薬室内圧力の分布とその時間変化

砲内弾道計算は砲内部で生じる固体発射薬の燃焼現象と飛翔体運動の相互作用を解析する極めて複雑な問題を扱う計算であるが、実用的な計算手法が過去に提案されてきた。集中パラメータ(Lumped parameter)手法<sup>[3]</sup>は薬室内燃焼場を均一系として時間発展的に計算を行う実用的な砲内弾道計算モデルである。しかしながら近年、発射薬の高充填密度化や発射薬の形状変化による燃焼形態の複雑化により、上述の集中パラメータ手法による砲内弾道計算では予測できない薬室内差圧や燃焼振動などの現象が発生してきた。発射薬が薬室内で燃焼する場合には、発射薬と燃焼ガスが同時に存在し、それらが相互に作用することが考えられる。また、燃焼ガスと

未燃焼発射薬は薬室内の圧力分布によって薬室内を移動することが考えられる。このような薬室内において発生する圧力波は飛翔体に損傷を与えるだけでなく装置自体の損傷を起こす恐れがあるなど危険性が高い。薬室内の流れ場や燃焼状況の再現をより実際に近づけるために、固気二相流砲内弾道計算が各国で考案されている。米国で開発された NOVA コードは一次元固気二相流を扱う手法で、薬室を軸方向に数分割しその分割面内での燃焼をシミュレートする方法である<sup>[3,4]</sup>。現在、英国や日本を含め多くの国においてこの手法を主体にした砲内弾道計算がなされている<sup>[5-10]</sup>。さらに米国陸軍研究所(Army Research Laboratory)では、NGEN (Next generation interior ballistics model)コードと呼ばれる多次元多相流れを扱う CFD コードを用いた砲内弾道計算が M.J. Nusca らによって行われている<sup>[11-13]</sup>。

上述の、火薬の化学エネルギーを物体の運動エネルギーに変換するバリステッククレンジ加速部のような飛翔体加速装置の開発・改良に対して砲内弾道計算を適用することはコスト面や安全面から見て有効な手段になると考えられる。加速装置に対して砲内弾道計算を実行する際には、固体火薬の燃焼、固相と気相流れの相互干渉、燃焼場の容積変化をシミュレートし、加速性能を決定する飛翔体速度、および、装置強度設計に必要な最大圧力値を予測することが最も重要な課題となる。

## 1.2 飛翔体加速装置の概要

図 1.1 に示すように、固体発射薬が装填される閉空間内を Propellant chamber (薬室)、装置内壁の後端を Breech (砲尾)、飛翔体の底部を Base (弾底)、Launch tube 出口を Muzzle (砲口)と呼ぶ。固体発射薬の燃焼により薬室内の圧力が上昇すると、飛翔体は砲身内壁に沿って移動を開始する。以下に、砲内現象の流れ<sup>[3]</sup>を示す。

- (1) 撃針などの衝撃あるいは電気エネルギーによる点火系列の作動
- (2) 発射薬の燃焼とそれに伴うガスの発生
- (3) 薬室内圧力の上昇
- (4) 薬室内圧力の飛翔体起動圧への到達
- (5) 飛翔体の移動開始
- (6) 圧力上昇に伴う発射薬の燃焼速度の激増
- (7) 飛翔体運動高速化

(8) 最大腔圧への到達

(9) 飛翔体の Muzzle 離脱

飛翔体が得る運動エネルギーおよび薬室内の高圧・高温となった気体の内部エネルギーの源は、発射薬の燃焼によって生じたエネルギーである。飛翔体移動による薬室容積の増加は系の状態量変化をもたらす、これに伴って飛翔体の加速度も変化する。このように、薬室内で起こる現象は流体力学、熱力学、燃焼学および飛翔体運動力学の連成問題となる。

### 1.3 固体発射薬について

固体発射薬は火薬類に属する。以下では火薬類の分類とその性質について述べる。

火薬類は火薬と爆薬に分けられる<sup>[14]</sup>。火薬とは推進的爆発の用途に供せられるものである。また、爆薬とは破壊的爆発の用途に供せられるものである。一般的にロケット推進や火器の発射薬として用いられるのは火薬である。火薬はその配合成分に酸素を供給する成分と、それによって酸化される成分とをあわせ持っているため、空気中の酸素をとりいれなくても急速に反応が進行する。火薬が着火すると、そのほとんど全てが瞬時のうちに高温で高圧のガスに変わる。このガスが常温・常圧にまで温度低下・膨張する過程において外界に対して大きな仕事をする。火薬は推進的爆発の用途、すなわち爆燃を利用する用途に用いられる。主な利用例としては火器に用いられる発射薬やロケットに使われる推進薬が挙げられる。火薬の種類として代表的なものに、黒色火薬、無煙火薬やコンボジット推進薬がある。火器やガス発生装置に使用される固体発射薬は主に無煙火薬で、黒色火薬に比べて燃焼後の煙が少ない。また、燃焼生成ガス量が大きいため大きな推進力を得ることができる。無煙火薬は硝酸エステルを主剤とし、混合成分によってシングルベース、ダブルベース、トリプルベース無煙火薬等に分類される。シングルベース発射薬(第6章で使用)はニトロセルロース(NC)を基剤とし、代表的な組成として M1 発射薬の場合 NC 85.0%、ジニトロトルエン 10.0%、ジブチルフタレート 5.0%から成る<sup>[3]</sup>。ダブルベース発射薬(第5章で使用)は一般にニトログリセリン(NG)、ニトロセルロース(NC)を基剤とし、代表的な組成として M2 発射薬の場合 NG 19.5%、NC 77.45%



から成る<sup>[3]</sup>. トリプルベース発射薬(第4章で使用)は一般にニトログリセリン(NG), ニロトセルロース(NC), ニトログアニジン(NQ)を基剤とし, 代表的な組成としてM30発射薬の場合 NG 22.5%, NC 28.0%, NQ 47.7%から成る<sup>[3]</sup>. 実際火器等に使用される固体発射薬は球や円柱等の形状をした小さな粒子の集合体である. 粒子形状にして発射薬の表面積を大きくすることで着火性能をよくし, 燃焼速度を高めている. 一方ロケット推進では, 使用される火薬の表面積を小さくすることで燃焼時間を長く保ち, また, 燃焼進行度により異なる表面積形状となるよう設計することで推進力の制御を行っている. 一般的に, 推進薬の燃焼速度は約 0.001~0.1m/s, 発射薬の燃焼速度は約 0.1~1m/s, 爆薬の燃焼速度は約 3000~8000m/s である. 固体火薬の燃焼と生成ガス等の流体が干渉する現象をシミュレートするという観点から見ると, 固体爆薬の燃焼の場合は燃焼速度の方がはるかに大きく発生するガスより固体内反応がその現象を支配しているため固体衝撃波・反応の解析に重点が置かれ, 一方推進薬の燃焼の場合は生成ガスの速度が燃焼速度に比べ極めて大きく気相流れがその現象を支配するため気相流れの解析に重点が置かれるが, 固体発射薬の燃焼の場合は気相と固相両方の現象に対する影響が無視できない. よって, 本研究で対象とする固体発射薬の燃焼解析においては固相と気相の両者を扱う二相流計算を用いる必要がある.

## 1.4 固体発射薬の燃焼

固体発射薬の燃焼は短時間のうちに進む現象であるが, 瞬間的に完了するものではない. そのため, 燃焼開始後完了前に飛翔体が起動し, 燃焼と飛翔体運動が並行して進む. 以下では固体発射薬燃焼の進展に関する一般事項について述べる.

### 1.4.1 発射薬粒子の形状と寸法

点火後, 固体発射薬粒子が着火すると燃焼に伴い気相に分解されて燃焼ガスが生成される.  $dt$  時間に燃焼で分解する固体の質量, すなわち, 生成する気体の質量は, 密度  $\rho_p$  を一定として,

$$dm = \rho_p S_p r dt \quad (1.4.1)$$

$S_p$  は燃焼表面の表面積,  $r$  は線燃焼速度である. 線燃焼速度とは燃焼によって燃焼面が後退する速度である. 燃焼した体積の割合を体積燃焼率  $Z$  とすると, 分解する固体の質量は,

$$m = \rho_p Z V_{p0} \quad (1.4.2)$$

ただし,

$$Z = \frac{V_{p0} - V_p}{V_{p0}} = \frac{\int_0^t S_p r dt}{V_{p0}} \quad (1.4.3)$$

よって,

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{S_p}{V_{p0}} r = \frac{S_{p0} r}{V_{p0}} \frac{S_p}{S_{p0}} \quad (1.4.4)$$

ここで,

$$A = \frac{S_{p0} r}{V_{p0}}$$

を火薬の燃焼速度と形状寸度とに関する特徴数とすれば, (1.4.4)式は

$$\frac{dZ}{dt} = A \frac{S_p}{S_{p0}} \quad (1.4.5)$$

上式のからわかるように, 体積燃焼速度は発射薬粒形状と線燃焼速度に依存する. 火薬片の燃焼は表面に対して垂直に進み, 各瞬間における火薬片は初期形状と相似の形を保ちつつ燃焼するため, 火薬粒子の形状は発射薬の性能上最も重要な要素の一つである. (1.4.5)式中の表面積比は  $Z$  の関数で表すことができる.

$$\frac{S_p}{S_{p0}} = \varphi(Z) \quad (1.4.6)$$

$\varphi(Z)$ を形状関数<sup>[15]</sup>と呼ぶ。これを(1.4.5)式に代入すると、体積燃焼速度を表す一般式が得られる。

$$\frac{dZ}{dt} = A\varphi(Z) \quad (1.4.7)$$

形状関数は発射薬粒子の形状によって定まるものである。一般に、実用的に用いられている発射薬粒子の形状としては球状、円管形状(単孔円柱形状)、多孔円柱形状、多孔六角形状、円盤状、紐状、長管状等が挙げられる。例として球状の場合、形状関数は

$$\varphi(Z) = (1-Z)^{\frac{2}{3}}$$

であり、円盤状や紐状の場合、形状関数は

$$\varphi(Z) = (1-Z)^{\frac{1}{2}}$$

である。また、長管状の場合は、

$$\varphi(Z) = 1$$

であり燃焼面積が不変となる。七孔円柱形状の場合は、

$$\varphi(Z) = (1+Z)^{\frac{1}{2}}$$

であり、種々の粒子形状に応じて燃焼の進行と共に体積燃焼速度に差異が出るのがわかる。

(1.4.4)式に示されるように、燃焼率  $Z$  の時間変化を決定する要素として、上記の発射薬粒形状による効果と線燃焼速度の寄与がある。後者の線燃焼速度の大きさはその周囲の状態量に依存する。次節では線燃焼速度  $r$  の評価方法について述べる。

#### 1.4.2 雰囲気圧力と燃焼速度

固体火薬を含む凝縮相の燃焼に関しては、その表面における熱伝導、放射、気体

の反応を考えることが必要となるが、これらの現象は複雑であり、詳細な計算モデルの適用は莫大な計算コストがかかるため、全ての燃焼面について計算モデルを適用し数値計算を行うのは実用上困難である。

一方で、多くの推進薬・発射薬の燃焼速度は近似的に周囲圧力の関数と考えることができる。図 1.2 は密閉ボンブ試験から得られた一般的な推進薬・発射薬の  $\log p - \log r$  模式図<sup>[3]</sup>である。各種の推進薬・発射薬が生産されているが、その種類によらず線燃焼速度に対して図 1.2 の実線の関係、すなわち、以下の経験式(ヴェイユの法則<sup>[3,16]</sup>)が成り立つことが知られている。

$$r = a \cdot p^n \quad (1.4.8)$$

$n$ は発射薬の線燃焼速度の圧力指数、 $a$ は発射薬の線燃焼速度の燃焼係数である。これらの係数は事前にボンブ試験等により求めておく。

## 1.5 燃焼ガスの生成による系の変化と飛翔体の加速

固体発射薬から燃焼ガスが生成して気相質量が増加すると、図 1.3 のように閉空間内では圧力が増加し外界との圧力差によって膨張効果が高まる。閉空間においてその境界の一部壁面が移動可能である場合、この膨張効果はその境界壁面に対し推進力として働いて膨張仕事を行い、壁面が移動するために系の容積増加が生じる。一般的に広く普及しているピストンエンジンはこの膨張仕事を工業的に利用した内燃機関である。砲内における固体発射薬の燃焼では、空気と比べてはるかに密度の高い固体物質を燃料に用いるため、大きな膨張仕事が期待できる。

以下では、固体発射薬の燃焼過程における薬室内の系のエネルギー構成について概要の説明を行う。薬室内において固体発射薬が燃焼するとき、固体が気体に分解することによって気体質量と燃焼エネルギーが生成される。この燃焼エネルギー  $Q_C$  は次式に示すように、ガスの内部エネルギー  $U_g$ 、飛翔体に与える外部仕事  $W$  および各種エネルギー損失  $E_{loss}$  に変換される。

$$Q_C = U_g + W + E_{loss} \quad (1.5.1)$$

燃焼エネルギー  $Q_C$  は発射薬の質量  $C$ , 発射薬の比エネルギー  $F_{pr}$ , 断熱燃焼温度  $T_0$  と生成ガスの比熱比  $\gamma_{pr}$ , 体積燃焼率  $Z$  から算出される.

$$Q_C = CZ \int_0^{T_0} C_v dT = \frac{F_{pr} CZ}{\gamma_{pr} - 1} \quad (1.5.2)$$

ただし, 上式では気体が熱量的に完全であるとし, 次の関係式を用いている.

$$F_{pr} = R_{pr} T_0 = C_v (\gamma_{pr} - 1) T_0 \quad (1.5.3)$$

ガスの内部エネルギー  $U_g$  は次の式で表される.

$$U_g = CZ \int_0^T C_v dT = CZ C_v T \quad (1.5.4)$$

エネルギー損失  $E_{loss}$  には, 砲身への熱損失, 燃焼ガスや未燃焼発射薬の運動エネルギー等が含まれる. 飛翔体の運動エネルギーとなる外部仕事  $W$  は, 一般的に燃焼エネルギーの 1/3 程度であると言われている<sup>[3]</sup>.

### 1.5.1 瞬間的燃焼を仮定した場合の飛翔体速度

ここでは, 飛翔体が獲得する運動エネルギーを推算するため瞬間的な燃焼を仮定した簡便な評価式<sup>[15]</sup>を導出する. (1.5.1)式より損失を無視して変形すると,

$$\frac{F_{pr} CZ}{\gamma_{pr} - 1} = CZ C_v T + K \quad (1.5.5)$$

ここで,  $K$  は飛翔体運動エネルギー (燃焼ガスの運動エネルギーを含む) である. 飛翔体速度  $V_{Pj}$  を用いて表すと,

$$K = K_{Pj} + K_g = \frac{1}{2} M V_{Pj}^2 \quad (1.5.6)$$

ただし、質量  $M$  には飛翔体と一部のガスの質量が含まれている。Covolume を考慮した Abel-Noble の状態方程式

$$p(V - mb) = mRT \quad (1.5.7)$$

を用いて、

$$F_{pr} CZ = CZR_{pr} T + (\gamma_{pr} - 1)K$$

$$F_{pr} CZ = p(V - CZb_{pr}) + \frac{(\gamma_{pr} - 1)}{2} MV_{Pj}^2 \quad (1.5.8)$$

一方、飛翔体に働く推力  $F_{Pj}$  はその底面にかかる圧力の面積分で求めることができ、これが加速度と質量の積に等しいことから、

$$F_{Pj} = \int_{Base} p dA = pA_{BA} = M \frac{dV_{Pj}}{dt} \quad (1.5.9)$$

(1.5.9)式を用いて圧力  $p$  は以下の式で表すことができる。

$$p = \frac{1}{A_{BA}} M \frac{dV_{Pj}}{dt} = \frac{1}{A_{BA}} M \frac{dV_{Pj}}{dx_{Pj}} \frac{dx_{Pj}}{dt} = \frac{1}{A_{BA}} MV_{Pj} \frac{dV_{Pj}}{dx_{Pj}} \quad (1.5.10)$$

$Q_C$  が薬室内部(初期容積  $V_{init}$ )において瞬間的に放出されたとする ( $Z = \text{Const.}$ ,  $0 < Z \leq 1$ ) と(1.5.8)式は、

$$F_{pr} CZ = \frac{1}{A_{BA}} MV_{Pj} \frac{dV_{Pj}}{dx_{Pj}} (V_{init} + A_{BA} x_{Pj} - CZb_{pr}) + \frac{(\gamma_{pr} - 1)}{2} MV_{Pj}^2$$

$$F_{pr} CZ = MV_{Pj} \frac{dV_{Pj}}{dx_{Pj}} \left( \frac{V_{init}}{A_{BA}} + x_{Pj} - \frac{CZb_{pr}}{A_{BA}} \right) + \frac{(\gamma_{pr} - 1)}{2} MV_{Pj}^2 \quad (1.5.11)$$

初期の正味薬室長さを  $x_0=(V_{init}-CZb_{pr})/A_{BA}$  とすると,

$$F_{pr}CZ = MV_{Pj} \frac{dV_{Pj}}{dx_{Pj}}(x_0 + x_{Pj}) + \frac{(\gamma_{pr} - 1)}{2} MV_{Pj}^2 \quad (1.5.11')$$

これを書き換えると,

$$MV_{Pj} \frac{dV_{Pj}}{dx_{Pj}}(x_0 + x_{Pj}) + \frac{M(\gamma_{pr} - 1)}{2} \left\{ V_{Pj}^2 - \frac{2F_{pr}CZ}{M(\gamma_{pr} - 1)} \right\} = 0$$

$$\frac{2V_{Pj}dV_{Pj}}{V_{Pj}^2 - \frac{2F_{pr}CZ}{M(\gamma_{pr} - 1)}} + (\gamma_{pr} - 1) \frac{dx_{Pj}}{(x_0 + x_{Pj})} = 0 \quad (1.5.12)$$

上式を積分して,

$$\ln \left\{ V_{Pj}^2 - \frac{2F_{pr}CZ}{M(\gamma_{pr} - 1)} \right\} + (\gamma_{pr} - 1) \ln(x_0 + x_{Pj}) = Const.$$

$$\left\{ V_{Pj}^2 - \frac{2F_{pr}CZ}{M(\gamma_{pr} - 1)} \right\} (x_0 + x_{Pj})^{\gamma_{pr} - 1} = C_0 = Const. \quad (1.5.13)$$

定数  $C_0$  は  $x_{Pj}=0$  のとき  $V_{Pj}=0$  とすれば求めることができる.

$$C_0 = -\frac{2F_{pr}CZ}{(\gamma_{pr} - 1)} \frac{x_0^{\gamma_{pr} - 1}}{M}$$

よって(1.2.13)式は次のようになる.

$$V_{Pj}^2 - \frac{2F_{pr}CZ}{M(\gamma_{pr} - 1)} = -\frac{2F_{pr}CZx_0^{\gamma_{pr} - 1}}{M(\gamma_{pr} - 1)(x_0 + x_{Pj})^{\gamma_{pr} - 1}}$$

$$\frac{1}{2}MV_{Pj}^2 = \frac{F_{pr}CZ}{(\gamma_{pr}-1)} \left\{ 1 - \left( \frac{x_0}{x_0 + x_{Pj}} \right)^{\gamma_{pr}-1} \right\} \quad (1.5.14)$$

飛翔体の加速距離を  $L (=x_{Pj})$ , 管内径を  $D$  とし, 初期薬室容積  $V_{init}$  を用いて表すと,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}MV_{Pj}^2 &= \frac{F_{pr}CZ}{(\gamma_{pr}-1)} \left\{ 1 - \left( \frac{V_{init} - CZb_{pr}}{V_{init} + \frac{\pi D^2}{4}L - CZb_{pr}} \right)^{\gamma_{pr}-1} \right\} \\ &= \frac{F_{pr}CZ}{(\gamma_{pr}-1)} \left\{ 1 - \left( \frac{V_{init} - CZb_{pr}}{V_{init} + \frac{\pi D^2}{4}L - CZb_{pr}} \right)^{\gamma_{pr}-1} \right\} \end{aligned} \quad (1.5.15)$$

さらに, 固体密度を  $\rho_p$  として  $Z < 1$  のとき上式において燃え残った固体体積を考慮すれば,

$$\frac{1}{2}MV_{Pj}^2 = \frac{F_{pr}CZ}{(\gamma_{pr}-1)} \left\{ 1 - \left( \frac{V_{init} - CZb_{pr} - (1-Z)C/\rho_p}{V_{init} + \frac{\pi D^2}{4}L - CZb_{pr} - (1-Z)C/\rho_p} \right)^{\gamma_{pr}-1} \right\} \quad (1.5.16)$$

(1.5.16)式は瞬間的に発射薬が燃焼を完了(あるいは停止)し, 飛翔体が損失無く加速された場合に獲得する運動エネルギー(飛翔体到達速度  $V_{Pj}$ )を示している.

加えて, 別の表記によって同じ速度評価式を導くことができる. 発射薬の燃焼から生成されるエネルギー  $Q_c$  が薬室内において瞬間的に放出された ( $Z = \text{Const.}$ ,  $0 < Z < 1$ ) とし, 燃焼ガスの膨張過程を可逆断熱変化と仮定してコボリウム型の状態方程式を飛翔体に成す仕事の式<sup>[17]</sup>に適用すると, 加速距離  $L$  のときの飛翔体運動エネルギー  $K$  (燃焼ガスの運動エネルギーを含む) は以下の式で与えられる.



$$\begin{aligned}
K = W &= \int_{V_{init}}^V p dV = \int_{V_{init}}^V \frac{CZRT}{(V - CZb_{pr} - (1-Z)C/\rho_p)} dV \\
&= CZRT_0 \int_{V_{init}}^V \frac{\left( \frac{V_{init} - CZb_{pr} - (1-Z)C/\rho_p}{V - CZb_{pr} - (1-Z)C/\rho_p} \right)^{\gamma_{pr}-1}}{(V - CZb_{pr} - (1-Z)C/\rho_p)} dV \\
&= \frac{F_{pr} CZ}{(\gamma_{pr} - 1)} \left\{ 1 - \left( \frac{V_{init} - CZb_{pr} - (1-Z)C/\rho_p}{V - CZb_{pr} - (1-Z)C/\rho_p} \right)^{\gamma_{pr}-1} \right\} \quad (1.5.17)
\end{aligned}$$

$$\text{ただし, } K = K_{pj} + K_g, \quad K_{pj} = \frac{1}{2} M_{pj} V_{pj}^2, \quad V = V_{init} + \frac{\pi D^2}{4} L$$

$M_{pj}$ を飛翔体質量とする．上式は(1.5.16)式と一致している．固体発射薬が完全に燃焼した際には上式中の燃焼率が  $Z=1$  となる． $K_g$ は燃焼ガスの運動エネルギーであり，飛翔体の底面に引きずられて流速が誘起されるためその大きさは飛翔体速度に依存する．もし燃焼ガスの軸方向の流速分布が線形分布となると仮定すると，

$$K = K_{pj} + K_g = \frac{1}{2} M V_{pj}^2 = \frac{1}{2} \left( M_{pj} + \frac{1}{3} CZ \right) V_{pj}^2 \quad (1.5.18)$$

として誘起された燃焼ガスの質量を飛翔体の質量増加分と考えて評価することができる．

上述の(1.5.16),(1.5.17)式を用いて燃焼エネルギーがどの程度飛翔体の運動エネルギーに変換されるか簡易的に評価することができるが，以下に述べるように，実際の発射薬の着火・燃焼は瞬間的に起こるのではなく，各発射薬粒子によってその進行には時間のばらつきがある．また，流体，固体発射薬および飛翔体の運動を伴って燃焼が進行するため，厳密には実際の結果と差異が生じると考えられる．

### 1.5.2 一般的な場合の飛翔体速度

次に，上述のような瞬間的燃焼ではなく，飛翔体が前進を始めてから発射薬の燃焼が完了する一般的な場合の速度推算式<sup>[15]</sup>を示す．発射薬が燃焼を開始し，薬室

の圧力が起動圧力に達すると飛翔体が前進し始める。その後には圧力は最大値に達するが飛翔体の前進に伴う容積増加により次第に薬室圧力は減少する。(1.5.9)式と(1.4.7)式より、

$$\frac{dV_{Pj}}{dZ} = \frac{V_{p0}}{S_{p0}r} \frac{A_{BA}p}{M} \frac{1}{\varphi(Z)} \quad (1.5.19)$$

$$V_{Pj} = \frac{V_{p0}}{S_{p0}} \frac{A_{BA}}{M} \int_{Z_0}^Z \frac{pdZ}{r\varphi(Z)} \quad (1.5.20)$$

ここで  $Z_0$  は起動圧力の際の燃焼率で、飛翔体起動圧を  $p_0$ 、定積燃焼最大圧力(密閉燃焼圧力)を  $p_{\max}$  とすれば  $p_0 = p_{\max} Z_0$  の関係がある。ただし、

$$p_{\max} = \frac{F_{pr}C}{V_{init} - Cb_{pr}}$$

一般に線燃焼速度  $r$  は圧力  $p$  に依存するため(1.5.20)式中の積分は  $Z$  と  $p$  の関係がわかれば解けることになるが、そのためには(1.5.8)式中の砲腔の容積(すなわち飛翔体の進度)および飛翔体速度が必要となり、計算が困難を極める。そこで以下では仮定を用いて算出可能な場合を示す。もし線燃焼速度が圧力に関する線形関数の形  $r = a + bp$  で表せるとすると、 $r \approx r_{atm} \frac{p}{p_{atm}}$  と書ける。よって、 $\frac{S_{p0}r}{V_{p0}} = \frac{S_{p0}r_{atm}}{V_{p0}} \frac{p}{p_{atm}}$  となり、 $A = \frac{S_{p0}r_{atm}}{V_{p0}}$  をビバシチー(Vivacité)と呼ぶ。このとき、

$$V_{Pj} = \frac{V_{p0}}{S_{p0}} \frac{p_{atm}}{r_{atm}} \frac{A_{BA}}{M} \int_{Z_0}^Z \frac{dZ}{\varphi(Z)} \quad (1.5.21)$$

$$F(Z) = \int_0^Z \frac{dZ}{\varphi(Z)}, \quad F(Z_0) = \int_0^{Z_0} \frac{dZ}{\varphi(Z)}$$

なる関数を用いれば、

$$V_{Pj} = \frac{V_{p0}}{S_{p0}} \frac{P_{atm}}{r_{atm}} \frac{A_{BA}}{M} \{F(Z) - F(Z_0)\} \quad (1.5.22)$$

と表すことができる．この関数  $F(Z)$  の数値表を用意しておけば飛翔体速度が算出されることになる．次に， $Z$  と  $x_{Pj}$  の関係を求める．(1.5.9)式より  $MV_{Pj}dV_{Pj} = pdV$  の関係があるから，これに(1.5.22)式を代入して

$$M \left( \frac{V_{p0} P_{atm} A_{BA}}{S_{p0} r_{atm} M} \right)^2 \{F(Z) - F(Z_0)\} \frac{dZ}{\varphi(Z)} = pdV \quad (1.5.23)$$

エネルギー式(1.5.8)に(1.5.22)式の  $V_{Pj}$  と(1.5.23)式の  $p$  を代入すると次式が得られる．

$$\frac{\gamma_{pr} - 1}{2} \ln \frac{V - Cb_{pr}}{V_{init} - Cb_{pr}} = \xi \int_{Z_0}^Z \frac{F(Z)}{\varphi(Z)} \frac{dZ}{Z - \xi F(Z)^2} \quad (1.5.24)$$

$$\text{ただし, } \xi = \frac{\gamma_{pr} - 1}{2} \frac{M}{F_{pr} C} \left( \frac{V_{p0} P_{atm} A_{BA}}{S_{p0} r_{atm} M} \right)^2$$

$V = V_{init} + \frac{\pi D^2}{4} x_{Pj}$  を用いれば，上式から  $Z$  と  $x_{Pj}$  の関係がわかる．したがって，(1.5.24)

式と(1.5.22)式から  $V_{Pj}$  と  $x_{Pj}$  の関係が求められる．飛翔体が Muzzle に到達した時点 ( $x_{Pj}=L$ ) で燃焼が完了していない場合(燃焼未完了の場合)，(1.5.24)式において

$V = V_{init} + \frac{\pi D^2}{4} L$  となる場合の  $Z$  を求め(1.5.22)式に代入すると飛翔体速度  $V_{Pj}$  が求

まる．一方，燃焼完了後に飛翔体が Muzzle に到達する場合は， $MV_{Pj}dV_{Pj} = pdV$  の関係式に以下に示す燃焼完了後の圧力を代入し，これを積分して求める．まず，燃焼完了時の圧力を  $p_1$ ，砲腔容積を  $V_1$ ，飛翔体速度を  $V_{Pj1}$  とする．(1.5.24)式において  $Z=1$  としたときの容積  $V$  が  $V_1$  である．(1.5.22)式において  $Z=1$  とすると，

$$V_{Pj1} = \frac{V_{p0}}{S_{p0}} \frac{P_{atm}}{r_{atm}} \frac{A_{BA}}{M} \{F(1) - F(Z_0)\} \quad (1.5.25)$$

ここで、(1.5.24)式の略近式

$$1 - \left( \frac{V_{init} - Cb_{pr}}{V - Cb_{pr}} \right)^{\frac{\gamma_{pr}-1}{2}} \approx \xi \int_{Z_0}^Z \frac{F(Z) - F(Z_0)}{Z\varphi(Z)} dZ$$

の両辺を  $Z$  で微分して、(1.5.23)式を代入すると、

$$\left( V_{init} - Cb_{pr} \right)^{\frac{\gamma_{pr}-1}{2}} \left( V - Cb_{pr} \right)^{-\frac{\gamma_{pr}+1}{2}} dV = \frac{2}{\gamma_{pr}-1} \xi \frac{F(Z) - F(Z_0)}{Z\varphi(Z)} dZ = \frac{1}{F_{pr} CZ} p dV$$

$$p = \frac{F_{pr} CZ}{V_{init} - Cb_{pr}} \left( V_{init} - Cb_{pr} \right)^{\frac{\gamma_{pr}+1}{2}} \left( V - Cb_{pr} \right)^{-\frac{\gamma_{pr}+1}{2}} = p_{max} Z \left( \frac{V_{init} - Cb_{pr}}{V_1 - Cb_{pr}} \right)^{\frac{\gamma_{pr}+1}{2}}$$

よって、 $Z=1$  とすると、

$$p_1 = p_{max} \left( \frac{V_{init} - Cb_{pr}}{V_1 - Cb_{pr}} \right)^{\frac{\gamma_{pr}+1}{2}} \quad (1.5.26)$$

となる。燃焼完了後は断熱膨張過程であるから、

$$p(V - Cb_{pr})^{\gamma_{pr}} = p_1(V_1 - Cb_{pr})^{\gamma_{pr}}$$

$$p = p_1 \left( \frac{V_1 - Cb_{pr}}{V - Cb_{pr}} \right)^{\gamma_{pr}} \quad (1.5.27)$$

よって、燃焼完了後の圧力は(1.5.26)式と(1.5.27)式から、

$$p = p_{max} \frac{\left( V_{init} - Cb_{pr} \right)^{\frac{\gamma_{pr}+1}{2}} \left( V_1 - Cb_{pr} \right)^{\frac{\gamma_{pr}-1}{2}}}{\left( V - Cb_{pr} \right)^{\gamma_{pr}}} \quad (1.5.28)$$

従って、

$$MV_{P_j}dV_{P_j} = p_{\max} \frac{(V_{init} - Cb_{pr})^{\frac{\gamma_{pr} + 1}{2}} (V_1 - Cb_{pr})^{\frac{\gamma_{pr} - 1}{2}}}{(V - Cb_{pr})^{\gamma}} dV \quad (1.5.29)$$

これを燃焼完了時から Muzzle 到達時まで積分すると、

$$\int_{V_{Pj1}}^{V_{Pj}} MV_{P_j}dV_{P_j} = \int_{V_1}^V p_{\max} \frac{(V_{init} - Cb_{pr})^{\frac{\gamma_{pr} + 1}{2}} (V_1 - Cb_{pr})^{\frac{\gamma_{pr} - 1}{2}}}{(V - Cb_{pr})^{\gamma_{pr}}} dV$$

$$V_{P_j}^2 = V_{Pj1}^2 + \frac{2}{\gamma_{pr} - 1} \frac{F_{pr} C}{M} \left( \frac{V_{init} - Cb_{pr}}{V_1 - Cb_{pr}} \right)^{\frac{\gamma_{pr} - 1}{2}} \left\{ 1 - \left( \frac{V_1 - Cb_{pr}}{V - Cb_{pr}} \right)^{\gamma_{pr} - 1} \right\} \quad (1.5.30)$$

上記の式により燃焼完了後の飛翔体の Muzzle 速度が推算できる。また、Launch tube の長さ  $L$  に対する飛翔体速度を調べることができる。

(1.5.30)式においては飛翔体の速度変化および発射薬の燃焼率の変化において独立変数となる時間  $t$  が消去され、計算を困難とさせる時間積分の必要が無い場合簡便で実用的な速度評価式である。計算機が発達する以前より飛翔体加速装置と発射薬の設計の際に用いられてきた。しかし、その導出の前提には線燃焼速度の圧力線形依存性や発射薬一斉着火、圧力分布一定の仮定が含まれ、必ずしも実際の現象を厳密に考慮している訳ではない。次節では砲内現象で生じることが想定され、かつ、加速性能への影響が大きいと考えられる事項について述べる。

### 1.5.3 飛翔体の移動と薬室内部の圧力分布の変化

上述の評価式の導出においては内部圧力の分布を考えず圧力一定と見なしていたが、ここでは圧縮性流体力学の理論に基づき軸方向の圧力分布の時間変化について考える。薬室内において膨張仕事により飛翔体を移動させるとき、図 1.4 のよう

に飛翔体底面から膨張波が発生して薬室内を伝播することにより薬室内部の圧力が低下していく。この膨張波の伝播により薬室内で圧力勾配が形成されるが、理論的には移動壁面において最小圧力となりその反対側の砲尾壁面において最大圧力となる。発射薬が装填される砲尾付近では発射薬の燃焼エネルギーが周囲の気相へ与えられて弾底に比べ圧力が高くなるため、この圧力勾配はさらに大きなものとなる。

飛翔体に働く加速度は弾底に働く圧力によって決まる。このため、飛翔体の速度は弾底に働く圧力の大きさとその作用時間によって変化する。ゆえに、飛翔体速度の増加によって薬室容積が増大することは結果的に飛翔体加速度の減少をもたらすこととなる。図 1.5 に一般的な薬室内圧力および飛翔体速度の時間履歴を示す。初期において発射薬の燃焼による加圧で薬室内圧力は上昇するが、飛翔体の移動によって薬室内圧力は次第に低下していく。このように、薬室内の圧力変化と飛翔体の運動および薬室内の状態量に依存して進行する燃焼には複雑な相互関係がある。飛翔体加速装置を開発、設計するに当たっては、こうした相互関係を考慮した上で目的性能に合った設計値を見出すことが必要とされる。そのために、砲内弾道計算に対しては上記の相互関係を時間発展的に精度良くシミュレートする能力が求められる。

さらに、薬室内では膨張波に加え圧縮波や衝撃波などの圧力波が発生する場合がある。通常、加速装置において、砲尾(Breech)と弾底(Base)間の差圧(砲尾圧-弾底圧)の時間履歴は終始正の値をとることが望ましいが、近年の発射薬の高密度充填や、飛翔体安定翼長大のための点火装置短縮によって薬室内部の圧力が振動し一時的に差圧が負の値を示す傾向が現れている。負差圧の発生は薬室内を圧力波が伝播していることを示しているが、薬室内において発生する圧力波は飛翔体に損傷を与えるだけでなく加速装置自体の損傷を起こす恐れがあるなど危険性が高い。よって、圧力波の発生を抑制して薬室内の安全性を高めるため、負差圧の発生機構を解明する必要性が認識されている。また、薬室内部で発生する圧力振動は固体発射薬の燃焼の不安定性を引き起こし<sup>[18]</sup>、実験における飛翔体速度の再現性を低下させる原因になると考えられる。発射薬の爆轟遷移を防ぐためにも強い圧力波の発生を抑える必要がある。加えて、バリスティックレンジ加速部では通常 Diaphragm (隔膜)が薬室内部に設けてあり、燃焼過圧により既定圧力に達するとこれが破裂して飛翔体底部に燃焼ガスが流入、加速させる仕組みを用いる。この結果、破裂時に生じる衝撃波との干渉が飛翔体加速に大きな影響を与えると考えられるため、圧縮性

流体の挙動を厳密に解析する必要がある。

## 1.6 本研究の目的

固体発射薬を用いた飛翔体加速装置内部における現象の特性を明らかにすることは高速飛翔体射出装置を設計する上で重要となる。装置内部で生じる現象は複雑に設計要素が影響を及ぼしあうため具体的な加速性能を経験的に算出することは困難であり、また、簡単化のための仮定を用いた従来の評価式では点火過程における流体挙動と固相運動を考慮しないため詳細な圧力挙動や飛翔体加速性能を精度良く推算することは難しいと考えられる。本研究の目的は、CFD に基づいた多次元の固気二相流砲内弾道計算コード(3D, 2D, 1D)を構築し、計算結果と実験結果を比較することにより計算手法の有効性を確認して砲内現象の機構に関する考察を行うことである。はじめに、標準試験モデルである AGARD 条件を用いて、構築した上記の計算コード、集中パラメータ手法のコード、および、他の砲内弾道計算コードの結果を比較して計算モデルの妥当性と特徴を検討する。次に、発射薬点火過程の実験を計算対象として差圧振動の発生機構について考察を行う。続いて、棒状発射薬を用いた飛翔体加速試験を計算対象として発射薬形状や飛翔体質量といった設計条件が燃焼挙動や飛翔体加速性能に及ぼす影響について考察を行う。最後に、バリスティックレンジ加速部の一つである一段式火薬銃(Single-stage gun)の発射実験を計算対象として Diaphragm の効果とこれを考慮した加速性能評価方法について検討を行う。

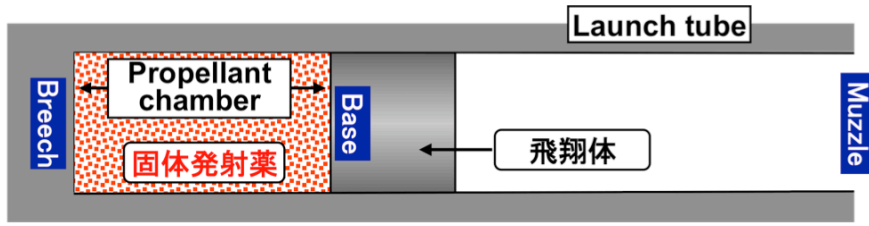


図 1.1 飛行体加速装置の概略図

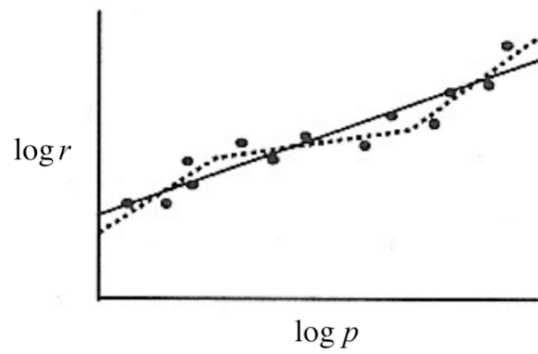


図 1.2 発射薬の  $\log p$ - $\log r$  の関係模式図



図 1.3 閉空間内において燃焼ガスが生成したときに生じる膨張作用

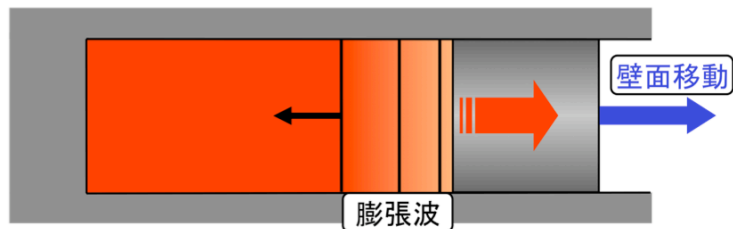


図 1.4 飛行体の移動により発生する膨張波



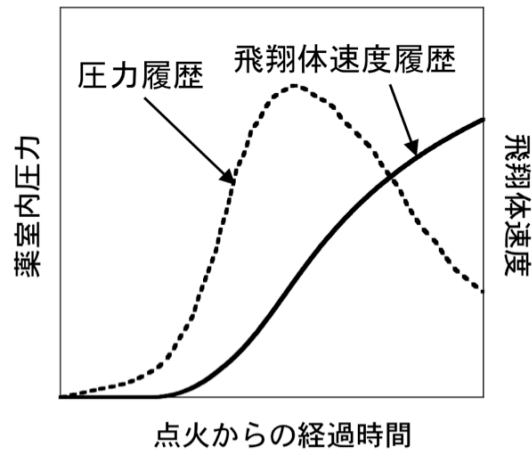


図 1.5 一般的な薬室内圧力および飛翔体速度の時間履歴



## 第2章 数値計算法

本章では解析で用いる多次元二相流計算コードの計算手法について述べる。参考のために計算結果を比較する集中パラメータ手法の詳細については Appendix A で述べている。

### 2.1 薬室内流れ場のモデル化

図 2.1 に代表的な飛翔体加速装置における薬室のモデル図を示す。飛翔体の底面を弾底と呼び、薬室の後端部を砲尾と呼ぶ。薬室内には発射薬が装填され、点火装置が設置される。点火は通常砲尾に設置されたプライマー(Primer)によって行われ、撃針の打撃でプライマー内部の点火薬を発火させる方法や電流によって発火させる方法等がある。発射薬が燃焼を開始すると薬室内の圧力が上昇し、飛翔体弾底にかかる圧力によって推進力が発生して、飛翔体は砲身内を前進する。また同時に、砲尾にかかる圧力によって装置自体も飛翔体とは反対の方向へ推進力を得るため、飛翔体の射出時には装置への反動が伴う。装置においてこの反動により後退運動を行う部分を総称して後座体と呼ぶ。後座体には砲身および薬室壁も含まれる。この後座体が後退する程度は、装置の構造や後座体と飛翔体の重量のバランスによって決まる。

初期状態における薬室内には空気と固体発射薬が存在している。固体発射薬の燃焼(分解)によって燃焼ガスが生成するため、固体の体積は減少して気体の体積が増加する。また、気体の質量増加量は分解された固体質量に等しい。本研究では、薬室内の流れ場が気相と固相の二相流で構成されているとする。気相は初期に存在していた空気、発射薬から分解生成した燃焼ガスおよび点火薬から生じた燃焼ガスによって構成される。固相は固体発射薬あるいは点火薬で構成されるとし、飛翔体および装置壁面は変形や分解を起こさないとする。以下に本計算における仮定を示す。

- (1) 計算セル内において気相も固相も偏り無くばらばらに存在している。
- (2) 各発射薬粒子をとりまく火炎領域は十分に薄く、発射薬は極めて短時間に十分

に反応する.

- (3) 固相は固体発射薬からなる密度一定の流体とし, 気相は燃焼ガス等からなる圧縮性流体とする.
- (4) 燃焼ガスは温度によらず分子量や比熱が一定であるとする.
- (5) 気相における熱伝導や拡散などの輸送効果はない.
- (6) 各発射薬粒子表面の変形の影響は無視できる.
- (7) 気体と固体発射薬との相間作用を再現するため, 固気二相間において粘性を考慮する.
- (8) 固体発射薬粒子はその表面温度が発火温度に達したときに着火するとする.
- (9) 燃焼中の発射薬表面の燃焼速度は周囲の気相圧力によって決まる.
- (10) 外部境界は気体の通過がなく, 外部への熱損失はない.

## 2.2 支配方程式

本計算では固気混相の流れ場に対し 2 流体モデル<sup>[19]</sup>を用いる. 気相の物理量については密度  $\rho$ , 速度  $\mathbf{u}$ , 全エネルギー  $e$ , 圧力  $p$  と表記し, 固相の物理量については添字  $p$  を用いて密度  $\rho_p$ , 速度  $\mathbf{u}_p$  と表記する. 流れ場が二相流であるため, 計算では気相が空間を占有する体積割合と固相の体積割合を考える必要がある. 気相の体積割合を空隙率と呼び,  $\alpha$  で表す. 一方, 固相の体積割合は  $\alpha_p = 1 - \alpha$  となる.

### 2.2.1 気相に対する支配方程式

気相の支配方程式は, 次のように質量の式, 運動量の式, エネルギーの式, 各成分の質量保存式からなる.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho) + \nabla \cdot (\alpha\rho\mathbf{u}) = \dot{m} + \dot{m}_{ig} \quad (2.2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho\mathbf{u}) + \nabla \cdot (\alpha\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\alpha\nabla p - \mathbf{f}_s + \dot{m}\mathbf{u}_p \quad (2.2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha e) + \nabla \cdot \{\alpha(e+p)\mathbf{u}\} = -\mathbf{f}_s \cdot \mathbf{u}_p + \dot{m} \left( q_{pr} + \frac{\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{u}_p}{2} \right) + \dot{m}_{ig} q_{ig} - q_p \quad (2.2.3)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho Y_{pr}) + \nabla \cdot (\alpha \rho Y_{pr} \mathbf{u}) = \dot{m} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho Y_{ig}) + \nabla \cdot (\alpha \rho Y_{ig} \mathbf{u}) = \dot{m}_{ig}, \quad Y_{pr} + Y_{ig} + Y_a = 1 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho Y_a) + \nabla \cdot (\alpha \rho Y_a \mathbf{u}) = 0 \end{cases} \quad (2.2.4)$$

ただし,  $q_{pr} = F_{pr}/(\gamma_{pr} - 1)$ ,  $q_{ig} = F_{ig}/(\gamma_{ig} - 1)$ である. 質量の式(2.2.1)の右辺には燃焼によって固相から流入する質量生成項がある. 運動量の式(2.2.2)の右辺第二項は気相と固相の速度差によって働く相間抗力の項である. 右辺第三項は固相からの質量流入による運動量の増加を表している. エネルギーの式(2.2.3)の右辺第一項は相間抗力によるエネルギーの損失を表し, 第二, 三項は固相からの質量流入によるエネルギーの増加を表している. 第四項は固相への熱の輸送を表す.

## 2.2.2 固相に対する支配方程式

粒状発射薬の場合, 固相に対する運動量の式は次式のように表される.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p \rho_p \mathbf{u}_p) + \nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \mathbf{u}_p \mathbf{u}_p) = -\alpha_p \nabla p - \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_s - \dot{m} \mathbf{u}_p \quad (2.2.5a)$$

(2.2.5a)式の右辺第三項は相間抗力による運動量の増加を表し, 第四項は気相への質量流出による運動量の減少を表している. 右辺第二項は粒子間力の項で固相の粒子間に働く斥力を表す.

一方, 棒状発射薬の場合,  $i$ 番目の固相粒子に対する運動方程式は軸方向のみの一次元運動を仮定し次式のように表される.

$$m_{p,i} \frac{du_{p,i}}{dt} = (p_L - p_R) A_i + D_i - \dot{m}_i u_{p,i} \quad (2.2.5b)$$

(2.2.5b)式の右辺第二項は相間抗力による運動量の増加を表し, 第三項は気相への

質量流出による運動量の減少を表している．上式では粒子間力を考慮していない．

## 2.3 構成則

### 2.3.1 気相に対する構成則

数十 MPa 以上の高圧下では気体分子の体積が無視できず理想気体の仮定が適応できなくなるため，状態方程式において気体分子の排除体積を考慮する必要がある<sup>[3]</sup>．気相の状態方程式には気体分子の排除体積を考慮したコボリウム型の状態方程式を用いる．コボリウム型の状態方程式は気相のコボリウム  $b$  を用いて次式で表される．

$$p = \frac{RT}{(1/\rho - b)} \quad (2.3.1)$$

ただし，

$$\rho = \sum_i \rho_i, \quad \rho_i = Y_i \rho, \quad R = \sum_i Y_i \frac{R_u}{m_i}, \quad b = \sum_i Y_i b_i$$

気相の全エネルギー，内部エネルギーは次式で与えられる．

$$e = \varepsilon + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}, \quad \varepsilon = C_v T \quad (2.3.2)$$

気相に対するエンタルピーおよび音速は，状態方程式(2.3.1)を用いて次式のように書くことができる．

$$h = \varepsilon + \frac{1 - \rho b}{\rho} p \quad (2.3.3)$$

$$c = \sqrt{\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s} = \sqrt{\frac{\gamma}{1 - \rho b} \frac{p}{\rho}} \quad (2.3.4)$$

### 2.3.2 固相に対する構成則

固体発射薬の燃焼により，固体発射薬からは燃焼ガスが生成する．粒状および棒状発射薬に対し，燃焼質量分解速度は線燃焼速度  $r$  を用いて次のように表される．

$$\dot{m} = (1 - \alpha) \rho_p \frac{S_p}{V_p} r \quad (2.3.5a)$$

$$\dot{m}_i = \frac{d}{dt} (\rho_p V_{p,i}) = \rho_p \frac{d}{dt} \left( \sum_j V_{p,j} \right) \quad (2.3.5b)$$

固体燃料の線燃焼速度とは燃焼によって燃焼面が後退する速度である．第1章で述べたように，多くの推進薬・発射薬の燃焼速度は近似的に周囲圧力の関数となると考えることができる．各種の推進薬が生産されているが，その種類によらず線燃焼速度に対して以下の経験式(ヴィエイユの法則<sup>[3,16]</sup>)が成り立つことが知られている．

$$r = a \cdot p^n \quad (2.3.6)$$

$n$ は発射薬の線燃焼速度の圧力指数， $a$ は発射薬の線燃焼速度の燃焼係数である．本計算において線燃焼速度には上経験式を適用する．

発射薬粒子の体積燃焼率  $Z$  は次のようになる．

$$Z = \frac{V_{p0} - V_p}{V_{p0}} = \frac{\int_0^t S_p r dt}{V_{p0}} \quad (2.3.7)$$

ここで，発射薬粒子が孔付円柱形状の場合，発射薬粒子一個の初期体積，および，ある時刻における発射薬粒子一個の体積は，その形状に関して理想的な燃焼過程を仮定すると次のように表される．

$$V_{p0} = \frac{\pi}{4} (D_{p0}^2 - Nd_{p0}^2) L_{p0} \quad (2.3.8)$$

$$V_p = \frac{\pi}{4} \left\{ (D_{p0} - \Delta u)^2 - N(d_{p0} + \Delta u)^2 \right\} (L_{p0} - \Delta u) \quad (2.3.9)$$

$N$ は孔の数， $d$ は孔の直径である．発射薬粒子に複数個の孔が開いている場合，実際には燃焼過程において粒子は複数の破片に離散してしまうため，厳密な燃焼過程を計算するためには上式よりも複雑で現実的な数式を用いる必要がある．本研究では単孔粒子の場合には(2.3.9)式を用い，7孔，19孔粒子の場合には破片化を考慮した参考文献[20]の式を用いた．また，単孔棒状発射薬の場合には一本の発射薬を  $j$  個の要素に分割して考え，以下のように体積を評価する．

端面において：

$$V_{p,j} = (\Delta L_{p,j} - \Delta u_j) \left\{ \frac{\pi}{4} (D_{p0} - 2\Delta u_j)^2 - \frac{\pi}{4} (d_{p0} + 2\Delta u_j)^2 \right\} \quad (2.3.10a)$$

$$S_{p,j} = \pi (D_{p0} - 2\Delta u_j) (\Delta L_p - \Delta u_j) + \pi (d_{p0} + 2\Delta u_j) (\Delta L_{p,j} - \Delta u_j) + \left\{ \frac{\pi}{4} (D_{p0} - 2\Delta u_j)^2 - \frac{\pi}{4} (d_{p0} + 2\Delta u_j)^2 \right\} \quad (2.3.10b)$$

端面以外の部分において：

$$V_{p,j} = \Delta L_{p,j} \left\{ \frac{\pi}{4} (D_{p0} - 2\Delta u_j)^2 - \frac{\pi}{4} (d_{p0} + 2\Delta u_j)^2 \right\} \quad (2.3.11a)$$

$$S_{p,j} = \pi (D_{p0} - 2\Delta u_j) \Delta L_p + \pi (d_{p0} + 2\Delta u_j) \Delta L_{p,j} \quad (2.3.11b)$$

燃焼深さは線燃焼速度を用いて表される．

$$\Delta u = 2 \int_0^t r dt \quad (2.3.12)$$

粒状発射薬の場合，相間抗力には次式を用いた<sup>[10,11]</sup>．

$$f_{sx} = \frac{1 - \alpha_e}{D_{pe}} \left( \frac{\alpha}{\alpha_e} \right)^3 \rho (u - u_p) |u - u_p| f_{sc} \quad (2.3.13)$$

ただし，



$$f_{sc} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2.5\lambda^{2.17}}{\text{Re}_p^{0.081}} C & (\alpha_e \leq \alpha_{e0}) \\ \max \left[ \frac{2.5\lambda^{2.17}}{\text{Re}_p^{0.081}} C \left( \frac{1-\alpha_e}{1-\alpha_{e0}} \frac{\alpha_{e0}}{\alpha_e} \right)^{0.45}, f_{min} \right] & (\alpha_{e0} < \alpha_e \leq 1) \end{array} \right\} \quad (2.3.14)$$

$$\lambda = \frac{0.5 + L_p / D_p}{(1.5L_p / D_p)^{\frac{2}{3}}} \quad (2.3.15)$$

$$\text{Re}_p = \frac{\rho |u - u_p| D_{pe}}{\mu} \quad (2.3.16)$$

$$L_p = L_{p0} - \Delta u \quad (2.3.17)$$

$$D_p = D_{p0} - \Delta u \quad (2.3.18)$$

上式中の定数は、発射薬が孔のある円柱形状であるとき次のような値をとる．

$$C = 0.85$$

$$f_{min} = 0.75$$

粒子が正六角形の場合には  $C=0.85 \times 3$  を用いた．ここで、発射薬の孔を無視した場合の有効空隙率  $\alpha_e$  は次式から算出される．

$$1 - \alpha_e = \alpha_{pe} = \frac{V_{pe}}{V_p} \alpha_p \quad (2.3.19)$$

ただし、発射薬の有効体積  $V_{pe}$  は孔を無視したときの発射薬粒子の体積であり、(2.3.9)式において  $N=0$  として算出される．有効粒子径  $D_{pe}$  は有効体積  $V_{pe}$  を用いて次式の関係から算出される．

$$V_{pe} = \frac{1}{6} D_{pe}^3 S_{pe} \quad (2.3.20)$$

相間抗力項における粘性係数は温度に依存性のあるサザランド型の式<sup>[10,11]</sup>を用いて評価した．

$$\mu = 0.134064(T/298)^{1.5} / (T+110) \quad (2.3.21)$$

一方，棒状発射薬の場合の相間抗力には次の式<sup>[21,22]</sup>を用いた．

$$D_i = \rho A(u - u_p) |u - u_p| \left\{ \frac{0.092 d_p \text{Re}_d^{-0.2}}{D_p^2 - d_p^2} + \frac{0.0984 d_p \text{Re}_d^{-0.2}}{D_p} \right\} \quad (2.3.22)$$

固相への熱損失  $q_p$  は熱流束  $q$  を用いて次式で表される<sup>[11,12]</sup>．

$$q_p = n_p S_p q = (1 - \alpha) \frac{S_p}{V_p} q \quad (2.3.23)$$

$$q = h_t (T_g - T_p) \quad (2.3.24)$$

$$Nu_p = \frac{h_t D_p}{k_f} = 0.4 \text{Pr}^{1/3} \text{Re}_p^{2/3}, \quad \text{Pr} = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{4\gamma}{9\gamma - 5}$$

気相から固相への熱伝達により発射薬粒子の表面温度が上昇する．ここで，発射薬粒子の表面温度の評価について考える．いま図 2.2 に示すような反無限固体<sup>[23]</sup>を想定し，この固体表面が高温のガスと接しているとする．半無限固体内部の初期温度を  $T_i$ ，固体の表面温度を  $T_p$ ，表面から遠方にある気体の温度を  $T_g$  とすると，この系に対する支配方程式は次式で与えられる．

$$\frac{\partial(T - T_i)}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2(T - T_i)}{\partial x^2} \quad (2.3.25)$$

ここで，三次多項式の形(Cubic expression)で固体内の温度分布を近似する．

$$T - T_i = A(B - Cx)^3$$

また，想定される温度分布は表面から流入する熱流速  $q$  を考え次の条件を満たす．

$$x=0 \quad \text{のとき} \quad \frac{\partial(T - T_i)}{\partial x} = -\frac{q}{k_p}$$

$$x = \delta \text{ のとき } T - T_i = 0, \quad \frac{\partial(T - T_i)}{\partial x} = 0$$

ゆえに温度分布は,

$$T - T_i = \frac{q\delta}{3k_p} \left(1 - \frac{x}{\delta}\right)^3 \quad (2.3.26)$$

熱拡散方程式(2.3.26)を変形すると,

$$\frac{d}{dt} \left[ \int_0^\delta (T - T_i) dx \right] = -\alpha_p \left. \frac{\partial(T - T_i)}{\partial x} \right|_{x=0}$$

となるから, 上記の関係式を用いて

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{q\delta^2}{12k_p} \right) = \alpha_p \frac{q}{k_p} \quad (2.3.27)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{12\alpha_p}{q} \int_0^t q dt} \quad (2.3.28)$$

$x=0$ のときの温度, すなわち, 固体表面における温度は(2.3.27)式と(2.3.29)式より,

$$T - T_i = \frac{q\delta}{3k_p} = \frac{1}{k_p} \sqrt{\frac{4}{3} \alpha_p q} \left( \int_0^t q dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

すなわち

$$T_p = T_{p0} + \frac{1}{k_p} \sqrt{\frac{4}{3} \alpha_p q} \left( \int_0^t q dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.3.29)$$

よって, (2.3.24)式の熱流束を用いて上式から表面温度  $T_p$  が得られる. また, 上式を変形すると(2.3.31)式の形<sup>[11,12]</sup>で表すこともできる.

$$\frac{dH}{dt} = \alpha_p q \quad (2.3.30)$$

とすると,

$$\begin{aligned} T_p - T_{p0} &= \frac{1}{k_p} \sqrt{\frac{4}{3} \alpha_p q \left( \int_0^t q dt \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{4}{3} \frac{H}{k_p^2} q} \\ &= \sqrt{\frac{4}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} (T_g - T_p)} \end{aligned}$$

両辺を二乗すると

$$(T_p - T_{p0})^2 + \frac{4}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} (T_p - T_{p0}) = \frac{4}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} (T_g - T_{p0})$$

$$\left\{ (T_p - T_{p0}) + \frac{2}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} \right\}^2 = \frac{4}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} (T_g - T_{p0}) + \left( \frac{2}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} \right)^2$$

両辺の平方根をとると

$$(T_p - T_{p0}) + \frac{2}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} = \left\{ T_{p0}^2 - \frac{4}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} T_{p0} + \left( \frac{2}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} \right)^2 + \frac{4}{3} \frac{h_t T_g H}{k_p^2} - T_{p0}^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

よって,

$$T_p = T_{p0} - \frac{2}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} + \left\{ \left( T_{p0} - \frac{2}{3} \frac{h_t H}{k_p^2} \right)^2 + \frac{4}{3} \frac{h_t T_g H}{k_p^2} - T_{p0}^2 \right\}^{1/2} \quad (2.3.31)$$

粒子表面温度が既定の温度に達したときに発射薬粒子が着火するとする.

固相における粒子間力  $\mathbf{f}_i$  には以下の式<sup>[24]</sup>を用いた.

$$\mathbf{f}_i = \nabla \sigma \quad (2.3.32)$$

ただし,

$$\sigma = \rho_p \frac{a_1^2}{g_0} \alpha_0^2 \left( \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha_0} \right) \quad (2.3.33)$$

とする。  $\sigma$  は固相内応力であり，気相における圧力に相当する。

## 2.4 固気二相流計算の進め方

本計算では，各時間ステップにおいて次のような3つの主要プロセスを経ている。

- (1) 計算領域内の壁面位置変更のため計算格子位置を更新する。
- (2) 代表粒子の位置を更新し，固相体積分率分布と相間情報を更新する。
- (3) 気相，固相に対する基礎方程式を解く。

(1)のプロセスは，飛翔体弾底の移動に伴って薬室容積が増大する現象を再現するため，弾底の移動を反映させて行う計算領域の再形成手法である。本節では，(2)と(3)のプロセスについて説明を行う。

### 2.4.1 基礎方程式

デカルト座標系における支配方程式(2.2.1)から(2.2.5)を用いて，一般座標系における三次元流れの基礎方程式は以下のように書くことができる。気相に対する基礎方程式は，

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \hat{S} \quad (2.4.1a)$$

ただし，

$$\begin{aligned}
\hat{Q} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho \\ \alpha\rho u \\ \alpha\rho v \\ \alpha\rho w \\ \alpha e \\ \alpha\rho Y_{pr} \\ \alpha\rho Y_{ig} \\ \alpha\rho Y_a \end{bmatrix}, & \hat{E} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho U \\ \alpha\rho u U + \bar{\alpha}\xi_x p \\ \alpha\rho v U + \bar{\alpha}\xi_y p \\ \alpha\rho w U + \bar{\alpha}\xi_z p \\ \alpha(e+p)U - \alpha\xi_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} U \\ \alpha\rho Y_{ig} U \\ \alpha\rho Y_a U \end{bmatrix}, & \hat{F} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho V \\ \alpha\rho u V + \bar{\alpha}\eta_x p \\ \alpha\rho v V + \bar{\alpha}\eta_y p \\ \alpha\rho w V + \bar{\alpha}\eta_z p \\ \alpha(e+p)V - \alpha\eta_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} V \\ \alpha\rho Y_{ig} V \\ \alpha\rho Y_a V \end{bmatrix}, & \hat{G} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho W \\ \alpha\rho u W + \bar{\alpha}\zeta_x p \\ \alpha\rho v W + \bar{\alpha}\zeta_y p \\ \alpha\rho w W + \bar{\alpha}\zeta_z p \\ \alpha(e+p)W - \alpha\zeta_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} W \\ \alpha\rho Y_{ig} W \\ \alpha\rho Y_a W \end{bmatrix}, \\
\hat{S} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \dot{m} + \dot{m}_{ig} \\ -f_{sx} + \dot{m}u_p \\ -f_{sy} + \dot{m}v_p \\ -f_{sz} + \dot{m}w_p \\ -f_{sx}u_p - f_{sy}v_p - f_{sz}w_p + \dot{m}\left(q_{pr} + \frac{u_p^2 + v_p^2 + w_p^2}{2}\right) + \dot{m}_{ig}q_{ig} - q_p \\ \dot{m} \\ \dot{m}_{ig} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.4.2a}$$

である．同様に固相に対する基礎方程式は，

$$\frac{\partial \hat{Q}_p}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}_p}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_p}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}_p}{\partial \zeta} = \hat{S}_p \tag{2.4.3a}$$

ただし，

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p \\ \alpha_p \rho_p v_p \\ \alpha_p \rho_p w_p \end{bmatrix}, & \hat{E}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p U_p \\ \alpha_p \rho_p v_p U_p \\ \alpha_p \rho_p w_p U_p \end{bmatrix}, & \hat{F}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p V_p \\ \alpha_p \rho_p v_p V_p \\ \alpha_p \rho_p w_p V_p \end{bmatrix}, & \hat{G}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p W_p \\ \alpha_p \rho_p v_p W_p \\ \alpha_p \rho_p w_p W_p \end{bmatrix}, \\
\hat{S}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} -\alpha_p \left( \xi_x \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial p}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) - f_{ix} + f_{sx} - \dot{m}u_p \\ -\alpha_p \left( \xi_y \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial p}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) - f_{iy} + f_{sy} - \dot{m}v_p \\ -\alpha_p \left( \xi_z \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial p}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) - f_{iz} + f_{sz} - \dot{m}w_p \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.4.4a}$$

また，二次元軸対称流れの基礎方程式は以下のように書くことができる．気相に対する基礎方程式は，

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \hat{H} = \hat{S} \quad (2.4.1b)$$

ただし，

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho \\ \alpha\rho u \\ \alpha\rho v \\ \alpha e \\ \alpha\rho Y_{pr} \\ \alpha\rho Y_{ig} \\ \alpha\rho Y_a \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho U \\ \alpha\rho u U + \bar{\alpha}\xi_x p \\ \alpha\rho v U + \bar{\alpha}\xi_y p \\ \alpha(e+p)U - \alpha\xi_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} U \\ \alpha\rho Y_{ig} U \\ \alpha\rho Y_a U \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho V \\ \alpha\rho u V + \bar{\alpha}\eta_x p \\ \alpha\rho v V + \bar{\alpha}\eta_y p \\ \alpha(e+p)V - \alpha\eta_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} V \\ \alpha\rho Y_{ig} V \\ \alpha\rho Y_a V \end{bmatrix}, \quad \hat{H} = \frac{1}{J} \frac{\alpha\rho v}{y} (e+p)/\rho, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ (e+p)/\rho \\ Y_{pr} \\ Y_{ig} \\ Y_a \end{bmatrix}$$

$$\hat{S} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \dot{m} + \dot{m}_{ig} \\ -f_{sx} + \dot{m}u_p \\ -f_{sy} + \dot{m}v_p \\ -f_{sx}u_p - f_{sy}v_p + \dot{m} \left( q_{pr} + \frac{u_p^2 + v_p^2}{2} \right) + \dot{m}_{ig}q_{ig} - q_p \\ \dot{m} \\ \dot{m}_{ig} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.2b)$$

である．同様に固相に対する基礎方程式は，

$$\frac{\partial \hat{Q}_p}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}_p}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_p}{\partial \eta} + \hat{H}_p = \hat{S}_p \quad (2.4.3b)$$

ただし，

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p \\ \alpha_p \rho_p v_p \end{bmatrix}, \quad \hat{E}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p U_p \\ \alpha_p \rho_p v_p U_p \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p V_p \\ \alpha_p \rho_p v_p V_p \end{bmatrix}, \\
\hat{H}_p &= \frac{1}{J} \frac{\alpha_p \rho_p v_p}{y} \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \end{bmatrix}, \quad \hat{S}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} -\alpha_p \left( \xi_x \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - f_{ix} + f_{sx} - \dot{m} u_p \\ -\alpha_p \left( \xi_y \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - f_{iy} + f_{sy} - \dot{m} v_p \end{bmatrix} \quad (2.4.4b)
\end{aligned}$$

である．上式の導出については Appendix B において説明されている．以上の基礎方程式を解くためには気相の体積分率  $\alpha$  と固相の体積分率  $\alpha_p$  の分布が必要となる．次の 2.4.2 節では，これらの値の算出方法を説明する．

## 2.4.2 体積分率と相間輸送項の算出方法

本計算手法は，支配方程式中の各相の体積分率および生成項を通して連続相である気相と分散相である固相の流れ場が互いに影響を及ぼし合うモデルである．本節では，まず各相の体積分率の算出方法について説明し，次に支配方程式の中で生成項として扱われる相間輸送項の算出について述べる．

固相の体積占有率は固体発射薬粒子の分布に依存している．そのため，この粒子の分布は各検査体積における気相の体積分率  $\alpha$  および固相の体積分率  $\alpha_p$  を決定する際に重要な情報として用いられる．本計算では LPI (Large Particle Integrator) 手法<sup>[11,12]</sup>により，固体発射薬粒子の分布は代表粒子を用いて算出される．代表粒子とはいくつかの発射薬粒子を一つの群にまとめるものであり，分担された発射薬粒子の体積や燃焼進行度を情報として持っている．計算ではこの代表粒子を追跡し，それぞれに分担された発射薬体積の寄与を用いて代表粒子の分布から固相体積分率の分布を算出する．

各時間ステップにおける各格子点上の空隙率を以下に示すように代表粒子の分布を反映させて算出する．計算領域上にある全代表粒子各々の速度はその位置から計算格子上的固相速度を内挿することにより更新される． $i$  番目代表粒子の位置は次式で与えられる．

$$\mathbf{x}_{p,i} = \int_0^t \mathbf{u}_{p,i} dt + \mathbf{x}_{p0,i} \quad (2.4.5)$$



周囲の格子点における圧力値から各代表粒子位置における局所圧力を内挿によって求め、発射薬粒子の表面退行速度を求める。また、周囲の格子点における気相速度から各代表粒子位置における気相速度を内挿によって求め、発射薬粒子に働く相間抗力を求める。さらに、周囲の格子点における気相温度から各代表粒子位置における気相温度を内挿によって求め、気相から固相に輸送される熱量を算出するため発射薬粒子表面における熱流束を求める。相間作用の概要を図 2.3 に示す。

代表粒子の分布から空隙率を算出する方法について説明する。まず、各代表粒子に課される体積分率の求め方を示す。計算空間の軸方向に  $x$  軸を、径方向に  $r$  軸を、周方向に  $\theta$  軸をとり、ある代表粒子の座標を  $(x_p, r_p, \theta_p)$  とする。この粒子がもつ影響領域を、図 2.4 のような六面体で定義する。二次元軸対称系の場合は図 2.5 のようになる。初期空隙率  $\alpha_0$  と初期固相体積分率  $\alpha_{p0}$  には次のような関係がある。

$$\alpha_0 = 1 - \alpha_{p0} \quad (2.4.6)$$

ここで、発射薬が一様に装填された場合の初期固相体積分率を以下のように定義する。

$$\alpha_{p0} = \frac{C}{\rho_p V_{c0}} \quad (2.4.7)$$

これを用いて、発射薬粒子の数密度は次のように定義される。

$$n_0 = \frac{C}{\rho_p V_{c0} V_{p0}} = \frac{1}{V_{p0}} \alpha_{p0} \quad (2.4.8)$$

この値は単位体積中に存在する発射薬粒子の個数を表す。また、代表粒子の数重みを下記のように定義する。

$$N_p = n_0 V_{e0} = \frac{V_{e0}}{V_{p0}} \alpha_{p0} \quad (2.4.9)$$

この値は、代表粒子一個が発射薬粒子何個分の体積を担うかを表している。代表粒

子一個の有効体積は、三次元の場合には代表粒子とその影響領域端面との中点を通る面をもつ六面体の体積、二次元軸対称系の場合には図 2.6 のように代表粒子とその影響領域端との中点を通る四角形を中心軸に関して回転させてできる体積である。これを用いると  $i$  番目の代表粒子一個に課される固相体積分率  $\alpha_{pi}$  は下記のように計算される。

$$\alpha_{pi} = \frac{V_p(t) \cdot N_p}{V_e(t)} = \frac{V_{e0}}{V_e(t)} \frac{V_p(t)}{V_{p0}} \alpha_{p0} \quad (2.4.10)$$

ただし、代表粒子の有効体積は三次元の場合、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V_e(t) &= \left( \frac{x_R + x_p}{2} - \frac{x_p + x_L}{2} \right) \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{r_p + r_o}{2} \right)^2 - \left( \frac{r_p + r_i}{2} \right)^2 \right\} \left( \frac{\theta_R + \theta_p}{2} - \frac{\theta_p + \theta_L}{2} \right) \\ &= \frac{1}{32} (x_R - x_L) \left\{ (r_p + r_o)^2 - (r_p + r_i)^2 \right\} (\theta_R - \theta_L) \end{aligned} \quad (2.4.11a)$$

二次元軸対称の場合は、

$$\begin{aligned} V_e(t) &= \pi \left( \frac{x_R + x_p}{2} - \frac{x_p + x_L}{2} \right) \left\{ \left( \frac{r_p + r_o}{2} \right)^2 - \left( \frac{r_p + r_i}{2} \right)^2 \right\} \\ &= \frac{\pi}{8} (x_R - x_L) \left\{ (r_p + r_o)^2 - (r_p + r_i)^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.4.11b)$$

この  $i$  番目の代表粒子一個に課された固相体積分率  $\alpha_{pi} = 1 - \alpha_i$  によって固相体積分率分布、質量分解量、相間抗力、相間熱輸送量等の相間情報が決められる。

次に、代表粒子がもつ物理量を全格子点に反映させる過程を説明する。この過程では、各代表粒子についてその影響領域内の格子点にのみ影響を及ぼすことが必要となる。三次元計算の場合、 $i$  番目代表粒子の影響領域内の格子点(座標  $(x_c, r_c, \theta_c)$ )における、この代表粒子による体積分率の寄与を考える。格子点の位置を用いて軸、径、円周方向に線形補間すると  $i$  番目の代表粒子からの寄与は以下のように表される。

$$\alpha_p(x_C, r_C, \theta_C)_i = w_r w_x w_\theta \alpha_{pi} \quad (2.4.12a)$$

ただし,

$$w_r = \begin{cases} \frac{r_o - r_C}{r_o - r_p} & (r_C \geq r_p) \\ \frac{r_C - r_i}{r_p - r_i} & (r_C < r_p) \end{cases}$$

$$w_x = \begin{cases} \frac{x_R - x_C}{x_R - x_p} & (x_C \geq x_p) \\ \frac{x_C - x_L}{x_p - x_L} & (x_C < x_p) \end{cases}$$

$$w_\theta = \begin{cases} \frac{\theta_R - \theta_C}{\theta_R - \theta_p} & (\theta_C \geq \theta_p) \\ \frac{\theta_C - \theta_L}{\theta_p - \theta_L} & (\theta_C < \theta_p) \end{cases} \quad (2.4.13a)$$

代表粒子の影響領域内において、 $\theta = \theta_p$ の面上(すなわち  $w_\theta = 1$ となる面上)において補間係数  $w_r w_x w_\theta = w_r w_x$ は図 2.7 のような分布をとる. 全  $N$ 個の代表粒子からの体積分率寄与の総和をとると、最終的にその格子点  $(x_C, r_C, \theta_C)$ における固相体積分率が求められる.

$$\alpha_p(x_C, r_C, \theta_C) = \sum_i^N \alpha_p(x_C, r_C, \theta_C)_i \quad (2.4.14a)$$

上記の操作により、図 2.8 のように各代表粒子はその影響領域内にある格子点のみに体積分率の寄与を与えることができる. ただし、計算領域の境界面や壁面から影響領域が外部へ突出する代表粒子に関しては、その面を挟んで外側の対称位置にその代表粒子の存在を仮定して上述の操作を行い、突出した部分の固相体積を計算領域内に反映させる. 他の相間輸送量、質量分解量、相間抗力や相間熱輸送量に対しても同様な作業を行い、各格子点における二相間情報が求められる.

$$\dot{m}(x_C, r_C, \theta_C) = \sum_i^N \dot{m}(x_C, r_C, \theta_C)_i = \sum_i^N w_r w_x w_\theta \dot{m}_i = \sum_i^N w_r w_x w_\theta (1 - \alpha_i) \rho_p \frac{S_{pi}}{V_{pi}} r_i \quad (2.4.15a)$$

$$f_s(x_C, r_C, \theta_C) = \sum_i^N f_s(x_C, r_C, \theta_C)_i = \sum_i^N w_r w_x w_\theta f_{si} = \sum_i^N w_r w_x w_\theta \frac{1 - \alpha_{ei}}{D_{pei}} \left( \frac{\alpha_i}{\alpha_{ei}} \right)^3 \rho_i (u_i - u_{pi}) |u_i - u_{pi}| f_{sci} \quad (2.4.16a)$$

$$q_p(x_C, r_C, \theta_C) = \sum_i^N q_p(x_C, r_C, \theta_C)_i = \sum_i^N w_r w_x w_\theta q_{pi} = \sum_i^N w_r w_x w_\theta (1 - \alpha_i) \frac{S_{pi}}{V_{pi}} q_i \quad (2.4.17a)$$

続いて二次元軸対称系の場合， $i$  番目代表粒子の影響領域内の格子点(座標  $(x_C, r_C)$ ) におけるこの代表粒子による体積分率の寄与を考える．格子点の位置を用いて軸，径方向に線形補間すると  $i$  番目の代表粒子からの寄与は以下のように表される．

$$\alpha_p(x_C, r_C)_i = w_r w_x \alpha_{pi} \quad (2.4.12b)$$

ただし，

$$w_r = \begin{cases} \frac{r_o - r_C}{r_o - r_p} & (r_C \geq r_p) \\ \frac{r_C - r_i}{r_p - r_i} & (r_C < r_p) \end{cases} \quad (2.4.13b)$$

$$w_x = \begin{cases} \frac{x_R - x_C}{x_R - x_p} & (x_C \geq x_p) \\ \frac{x_C - x_L}{x_p - x_L} & (x_C < x_p) \end{cases}$$

代表粒子の影響領域内において，補間係数  $w_r, w_x$  は図 2.7 のような分布をとる．同様に全  $N$  個の代表粒子からの体積分率寄与の総和をとると，最終的にその格子点  $(x_C, r_C)$  における固相体積分率が求められる．

$$\alpha_p(x_C, r_C) = \sum_i^N \alpha_p(x_C, r_C)_i \quad (2.4.14b)$$

上記の操作により，図 2.8 のように各代表粒子はその影響領域内にある格子点のみに体積分率の寄与を与えることができる．各格子点における二相間情報は同様に，

$$\dot{m}(x_C, r_C) = \sum_i^N \dot{m}(x_C, r_C)_i = \sum_i^N w_r w_x \dot{m}_i = \sum_i^N w_r w_x (1 - \alpha_i) \rho_p \frac{S_{pi}}{V_{pi}} r_i \quad (2.4.15b)$$

$$f_s(x_C, r_C) = \sum_i^N f_s(x_C, r_C)_i = \sum_i^N w_r w_x f_{si} = \sum_i^N w_r w_x \frac{1 - \alpha_{ei}}{D_{pei}} \left( \frac{\alpha_i}{\alpha_{ei}} \right)^3 \rho_i (u_i - u_{pi}) |u_i - u_{pi}| f_{sci} \quad (2.4.16b)$$

$$q_p(x_C, r_C) = \sum_i^N q_p(x_C, r_C)_i = \sum_i^N w_r w_x q_{pi} = \sum_i^N w_r w_x (1 - \alpha_i) \frac{S_{pi}}{V_{pi}} q_i \quad (2.4.17b)$$

得られた格子点上の固相体積分率の分布が振動していると，気相の物理量が振動し計算が不安定となるため，固相体積分率における振動付近が滑らかになるよう補正する必要がある．補正には次式<sup>[25]</sup>を用いた．

$$\alpha_{pj} = \alpha_{pj} + k \frac{\alpha_{pj-1} - 2\alpha_{pj} + \alpha_{pj+1}}{\alpha_{pj-1} + 2\alpha_{pj} + \alpha_{pj+1}} \left( \alpha_{pj-1} - 2\alpha_{pj} + \alpha_{pj+1} \right) \quad (2.4.18)$$

$k$  は経験的に決められる小さな正の値である．

以上の行程を毎ステップ繰り返すことによって計算が進められる．

## 2.5 飛翔体の運動方程式

図 2.1 における飛翔体の運動方程式は弾底および前面に働く力，阻害抗力を用いて次式で表せる．

$$M_{pj} \ddot{x}_{pj} = F_{BA} - F_{FR} - F_{res} \quad (2.5.1)$$

ただし，飛翔体に働く力は次のようになる．

$$F_{BA} = \int_A p_{BA} dA \quad (2.5.2)$$

$$F_{FR} = \int_A p_{FR} dA \quad (2.5.3)$$

$$F_{res} = \int_A P_{res} dA \quad (2.5.4)$$

よって，飛翔体の速度は次式のようになる．

$$\dot{x}_{Pj} = \int_0^t \frac{(F_{BA} - F_{FR} - F_{res})}{M_{Pj}} dt \quad (2.5.5)$$

飛翔体弾底の位置は，上式を時間に関して積分することにより求められる．

$$x_{Pj} = \int \int_0^t \frac{(F_{BA} - F_{FR} - F_{res})}{M_{Pj}} dt^2 + x_{Pj0} \quad (2.5.6)$$

## 2.6 解析手法

基礎方程式(2.4.1)から(2.4.5)における対流項の離散化には MUSCL 法によって 3 次精度化された SHUS を用いた．時間積分には 2 段階 Runge-Kutta 法を用いた．SHUS を用いた対流項の離散化法については Appendix C に，また，Runge-Kutta 法については Appendix D において詳しく説明されている．

飛翔体弾底の加速度，速度，位置は，飛翔体に働く力を用いて(2.5.1)，(2.5.5)，(2.5.6)式から更新される．飛翔体の前進によって薬室容積が増大する現象は移動重合格子法により，ベースとなる格子(第一格子)上に飛翔体周りの格子(第二格子)を重合<sup>[26]</sup>させ，飛翔体速度で第二格子全体を移動させることにより再現される．あるいは伸張格子法により，ステップ毎に弾底位置の更新応じて格子幅が軸方向に均一になるように格子点位置を更新し，各格子点におけるヤコビアンとメトリックスを更新して計算領域を拡大させる．この格子移動手法に関しては，Appendix B における支配方程式の一般座標変換の中で考慮されているメトリックスの時間項が格子の移動あるいは再形成を行うための役割を担っている．Appendix E で計算手法の検証として一次元的な壁面移動問題を解いている．

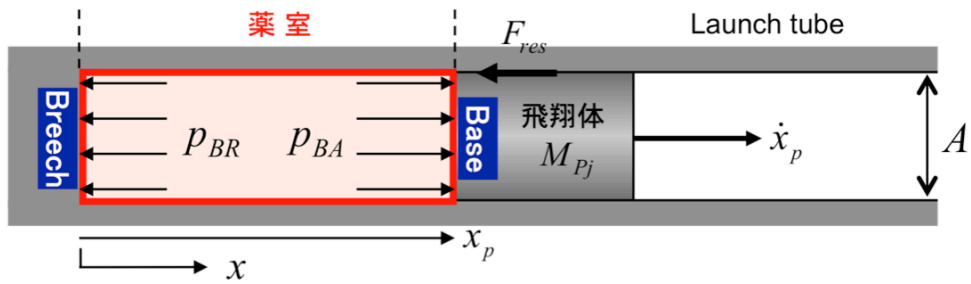


図 2.1 一般的な薬室内部の模式図

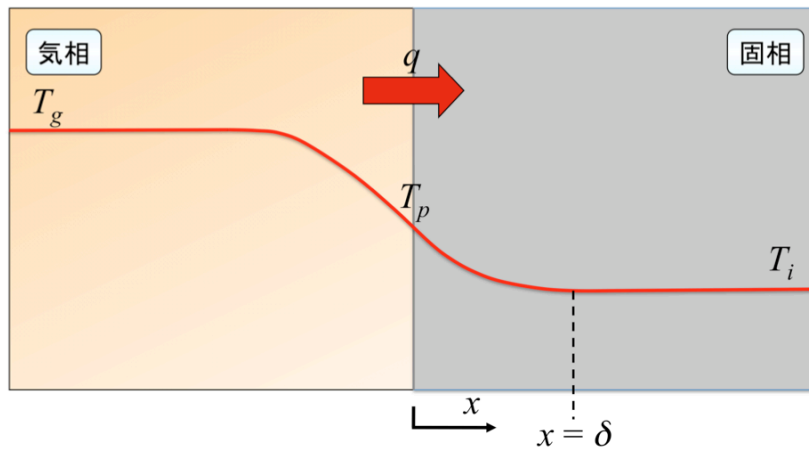


図 2.2 半無限固体中の温度分布

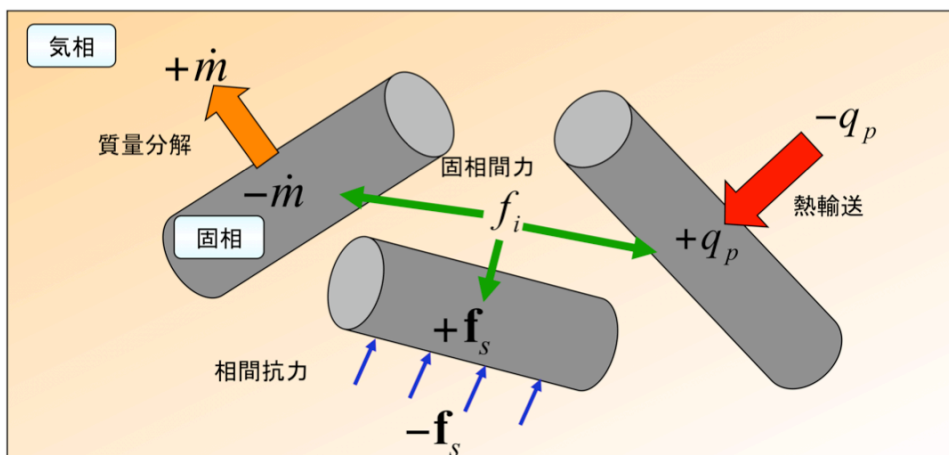


図 2.3 相間作用の概要

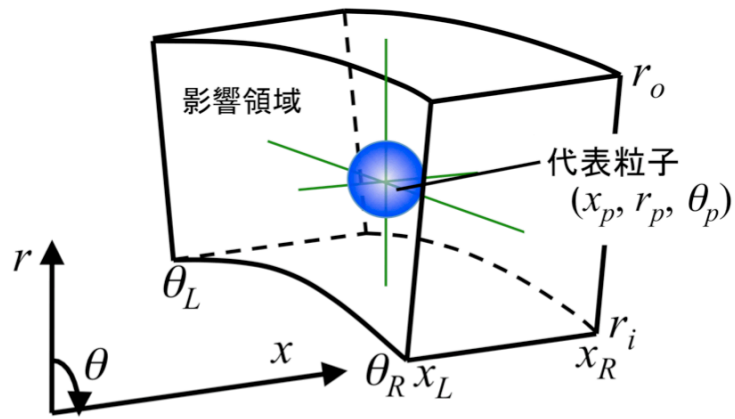


図 2.4 三次元系における代表粒子の影響領域

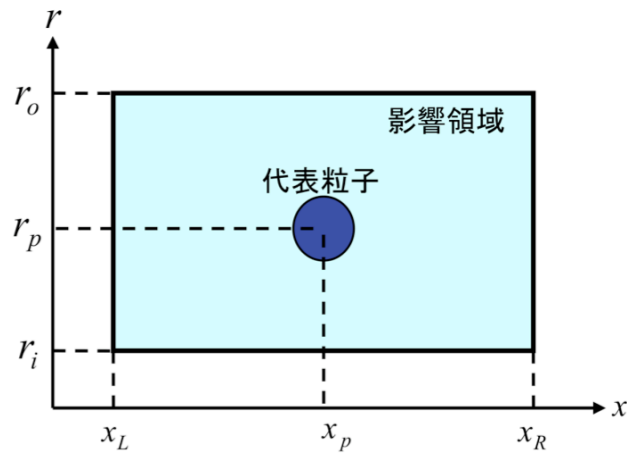


図 2.5 二次元軸対称系における代表粒子の影響領域



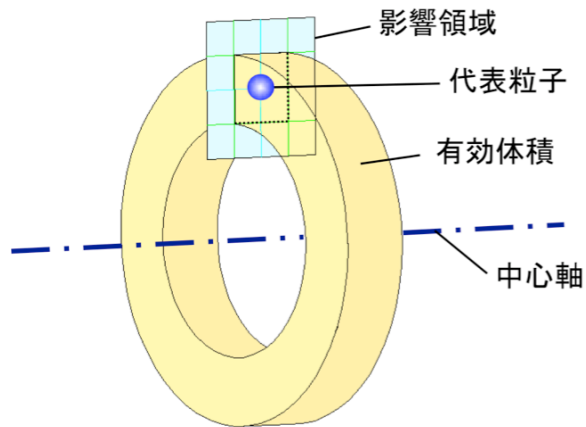


図 2.6 二次元軸対称系における代表粒子がもつ有効体積

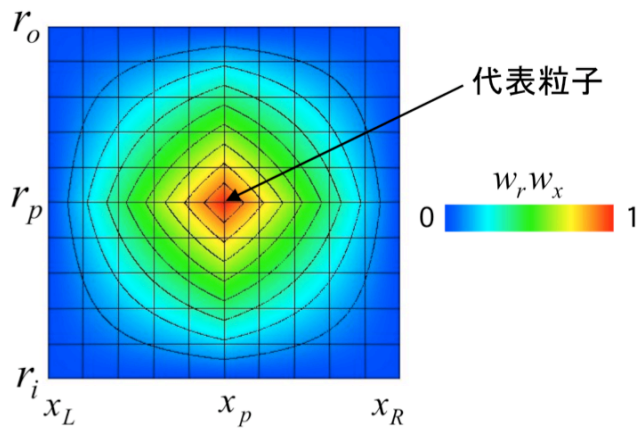


図 2.7 代表粒子の影響領域と補間係数の等値線図

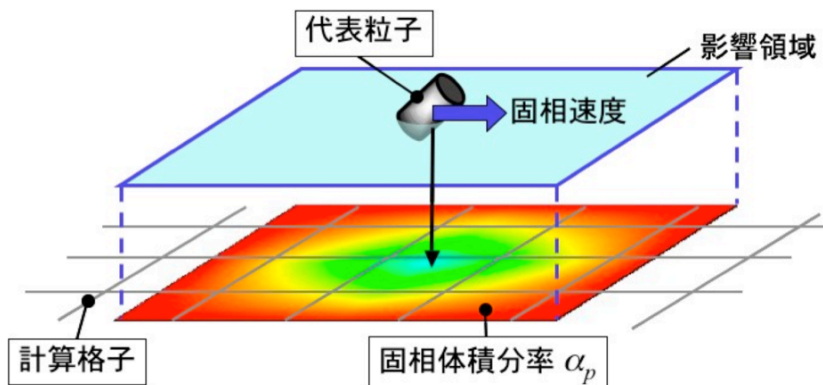


図 2.8 代表粒子情報の計算格子への反映

## 2.7 計算負荷について

以下に本解析で使用した計算コードに関する、おおよその計算格子点数，代表粒子数，計算ステップ数，計算時間を示す．

使用した計算機のスペック

CPU : Intel Core 2 Extreme 2.93 GHz (1 CPU を使用)

メモリ : DDR2 8 GB

### 第3章

三次元計算	1300000 points, 7500 points	200000 steps	30 days
二次元軸対称計算	55000 points, 1500 points	100000 steps	12 hours
一次元計算	400 points, 100 points	100000 steps	3 min

### 第4章

三次元計算	330000 points, 10000 points	100000 steps	7 days
二次元軸対称計算	20000 points, 1500 points	50000 steps	12 hours

### 第5章

二次元軸対称計算	20000 points, 250 points	100000 steps	12 hours
----------	--------------------------	--------------	----------

### 第6章

二次元軸対称計算	70000 points, 1600 points	200000 steps	24 hours
----------	---------------------------	--------------	----------

## 第 3 章 飛翔体加速装置の基準試験モデルを用いた コードの検証

本章では、標準試験モデルである AGARD gun 条件<sup>[27,28]</sup>を用いて固気二相流計算 (1D, 2D, 3D) および集中パラメータ手法 (Appendix A 参照) による計算 (0D) を行い、計算結果を国外で使用されている他のコードの計算結果<sup>[9,28]</sup>と比較することにより計算手法の検証を行う。また、砲内弾道計算手法としての固気二相流計算の特徴について述べる。

### 3.1 AGARD gun について

AGARD (Advisory Group for Aerospace Research and Development) gun は英国における砲内弾道計算コードの発展を目的に長年にわたって使われてきた標準試験条件である<sup>[28]</sup>。

AGARD gun の模式図を図 3.1 に示す。計算対象となる領域は砲尾から弾底までである。また、計算における主要な入力諸元を表 3.1 に示す。発射薬の点火は図 3.1 に示す砲尾付近の領域に点火薬の燃焼ガスを流入させることによって再現される。薬室内の初期条件は、圧力 101.3kPa, 温度 294K とし、初期の空隙率  $\alpha_0$  は薬室内全域で 0.421 である。

表 3.1 AGARD モデルの条件<sup>[28]</sup>

Term	Data	Term	Data
Bore diameter (mm)	132 (constant)	Propellant mass $C$ (kg)	9.5255
Travel of projectile (mm)	4318	Propellant solid density $\rho_p$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	1578
Initial position of projectile from breech (mm)	762	Propellant geometry	Cylindrical 7-hole
Bore resistance $P_{res}$ (MPa)	13.8 (constant)	Size of propellant grain (mm)	$\phi 11.43 \times 25.4$
Heat loss to the barrel is neglected		Diameter of propellant grain hole (mm)	1.143
Projectile mass $M_{pj}$ (kg) - flat base	45.359	Propellant burn rate coefficient $a$ ( $\text{cm}/\text{s}/\text{MPa}^n$ )	0.078385
Igniter mass $C_{ig}$ (kg)	0.2268	Propellant burn rate pressure index $n$	0.9
Igniter density $\rho_{ig}$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	1799	Propellant adiabatic flame temperature $T_0$ (K)	2585
Igniter adiabatic flame temperature $T_{0ig}$ (K)	1706	Propellant impetus $F_{pr}$ (J/g)	1009
Igniter impetus $F_{ig}$ (J/g)	392.6	Propellant covolume $b_{pr}$ ( $\text{cm}^3/\text{kg}$ )	1083.8
Igniter molecular weight $m_{ig}$ (kg/kmol)	36.13	Propellant ignition temperature (K)	444
Igniter specific heat ratio $\gamma_{ig}$	1.25	Propellant thermal conductivity $k_{tp}$ (W/m/K)	0.2218
Initial temperature of air and propellant in chamber (K)	294	Propellant thermal diffusivity $\alpha_{tp}$ ( $\text{mm}^2/\text{s}$ )	0.08677
Initial pressure	atmospheric	Propellant molecular weight $m_{pr}$ (kg/kmol)	21.3
Molecular weight of ambient air $m_a$ (kg/kmol)	29	Propellant specific heat ratio $\gamma_{pr}$	1.27
Specific heat ratio of ambient air $\gamma_a$	1.4	Propellant intergranular wave speed $a_1$ (m/s)	254

For 1D simulations the igniter mass is injected uniformly throughout the region  $x=0\text{mm}$  (breech) to  $x=127\text{mm}$ , and  $y=0\text{mm}$  to  $y=66\text{mm}$  over a 10ms time frame.

For 2D simulations the igniter is vented uniformly throughout the region  $x=0\text{mm}$  (breech) to  $x=127\text{mm}$ , and  $y=0\text{mm}$  to  $y=22\text{mm}$  over a 10ms time frame.

### 3.2 計算モデルと計算条件

発射薬の点火は図 3.1 に示す砲尾(Breech)付近の領域に対し、既定量の点火薬の燃焼ガスを 10ms 間で与えることによって再現される。二次元軸対称計算では、1D

計算で行われる砲尾全面点火(Whole igniter), および, 2D 計算で行われる砲尾中心点火(Center igniter)の 2 ケースを実行した(図 3.1b). 3D 計算では砲尾全面点火の計算を実行した. なお, 砲尾全面点火の条件は一次元現象になる. 点火後, 燃焼加圧によって飛翔体が前進を開始し, 飛翔体底部の移動に伴って計算領域は拡大する. 計算領域の拡大は移動重合格子法, あるいは, 伸張格子法を用いた. 1D 計算では伸張格子法を用い, 初期の薬室に 382 点の格子を配置した. 2D 計算では伸張格子法, 移動重合格子法を用い, 格子点数は初期の薬室に 382×34 点, 代表粒子数は 100×15 個とした. 移動重合格子法では, 固定された第一格子を薬室部に加えて砲腔部にも予め配置するため 1595×34 点とし, 初期において飛翔体底部に配置される第二格子を 21×34 点とした. 3D 計算では移動重合格子法を用い, 第一格子を 1550×34×23 点, 第二格子を 21×34×23 点とし, 代表粒子数は 100×15×5 個とした. 図 3.2 に 3D 計算における計算格子を示す.

また, 集中パラメータ手法(0D)による計算では, 既定量の点火薬の燃焼ガスを薬室内に瞬時に投入したケース( $Z_{ig}=1$ ), および, 10ms 間で与えるケース( $Z_{ig}=t/t_{ig}$  ( $0 \leq t \leq t_{ig}$ ),  $Z_{ig}=1$  ( $t > t_{ig}$ ),  $t_{ig}=10\text{ms}$ ) の 2 ケースを実行した.

### 3.3 計算結果

図 3.3 に砲尾圧履歴に対する集中パラメータ手法による計算結果(0D)および二相流計算の結果(伸張格子法 1D, 2D, 移動重合格子法 2D2Z, 3D2Z)を示す. また, 図 3.4 に(a)砲尾圧履歴および(b)差圧(砲尾圧-弾底圧)履歴に対する本計算の結果と他国のコードの計算結果<sup>[9,28]</sup>を示し, 表 3.2 に最大圧力と飛翔体 Muzzle 速度の比較を示す. 図 3.5 は二次元軸対称計算で砲尾中心点火時の中心軸上における(a)気相温度分布, (b)圧力分布および(c)空隙率分布の時間履歴を示している.

#### 3.3.1 計算コード(0D, 1D, 2D, 3D)の比較

表 3.2 において集中パラメータ手法, 二相流計算ともに最大砲尾圧と飛翔体の Muzzle 速度に大きな差異は見られない. これは各計算において系の総エネルギー量と飛翔体質量が等しいためである. 図 3.3 に見られるように, 点火薬の投入方法によって砲尾圧が最大値をとるときの時間に変化しているが, 同一の点火条件にお

ける二相流計算では砲尾圧履歴がほぼ一致していることがわかる。集中パラメータ手法の計算において、点火薬のエネルギーを瞬時に薬室に投入するケースは有限の時間をかけて投入する場合に比べて薬室内圧力が初期から高いものとなり、燃焼速度が高まるため最大圧力をとる時間が早まっている。二相流計算において砲尾中心点火の方が砲尾全面点火に比べ最大圧力をとる時間が早まるのは、砲尾中心点火の方が点火領域に与えるエネルギーの密度が高いため点火領域の圧力が高くなり、燃焼速度が大きくなったことによる。以上の結果から、点火薬のエネルギーを薬室内に投入する領域と投入する時間は発射薬の燃焼速度に影響を及ぼし、薬室内部圧力が最大値をとる時間に影響を与えることがわかった。

本研究の計算結果において、AGARDモデルの砲尾圧履歴に関しては0Dと二相流計算の結果に大きな差異は見られなかった。計算対象であるAGARDモデルが単純な一次元形状をしていること、また、薬室内部では強い圧力波や膨張波が生じないことがその理由であると言える。

### 3.3.2 他の計算コードとの比較

IBHVG2は米国の0D計算コード、XKTC<sup>[5]</sup>は米国のXNOVAKTCコード(1D二相流計算)、MOBIDIC<sup>[8]</sup>は仏国の1D/2D二相流計算コード、FHIBS<sup>[6,7]</sup>は英国の2D二相流計算コードである。図3.4(a)および表3.2より、本研究における集中パラメータ手法の計算および二相流計算結果は他のコードによる計算結果と近い値を示した。特に飛翔体のMuzzle速度については全てのコードが差異3%以内の良好一致を示した。各々の飛翔体のMuzzle速度がほぼ等しくなったのは、全計算における系の総エネルギー量と飛翔体質量が等しいことに起因している。集中パラメータ手法に関しては、点火薬ガスを10ms間で与えるケースの砲尾圧履歴が同じく0D計算手法であるIBHVG2コードのものとはほぼ一致した。図3.4(b)に示す差圧の時間履歴より、0D計算では差圧は常に正の値をとるが、一方で、一次元、二次元の二相流計算では差圧が振動して正と負の値をとっていることがわかる。二相流計算で差圧の値が振動するのは薬室内部の気相と固相の流動を再現したためで、このことを考慮していない0D計算には見られない結果である。この差圧振動から砲尾圧と弾底圧の大小が時間とともに入れ替わっていく様子がわかる。二相流の計算コードによって差圧履歴の結果に差異が生じたのは、各コードが採用している相間輸送モデルが異なるためであると考えられる。すなわち、気相の流動と固相の移動を関連づ

ける相間抗力項のモデル化が異なるため、薬室内部の流体の運動に差異が生じたのである。

### 3.3.3 固気二相流計算の特徴

図 3.5 は、2D 計算(砲尾全面点火および砲尾中心点火)の薬室内(a)気相温度分布、(b)圧力分布および(c)空隙率分布の時間変化を示している。点火開始後、燃焼波が薬室内を伝播し固体発射薬の燃焼が開始する。気相温度が急激に立ち上がるラインが燃焼波の軌跡であるが、砲尾中心点火の方が燃焼波の伝播が速く、すなわち、発射薬の着火が速く広がる。図 3.3 において砲尾中心点火の方が圧力の立ち上がりが早まったのはこのためである。発射薬の燃焼により薬室内圧力が上昇して飛翔体が前進するが、薬室の容積増加と固相体積の減少に伴って薬室内の温度、圧力が減少していくことがわかる。集中パラメータ手法では薬室内の主な物理量が均一に分布すると仮定して計算を行っているが、二次元軸対称計算の結果からわかるように薬室内の気相温度や固相体積の分布は明確に存在し、時間とともに大きく変化している。図 3.6 は 2D 計算(砲尾中心点火)の各時間における薬室内部の気相温度分布および代表粒子分布を示している。下段の代表粒子の粒径は固相体積の大きさに対応させて表示している。点火により燃焼波が薬室内を伝播し、それに伴って固相の代表粒子が弾底方向に移動する。 $t=3\text{ms}$  から  $t=4\text{ms}$  において砲尾側の粒子密度が小さくなる一方で弾底側の粒子密度が大きくなり、固相体積が弾底付近に集まることがわかる。その後、飛翔体の前進に伴って固相粒子は弾底から離れていく。また、時間の経過とともに発射薬の燃焼により代表粒子の粒径が小さくなっている。0D 計算では固相体積の移動とその分布を考慮していないが、2D 計算では固相体積の移動とそれに伴う分布の偏りが生じていることがわかる。このように本二相流計算では固相に代表粒子を用いることによって薬室内部の発射薬粒子の分布や燃焼進行度といった固相の挙動を詳細に把握することができる。また、代表粒子を用いた多次元二相流計算では代表粒子の初期配置方法によって固相体積分率に分布がある装填形式を表現できるため、今後、発射薬の多様な装填形式に対して薬室内部の状況を調べる際に本計算モデルが役立つと考えられる。

図 3.7 に 0D 計算( $t_{ig}=10\text{ms}$ )、2D 計算における径方向に体積平均した軸方向圧力分布の時間変化を示す。0D と 2D 計算では薬室内部の圧力分布の時間変化に大きな差異が生じている。0D 計算では圧力勾配モデルによって砲尾圧が弾底圧よりも

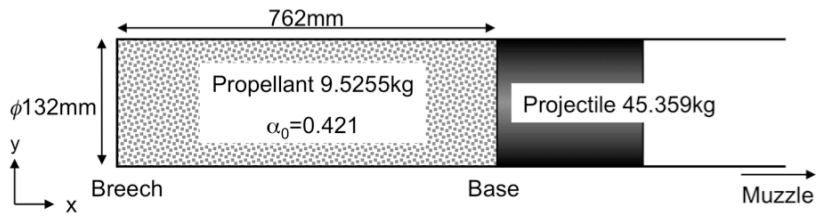
高くなる圧力勾配が常に形成される。一方、2D 計算では薬室内部の圧力勾配が時間とともに変動し、0D 計算の圧力勾配モデルが仮定しているような単純な圧力分布になっていない。図 3.8 に 2D 計算における径方向に体積平均した軸方向空隙率分布の時間変化を示す。 $t=3.5-4\text{ms}$  において空隙率の小さい領域が形成されているが、これは図 3.6 に関して述べたように固相体積が弾底付近に集まることを示している。この現象は図 3.7 において弾底付近の圧力が上昇する時期と一致している。このことから、2D 計算の初期において弾底圧が砲尾圧を上回る原因は、点火後に固体発射薬が前進して弾底付近の気相を圧縮したこと、および、弾底付近に集まった発射薬の燃焼が強められ圧力を増加させたことである。この現象の再現の有無が、0D と 2D 計算の差圧履歴に大きな差異を引き起こしたのである。実際の加速装置内部では、発射薬の装填密度が高い場合、固体発射薬粒子の移動が圧力分布に影響を与え、2D 計算結果のように差圧履歴に負の値が生じることが想定される。このようなケースに対しては 0D 計算では差圧履歴を予測することは不可能であり、固気二相流モデルを用いた計算による予測が必要となる。また、固相粒子の移動が砲内現象において支配的となるケースでは、厳密な差圧プロファイルを予測するために固相・流体運動の多次元的な解析が重要になると考えられる。

図 3.8 より点火条件の差異が固相体積分率に変化をもたらしていることがわかる。これは砲尾中心点火の方が点火領域に与えるエネルギーの密度が高いため点火領域の圧力が高くなり、固相の前進が強められたためである。その結果、図 3.7 に見られるように圧力勾配の大きさが急峻になり、図 3.4b の差圧履歴における振幅が増大した。同じ点火薬量を与えた場合においても、その与える領域の大きさの違いにより差圧振動の計算結果に差異が生じることが示された。

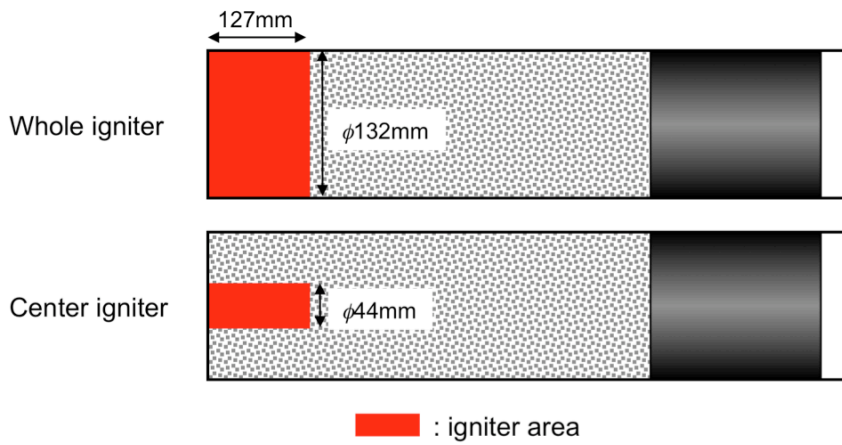


表 3.2 本計算結果と他のコードの計算結果<sup>[9,28]</sup>との比較

Code	Max breech pressure (MPa)	Max base pressure (MPa)	Muzzle velocity (m/s)
0D 点火薬ガス流入瞬時	397	360	700
0D 点火薬ガス流入 10ms 間	397	361	703
1D	394	359	699
2D 点火薬ガス砲尾全面流入	393	360	695
2D 点火薬ガス砲尾中心流入	400	360	699
2D2Z 点火薬ガス砲尾全面流入	400	366	700
2D2Z 点火薬ガス砲尾中心流入	405	370	698
3D2Z 点火薬ガス砲尾全面流入	387	352	696
IBHVG2 (0D) <sup>[28]</sup>	395	358	689
XKTC (1D) <sup>[28]</sup>	357	330	695
MOBIDIC-NG 1D <sup>[28]</sup>	355	325	685
MOBIDIC-NG 2D <sup>[28]</sup>	360	328	687
FHIBS (2D) <sup>[28]</sup>	386	356	686
Nussbaum (2006) (1D) <sup>[9]</sup>	377	344	694



(a)



(b)

図 3.1 AGARD モデルの概略図

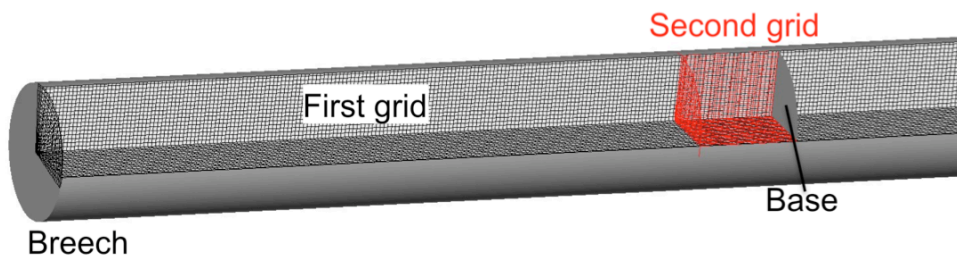


図 3.2 3D 計算における計算格子

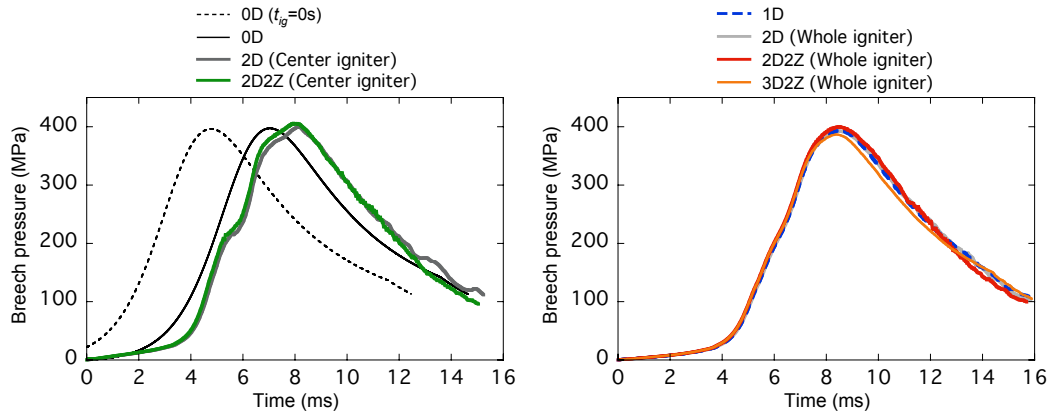
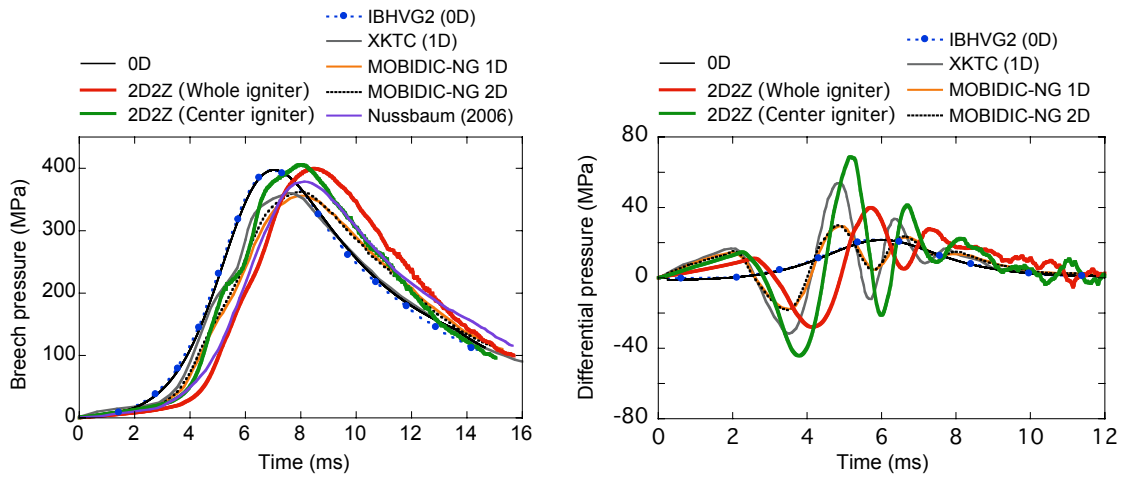


図 3.3 計算コード(0D, 1D, 2D, 3D)の砲尾圧比較



(a) Breech pressure

(b) Differential pressure

図 3.4 他の計算コード<sup>[9,28]</sup>との比較 (a)砲尾圧, (b)差圧(砲尾圧-弾底圧)

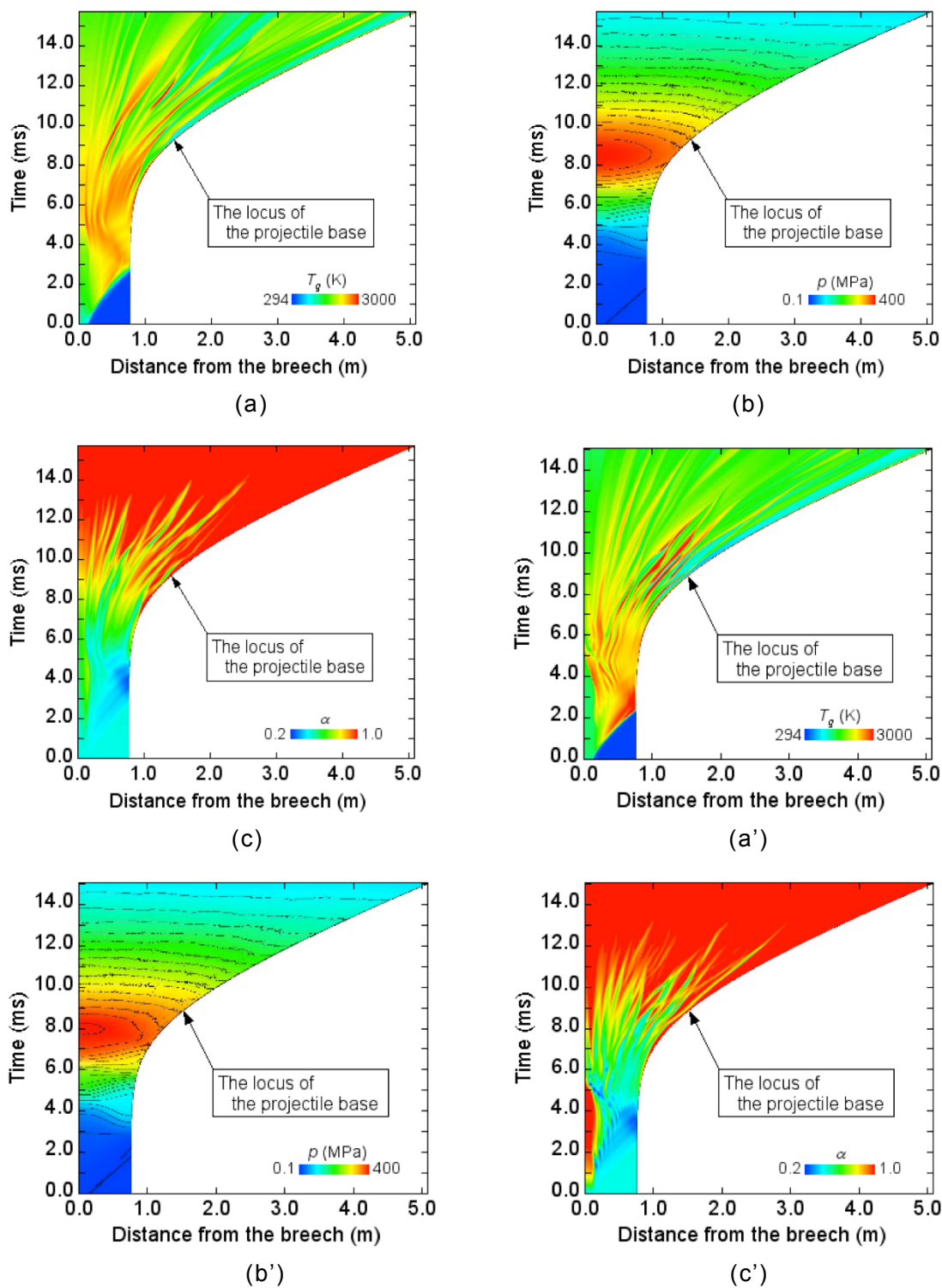


図 3.5 2D2Z whole igniter による薬室内部の(a)気相温度分布, (b)圧力分布, (c)空隙率分布の時間変化, および, 2D2Z center igniter による薬室内部の(a')気相温度分布, (b')圧力分布, (c')空隙率分布の時間変化

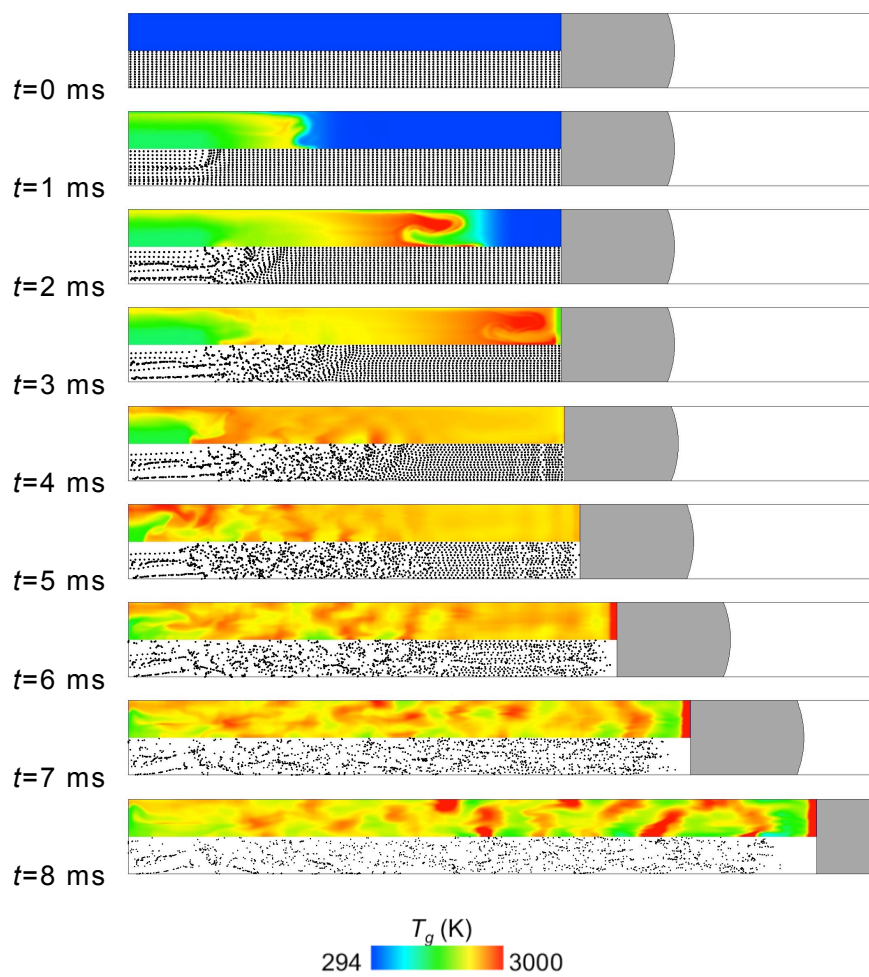


図 3.6 二次元軸対称計算(2D2Z center igniter)による薬室内部の気相温度分布の変化

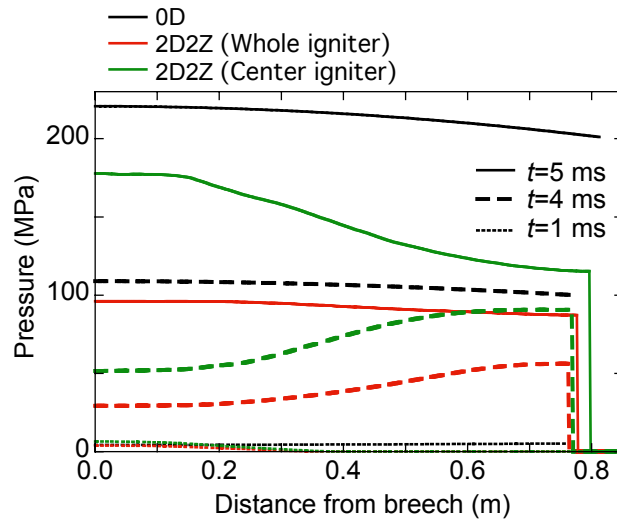


図 3.7 2D2Z と 0D の圧力分布の比較

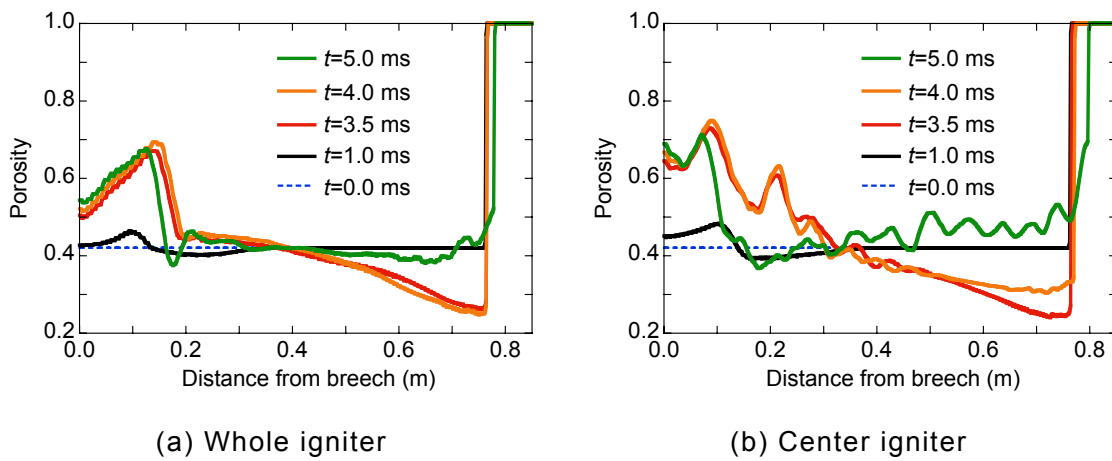


図 3.8 2D2Z の空隙率分布の比較

### 3.4 本章のまとめ

本章では AGARD モデルの条件に基づいた数値計算を行い, 本研究における計算コードと他の計算コードの結果を比較して計算モデルの検証を行った. 計算結果の比較より, 集中パラメータ手法の計算および固気二相流計算は最大砲尾圧と飛翔体の Muzzle 速度に関して同様の結果を算出し, 結果に大きな差異は見られなかった. また, 本研究における多次元の固気二相流計算コードは砲尾圧履歴と飛翔体の Muzzle 速度に関して他のコードによる計算結果と近い推算値を示した. ただし, 集中パラメータ手法と固気二相流計算では薬室内部の差圧履歴に差異が見られ, 固気二相流計算では差圧履歴が初期に負の値をとることを予測したが, これは集中パラメータ手法で用いる発射薬均一分布の仮定と異なり, 固気二相流計算では薬室内部の発射薬分布が変動することで圧力勾配に変化が生じたためである. このことから, 固体発射薬粒子の移動が圧力分布に影響を与える条件に対する固気二相流計算の予測能力が示された. また, 固気二相流計算では固相に代表粒子を用いることによって薬室内部の発射薬粒子の分布や燃焼進行度といった挙動を把握することができた.





## 第4章 粒状発射薬を用いた燃焼室内部における点火過程の解析

発射薬を用いた加速装置を設計する上では、各設計変数に対して飛翔体の Muzzle 速度や最大薬室圧力の挙動を見積もることが最も重要となる。より少ない発射薬量でより高い飛翔体速度が得られるような設計解、また、高い飛翔体速度を維持しながらより低い圧力値に抑えるような設計解を見出すことが最大の目標である。加えて、設計時には薬室内の差圧の抑制にも努力が払われる。通常、加速装置において、砲尾(Breech)と弾底(Base)間の差圧(砲尾圧-弾底圧)の時間履歴は終始正の値をとることが望ましいが、近年の発射薬の高密度充填や、発射体安定翼長大のための点火装置短縮・小型化、着火温度を高めた LOVA 発射薬<sup>[29]</sup>の導入によって差圧が負の値を示す傾向が見られる。負差圧の発生は薬室内を圧力波が伝播していることを示しているが、薬室内において発生する圧力波は飛翔体に損傷を与えるだけでなく、発射薬の異常燃焼を引き起し加速装置自体の損傷をもたらす恐れがあるなど危険性が高い。圧力波の発生を抑制し使用時の安全性を高めるため、負差圧の発生機構を解明する必要がある。本章では点火過程の数値シミュレーションを実行し、実験結果を用いて点火過程における計算モデルの検証を行う。続いて、負差圧の発生機構に関して考察を行う。

### 4.1 点火過程研究のための中断燃焼試験について

本章の解析対象は粒状発射薬の中断燃焼試験<sup>[30]</sup>である。この実験は発射薬の点火過程および燃焼の開始段階に注目しているため、一般的な加速装置とは異なり飛翔体は設置されていない。薬室内部が既定の圧力に達するまでの圧力履歴や発射薬の燃焼進度、点火遅れ等を調べるものである。得られた圧力履歴からは薬室内部で発生する圧力波発生の有無、および、その強さを調べることができる。点火過程において危険性の高い圧力波の発生を抑制するため、負差圧の発生機構の解明が目的とされた。

## 4.2 実験装置

図 4.1 に実験装置の構造図を示す。薬室内には発射薬を点火するための装置である火管<sup>[3,31,32]</sup>(Primer)が砲尾付近に設けられている。火管孔が鉛直方向の対と水平方向の対をなして交互に並んでいるため、火管は三次元形状を有している。薬室には一般的な火器に見られる発射体は装填されず、その代わりに弾底部に破裂板(Rupture disk)が設置されている。表 4.1 に燃焼試験の条件を、表 4.2 に使われた発射薬および点火薬の物性値を示す。火管内の点火薬(Igniter)を電気発火させることで火管孔から燃焼ガスが流出し、その噴流によって薬室内に装填された発射薬の着火が始まる。点火開始後、破裂板は発射薬の燃焼加圧により砲腔(Bore)入口の角に沿って破断するため、砲腔径大に切断された金属板が砲腔を通過して薬室外部へ放出される。図 4.1 に示すように、薬室内部の圧力は内壁面上に設置された P1, P2, P3 の各センサー部(260mm 間隔)において測定される。

本研究では表 4.3 に示すように火管長  $L_{ig}=300, 200, 100\text{mm}$  の場合、および、火管長  $L_{ig}=100\text{mm}$  として点火薬量を  $C_{ig}=22, 17, 11\text{g}$ 、また、火管孔面積を 100%, 200%, 300%と変化させた場合について三次元計算を行い、実験結果と比較した。計算領域は円管の 1/4 とし、格子点数は  $395 \times 38 \times 22$  点、粒子数は 9618 個( $L_{ig}=200\text{mm}$  の場合)とした。薬室内の初期条件は、圧力 101.3kPa、温度 294K の空気とした。図 4.2 に初期状態における計算モデルと計算格子を示す。

## 4.3 計算条件

表 4.1 に主要な計算条件を、表 4.2 に発射薬および点火薬の特性を示す。発射薬の燃焼生成ガスは  $\text{CO}_2$  (2.35mol/kg)、 $\text{CO}$  (12.6mol/kg)、 $\text{H}_2\text{O}$  (10.1mol/kg)、 $\text{H}_2$  (6.29mol/kg)、 $\text{N}_2$  (12.1mol/kg)から成る混合ガス(密度 0.2g/cc、圧力 263MPa、断熱燃焼温度 2857K)を想定している。各ガス成分の質量分率は順に 0.104, 0.353, 0.182, 0.013, 0.339 となる。

表 4.1 主要な計算条件

項目	入力値
薬室内径 (mm)	148
薬室長 (mm)	550
発射薬質量 $C$ (kg)	8.4
発射薬種類	トリプルベース
発射薬粒の寸法, 孔直径 (mm)	$\phi 15 \times 15, 0.5$
点火薬質量	$C_{ig}$
点火薬種類	Benite
点火薬形状	Stick
点火薬の寸法	$\phi 2 \times L_{ig}$

表 4.2 火薬の特性

Term	Propellant	Igniter
火薬の力 (J/g)	1026	558
比熱比	1.245	1.2265
密度 ( $\text{kg/m}^3$ )	1680	1650
分子量 (kg/kmol)	22.9	29.6
コポリウム ( $\text{cm}^3/\text{kg}$ )	1062	867
熱伝導率* ( $\text{W/m/K}$ )	0.2218	-
熱拡散率* ( $\text{mm}^2/\text{s}$ )	0.08677	-
着火温度* (K)	444	444

\* : 数値データは AGARD gun 条件を引用した.

表 4.3 比較設定条件

Case	Conditions				
	火管長 $L_{ig}$ (mm)	火管孔直径と 個数	孔面積比 $A_{ig}$	点火薬量 $C_{ig}$ (g)	破裂圧力 (MPa)
300	300	$\phi 5.0 \times 28$	-	65	150
200	200	$\phi 5.0 \times 18$	-	43	160
100-a	100	$\phi 5.0 \times 8$	100 %	22	150
100-b	100	$\phi 5.0 \times 8$	100 %	17	130
100-c	100	$\phi 5.0 \times 8$	100 %	11	110
100-d	100	$\phi 7.2 \times 8$	200 %	22	140
100-e	100	$\phi 8.8 \times 8$	300 %	22	150

#### 4.4 計算結果と実験結果との比較

図 4.3 は  $L_{ig}=200\text{mm}$  条件における三次元計算で得られた気相温度と代表粒子の分布である。まず、点火薬が砲尾側から燃焼を開始すると火管孔より高温の噴流が薬室内部へ流入する(a,b)。火管付近の発射薬が加熱されて着火し、砲尾側から破裂板に向かって燃焼波が伝播する(c,d)。火管孔から流出する噴流により固体発射薬粒子が破裂板側に向かって移動する(d,e)。発射薬の燃焼により薬室内部の圧力が上昇して火管内部と外部の圧力差が小さくなり、火管孔から流出する噴流が弱まる(f)。

以下では、発射薬の燃焼過程に与える火管長、点火薬量、火管孔面積の影響に関して考察を行う。また、解析結果より負差圧の発生機構に関して検討を行う。

##### 4.4.1 火管長さの影響

図 4.4 に火管長を変化させた場合の圧力 P1 の時間履歴を示す。実験結果の時間軸は計算結果と比較するためにスライドさせたものである。以下に示すような(a)実験および(b)計算において共通の特徴が見られた。火管が短いほど初期の圧力上昇が小さくなる。これは火管が短い場合、火管孔から放出される点火薬ガスのエネルギーの総量が小さいためである。全ての条件で圧力増加過程において圧力上昇の傾きが急峻な傾きへと変化

する点が存在することがわかった。実験では傾きの変化が不連続的であるが、計算結果の方が傾きの変化が連続的である。図 4.5 に圧力 P3 の時間履歴を示す。(a)実験および(b)計算において2段階の圧力ジャンプが見られた。火管長が短くなるにつれて P3 の立ち上がりは遅くなる。初段の圧力ジャンプは  $L_{ig}=200\text{mm}$  の場合に最も立ち上がりが急峻になっている。計算では初段の圧力上昇を実験値よりもやや高めに評価した。図 4.6 に火管長が  $L_{ig}=300, 200, 100\text{mm}$  の場合の各測定点における圧力履歴の比較をそれぞれ示す。実験の各条件では、最初に P1 が上昇し、続いて P3 が上昇して P1 を上回る。その後 P1 は P3 より大きい値をとる。注目すべき点は、各ケースとも差圧 P1-P3 が最小値をとった直後に P1 の傾きが急峻な傾きへと変化するという点である。また、火管長が短くなるにつれて差圧 P1-P3 の最小値が負の方向へ進むことがわかる。差圧が負の値を示すのは弾底圧(P3)が砲尾圧(P1)を上回った場合である。計算結果を見ると、火管長の短縮に伴って負差圧が強くなるという実験の傾向が再現されていることがわかる。ただし、計算において  $L_{ig}=100\text{mm}$  の場合の負差圧が実験結果よりも弱く評価されている。また、差圧が最小値をとった後に P1 の傾きが変化する点が計算結果においても確認される。以上より、計算結果は実験で見られる圧力履歴の特徴を再現しており、火管長が薬室内圧力変化に与える影響は二相流の数値計算により推測することが可能であると言える。以下では内部で起こる圧力変動のメカニズムに関して計算結果を用いて考察を行う。

図 4.7, 4.8 は(a)  $L_{ig}=300\text{mm}$ , (b)  $L_{ig}=200\text{mm}$ , (c)  $L_{ig}=100\text{mm}$  の場合の各時間において断面で体積平均をした軸方向の圧力分布、空隙率分布をそれぞれ示している。 $t=2.0\text{ms}$  の圧力分布を見ると、各ケースとも砲尾付近にある火管からの点火薬ガスによって P1 側の圧力が P3 側に比べ高くなっている。 $t=0.0\text{ms}$  から  $t=3.2\text{ms}$  までにおける空隙率分布を比較すると、点火薬噴流と圧力勾配によって固体発射薬が前進するため、破裂板付近において固相体積が集積した領域(空隙率が小さい領域)が形成されるのがわかる。この領域が形成される時刻は火管長が短くなると遅くなっている。一方で、固体発射薬の前進により火管付近の空隙率は増加している。その後、各ケースとも  $t=3.2\text{ms}$  付近において破裂板における圧力が砲尾圧に比べて高くなっている。つまり、固体発射薬粒子の移動が破裂板付近における気体の圧縮と発射薬燃焼量の増大をもたらしたのである。各ケースの初期段階において P3 が P1 を上回るのはこの理由による。実験において初期の P3 の急激な圧力上昇は火管が短くなると強まっていることから、火管長が短くなることで軸方向の圧力勾配および軸方向の気相流れが強くなり、固相粒子の軸方向の移動が促進されたと考えられる。

#### 4.4.2 点火薬量の影響

図 4.9 に点火薬量  $C_{ig}$  を変化させた場合の圧力 P1 の時間履歴を示す。本条件においても(a)実験および(b)計算において圧力上昇の傾きが変化する点が存在する。実験では傾きが増加するまでの圧力増加は各ケースともほぼ同様となっているが、計算では点火薬量が多いほどその増加が大きい。また、実験では傾きの変化が急激に起こっているが、計算結果は傾きの変化が連続的になっている。図 4.10 に圧力 P3 の時間履歴を示す。実験および計算において点火薬量が多い  $C_{ig}=22, 17g$  の 2 条件では 2 段階の圧力ジャンプが見られるが、実験において点火薬量が小さい  $C_{ig}=11g$  場合には圧力ジャンプは見られない。計算においても点火薬量が小さい場合は、圧力ジャンプは弱まり直線に近づいている。実験結果と計算結果では定量的には履歴の傾きが一致しないが、点火薬量を変化させた場合の定性的な圧力変動の傾向を示しており、圧力変動の機構を再現していると考えられる。図 4.11 に点火薬量を変化させた場合の各測定点における圧力履歴の比較を示す。実験と計算の両方において、点火薬量を減少させることにより P3 の圧力ジャンプが緩やかになり負差圧が弱まっていることがわかる。計算結果より薬室内部の圧力が立ち上がるまでの時間(点火遅れ)は点火薬量が少ないほど長くなっている。点火薬量の減少で点火遅れが長くなる傾向は定性的に実験結果<sup>[30]</sup>と一致している。

図 4.12 は各ケースにおける(a)火管内部圧力(内部先端位置での圧力)の時間履歴、および、(b)火管孔出口の総質量流量の時間履歴を示している。点火薬量を少なくすると内部圧力と流量は減少する。火管長と火管孔面積が同一条件の場合、点火薬量が多いほど点火薬ガスの流量が大きくなり、その結果負差圧が強くなった。

図 4.13, 4.14 は  $C_{ig}=11g$  の場合の各時間において断面で体積平均をした軸方向の圧力分布、空隙率分布をそれぞれ示している。図 4.7, 4.8 における  $C_{ig}=22g$  の結果と比較すると、破裂板付近における空隙率が  $C_{ig}=22g$  の場合ほど小さくならず、形成される逆圧力勾配も緩やかなものとなった。すなわち、流量が少ないため点火薬ガス噴流によって加速される固相の前進は小さく、空隙率分布に偏りがあまり生じなかったと考えられる。この結果、 $C_{ig}=11g$  の場合は圧力分布の偏りが小さくなり、現れる負差圧が比較的弱いものとなったのである。

#### 4.4.3 火管孔面積の影響

図 4.15 は火管孔面積が異なるケースの圧力履歴である。実験および計算結果の傾向として孔面積が増加すると負差圧が弱まることがわかる。ただし、計算では孔面積の増加に伴い負差圧が弱まる結果が得られたが、実験では  $A_{ig}=200\%$  の条件における負差圧は  $A_{ig}=300\%$  よりわずかに弱い結果となった。

図 4.16 は各ケースにおける(a)火管内部圧力の時間履歴、および、(b)火管孔出口の総質量流量の時間履歴を示している。火管孔面積を増加させると密閉効果が低下して点火薬の燃焼による火管内部の圧力上昇が弱まり、外部の発射薬の燃焼による圧力上昇に合わせて内部の圧力が増加している。このため、孔面積が大きいケースでは火管孔からの点火薬ガス総流量が小さくなっている。火管孔面積が大きい条件では火管からの流量が減少することで薬室軸方向の流体の運動が弱まり、固体発射薬粒子の移動が抑制されて負差圧が弱くなったと言える。以上の計算結果より、火管長が一定ならば負差圧の強さは火管孔からの噴流の流量に依存するということが示された。

#### 4.4.4 固体粒子の移動の影響

次に、圧力変動に対して重大な影響を及ぼすと考えられる固体発射薬粒子の移動に関して、数値シミュレーションを利用しその影響力の大きさを調べた。上述の計算では二相間の抗力を考慮して発射薬粒子の移動を計算したが、ここでは粒子の移動を無視した(初期位置に固定した)場合の計算を実行し、両モデルの計算結果を比較する。図 4.17-20 は三次元計算において代表粒子を固定した場合の計算結果 (Fixed particles simulation) および前述の計算結果 (Free particles simulation) を示している。図 4.17 より粒子の移動がない場合、圧力 P1 と P3 は傾きに関して大きな変動がなく単調に上昇することがわかる。この結果、粒子の移動がない場合は負差圧が発生していない。図 4.18 は断面平均圧力の分布、図 4.19 は断面平均空隙率の分布を示している。粒子の移動がない場合、空隙率分布はほぼ一様で、圧力も穏やかな勾配を保ったまま増加していく。一方、粒子の移動があると空隙率分布が時間とともに変化し、特に  $t=3\text{ms}$  付近において発射薬の前進によって破裂板付近が小さい値となり砲尾側が大きな値となる。これと対応するように破裂板付近の圧力が上昇し、圧力勾配は初期と反対向きになっている。その後、破裂板付近の高圧部から後端へ向かって流れが誘起されるため、固体粒子は後端方向へ後進し砲尾側が高圧になる。図 4.20 は固相運動エネルギーの時間履歴に関する比較である。粒子の移動がない場合、固相の運動エネルギーは終止ゼロで上述のように図 4.17 の差

圧は常に正の値を示している。一方、固体粒子の移動がある場合、固相の運動エネルギーは初期の火管噴流から得るエネルギーによって増加し、 $t=3\text{ms}$ 直前に粒子群が破裂板位置で静止することでそのエネルギーが気相の内部エネルギーに変換され、破裂板付近の圧力が増大し強い負差圧が発生する。その後、発射薬粒子が後進するため再び固相運動エネルギーが増加する。

図 4.21 に火管長を変化させた場合の固相運動エネルギーの履歴および差圧履歴を示す。固相が得た運動エネルギーの大きさに依存して負差圧の強さが変化していることがわかる。前述の P1 と P3 の時間的な変動はここで示したように固体粒子の移動が主な要因となっている。すなわち、薬室内部の圧力変動と圧力波の発生を抑制するためには固体発射薬粒子の移動と固体粒子密度の局所的な集中を抑える必要がある。

#### 4.5 三次元計算モデルと二次元軸対称計算モデルの比較

上述の計算では現象を詳細に捉えるために三次元計算を行ったが、ここではより計算コストが低い軸対称計算を用いて点火過程の現象が推算可能であるか検討する。図 4.22 は二次元軸対称計算に用いた計算モデルおよび計算格子である。第一格子上に破裂板を再現するため移動する第二格子を重合させた。格子点数  $510 \times 38 + 24 \times 38$  点、粒子数は 1377 個とした。実験では火管孔が鉛直方向の対と水平方向の対をなして交互に並んでいるが、二次元軸対称計算では実際の火管孔面積と等しくなるようスリットを複数設置して計算を行った。

図 4.23 は半径  $r = 38\text{mm}$  の位置における気相温度に関する  $x-t$  線図である。(a)は三次元計算による角度  $\theta = 0^\circ$ における  $x$  方向測定線上の履歴、(b)は三次元計算による角度  $\theta = 90^\circ$ における  $x$  方向測定線上の履歴、(c)は二次元軸対称計算による  $x$  方向測定線上の履歴である。点火装置である火管の噴射孔から高温の燃焼ガスが噴射するため、火管が設けられた後端側の温度が始めに上昇し、燃焼波が伝播して前方の発射薬が着火する。測定位置の角度が  $90^\circ$ 異なる(a)と(b)の結果より、火管の噴射孔位置が  $90^\circ$ 周期となっているため後端側では噴射孔からの噴流による温度分布の差異が見られるが、軸方向の燃焼波の伝播には差異が見られない。また、(c)より軸対称計算の燃焼波の伝播も三次元計算と大きな差異が見られない。図 4.24 は同様に発射薬の燃焼ガスの質量分率  $Y_{pr}$  に関する  $x-t$  線図である。 $Y_{pr}$  の値が 1 に近づく程その場の気相に占める発射薬の燃焼ガスの質量割合が大きいことを示す。図 4.23 において観測された燃焼波の通過直後に発射薬が燃



焼を開始しガスを放出していることが見られる。  $t=2\text{ms}$  には破裂板付近における発射薬の燃焼が始まっている。この着火を引き起こす燃焼波の伝播速度はほぼ初期空気の音速に等しい。図 4.25 は同様に空隙率  $\alpha$  に関する  $x-t$  線図である。また、図 4.26 は三次元計算および二次元軸対称計算による圧力履歴の比較である。燃焼波の伝播によって固相粒子が軸方向に前進し、破裂板付近に集まることで低空隙率領域を形成する。この際、破裂板付近の気体を移動する固相が圧縮するため  $t=2\text{ms}$  から  $t=3\text{ms}$  にかけて P3 が上昇するのである。この過程は三次元計算結果、二次元軸対称計算結果両方において見られる。

以上より、気相流れ場の三次元性は火管孔付近のみに存在し、円筒形薬室内部における火管を用いた発射薬の点火過程は径方向と特に軸方向の流れ場が重要であり、火管孔面積を揃えた軸対称計算を用いて十分に現象の予測が可能であると言える。

#### 4.6 発射薬着火モデルの比較

発射薬の着火モデルが計算結果に及ぼす影響について検討を行った。上述の計算では気相から固相への熱の輸送を考慮して固体粒子の表面温度  $T_p$  を計算し、その温度が着火点を超えたときに粒子の燃焼が始まるとした(2.3 節参照)。ここではより簡略的なモデルとして気相から固相への熱の輸送を省略し、発射薬粒子表面温度  $T_p$  は周囲のガスの温度  $T_g$  と等しいという仮定をおいて二次元軸対称計算を行った。発射薬粒子表面温度は(2.3.29)式の代わりに

$$T_p = T_g \quad (2.3.29')$$

よって、

$$q = h_t(T_g - T_p) = 0 \quad (2.3.24')$$

$$q_p = (1 - \alpha) \frac{S_p}{V_p} q = 0 \quad (2.3.23')$$

と表すことができる。

図 4.27 は圧力 P1, P3, P1-P3 に関する(a)相間熱輸送を省略した計算結果 (Without H.T.) と前述の計算結果 (With H.T.) との比較、および、(b)実験結果との比較である。熱輸送を省略した場合、圧力 P3 の上昇する時間が早まり、P3 の変動は熱輸送を考慮した場合

に比べ緩やかなものになっている。負差圧をとった後の P1 の圧力上昇も早まっている。結果として負差圧の強さは熱輸送を考慮した場合に比べて弱まり、実験結果との差異が大きくなっている。図 4.28 は両計算モデルにおける気相温度、発射薬燃焼ガスの質量分率、空隙率に関する  $x-t$  線図である。相間熱輸送を省略した場合、燃焼波の伝播が速くなっている。これは点火時に発生した圧力波を弱める働きをする気相から固相への熱損失が無くなったためである。熱輸送を省略した場合、燃焼波が伝播し破裂板に到達する時間は早まっているが、気相温度分布の時間履歴を見ると比較的燃焼波通過後の温度上昇が緩やかに行われている。同様に、発射薬燃焼ガスの質量分率分布の時間履歴を見ると、燃焼波通過後、発射薬ガスの割合  $Y_{pr}$  が 1 に達するまでにはより長い時間を要している。空隙率分布の時間履歴より、熱輸送を省略した場合、固体発射薬粒子の移動が小さくなり、破裂板付近に形成される低空隙率領域が小さくなっている。このために P3 の上昇速度が緩やかになったのだと言える。図 4.29 は両モデルにおける気相温度と発射薬ガスの質量分率  $Y_{pr}$  の軸方向分布を示している。熱輸送を考慮した場合、未燃焼混相領域に予熱帯が形成されるため燃焼波の通過による気相温度の立ち上がりと燃焼ガスの発生に時間差が生じている。温度の立ち上がりは急峻であり、燃焼波の通過で急速に断熱燃焼温度付近まで加熱され、燃焼ガスの発生も急速に行われる。一方、熱輸送を省略した場合、予熱帯は無く燃焼波面の勾配、および、燃焼ガス質量分率の増加が緩やかになっている。前者の場合は点火で生じた圧力波が未燃焼の発射薬への熱損失で弱められ伝播速度が遅くなるが後方の燃焼で発生した圧縮波が燃焼波面に追いつくことで燃焼波を強めたのであり、後者の場合は点火で生じた圧力波が断熱の混相領域を伝播するため後方の燃焼で生じた圧縮波が追いつかず燃焼波は前者ほど強められることなく伝播したのだと考えられる。固気二相間モデルにおける熱輸送の有無によって点火時に発射薬粒子群中を伝播する燃焼波面とその後方の現象に大きな差異が見られた。実験結果との比較より、点火過程における圧力変動を精度良く予測するためには数値シミュレーションにおいて熱の相間輸送を考慮する必要があると言える。

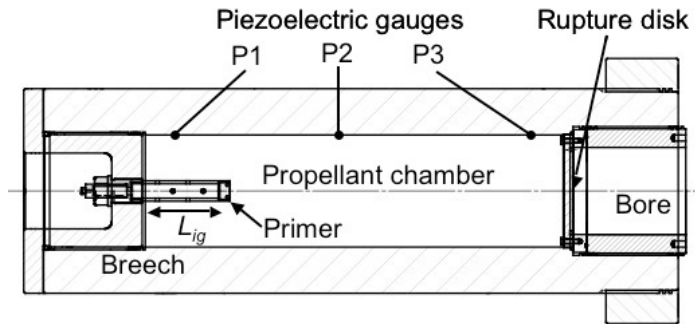


図 4.1 火管を設置した中断燃焼試験装置の概略図

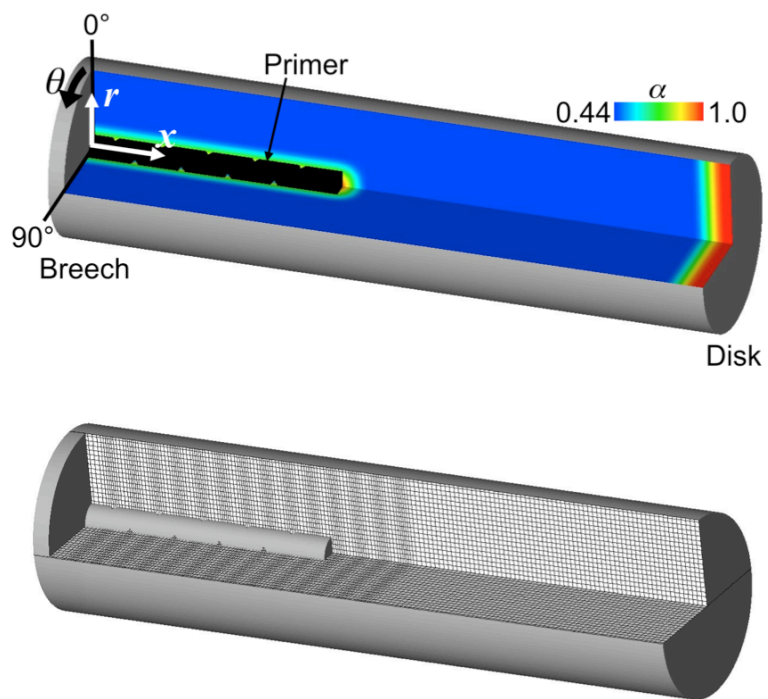


図 4.2 薬室の計算モデル(上)および計算格子(下)

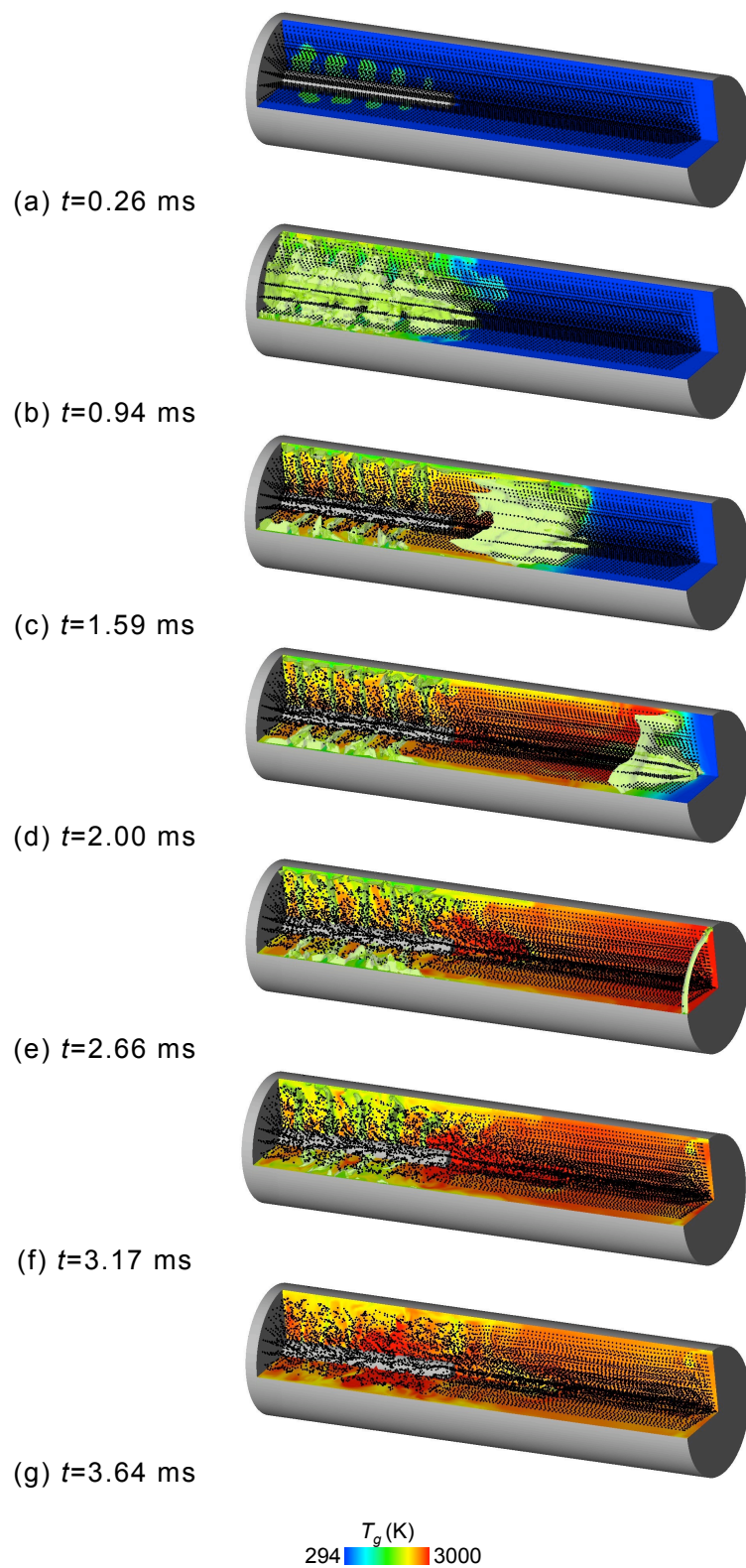


図 4.3  $L_{ig}=200$ mm 条件における気相温度と代表粒子分布の時間発展

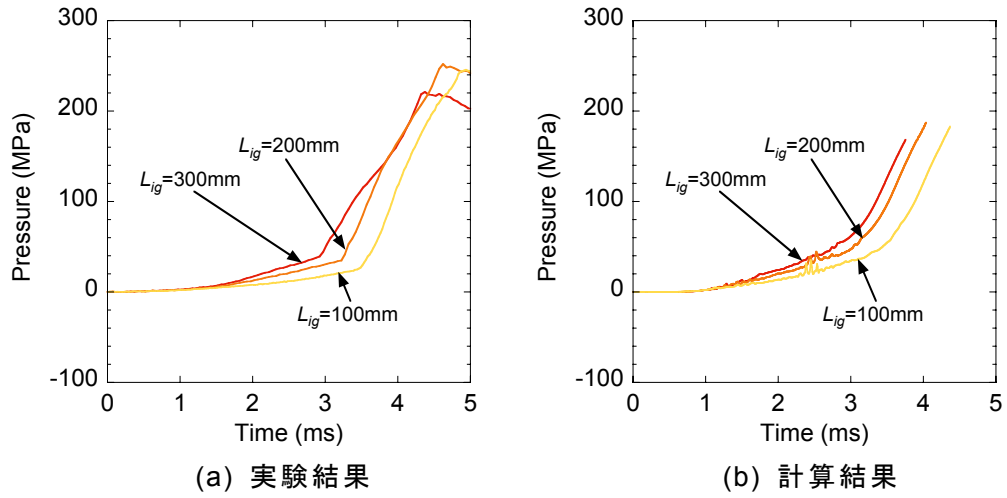


図 4.4  $L_{ig}$ を変化させた場合の実験および計算における P1 の時間履歴

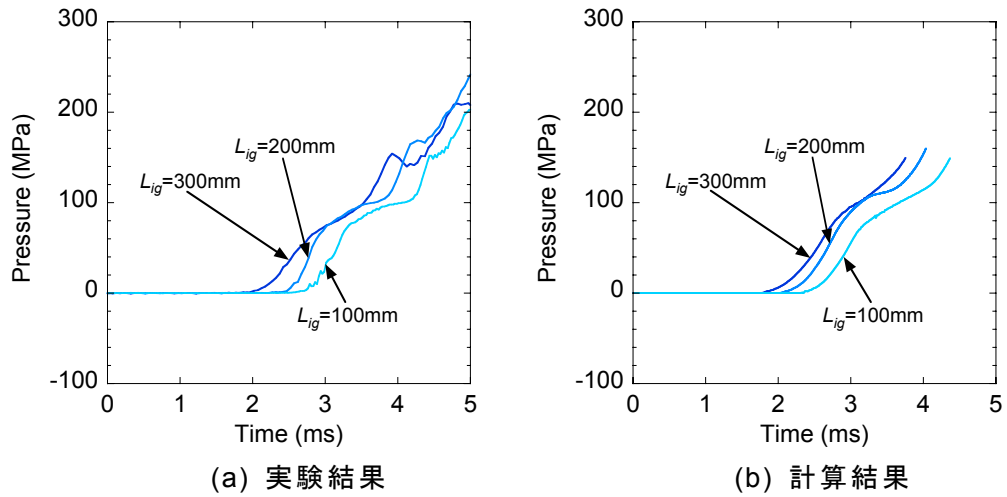


図 4.5  $L_{ig}$ を変化させた場合の実験および計算における P3 の時間履歴

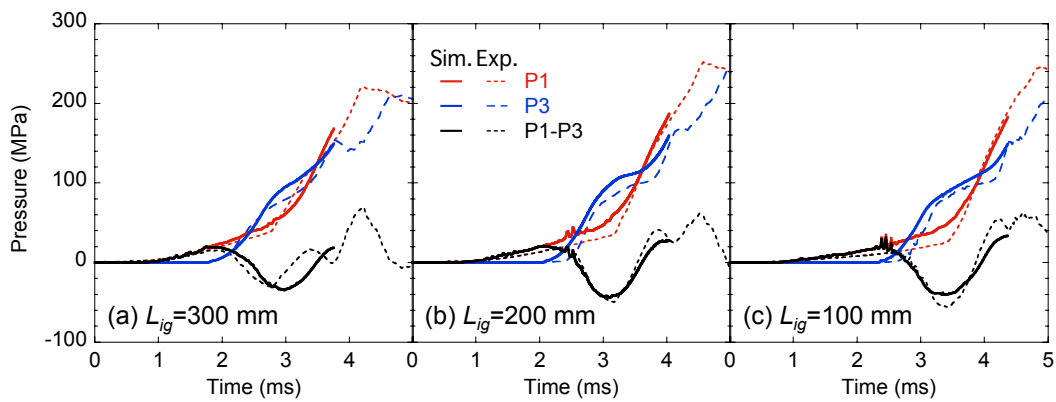
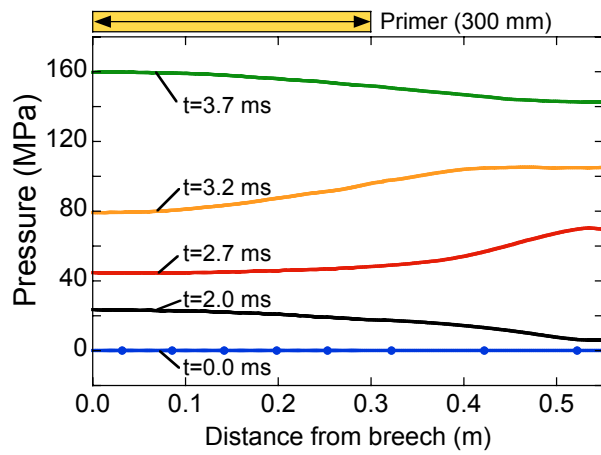
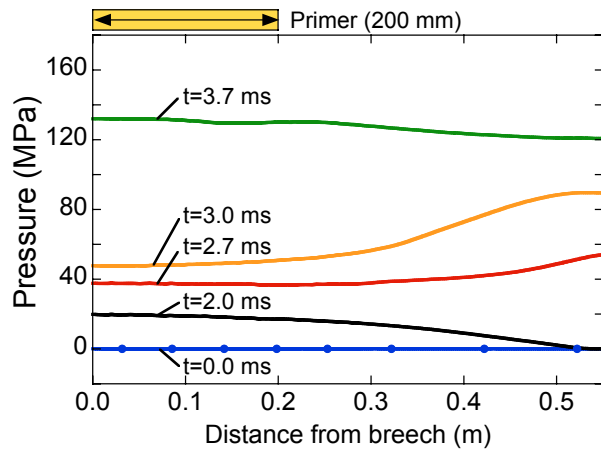


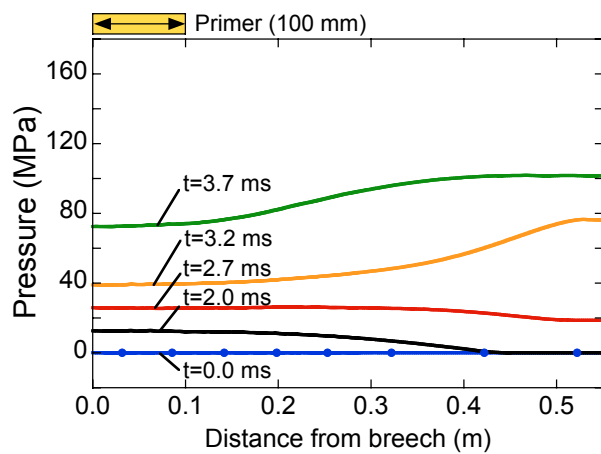
図 4.6  $L_{ig}$ を変化させた場合の各圧力の時間履歴 (Case300, 200, 100a)



(a)  $L_{ig}=300\text{mm}$

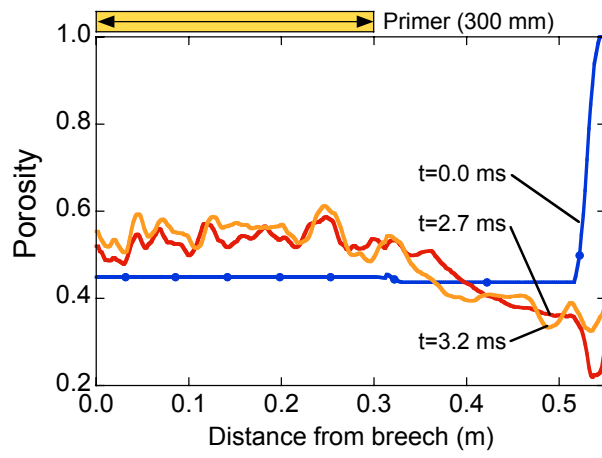


(b)  $L_{ig}=200\text{mm}$

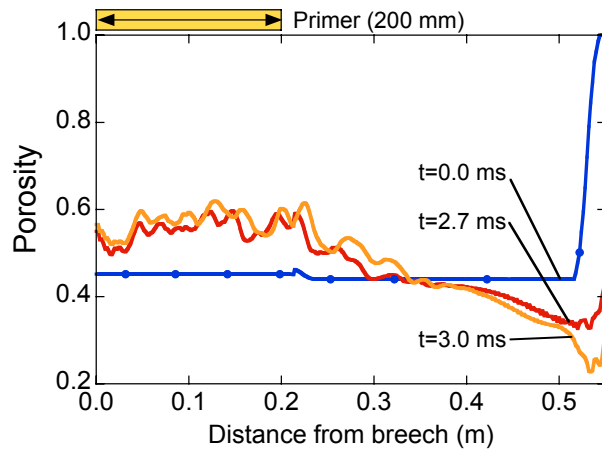


(c)  $L_{ig}=100\text{mm}$

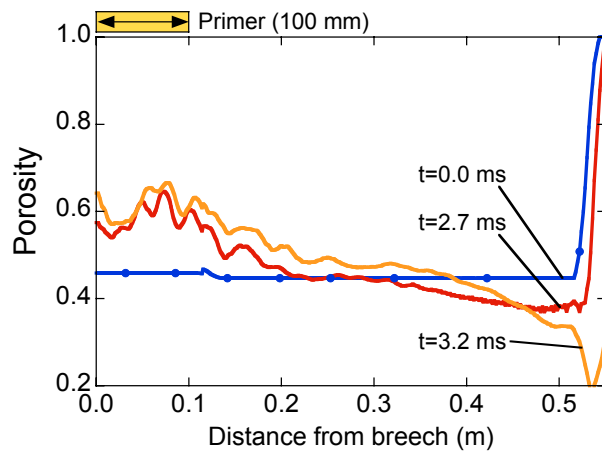
図 4.7  $L_{ig}$  を変化させた場合の圧力分布の比較



(a)  $L_{ig}=300\text{mm}$



(b)  $L_{ig}=200\text{mm}$



(c)  $L_{ig}=100\text{mm}$

図 4.8  $L_{ig}$  を変化させた場合の空隙率分布の比較

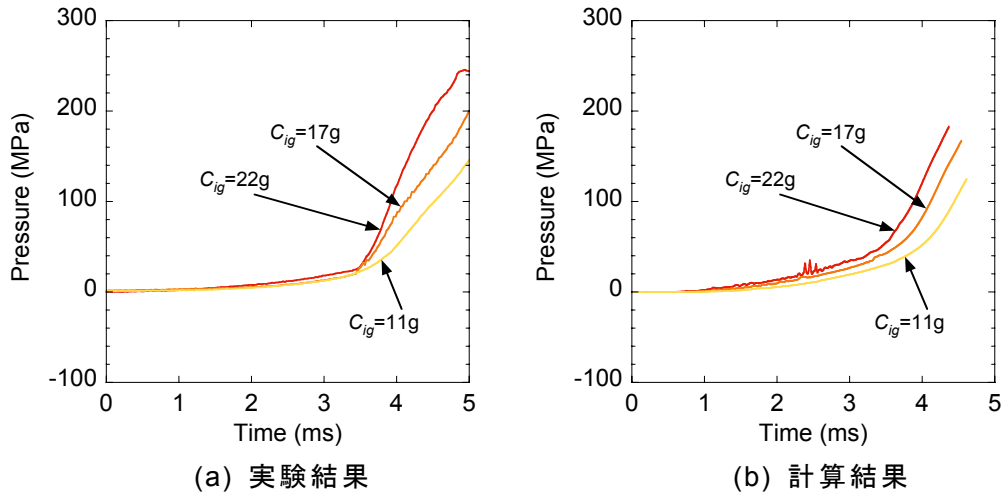


図 4.9  $C_{ig}$  を変化させた場合の(a)実験および(b)計算における P1 の時間履歴

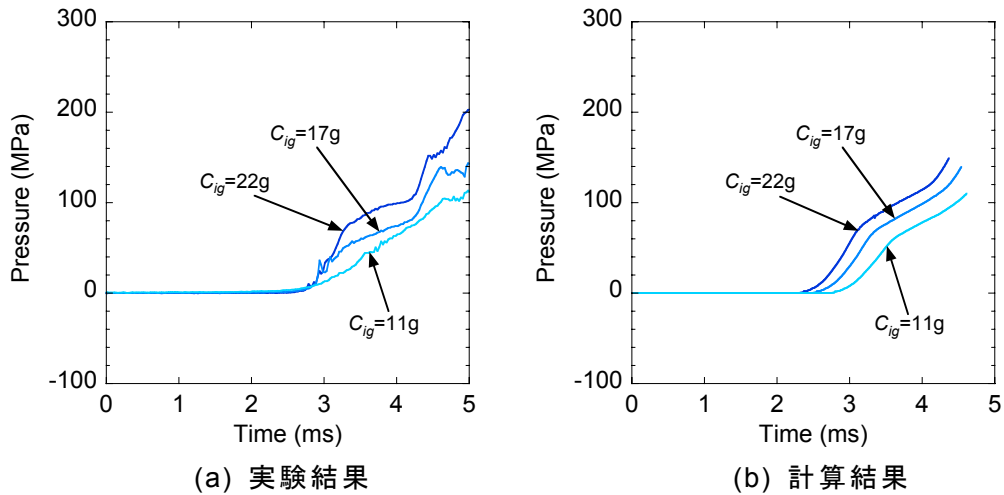


図 4.10  $C_{ig}$  を変化させた場合の実験および計算における P3 の時間履歴

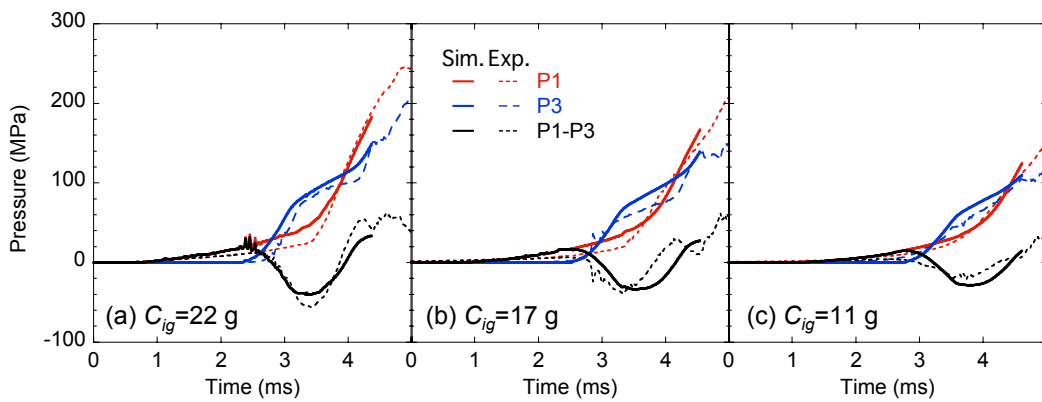


図 4.11  $C_{ig}$  を変化させた場合の各圧力の時間履歴 (Case100a, 100b, 100c)



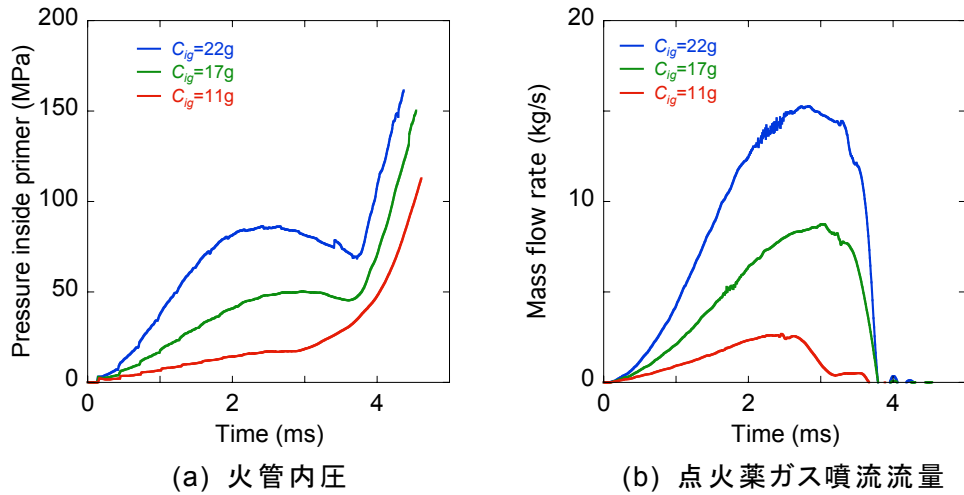


図 4.12  $C_{ig}$  を変化させた場合の火管内圧および点火薬ガス噴流流量の時間履歴

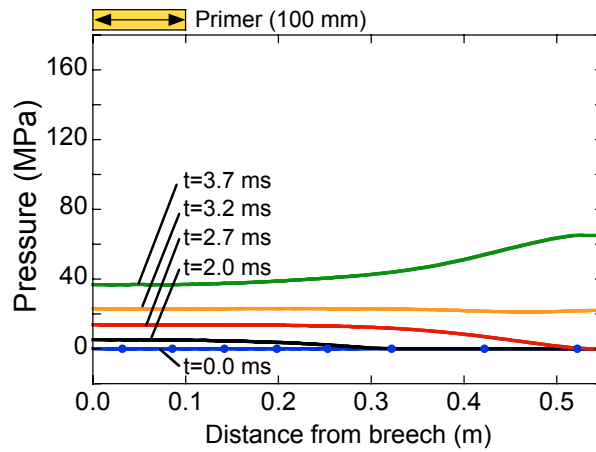


図 4.13  $C_{ig}=11g$  の場合の圧力分布

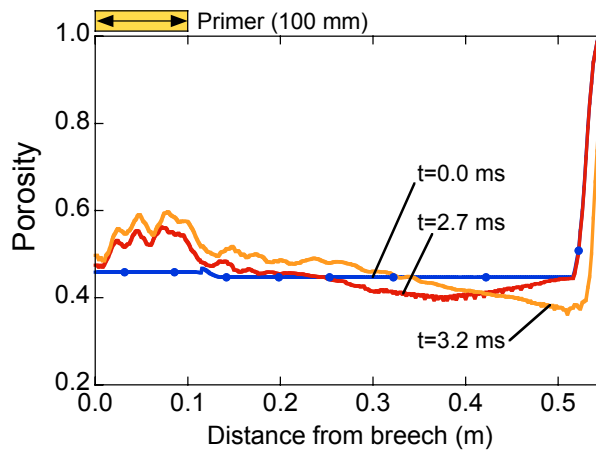


図 4.14  $C_{ig}=11g$  の場合の空隙率分布

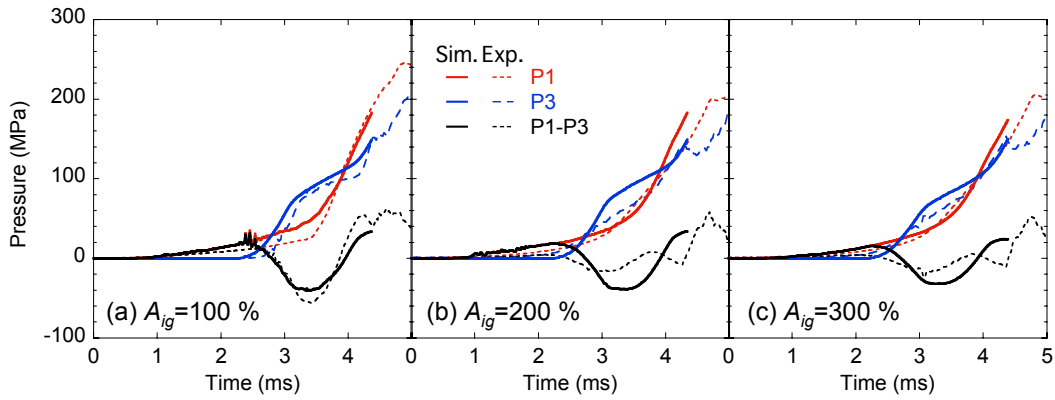


図 4.15  $A_{ig}$  を変化させた場合の各圧力の時間履歴 (Case100a, 100d, 100e)

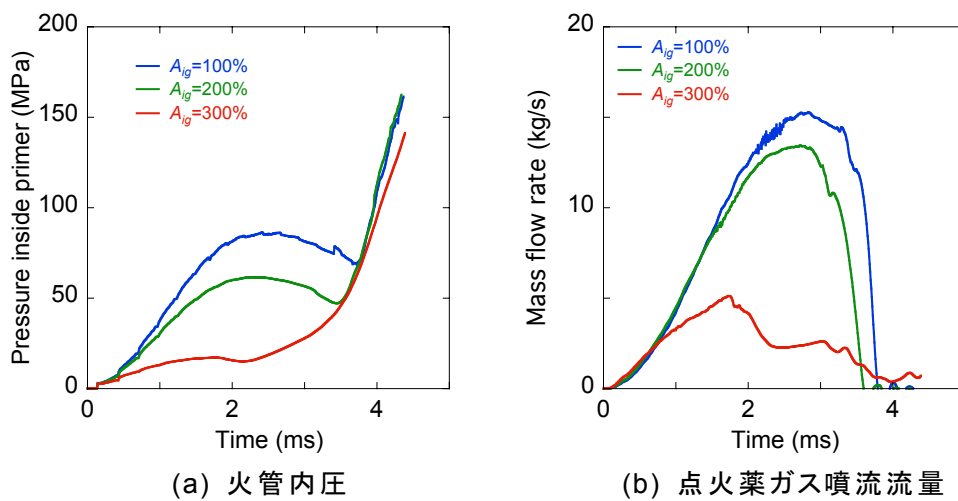


図 4.16  $A_{ig}$  を変化させた場合の火管内圧および点火薬ガス噴流流量の時間履歴

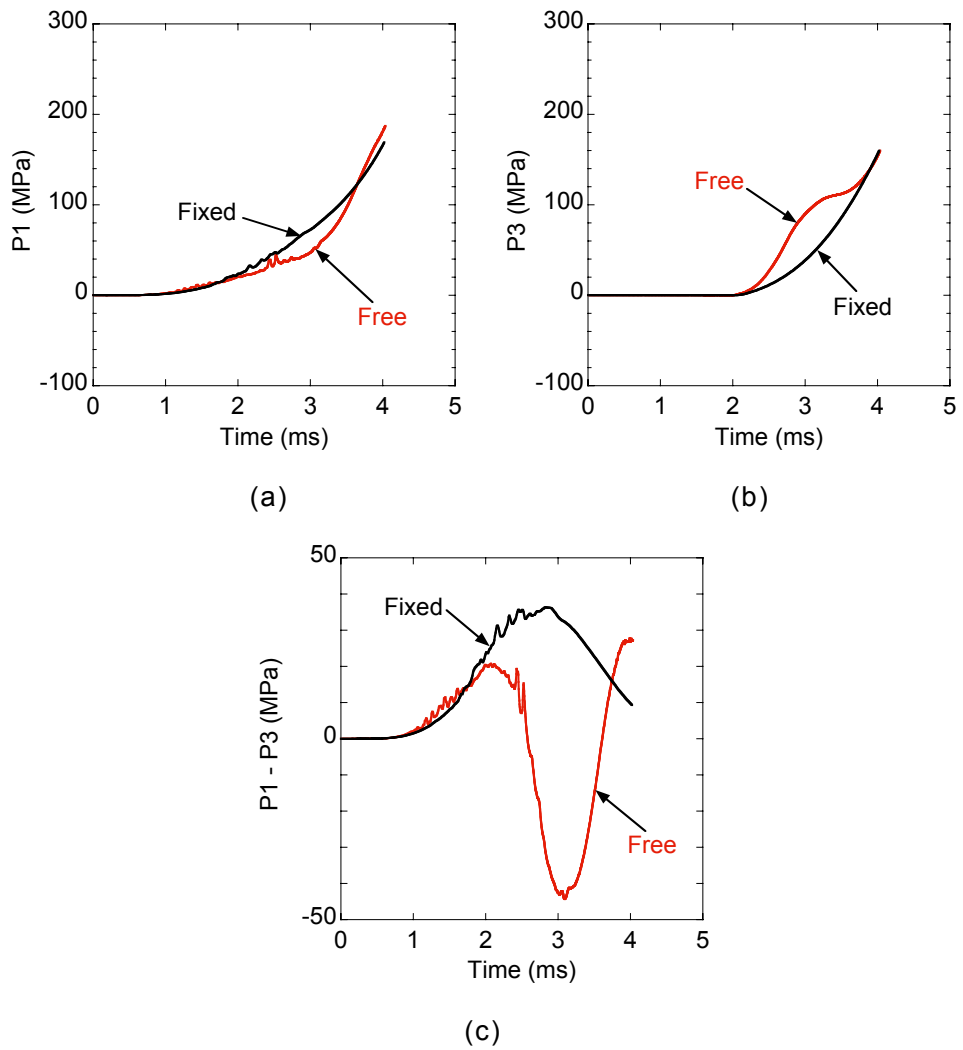


図 4.17 Free particles simulation および Fixed particles simulation における (a) P1, (b) P3 および (c) P1 - P3 の時間履歴

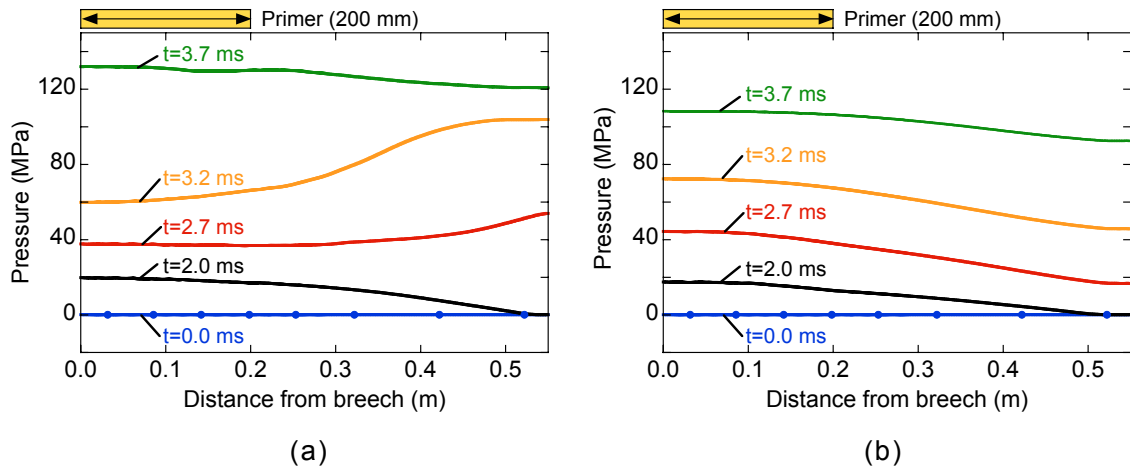


図 4.18 (a) Free particles simulation および(b) Fixed particles simulation における薬室内軸方向の圧力分布

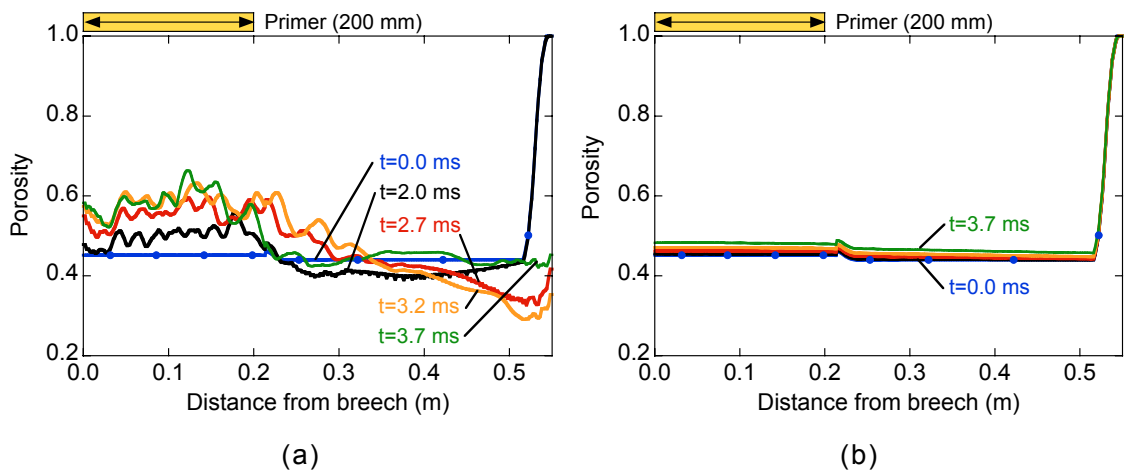


図 4.19 (a) Free particles simulation および(b) Fixed particles simulation における薬室内軸方向の空隙率分布

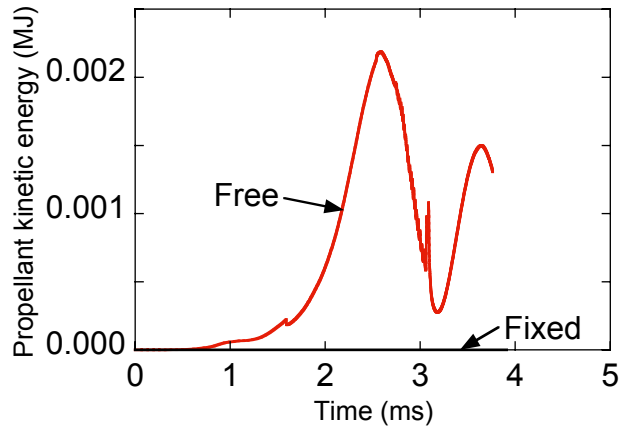
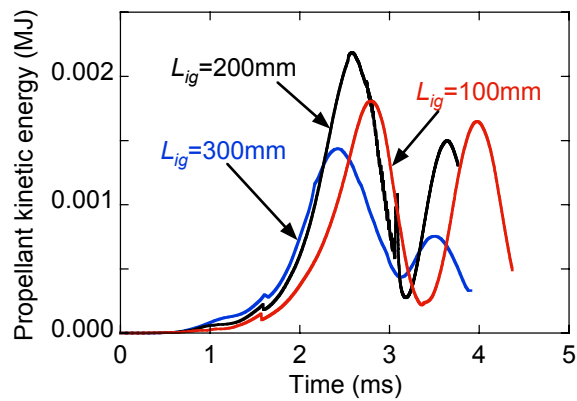
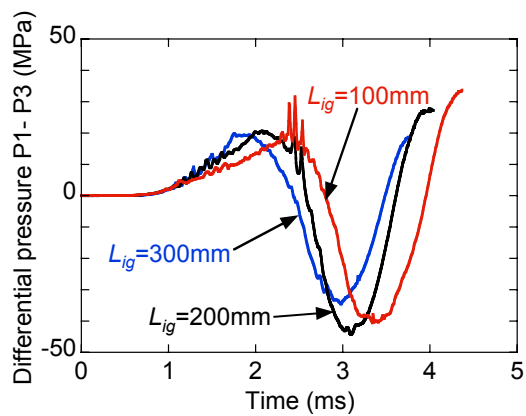


図 4.20 Free particles simulation および Fixed particles simulation における(a)発射薬の総運動エネルギーの時間履歴

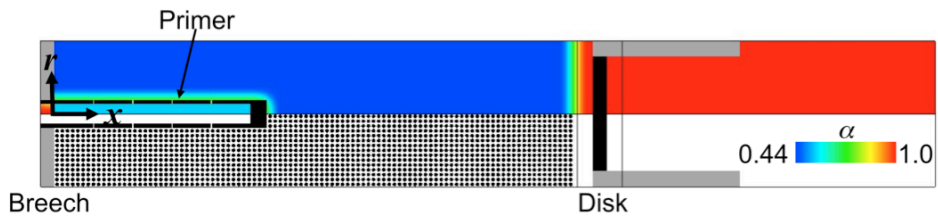


(a) 発射薬の総運動エネルギー履歴

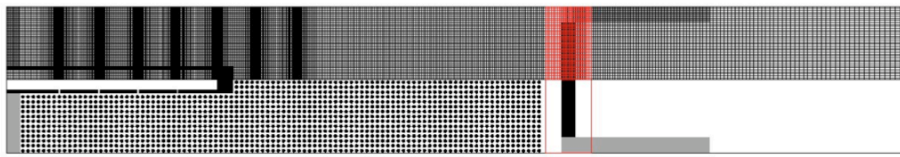


(b) P1 と P3 の差圧履歴

図 4.21  $L_{ig}$  を変化させた場合の発射薬の総運動エネルギー、および、P1 と P3 の差圧履歴



(a) 初期空隙率分布(上段)と代表粒子分布(下段)



(b) 計算格子(上段)と代表粒子分布(下段)

図 4.22 二次元軸対称計算における(a)計算モデルおよび(b)計算格子

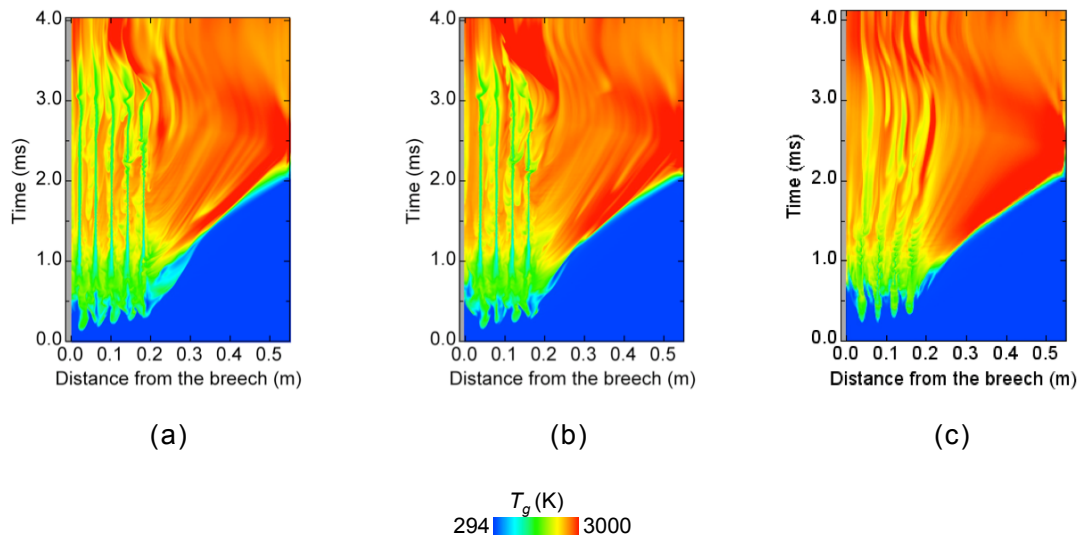


図 4.23  $r=38\text{mm}$  位置の (a) 3D 計算による  $\theta=0^\circ$  における  $x$  方向線上, (b) 3D 計算による  $\theta=90^\circ$  における  $x$  方向線上, および, (c) 2D 軸対称計算による  $x$  方向線上での気相温度分布に関する  $x-t$  線図

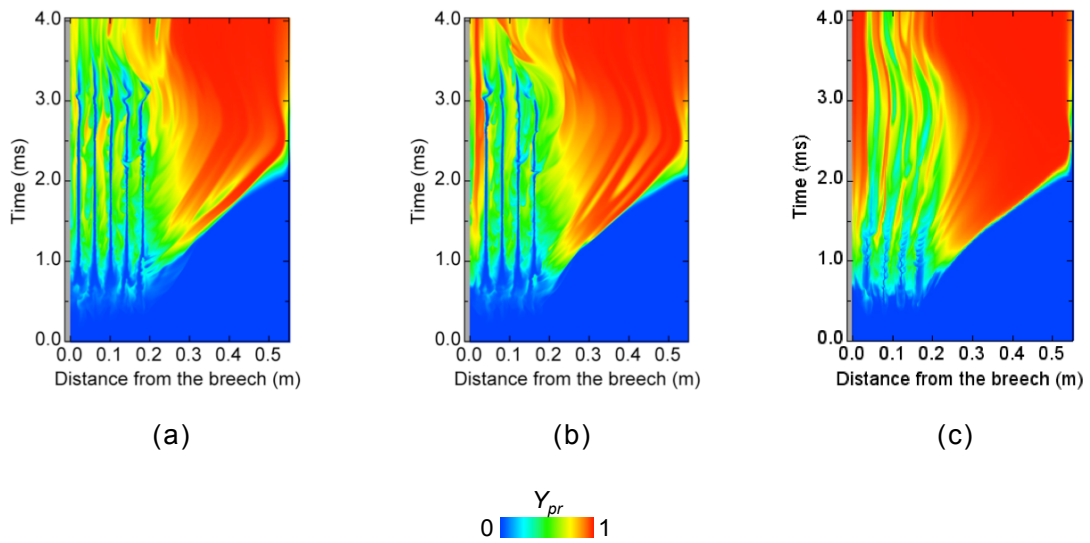


図 4.24  $r=38\text{mm}$  位置の (a) 3D 計算による  $\theta=0^\circ$  における  $x$  方向線上, (b) 3D 計算による  $\theta=90^\circ$  における  $x$  方向線上, および, (c) 2D 軸対称計算による  $x$  方向線上での発射薬ガス質量分率  $Y_{pr}$  分布に関する  $x-t$  線図

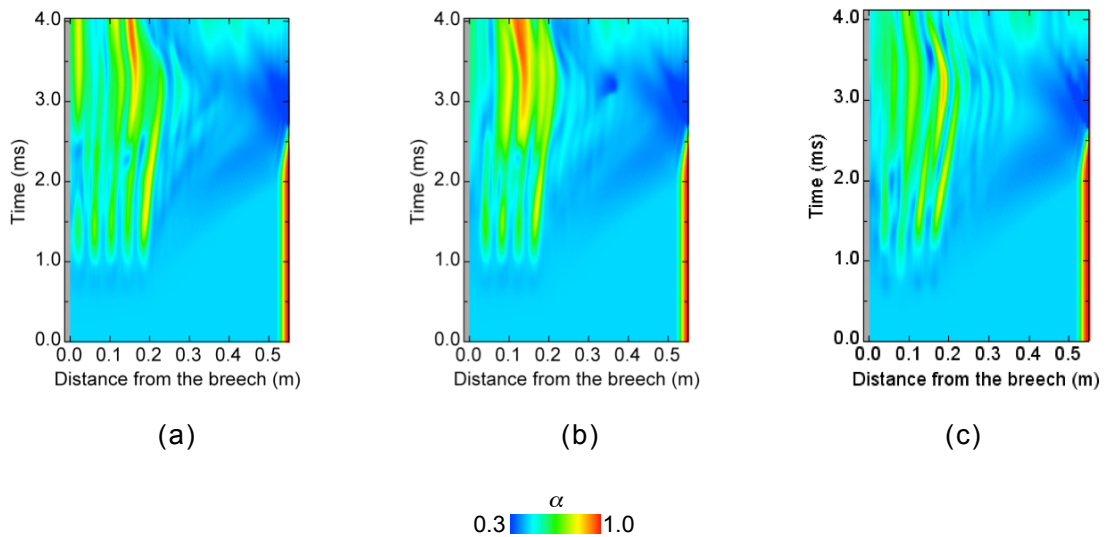
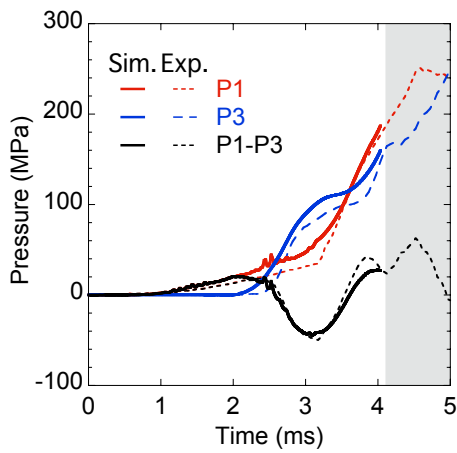
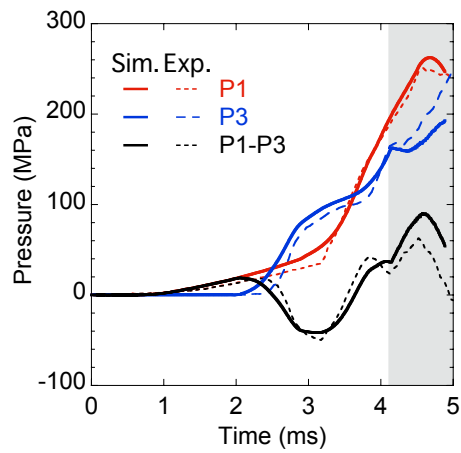


図 4.25  $r=38\text{mm}$  位置の (a) 3D 計算による  $\theta=0^\circ$  における  $x$  方向線上, (b) 3D 計算による  $\theta=90^\circ$  における  $x$  方向線上, および, (c) 2D 軸対称計算による  $x$  方向線上での空隙率分布に関する  $x-t$  線図

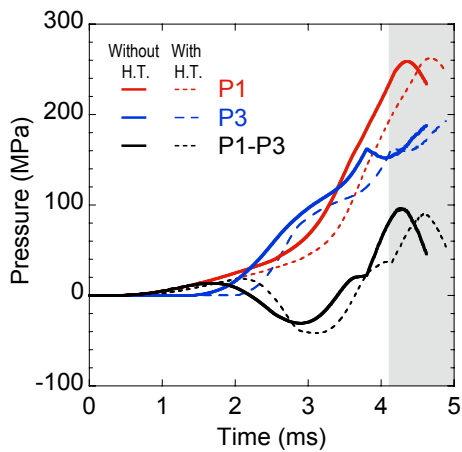


(a)

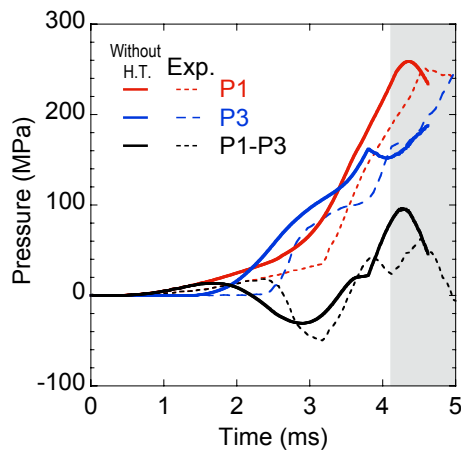


(b)

図 4.26 (a)三次元計算および(b)二次元軸対称計算による圧力履歴の比較



(a)



(b)

図 4.27 (a)二次元軸対称計算における固気二相間熱伝送有無の比較, および, (b)実験結果と熱伝送無しモデルの計算結果の比較



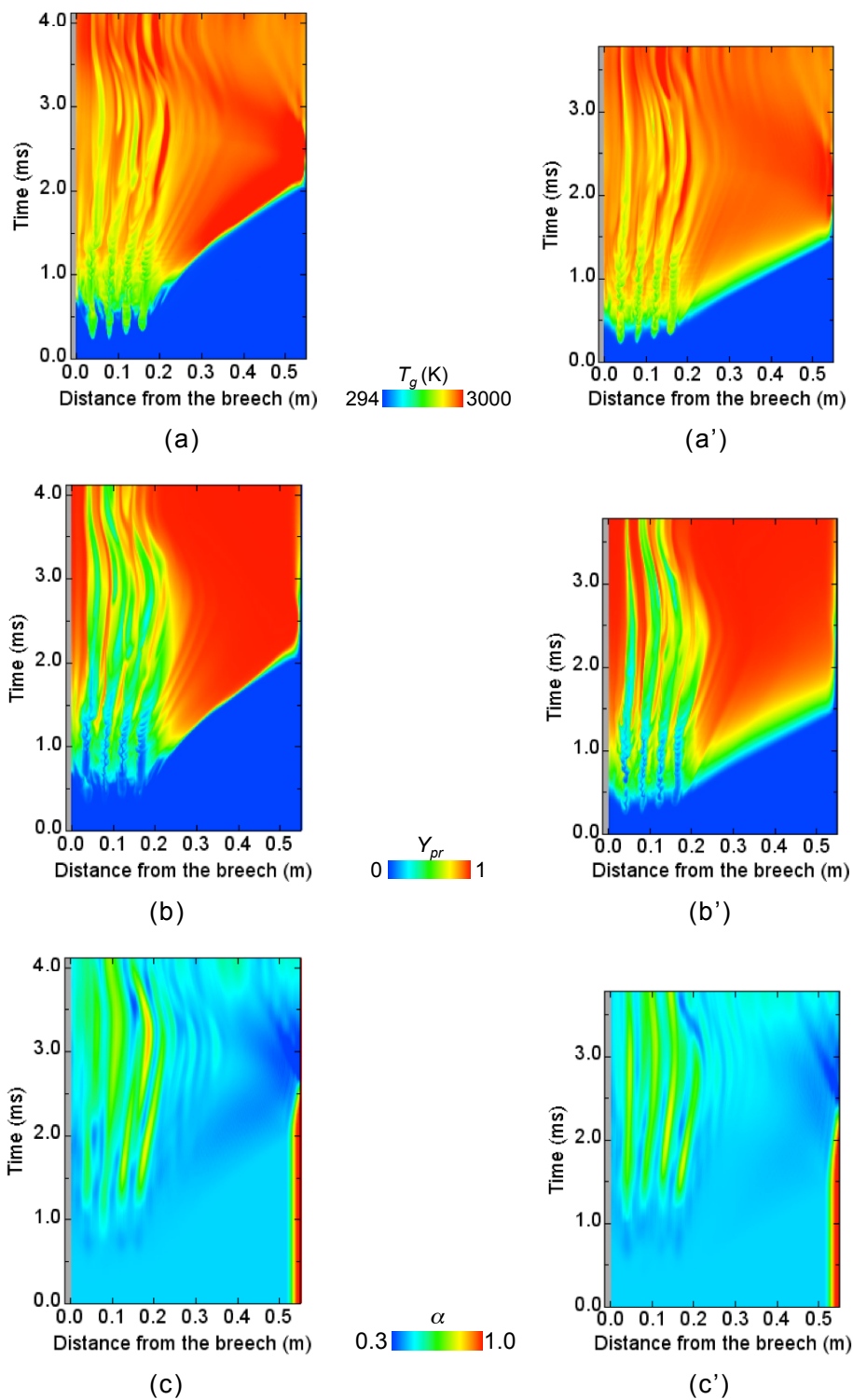
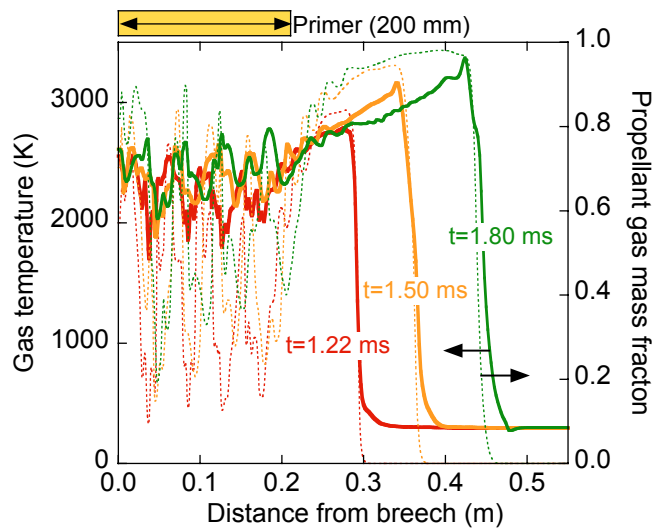
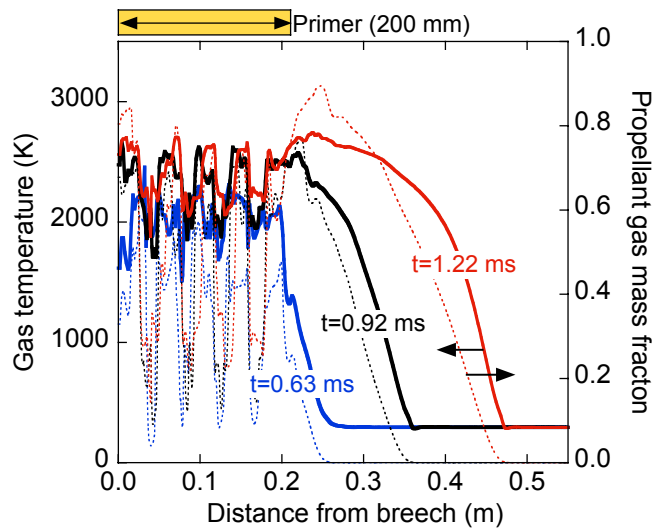


図 4.28 固気二相間熱輸送有り(左), および, 無し(右)の二次元軸対称計算による  $r=38\text{mm}$  位置における(a)気相温度, (b)発射薬ガス質量分率, (c)空隙率に関する  $x-t$  線図



(a) 熱輸送有り



(b) 熱輸送無し

図 4.29 二次元軸対称計算における固気二相間熱輸送有り(a), および, 無し(b)の  $r=38\text{mm}$  位置における気相温度と発射薬質量分率の軸方向の分布

#### 4.7 本章のまとめ

本章では, 三次元および二次元軸対称の固気二相燃焼流計算コードを用いて火管を用いた固体発射薬の密閉燃焼試験を計算対象として数値シミュレーションを実行し, 点火過程における計算モデルの検証を行った. また, 計算結果より発射薬点火過程における負差圧の発生機構に関して検討を行った. 三次元固気二相流計算による結果から火管長の短縮, 点火薬量の増加, 火管孔面積の減少に伴って負差圧が強まるという実験の傾向が再現されたことから, 薬室内部の圧力変動に与える火管条件の影響は数値計算により推測可能であることが示された. 計算結果より, 点火薬ガスによって加速された固体発射薬粒子の局所的な集積が圧力変動を引き起こし, 負差圧発生の大きな要因となっていることが示された. このため, 薬室内部の圧力変動と圧力波の発生を抑制するためには固体発射薬粒子の移動と固体粒子密度の局所的な集中を抑える必要がある.

火管を用いた密閉燃焼試験では三次元計算結果より火管孔付近において流れ場に三次元性が見られたものの, 軸方向の流れ場は火管孔面積を実際のものに合わせた二次元軸対称計算によって再現され, 圧力履歴に関しては三次元計算および実験結果との差異は見られなかった. このことから, 点火過程における圧力変動は二次元軸対称計算によって予測できると言える. また, 発射薬の着火モデルを考える上で, 点火過程における圧力変動を精度良く予測するためには固気二相間の熱輸送を考慮する必要があることが示された.



## 第 5 章 棒状発射薬を用いた飛翔体加速過程の解析

通常、発射薬は粒状にすることで燃焼面積を大きくし体積燃焼速度の増加により高い圧力を発生させるものであるが、薬室容積や飛翔体の質量条件によって粒の形状や寸法は様々である。例えば、小型の加速装置では薄い板状のものや、口径の大きい装置では紐状のものが用いられてきた。薬室容積や加速管内径は製造後に設計変更が難しい条件であるのに比べ、飛翔体質量と発射薬粒子形状は設計変更が容易な条件である。近年、点火時の伝火性能の向上や燃焼時間の増大を目的として長い棒状の発射薬が研究・使用されている<sup>[22]</sup>。本章では薬室長に近い長さを持つ棒状発射薬を用いた飛翔体加速試験に対する砲内弾道シミュレーションを行い、実験結果を用いて計算手法の有効性を検討する。実験では行われていない飛翔体質量条件について数値的実験を行うことにより、飛翔体質量条件に対する性能変化の挙動を調べる。バリスティックレンジや火器において使用される固体発射薬の形状と寸法は重要な設計条件の一つであり、飛翔体発射時には選定した発射薬形状に対して加速性能と安全性の評価を事前に行う必要がある。よって、上記の加速装置において固体発射薬の形状を上記のものから 25、50 分割した粒状に変更して結果を比較することにより、発射薬形状の特性を数値シミュレーションにより調査する。腔内の圧力波伝播を考慮するため、解析には二次元軸対称固気二相流計算手法を用いる。

### 5.1 棒状発射薬を用いた飛翔体加速実験について

本章で参照する飛翔体加速実験<sup>[33]</sup>では薬室長に近い長さを持つ棒状発射薬に関する点火時の伝火性能や燃焼特性を研究するため、飛翔体加速過程における燃焼圧力と飛翔体の加速性能に関する実測データが取得された。飛翔体加速装置の概略図を図 5.1 に示す。実験において固体発射薬が砲尾(Breech)付近に装填され、飛翔体の質量は 2.5~4.5kg である。直径 50mm の Launch tube 内壁には旋状の溝が彫ってある。砲尾に装填された発射薬を点火した後、燃焼加圧によって飛翔体が前進を開始する。実験において飛翔体の速度はレーダードップラー計測計および線的を破断する時間間隔を用いて測定された。また、砲尾圧は図 5.1 の測定点 P1 において測定された。

## 5.2 計算条件

表 5.1 に主要な計算条件を，表 5.2 に実験で用いられた発射薬の特性を示す．代表的なダブルベース発射薬の例として M26 発射薬の場合，燃焼生成ガスは断熱燃焼温度 3220K で  $\text{CO}_2$  (4.12mol/kg)， $\text{CO}$  (17.6mol/kg)， $\text{H}_2\text{O}$  (9.22mol/kg)， $\text{H}_2$  (5.08mol/kg)， $\text{N}_2$  (5.06mol/kg) から成る<sup>[34]</sup>．各ガス成分の質量分率は順に 0.181, 0.493, 0.166, 0.010, 0.142 となる．本計算は発射薬の点火によって始まり，飛翔体の装置出口(Muzzle)到達で完了する．発射薬の点火は砲尾付近に黒色火薬の燃焼ガス 4.5g を 10ms 間で流入させることによって再現される．本計算では Launch tube 内における飛翔体の加速過程を再現するため，移動重合格子法を用いた．図 5.2 は初期における計算格子を示しており，飛翔体底面の移動に伴って第二格子は移動する．格子点数は第一格子 1432x14 点，第二格子 134x14 ( $M_p=3.5\text{kg}$  の場合)，代表粒子 250 個とした．初期条件は薬室内部，Launch tube 内部ともに圧力 101.3kPa，温度 294K とした．飛翔体の加速度は弾底に働く圧力，前面に働く圧力，および，阻害抗力から算出される．飛翔体の起動圧力を約 100MPa とし，阻害抗力は図 5.3 に示すように与えた．

表 5.1 主要な計算条件

項目	入力値
口径 (mm)	50
Launch tube 長 (mm)	3195
飛翔体質量 $M_{Pj}$ (kg)	0.5 – 7.5
発射薬質量 $C$ (kg)	0.4, 0.5
固体発射薬	ダブルベース

表 5.2 発射薬の特性

項目	入力値
Propellant type	Double-base
Adiabatic flame temperature $T_0$ (K)	3133
Impetus $F_{pr}$ (J/g)	1036
Specific heat ratio $\gamma_{pr}$	1.232
Density $\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	1615
Covolume $b_{pr}$ (cm <sup>3</sup> /kg)	993
Ignition temperature (K)	444
Shape of grain	Tubular (one hole)
Size of grain (mm)	$\phi 6.35 \times 200$
Diameter of grain hole (mm)	2.20

### 5.3 計算結果の検討

#### 5.3.1 計算結果と実験結果の比較

図 5.4 に各条件における砲尾圧(P1における圧力)履歴と飛翔体履歴の計算結果および実験結果を示す。実験結果の時間軸は計算結果に合わせてスライドさせたものである。また、表 5.3 に各条件の計算・実験における最大砲尾圧(P1<sub>max</sub>)と飛翔体 Muzzle 速度(v<sub>m</sub>)を示す。各条件とも両履歴に関して計算結果は実験結果と定量的に良い一致を示した。ただし、飛翔体質量が小さいケース( $M_{pj}=2.5\text{kg}$ ,  $C=0.5\text{kg}$ )では計算において最大圧力、飛翔体 Muzzle 速度ともに過大評価された。この要因として設定した阻害抗力値が考えられる。他の条件と比較して飛翔体の質量が小さい条件であるため働いた阻害抗力が小さかったと仮定し、図 5.3 の阻害抗力値を半減させて与えた場合の計算結果を図 5.4c'に示す。阻害抗力値を半減させると飛翔体速度は実験値に近づくが最大圧力が過小評価されることから、阻害抗力値の他にも差異をもたらした諸要因が本条件の試験に存在したと考えられる。各ケース共通の特徴として、終盤において計算による砲尾圧の減少する傾きが実験よりもやや緩やかであることが見られた。実験では Launch tube 内壁に旋状の溝が彫ってあるため、飛翔体と Launch tube 内壁との隙間からガスが洩れると予想され

る。このことを考慮すると、計算上ではこの洩れの効果を再現していないために実際の圧力減少の速度を過小評価した可能性が考えられる。また、実験における飛翔体 Muzzle 到達時の速度履歴を見ると、大半の条件において値が大きな増加と減少を繰り返している。これはドップラー計測計による測定時に Muzzle から噴出する燃焼ガスが測定に何らかの影響を与えたものであり、飛翔体の急加速・減速ではないと考えられる。飛翔体起動後 Muzzle 到達までの速度履歴の傾き、すなわち加速プロファイルに関しては各条件ともに計算によって実験結果がよく再現されている。

ケース E ( $M_{pj}=4.5\text{kg}$ ,  $C=0.5\text{kg}$ )における流れ場の様子を、計算結果を用いて観察する。図 5.5 は中心軸上の(a)気相温度、(b)圧力、(c)空隙率、(d)軸方向の気相速度に関する  $x-t$  線図である。気相温度分布より、点火後の発射薬の着火によって燃焼波が伝播する様子が見られる。気相温度は発射薬の燃焼により断熱燃焼温度付近に達するが、飛翔体の前進に伴って減少していく。また、飛翔体の前面から圧縮波が伝播することが見られた。薬室内部の圧力は燃焼とともに上昇し、飛翔体の前進によって減少していく。砲尾付近において最大圧力を経験することがわかる。(c)の空隙率分布から確認できるが燃焼完了の際に砲尾付近で膨張波が発生し、薬室内部を伝播する。次に気相速度を見ると、飛翔体前面で発生する圧縮波が飛翔体速度の増加に伴って前方で集積し、衝撃波を形成していることがわかる。その後も飛翔体前面で発生する圧縮波がこの衝撃波に追いつき、徐々に波を強めている。この衝撃波による圧力上昇は Muzzle 付近において 1MPa 程度のもので、弾底圧の大きさを考えると飛翔体の前進運動にはほとんど影響を与えない。

表 5.3 各条件における計算結果および実験結果

Case	$M_{pj}$ (kg)	$C$ (kg)	Simulation	Experiment	Simulation	Experiment
			$P1_{\max}$ (MPa)	$P1_{\max}$ (MPa)	$v_m$ (m/s)	$v_m$ (m/s)
A	3.5	0.4	215	217	557	557
B	4.5	0.4	243	247	500	514
C	2.5	0.5	263	245	730	677
C'	2.5	0.5	221	245	695	677
D	3.5	0.5	313	323	646	657
E	4.5	0.5	360	387	584	601



### 5.3.2 飛翔体の質量の影響

ここでは棒状発射薬条件下において飛翔体の質量を変化させ、 $M_{Pj}$ の条件が薬室圧力や飛翔体速度に与える影響について調べた。図 5.6 は最大砲尾圧と飛翔体質量の関係を示している。計算結果から飛翔体質量の増大に伴い燃焼圧力が高まっていくことがわかる。実験においてもその挙動は同様である。その上昇する傾きはほぼ一定であるが、発射薬の質量条件によって傾きの大きさが変化し、発射薬質量が大きいほど傾きが急峻になる。図 5.7a は飛翔体の Muzzle 速度と飛翔体質量の関係を示している。飛翔体質量が増加するのに伴い速度は単調に減少している。図 5.7b は無次元質量パラメータ  $C/M_{Pj}$  に対する飛翔体 Muzzle 速度の結果である。 $C/M_{Pj}$  値が小さい場合には、発射薬質量によらず Muzzle 速度はほぼ同等の値をとると言える。質量パラメータ  $C/M_{Pj}$  と飛翔体速度の関係は設計する上で重要な指標であり、第 1 章で述べた速度評価式に質量パラメータ  $C/M_{Pj}$  が含まれていることからわかるように飛翔体速度を支配する無次元数である。図 5.8 は Muzzle における飛翔体運動エネルギーと飛翔体質量の関係を示している。飛翔体が得る運動エネルギーはその質量が大きいほど内圧の上昇により高くなるが、その運動エネルギーは極大値をとることがわかった。すなわち、発射薬質量  $C$  に対して飛翔体が得る運動エネルギーの最大値が存在し、飛翔体の運動エネルギーに変換する効率が最も良くなる飛翔体質量の条件が存在すると言える。ここでエネルギー変換効率  $\eta$  を(飛翔体を得た運動エネルギー  $K_{Pj}$ )/(発射薬の化学エネルギー  $Q_C$ )と定義する。

$$\eta = \frac{K_{Pj}}{Q_C}$$

図 5.9 はエネルギー変換効率と飛翔体質量の関係を示している。飛翔体質量が小さい場合には発射薬質量に関わらず効率は同様の値をとる。しかし、飛翔体質量が大きくなると効率に差異が見られ、発射薬量が多いほど効率が高くなる。これは、発射薬量の増加で放出される化学エネルギーが増大すると全体の燃焼エネルギーに占めるエネルギーの損失の割合が減少し、反対に飛翔体の運動エネルギーが占める割合が増加するためであると考えられる。以下では、系における各種エネルギー量の時間変化を調べる。図 5.10 は  $C=0.5\text{kg}$  の場合の各種エネルギー量の時間履歴である。各時間における系の総エネルギー量は、黒線で示す発射薬の燃焼によって放出された化学エネルギー  $Q_C$  である。

その総エネルギーを構成する成分は、飛翔体の運動エネルギー $K_{Pj}$ 、流体の内部エネルギー $U_g$ と運動エネルギー $K_g$ 、および、損失エネルギー $E_{loss}$ である。

$$Q_C = K_{Pj} + (U_g + K_g) + E_{loss}$$

図の黒線と橙の線の間隔で示される損失エネルギー $E_{loss}$ には、飛翔体に働く阻害抗力によるエネルギー損失(本ケースでは Muzzle において約 1.6kJ)、燃焼ガスから発射薬への熱伝達によって増加した固相の内部エネルギー、未燃焼固体発射薬の運動エネルギー、発射薬壁面衝突時のエネルギー損失が含まれている。飛翔体が軽い  $M_{Pj}=0.5\text{kg}$  のケースでは飛翔体 Muzzle 到達時に発射薬がまだ完全に燃焼を終えておらず、一部の発射薬エネルギーが放出されないまま飛翔体が射出されている。また、流体の内部エネルギーが大部分を占めている。本図より、各条件とも最終的に飛翔体を得る運動エネルギーは発射薬がもつ化学エネルギーの 1/3 以下であることがわかる。大部分のエネルギーは流体の内部エネルギーに留まっているが、飛翔体の質量を大きくするとその内部エネルギーと損失の割合が小さくなり、飛翔体の運動エネルギー割合は大きくなっている。飛翔体が軽いケースでは燃焼によるエネルギー放出と飛翔体を得る運動エネルギーの増加が穏やかに進行するが、飛翔体が重いケースでは圧力上昇によってエネルギー放出速度が大きくなるため、急激なエネルギーの放出に続いて飛翔体運動エネルギーの増加が急速にかつ長い時間持続している。

続いて、飛翔体射出時の各種エネルギー構成を見ることで発射薬がもつ化学エネルギーの変換先と飛翔体質量の関係を調べる。図 5.11a は  $C=0.4\text{kg}$  の場合の、飛翔体 Muzzle 到達時の系のエネルギー内訳である。また、図 5.11b は  $C=0.5\text{kg}$  の場合である。それぞれの図中には発射薬が完全に燃焼した際の化学エネルギー量が破線で示してある。この化学エネルギー量と、完全燃焼した場合の棒グラフのエネルギー合計との差はエネルギー損失を表している。両ケースとも飛翔体質量  $M_{Pj}=0.5\text{kg}$  では発射薬の燃焼が完了する前に飛翔体が Muzzle に到達してしまったため、一部の発射薬エネルギーが使われないまま飛翔体が射出されている。完全燃焼した場合においても飛翔体の質量が小さい場合は損失の割合と流体エネルギーの割合が比較的大きくなっている。これは飛翔体質量が小さくなることで飛翔体速度が増加し、それに伴って弾底付近の流体の流速が増加して固気二相間の速度差から生じる摩擦抗力による損失が増大したためだと考えられる。

### 5.3.3 発射薬の移動の影響

上述の計算では固相の移動を考慮したが、ここでは固相を故意に静止させた計算を行い、固相の移動の有無が推算結果にどの程度影響を与えるか調べる。図 5.12 に(a)最大圧力値および(b)飛翔体 Muzzle 速度に関する計算結果と実験結果を示す。固相の移動を省略した場合、飛翔体速度の推算結果にはその影響がほとんど見られないが、砲尾の最大圧力は固相の移動を考慮した場合の結果および実験結果より過大に評価されることがわかる。図 5.13 は固相の移動を省略した場合における飛翔体 Muzzle 到達時の系のエネルギー内訳である。図 5.13 の固相の移動を考慮した場合と比較すると、エネルギー損失の部分が減少して燃焼ガスの内部エネルギーが増加している。このことから、最大圧力を厳密に評価するためには点火後に気相から発射薬に輸送されるエネルギーを精度良く評価し、エネルギーの放出源となる発射薬の動きを的確にシミュレートすることが要求されると言える。

### 5.4 発射薬形状が加速装置性能に与える影響に関する考察

次に、飛翔体加速装置において使用される固体発射薬の形状と寸法は重要な設計条件の一つであり、飛翔体発射時には選定した発射薬形状に対して加速性能と安全性の評価を事前に行う必要があるため、上述の加速装置において固体発射薬の形状を粒状に変更し発射薬の形状が諸性能に与える影響を数値シミュレーションにより調査する。図 5.14 に示すように上記の実験で用いられたダブルベース単孔棒状発射薬 (Tubular)、その棒状発射薬を 25 分割した単孔粒状発射薬 (25 pieces) と 50 分割した単孔粒状発射薬 (50 pieces) を用いて砲内弾道計算を行い諸性能の比較を行う。ただし粒状発射薬の場合には、計算において粒子がランダムな方向を向いて配置されていると仮定する。図 5.15a に燃焼深度  $x$  と体積燃焼率  $Z$  の関係を、また、図 5.15b に体積燃焼率  $Z$  と単位体積当りの燃焼面積  $\Sigma$  の関係を示す。ただし、燃焼深度  $x$  と単位体積当りの燃焼面積  $\Sigma$  は以下のように定義される。

$$x = \int_0^t r dt \quad (5.4.1)$$

$$\Sigma = \frac{S_p}{V_{p0}} \quad (5.4.2)$$

図 5.16 に各飛翔体質量条件において発射薬形状を変化させた場合の砲尾圧履歴および飛翔体速度履歴を示す。粒子サイズが小さくなるほど薬室圧力と飛翔体速度が増加し、飛翔体が Muzzle に達する時間が短くなっている。飛翔体質量が小さい条件( $M_{pj}=0.5\text{kg}$ )では 50pieces の条件における飛翔体 Muzzle 速度が 3 サイズの中で最も高くなっているが、他の飛翔体質量条件では 25pieces の条件が最も高い値を示している。図 5.17 に体積燃焼率の時間履歴を示す。粒子サイズが小さいほど燃焼表面積が増加し燃焼速度が速くなるため、体積燃焼率の増加速度が大きい。飛翔体質量が小さい 0.5kg の場合はどの発射薬形状においても発射薬が燃え残っている。図 5.18 に飛翔体位置と砲尾圧および飛翔体速度の関係を示す。飛翔体質量が小さく、粒子サイズが小さいケースでは短い Launch tube でも高い飛翔体速度を達成することができる。各ケースにおける砲尾圧は飛翔体が前進するのに伴い、あるプロファイルに収束していくことがわかった。この圧力値は完全燃焼時の砲腔内の全圧に相当する。

図 5.19a は飛翔体質量と最大砲尾圧の関係を示している。飛翔体の質量増加に伴い最大圧力はほぼ線形に増加する。粒子サイズが小さい程高压側にシフトするが、これは図 5.15b の単位体積当りの燃焼面積に依存していると言える。図 5.19b は飛翔体質量と飛翔体 Muzzle 速度の関係を、図 5.19c は飛翔体質量と飛翔体が獲得した Muzzle における運動エネルギーの関係を示している。粒子サイズが小さい 50 pieces の条件では飛翔体質量が小さい場合に他と比較して運動エネルギーが高く、一方、飛翔体質量が大きい場合は他と比較して低くなっている。このように飛翔体質量条件によって運動エネルギーを最も高くする粒子サイズが異なることが見られた。よって、粒子サイズの最適値は飛翔体質量に依存すると言える。計算結果より、熱効率を向上させるために飛翔体質量が小さい場合には小さいサイズの発射薬粒子を用い、飛翔体質量が大きいほどサイズの大きい粒状発射薬または棒状発射薬を用いるべきである。

図 5.20 に砲尾圧から弾底圧を引いた差圧( $P_{brech}-P_{base}$ )の時間履歴を示す。粒状発射薬 (50 pieces) の場合、飛翔体起動時に差圧振動が発生し、薬室内部を圧力波が伝播していることがわかる。また、粒状発射薬の条件では飛翔体質量の増大に伴い差圧振動も増大することが見られた。これと比較して棒状発射薬の場合は振動が小さく高周波振動は見られない。よって、飛翔体質量が大きい条件では棒状発射薬を用いることにより発射薬の運動による空隙率分布の変動を抑えることができ、圧力波の発生と伝播が抑制されて

燃焼の安定性が向上すると考えられる．図 5.21 は各粒子サイズにおける  $M_{Pj}=2.5\text{kg}$  と  $7.5\text{kg}$  の差圧履歴の比較である．飛翔体質量が大きい  $M_{Pj}=7.5\text{kg}$  の場合，発射薬粒子サイズが小さい条件では差圧振動が激しく生じているが，棒状発射薬の条件においても短い周期の差圧振動が見られる．図 5.19c の 25 pieces と棒状発射薬条件において，最も重い  $M_{Pj}=7.5\text{kg}$  の飛翔体を用いた場合に飛翔体が獲得する運動エネルギーが  $M_{Pj}=6.5\text{kg}$  の場合より減少しているのは，砲腔内を軸方向に伝播・往復する圧力波が強められ，気相の流速が誘起されたために飛翔体の運動エネルギーに変化されたエネルギーの割合が小さくなったためだと考えられる．過度の飛翔体質量の増大は内部圧力の増加と強い差圧振動を生じさせ，結果としてエネルギー変換効率の低下につながると言える．

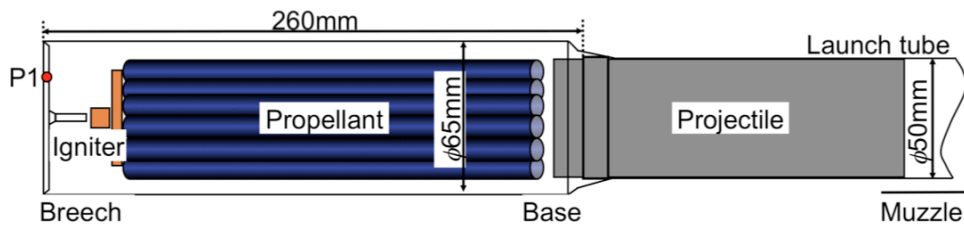


図 5.1 飛翔体加速装置の概略図

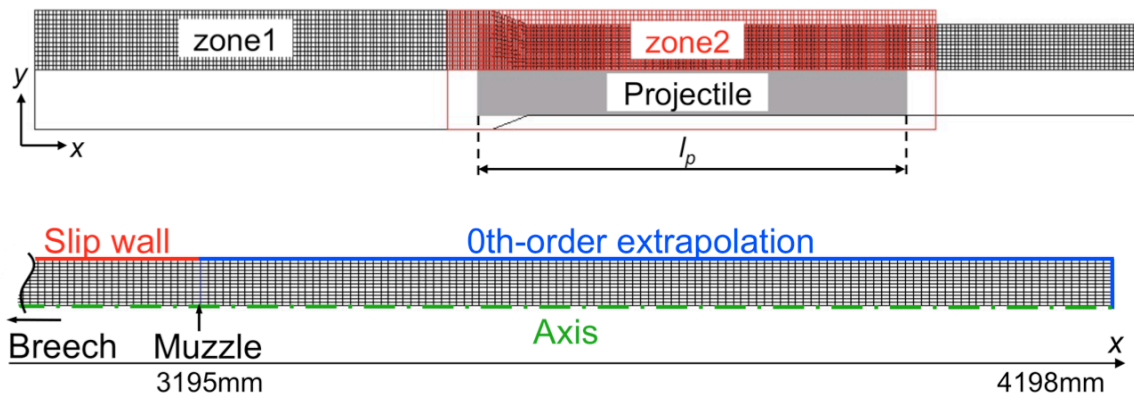


図 5.2 計算格子(上)と境界条件(下)

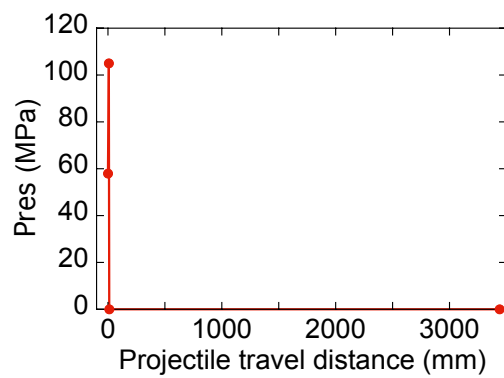
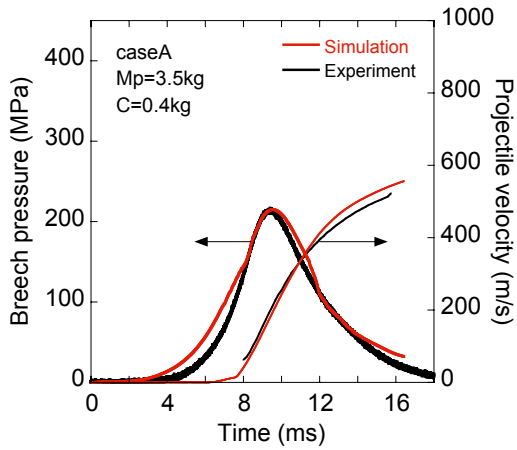
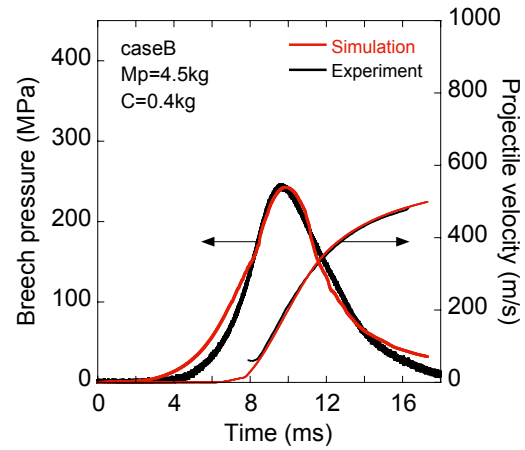


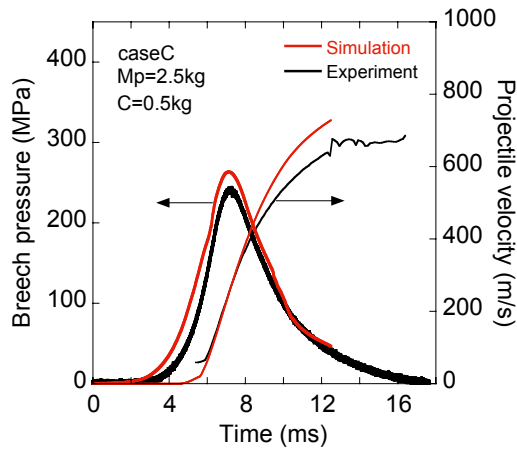
図 5.3 飛翔体進度と阻害抗力の関係



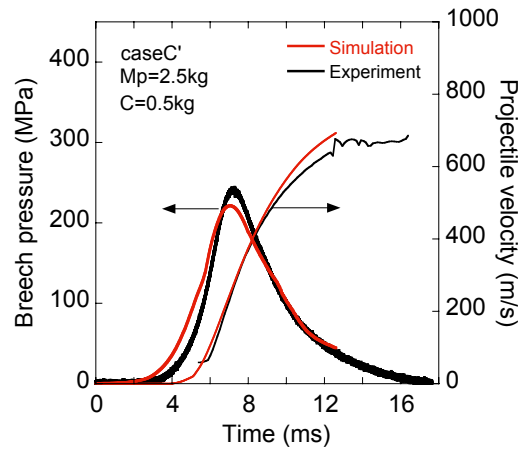
(a) Case A ( $M_{Pj}=3.5\text{kg}$  and  $C=0.4\text{kg}$ )



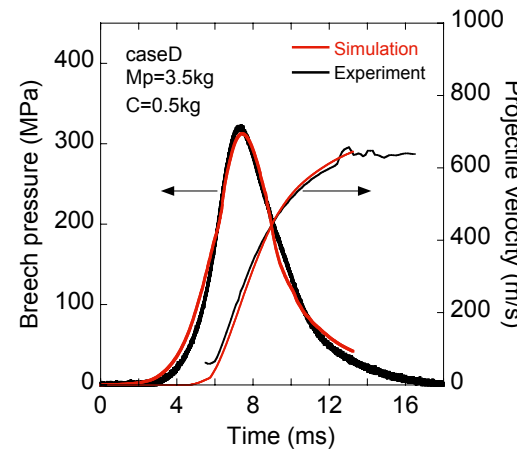
(b) Case B ( $M_{Pj}=4.5\text{kg}$  and  $C=0.4\text{kg}$ )



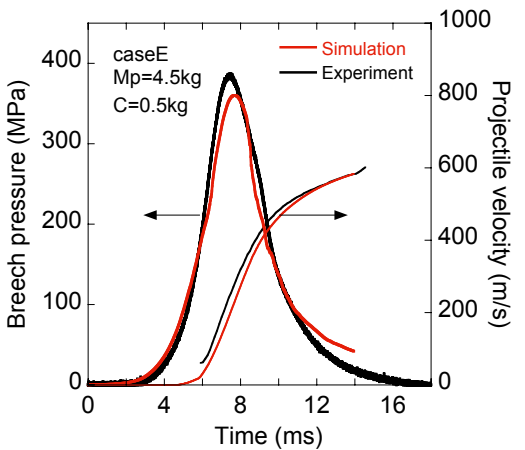
(c) Case C ( $M_{Pj}=2.5\text{kg}$  and  $C=0.5\text{kg}$ )



(c') Case C' ( $M_{Pj}=2.5\text{kg}$  and  $C=0.5\text{kg}$ )

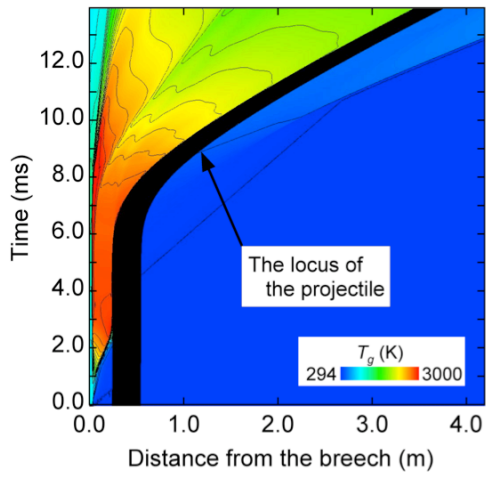


(d) Case D ( $M_{Pj}=3.5\text{kg}$  and  $C=0.5\text{kg}$ )

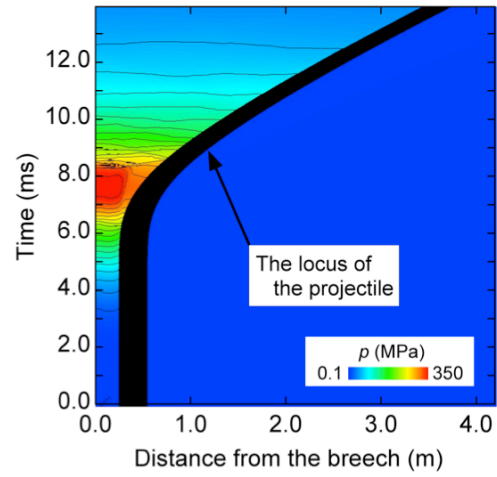


(e) Case E ( $M_{Pj}=4.5\text{kg}$  and  $C=0.5\text{kg}$ )

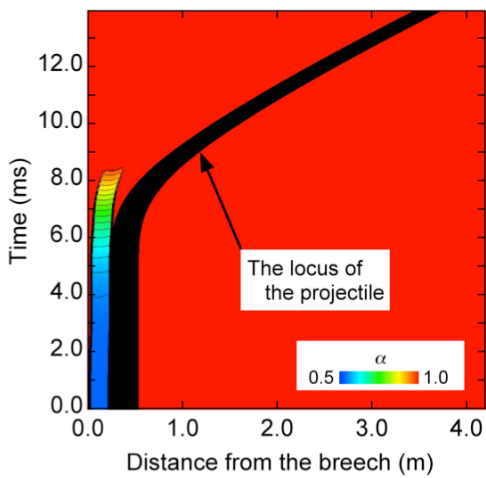
図 5.4 計算と実験における砲尾圧および飛翔体速度の時間履歴



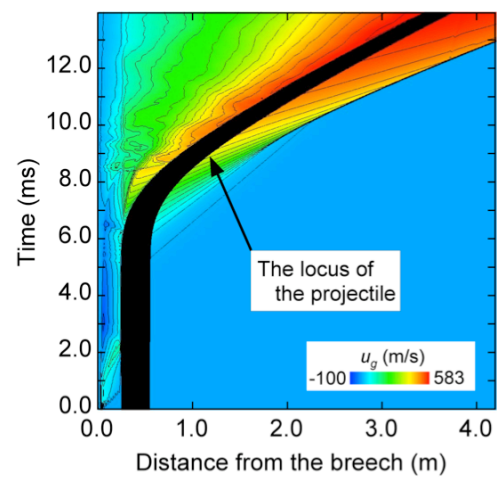
(a) Gas temperature



(b) Pressure



(c) Porosity



(d) Gas velocity in axial direction

図 5.5 Case E における x-t 線図 ( $M_p=4.5$  kg and  $C=0.5$  kg)



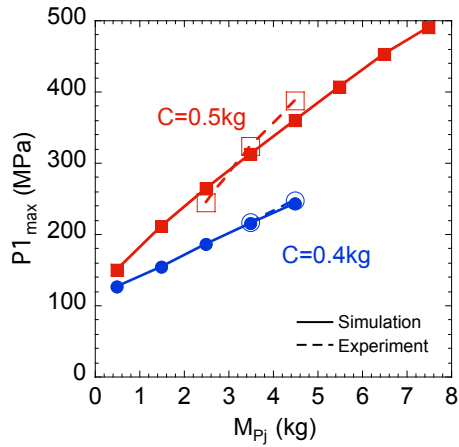
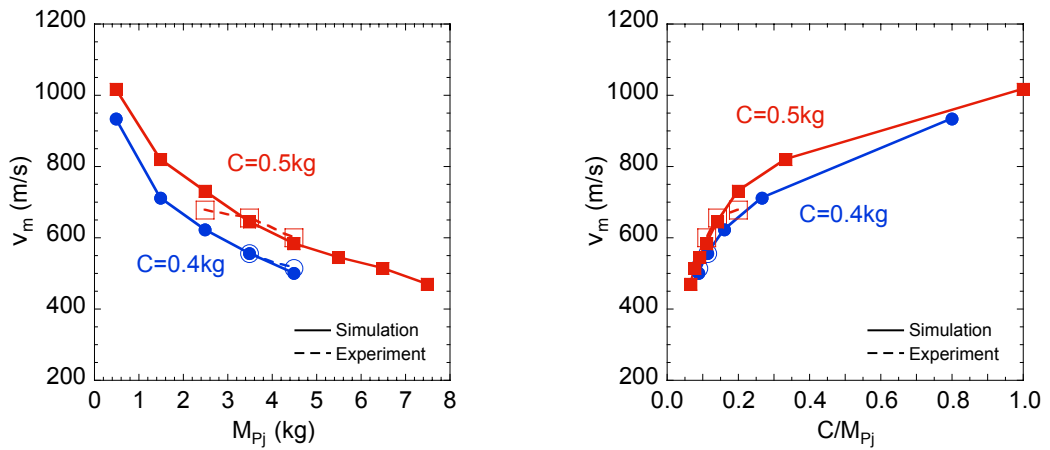


図 5.6 飛翔体質量に対する最大砲尾圧の挙動



(a) Muzzle velocity versus projectile mass    (b) Muzzle velocity versus  $C/M_{Pj}$

図 5.7 飛翔体質量に対する muzzle 速度の挙動

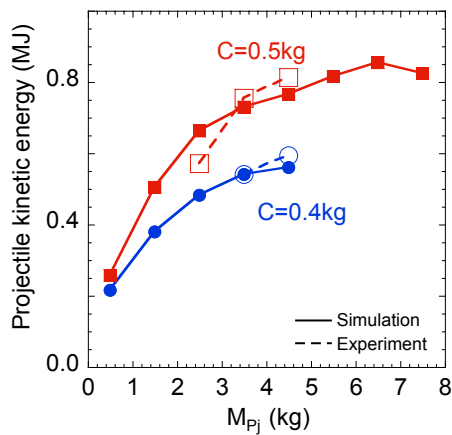


図 5.8 Muzzle における飛翔体運動エネルギーと飛翔体質量の関係

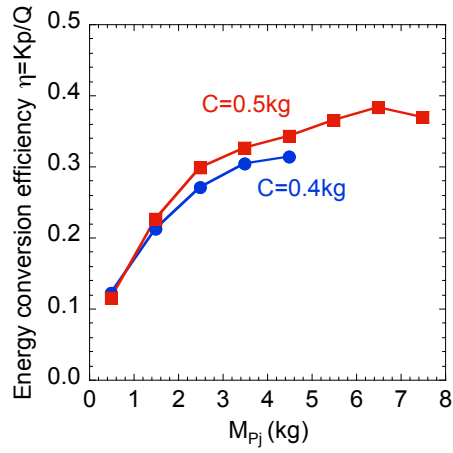


図 5.9 エネルギー変換効率と飛翔体質量の関係

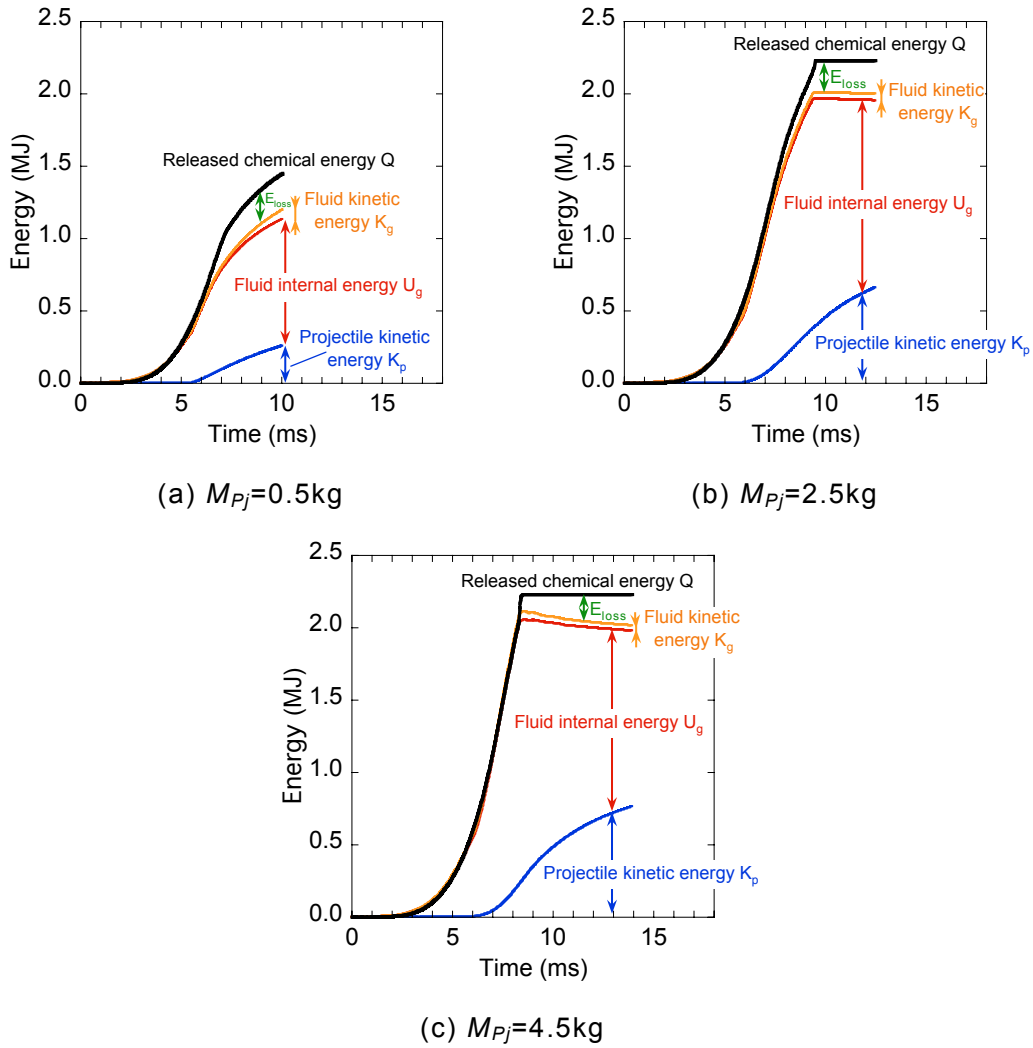


図 5.10  $C=0.5\text{kg}$  条件における各種エネルギー成分の時間履歴

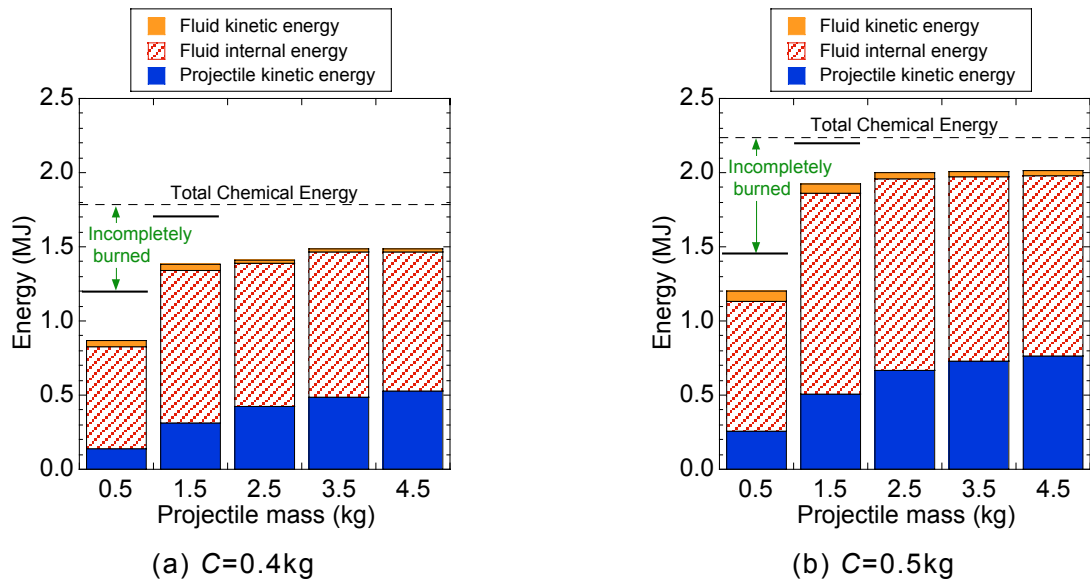


図 5.11 飛翔体射出時におけるエネルギーの内訳

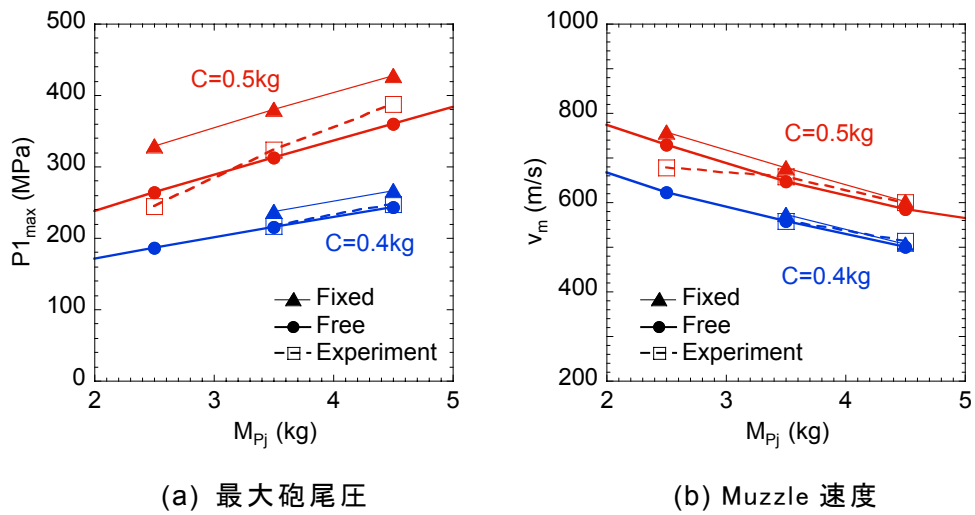


図 5.12 固相の移動の有無に対する最大砲尾圧および飛翔体 Muzzle 速度の比較

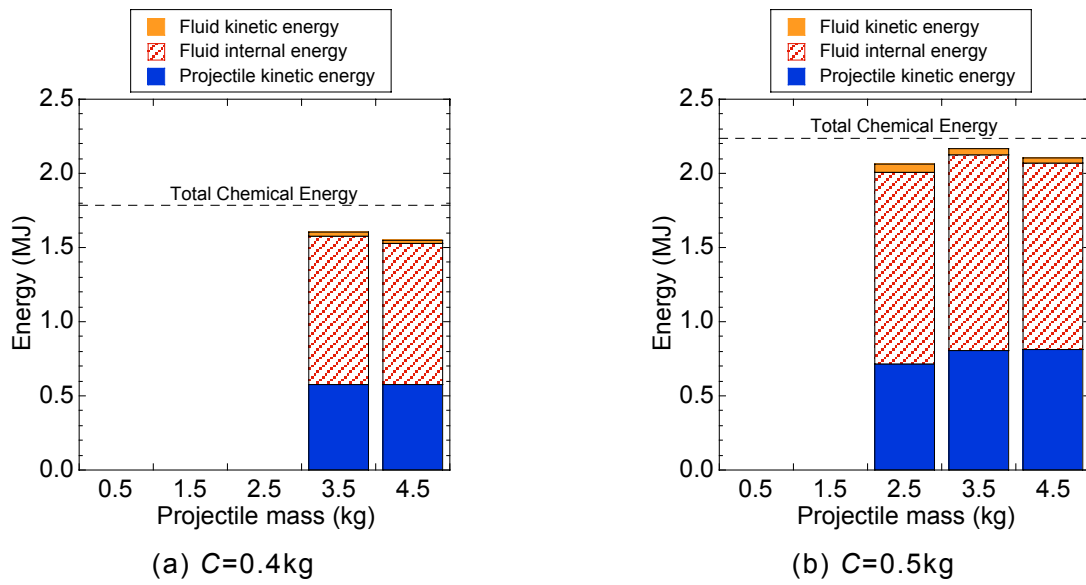


図 5.13 固相の移動を省略した場合における飛翔体射出時のエネルギーの内訳

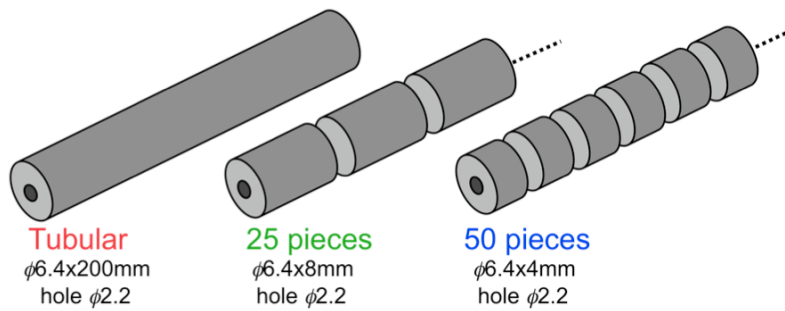


図 5.14 発射薬形状とその寸法

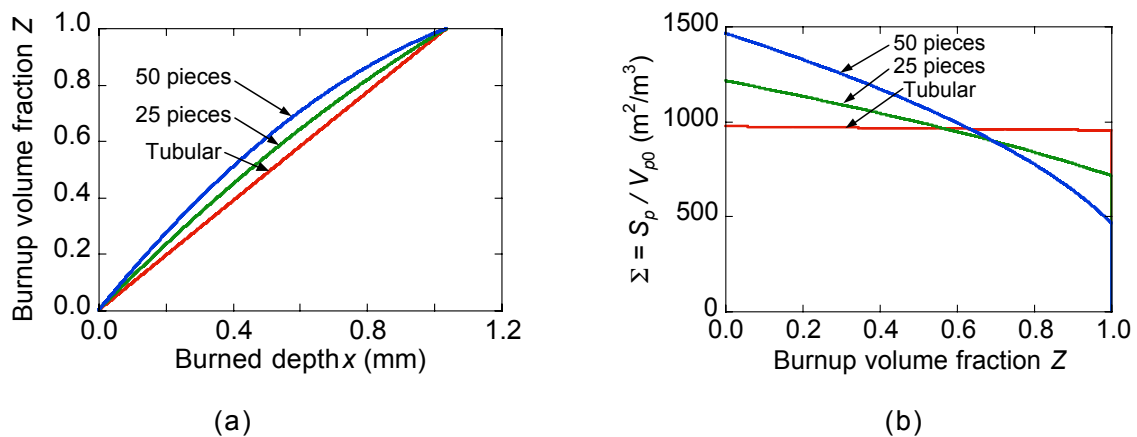


図 5.15 (a) 燃焼深度  $x$  と 体積燃焼率  $Z$  の関係, (b)  $Z$  と単位体積当りの表面積  $\Sigma$  の関係

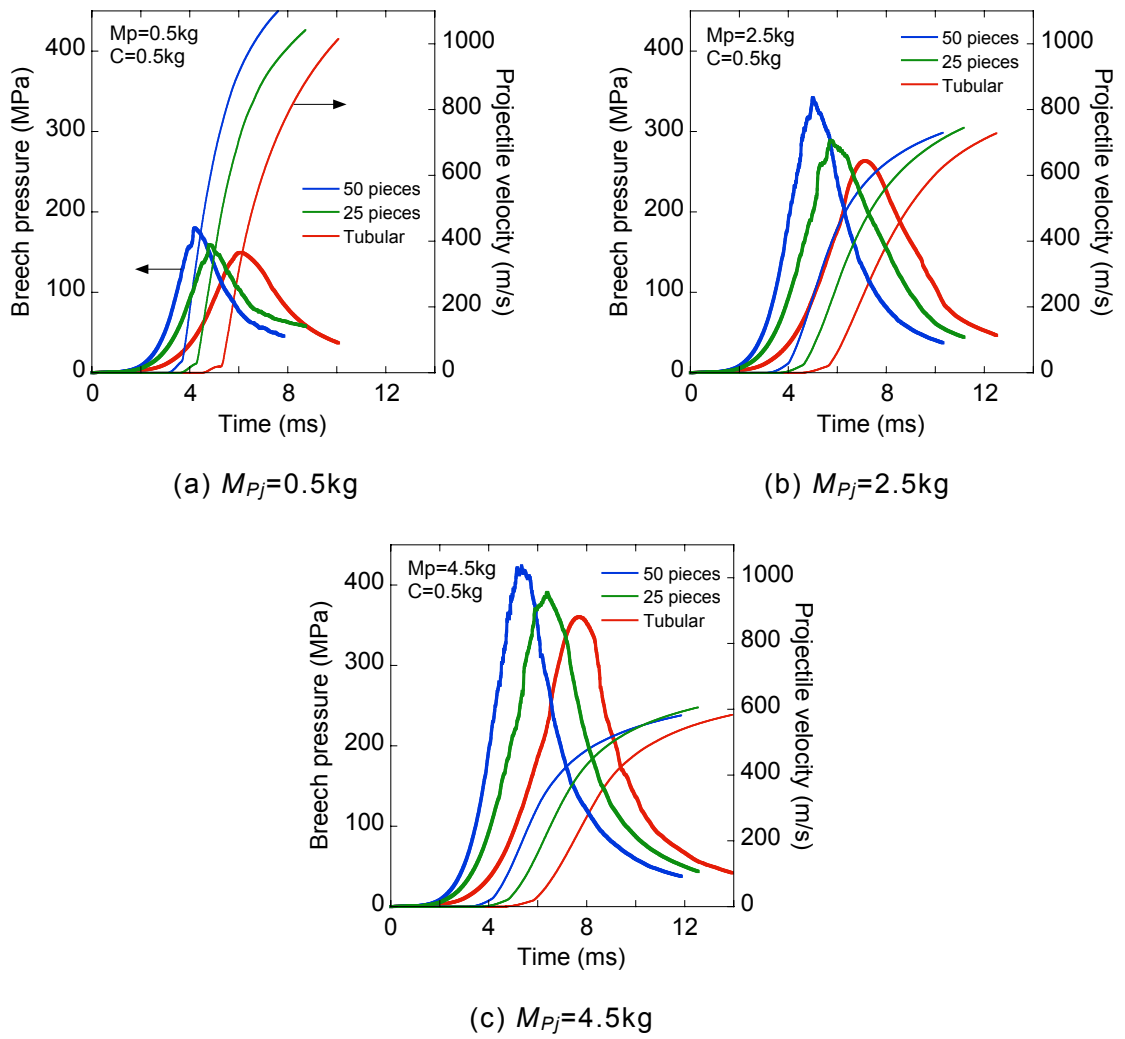
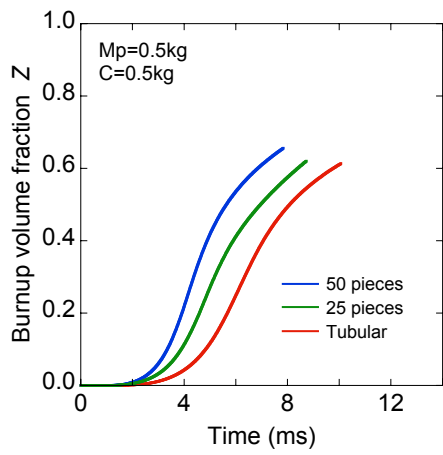
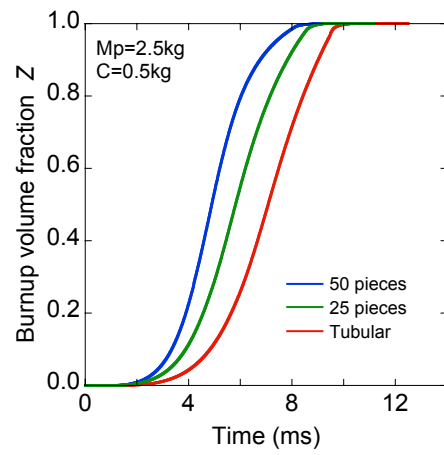


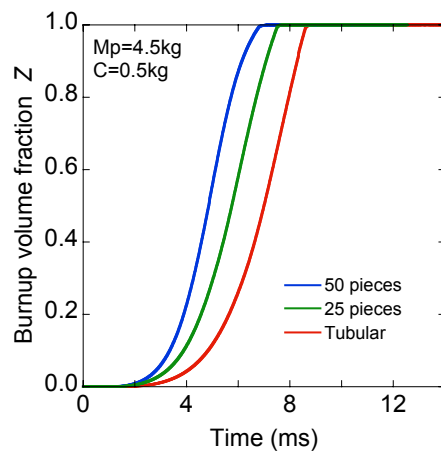
図 5.16 各発射薬粒子形状に対する砲尾圧と飛翔体速度の時間履歴



(a)  $M_{Pj}=0.5\text{kg}$



(b)  $M_{Pj}=2.5\text{kg}$



(c)  $M_{Pj}=4.5\text{kg}$

図 5.17 各発射薬粒子形状に対する体積燃焼率  $Z$  の時間履歴

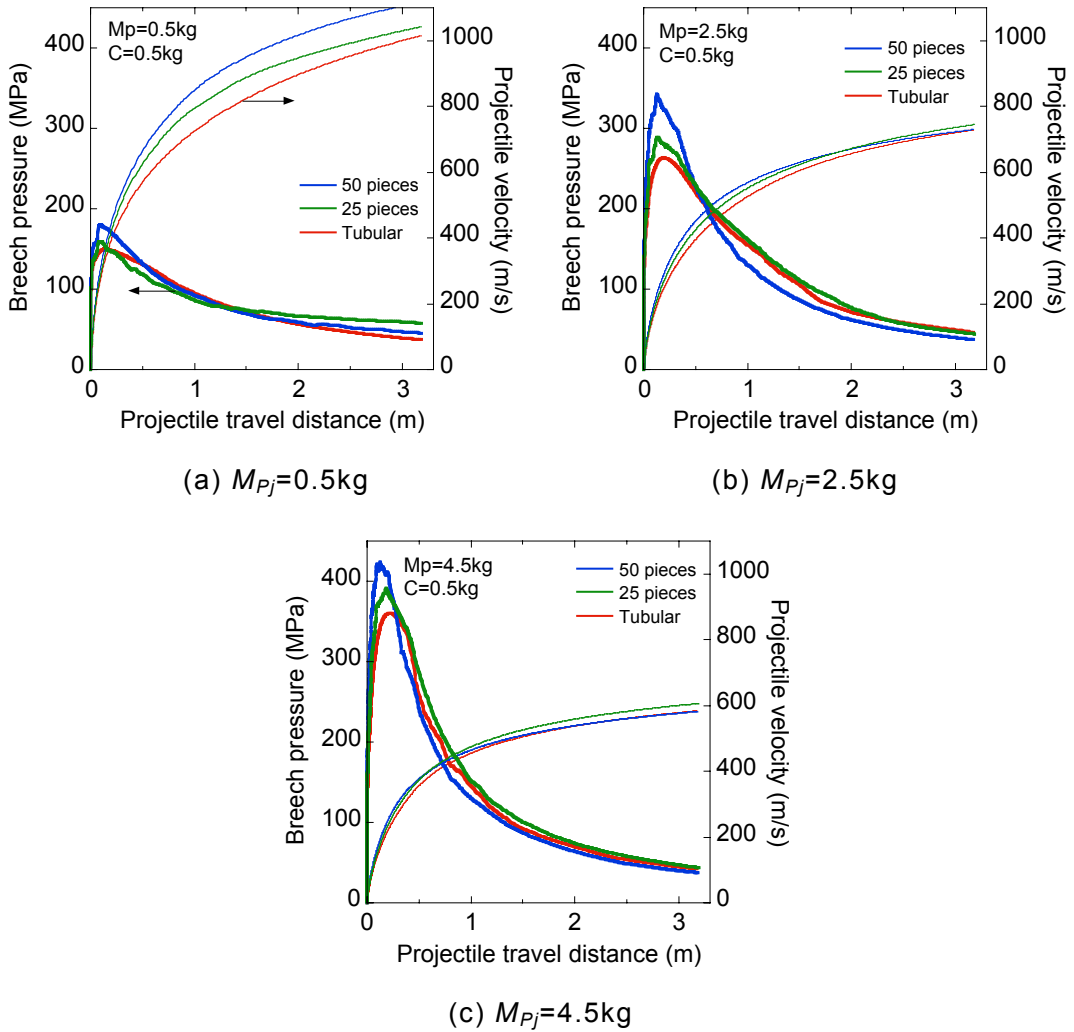
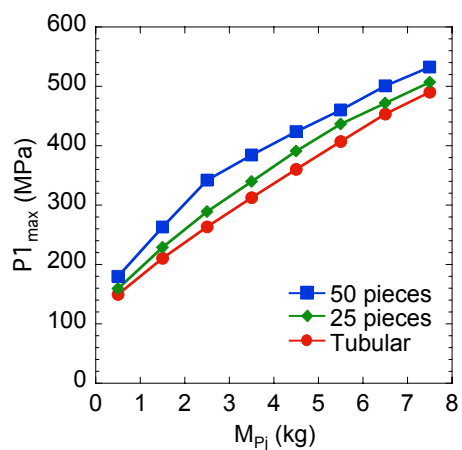
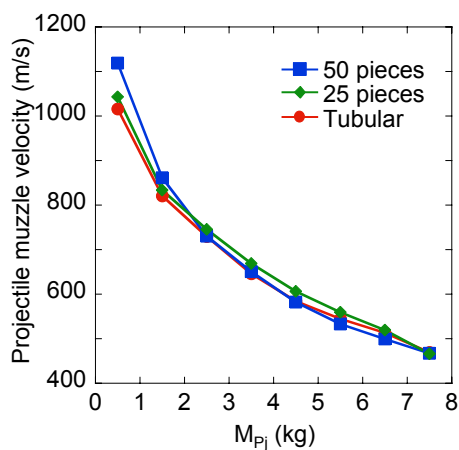


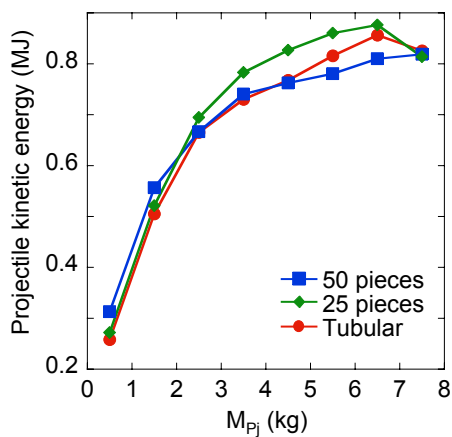
図 5.18 各発射薬粒子形状に対する飛翔体位置と砲尾圧および飛翔体速度の関係



(a)



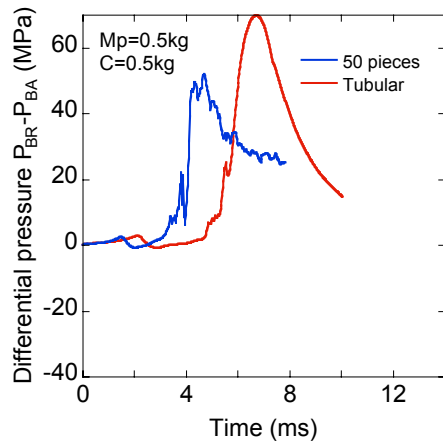
(b)



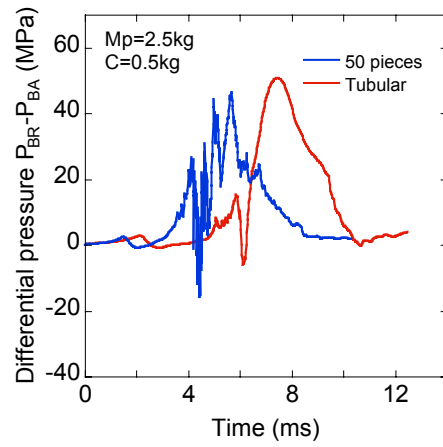
(c)

図 5.19 各発射薬粒子形状に対する (a) 最大砲尾圧, (b) 飛翔体 muzzle 速度, (c) muzzle 到達時の飛翔体運動エネルギー

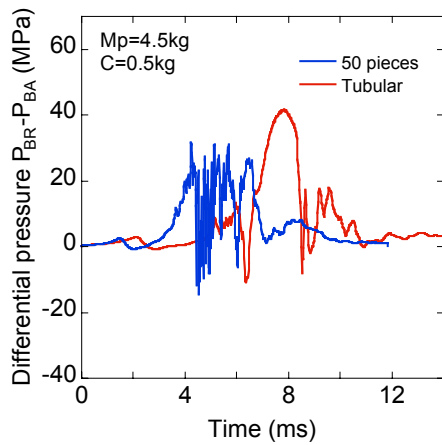




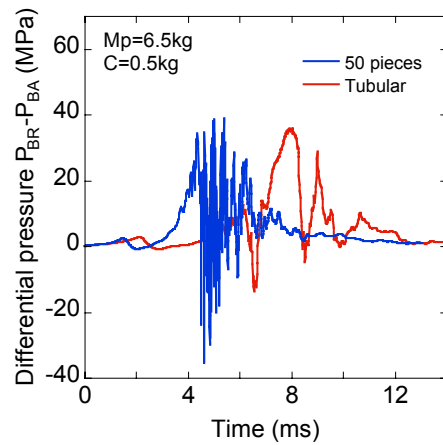
(a)  $M_{Pj}=0.5\text{kg}$



(b)  $M_{Pj}=2.5\text{kg}$

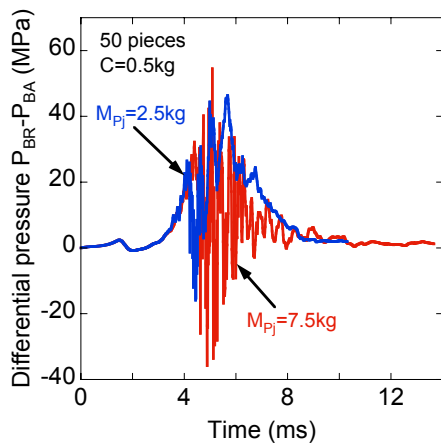


(c)  $M_{Pj}=4.5\text{kg}$

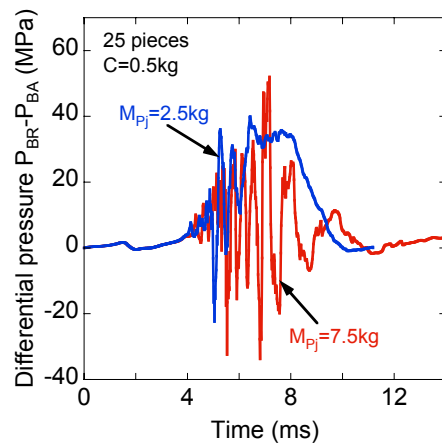


(d)  $M_{Pj}=6.5\text{kg}$

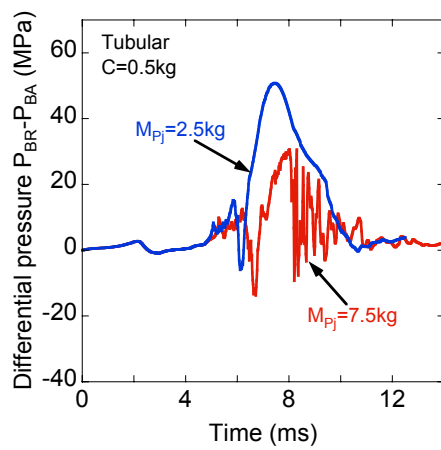
図 5.20 砲尾-弾底間の差圧の時間履歴



(a) 50 pieces



(b) 25 pieces



(c) Tubular

図 5.21 飛翔体質量の差異に対する差圧履歴の比較

## 5.5 本章のまとめ

本章では, 棒状発射薬を用いた場合の飛翔体加速過程に関して二次元軸対称砲内弾道シミュレーションを行い, 棒状発射薬の特性, および, 飛翔体質量条件が性能に与える影響に関して検討を行った. 棒状発射薬を用いた際の発射薬量と飛翔体質量の変化に対する加速性能と最大圧力の変化が数値計算により再現された. 数値シミュレーションより, 飛翔体の質量を増加させると飛翔体速度が低下し最大圧力が増加するが, 圧力上昇により発射薬の燃焼が促進されて飛翔体が最終的に得る運動エネルギーの量は増加することがわかった. 火薬のエネルギーを飛翔体の運動エネルギーとして最大限に取り出すためには, 発射薬の燃焼が完了するまで飛翔体が加速管内に滞在できるような質量をもつ飛翔体が必要である. ただし, 飛翔体質量が過大である場合は薬室内部で圧力波が発生しやすくエネルギー変換効率が低下するため, 飛翔体の運動エネルギーが最大となる飛翔体質量条件が存在する. 棒状と粒状の発射薬に対する燃焼特性と加速性能の比較から, 飛翔体加速時間が短くなる軽量飛翔体の装置にはサイズの小さい発射薬粒子を使用し, 加速時間が長くなる重量の大きい飛翔体には最大圧力低減と圧力波発生抑制のため棒状発射薬を使用すべきであるという指針が得られた.



## 第 6 章 Diaphragm を用いたバリスティックレンジ

### 加速部における飛翔体加速過程の解析

発射薬を用いた場合に Diaphragm (隔膜) の効果が装置内部の燃焼圧力と飛翔体の加速性能に与える影響を調べるため、佐宗らによりバリスティックレンジを用いた高速飛翔体発射実験<sup>[35]</sup>が行われた。実験では一段式の飛翔体加速機構を用い、単段における加速性能向上が目的とされた。本章では佐宗らの加速実験を計算対象としてバリスティックレンジの加速部において固体発射薬が点火されてから飛翔体が Muzzle に到達する過程に対して二次元軸対称シミュレーションを実行し、その計算結果を実験結果と比較する。また、集中パラメータ手法(Appendix A 参照)により得られた計算結果もあわせて比較検討する。ここでは、薬室内部に Diaphragm が用いられている点が前章までで扱った通常の飛翔体加速装置と異なる点である。得られた計算結果からバリスティックレンジ内部で生じる現象について考察する。

#### 6.1 バリスティックレンジについて

計算対象とするバリスティックレンジ加速部は図 6.1a のような一段式火薬銃と称されるもので、発射薬にはシングルベース無煙火薬が用いられ、点火薬には黒色火薬が使われた。この点火薬の発火には電気式の起爆装置が使われている。固体発射薬点火後、発射薬粒子は次々と着火し、燃焼ガスが生成する。この燃焼ガスの膨張作用が飛翔体に推進力を与える。このとき薬室内はガスの生成により高密度、高圧、高温状態になり、圧力や温度の上昇は発射薬の燃焼速度増加をもたらす。一方、飛翔体が移動することで薬室容積が増大すると圧力や温度は低下してしまうため、十分に発射薬を燃焼させてエネルギーを取り出すためには飛翔体が起動する前にある程度の時間薬室容積を一定に保持しておくことが必要である。このため実験では Diaphragm を薬室内の飛翔体のベース手前に設置しておき、Diaphragm が破裂するまで薬室容積を保持する措置がとられている。また、空気抵抗の低減と強い衝撃波の発生を抑制するため、Diaphragm より Muzzle 側の Launch tube 内部および Muzzle より外側の Test chamber 内部は減圧されている。飛

翔体は高密度ポリエチレンでできており、飛翔体と Launch tube 壁面との隙間をガスが通り抜けぬよう飛翔体形状に工夫がなされている<sup>[35]</sup>。実験において飛翔体の速度はレーザー光の反射を用いた VISAR 手法<sup>[35,36]</sup>により測定された。また、薬室内の圧力は圧電変換器によって計測された。

## 6.2 計算モデル

図 6.1b は本節の数値計算において計算対象となるバリスティックレンジ加速部の内部構造図である。固体発射薬が装填された薬室は径 35mm の管形状で、砲尾から軸方向に 113mm の位置に Diaphragm が設置されている。飛翔体と Diaphragm との間には断面収縮部がある。飛翔体が通過する Launch tube の径は 25mm、長さ 2m である。砲尾から軸方向に 33mm の位置の壁面に圧力計測器が設置され、砲尾圧はこの圧力測定点 p1 において計測される。

本計算ではバリスティックレンジ加速部の薬室および Launch tube 内の流れ場を軸対称とし、計算領域を砲尾から飛翔体前方の間にとり二次元軸対称計算手法を用いて流れ場を解いた。図 6.2 にこのモデルに対応する初期の計算領域を示す。時間の経過に伴い飛翔体が前進すると飛翔体壁面が移動するため、計算領域は飛翔体に合わせて図 6.3 のように拡大する。

実験では燃焼ガスの圧力を高めて飛翔体底面の加速度を高める制御をするために、飛翔体加速装置の燃焼室と Launch tube の間に Diaphragm が用いられる。金属製の Diaphragm には溝が十字形に彫られており、破裂時に中央から開口するようになっている<sup>[35]</sup>。本計算では、一定時間内の Diaphragm の連続的な開口を模擬するため、Outaらのモデル<sup>[37]</sup>を用いた。Diaphragm 直径を  $d_D$  とし、開口した部分の直径を  $d$  とする。

$$\frac{d^2}{d_D^2} = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{t}{t_{op}}\right)^2\right), \quad 0 \leq t \leq t_{op} \quad (6.2.1)$$

ここで、 $t$  は開口開始からの経過時間、 $t_{op}$  は開口完了までに要する時間である。図 6.4 に本モデル(6.2.1)式による開口径の時間履歴を示す。Diaphragm の実際の開口は三次元的であるが、本モデルを用いることによって Diaphragm 中心からの連続的な開口過程に

よる気体の膨張効果を二次元軸対称の流体計算に反映させる。

### 6.3 計算条件

表 6.1 に主要な計算条件を示す。

表 6.1 主要な計算条件

項目	入力値
口径 (mm)	25
Launch tube 長 (mm)	2000
飛翔体質量 $M_{Pj}$ (g)	16.2
発射薬質量 $C$ (g)	15.0
固体発射薬	NY-500

計算に用いた発射薬は NY-500 シングルベース無煙火薬である。主成分はニトロセルロースで、燃焼時は配合成分中の酸素を使って反応が進行する。この固体発射薬の特性値を表 6.2 に示す。代表的なシングルベース無煙火薬の例として M1 発射薬の場合、その燃焼生成ガスは断熱燃焼温度 2417K で  $\text{CO}_2$  (2.32mol/kg),  $\text{CO}$  (22.84mol/kg),  $\text{H}_2\text{O}$  (5.81mol/kg),  $\text{H}_2$  (9.55mol/kg),  $\text{N}_2$  (4.39mol/kg)から成る<sup>[34]</sup>。この場合各ガス成分の質量分率は順に 0.102, 0.640, 0.105, 0.019, 0.123 となる。

表 6.2 発射薬の特性

項目	入力値
比エネルギー $F_{pr}$ (J/g)	1037
断熱燃焼温度 $T_0$ (K)	3020
比熱比 $\gamma_{pr}$	1.24
密度 $\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	1600
分子量 $m_{pr}$ (kg/kmol)	24.2
コボリウム $b_{pr}$ (cm <sup>3</sup> /kg)	1036
発射薬粒子形状	単孔円柱粒
発射薬粒子寸法 (mm)	$\phi 0.83 \times 1.80$
粒子孔の径 (mm)	0.14
線燃焼速度の圧力指数 $n$	1.55
線燃焼速度の燃焼係数 $a$ (mm/s/MPa <sup>n</sup> )	0.151

本計算では移動重合格子法を用い、図 6.5 のように格子点数は第一格子 2314x31 点、第二格子 64x31 点、代表粒子は 1600 個とした。固体発射薬の装填位置は図 6.6a のようにとり、代表粒子を図 6.5 のように発射薬装填部に等間隔に配置した。薬室内の初期圧力は 101.3kPa、温度は 294K、Launch tube 内部および Muzzle より外部の圧力は 100Pa、温度は 294K とした。発射薬全質量と装填時に発射薬が占める容積から、装填された発射薬中の初期空隙率は図 6.6b のように 0.513 とした。点火装置の模擬として、図 6.6a のように砲尾の中央より点火薬の燃焼ガス 1.3g を 50ms 間で投入する速度で流入させた。Diaphragm が破裂するまでの計算領域は砲尾と Diaphragm の間とする。Diaphragm 破裂遅れ効果を考慮し、図 6.7 に示すように本計算では Diaphragm に働く平均圧力が既定圧力に達してから 0.24ms 後に Diaphragm の開口を開始し(破裂遅れ時間  $t_{de}=0.24ms$ )、開口時間  $t_{op}$  を  $t_{op}=0.36ms$  とした(ケース  $t_{op}=0.36ms$ )。加えて、Diaphragm 開口の取り扱いが計算結果に与える影響について調べるため、Diaphragm の破裂遅れ時間  $t_{de}$  を 0.40ms、開口時間  $t_{op}$  を 0ms とした場合(ケース  $t_{op}=0ms$ )の計算を行い、瞬間的な Diaphragm の開口と連続的な開口のときの装置内部圧力変化を比較した。飛翔体壁面、薬室壁面、Launch tube 内壁および Diaphragm は断熱 0 次のすべり壁としている。実験における飛翔体直径は Launch tube 内径より小さく ( $\xi_D < 0$ )、飛翔体の超過直径を  $\xi_D = -0.0028$  として Launch tube



内壁面と飛翔体表面の間に生じる摩擦抗力を簡便な計算モデル(Appendix F 参照)を用いて定量的に評価した。飛翔体表面と Launch tube 内壁面の間における摩擦係数の測定結果<sup>[36]</sup>より、静止摩擦係数を  $\mu=0.19$ 、動摩擦係数を  $\mu'=0.10$  とした。また、飛翔体のヤング率  $E_p=774\text{MPa}$ 、ポアソン比  $\nu=0.458$ 、Launch tube 内径  $D_t=25\text{mm}$  とした。

集中パラメータ手法の計算では、瞬間開口条件と同様に  $0.40\text{ms}$  の破裂遅れを考慮し、Diaphragm 破裂時に(A.3), (A.4)式中の  $V_{ini}$  および  $C_a$  の値を更新することによって Diaphragm 破裂による薬室容積の増加を再現した。

実験に用いられた Diaphragm は圧力  $20\text{MPa}$  あるいは  $10\text{MPa}$  で破裂するもので、実際の破裂圧力値には $\pm 15\%$ のばらつきがある。本章では、はじめに実験データを用いて計算手法を検証するため Diaphragm の破裂圧力値  $P_r$  に関して  $P_r=20\text{MPa}$  および  $P_r=10\text{MPa}$  の2条件について再現計算を行った。

#### 6.4 計算結果と実験結果との比較

図 6.8 および図 6.9a に  $P_r=20\text{MPa}$  のときの砲尾圧履歴および飛翔体加速度履歴に関する計算結果と実験結果<sup>[35]</sup>をそれぞれ示す。時間軸は p1 における圧力が低下し始めた時点からの経過時間を示している。また、図 6.9b に  $P_r=10\text{MPa}$  のときの飛翔体加速度履歴に関する計算結果および実験結果<sup>[35]</sup>を示す。

図 6.8a における集中パラメータ手法による計算結果(0D)は、Diaphragm 破裂前の圧力上昇と終盤の圧力減少を再現しているが、Diaphragm 破裂直後の圧力下降が容積拡大により瞬間的に起こっている。また、二次圧力ピークが実験に比べ緩やかな凸形状をとっている。これは 0D 計算において圧力波の伝播や反射が考慮されないためである。一方、図 6.8b の二次元軸対称計算結果(2D)は発射過程の初期における実験の緩やかな圧力上昇を再現し、図 6.8c に見られるように Diaphragm 破裂によって発生した膨張波の砲尾到達による有限時間におよぶ圧力降下を再現している。また、圧力降下後の二次圧力上昇と、飛翔体前進に伴う砲尾圧の減少をよく再現している。ただし、Diaphragm の瞬間的開口モデルでは実験よりも強い膨張波が発生して砲尾付近の燃焼が抑制され、圧力の二次ピークが実験値よりも低い値をとっている。

図 6.9a, b に示すように、 $P_r=20\text{MPa}$  および  $P_r=10\text{MPa}$  のときの飛翔体位置に対する加速度の変化は 0D, 2D とともに実験値とよい一致が見られた。しかし、初期段階における加速度は 0D と 2D の間で差異が生じた。これは Diaphragm 破裂時に発生した衝撃波の

伝播・反射の有無が影響している。加速度の値は飛翔体の弾底圧、前面圧、摩擦抗力から弾底面積と飛翔体質量を用いて算出される。この中で弾底圧の大きさが支配的であるので、加速度の履歴はほぼ弾底圧の履歴を反映している。実験における加速度曲線に見られる値の振動は、衝撃波や圧縮波が弾底に衝突して弾底圧が変動したことを示している。図 6.10a, b に  $P_r=20\text{MPa}$  および  $P_r=10\text{MPa}$  における弾底圧の時間履歴を示す。2D の結果では圧力波の弾底への衝突による圧力ジャンプが見られるが、0D の結果にはこのような波の影響が反映されていない。圧力波の伝播挙動が考慮されない 0D 計算では、加速度履歴の初期に見られる圧力波の弾底衝突による加速度の増加が再現されないため、実験および 2D より加速度が小さく評価されたのである。この初期加速度の差異による影響は飛翔体 Muzzle 速度に大きく現れている。図 6.11 に 0D と 2D 計算により得られた飛翔体速度の時間履歴を示す。図 6.9 中に示すように、飛翔体が Muzzle に到達したときの速度  $v_m$  は、 $P_r=20\text{MPa}$  のとき 0D が 851m/s, 2D が瞬間的開口 909m/s, 連続的開口 953m/s, 実験値 971m/s であり、また、 $P_r=10\text{MPa}$  のとき 0D が 569m/s, 2D が瞬間的開口 615m/s, 連続的開口 636m/s, 実験値 635m/s であった。このことから、連続的な Diaphragm の開口モデルを用いた 2D 計算が実験の飛翔体速度を最も精度良く予測したと言える。Diaphragm 開口モデルの差異が流体现象に与える影響に関しては 6.5.3 節で詳細を述べる。前述の AGARD モデルでは 0D と 2D 計算の Muzzle 速度の結果に大きな差異が見られなかったが、本章のバリスティックレンジ加速部のように Diaphragm 開口により強い圧力波と膨脹波を伴う現象の予測では両者の結果に明確な差異が生じた。このことから、Diaphragm を用いる加速装置など、砲腔内部の圧力分布が時間的に大きく変動する場合の飛翔体速度を数値計算によって精度よく予測する場合には、多次元固気二相流の流体解析が必要であると言える。

図 6.11 の飛翔体速度の時間履歴を見ると、飛翔体は時間とともに弾底圧により加速されて速度を増して行くが、図 6.9 のように飛翔体が Muzzle に近づくにつれその加速度は小さくなっていく。図 6.9 を見ると飛翔体は Muzzle 到達時においても加速を続けているため、2m の Launch tube を延長して飛翔体の加速距離をさらに増加させると実験結果以上に高い速度が得られると予測される。特にその延長による効果は  $P_r=20\text{MPa}$  の条件の方が顕著に現れる。

上述の結果より、実用面で考えれば Diaphragm の連続的な開口モデルを採用した二次元軸対称流計算はバリスティックレンジ加速部の諸性能を十分な精度で推算できると言える。Diaphragm が開口を開始すると、膨脹波が発生して砲尾に向かって伝播し、膨脹波が砲尾に到達することによって図 6.8 で見られるように圧力の低下が生じる。膨

張波の到来によって圧力が低下することはその場の燃焼速度が低下し、燃焼の進行が抑制されることになる。したがって、Diaphragm が開口する時間が早いほど薬室容積増加により発生する膨張波の砲尾到達時間が早まり、砲尾付近で進行している発射薬の燃焼は抑制されることになる。反対に、Diaphragm が開口する時間が遅くなるほど膨張波の砲尾到達時間に遅れが生じ、砲尾付近で進行している発射薬の燃焼は進むことになる。厳密に言えば、実際の現象では破裂後の Diaphragm の破片は流体とともに飛散あるいは破断部に残り、ある程度の間流体の運動を阻害していると考えられる。本計算においては破裂後の Diaphragm 破片の挙動を考慮せず Diaphragm の体積が開口に伴い消失しているため、そのような流体に及ぼす影響が計算上で考慮されていない。実際にはその残存物の体積の存在によって膨張波の強さは本計算結果よりも弱くなると考えられる。更に数値計算による実験結果の再現性を向上させるためには、破裂後の Diaphragm 破片や残存部が流体の運動に及ぼす影響を考慮した解析が必要になると考えられる。

## 6.5 加速管内部での飛翔体加速過程における流れ場の概要

以下では、連続的開口モデルによる Diaphragm 破裂圧力  $P_r=20\text{MP}$  の条件の二次元軸対称計算結果を用いてバリスティックレンジ加速部の内部の流れ場について説明する。図 6.12, 13, 14 は中心軸における圧力、気相温度、空隙率分布の時間変化をそれぞれ示している。各グラフの横軸は初期の弾底位置からの距離、縦軸は  $p_1$  における圧力が低下し始めてからの経過時間である。また、各グラフには飛翔体の軌跡が示されている。図 6.12 から、Diaphragm の存在によって破裂するまで薬室内は一様に高い圧力に保たれている様子が見られる。Diaphragm が破裂すると膨張波が砲尾に向かって伝播する。図 6.8 の  $t=0\text{ms}$  において砲尾圧が急激に低下するのは、膨張波が砲尾に到達したためである。図 6.9 の加速度履歴を見ると、飛翔体の加速度は Diaphragm 破裂直後に最も大きい値をとったことがわかるが、これは Diaphragm の破裂で発生し伝播してきた衝撃波が弾底に衝突、反射され、拡大図のように高圧部が形成されたためである。本図より Diaphragm 開口後、衝撃波や圧縮波が砲尾や弾底において反射して伝播していく様子が見られる(6.5.1 節参照)。飛翔体が前進を開始すると時間が経過するにつれて容積の増加が起これ、薬室内圧力が減少する。図 6.13 から、Diaphragm が破裂する前は燃焼によって固体発射薬から生成した高温の燃焼ガスが薬室内に溜っていることがわかる。飛翔体が前進すると飛翔体前方に先駆衝撃波が形成され、衝撃波後方の温度が上昇する。計算

結果より飛翔体 Muzzle 到達時も Launch tube 内の燃焼ガスが数千 K の高温となっているため、飛翔体が外部に射出されると危険性の高い高温の燃焼ガスが装置外部に流出すると予想される。また、高温ガスに接していることから飛翔体の一部溶解や熱膨張による変形が懸念される。図 6.14 は空隙率分布を示し、赤い部分は気相体積割合が高いことを表しており、青い色に近づくほど固相体積割合が増加する。固体発射薬が存在する砲尾付近の混相領域を見ると、固相体積は薬室容積に対してわずかな量であり、Diaphragm が破裂するまでは薬室内の流れ場が閉じ込められているため固相の移動はほとんど見られない。Diaphragm 開口後に圧力波により気相の流速が誘起されるが、流れの方向が圧力波の伝播・反射によって絶えず反転するため固相の移動がほとんど見られない。また、燃焼過程を経て次第にその体積が減少していることがわかる。

### 6.5.1 薬室内圧力の変化

図 6.15, 6.16 に各時間における圧力分布、空隙率分布をそれぞれ示す。図 6.15a の圧力分布に示すように、Diaphragm が破裂するまでは砲尾付近の燃焼の進行によって生成エネルギーが薬室内の大部分に行き渡り、薬室内圧力はほぼ一様になっている。このとき、Diaphragm を隔てて砲尾側が高压部、弾底側が低压部となっている。Diaphragm が破裂すると高压部から低压部に向かって衝撃波が伝播し、衝撃波は弾底において反射される(6.15b, c)。 (c), (d), (e)に見られるように衝撃波が弾底で反射することによって圧力が上昇して次第に高压となり、その後(f), (g)に見られるように反射波は砲尾に向かって進んでいる。図 6.9 の飛翔体加速度が初期において最大値をとっているのは、このとき反射波後方の弾底で圧力が極めて高くなるためである。一時弾底付近において最大圧力をとるものの、加速度を得た飛翔体が前進することによって弾底部から膨張波が発生し、弾底付近にあった高压部が(h)のように減圧されている。また、(g)を見ると、反射衝撃波は砲尾付近の混相領域に透過(反射波も発生)することがわかる。(h)において、弾底で反射した衝撃波は薬室内を伝播して砲尾に到達している。(i)では再び弾底付近が高压になっているが、これは上述の反射波が弾底まで伝播して、弾底で反射されたためである。この壁面反射の様子は図 6.12 における Diaphragm 破裂以降の圧力変化より確かめられる。(h), (i)に見られるように、飛翔体移動開始後、砲尾付近は比較的圧力が高く保たれている。図 6.16d を見ると Diaphragm 開口時には固相体積が砲尾付近に固まって存在していることから、砲尾付近の圧力が高いのはこの領域の空隙率が小さいこと、および、発射薬の燃焼加圧による影響であると言える。

図 6.17 に示す砲尾圧から弾底圧を引いた差圧の時間履歴を見ると、初期において上昇していた差圧の値は、Diaphragm の破裂直後に負の値に低下している。これは、Diaphragm 破裂で生じた衝撃波が弾底において反射し、弾底付近が高圧となったことを示している。その後  $t=0.3\text{ms}$  付近において差圧が正の値をとっているのは、弾底方向から伝播してきた反射波が砲尾において反射しその周辺が高圧になるためである。図 6.12 では圧力波の壁面反射によって高圧部がいくつか形成されているのが見られるが、図 6.17 の差圧値の振動から圧力波が反射した回数とその波の強さを把握することができる。差圧の時間変化を見ると、圧力波の壁面反射による差圧振動の振幅はしだいに減衰していくことがわかる。これは飛翔体の前進で発生した膨張波によってなされるエネルギー密度の低下による。後半の大部分の時間において差圧は正の値をとっている。薬室容積増加により膨張波が発生する弾底では圧力が減少していくのに対し、その膨張波の到達が遅く発射薬から燃焼エネルギーが加えられている砲尾付近では圧力値が持続されていることが理解できる。

### 6.5.2 固相の流動

図 6.16 は気相の体積分率である空隙率の分布の時間変化を示している。図の赤色で示す領域は気相の体積割合が大きいことを表し、青い色に近づくほど固相体積割合が増加する。点火後、砲尾中央付近から流入する点火薬の燃焼ガスの流動によって固体発射薬粒子の運動が誘起され、(b)のように発射薬群外側の固相体積割合が密になっている。(b)から(d)では、発射薬群中央の気相の領域が増加しているのが見られる。図 6.15b, c からわかるように、Diaphragm が破裂すると薬室内には圧力勾配が生じ砲尾付近は高圧に、弾底側はそれに比べ低圧になって気相に大きな流動が起こる。(e), (f), (g)に見られるように、気相の流動および圧力勾配によって発射薬粒子の運動が誘起され、発射薬の初期装填形状が崩れている。この間圧力波が薬室内を繰り返し伝播するため、発射薬粒子の運動、燃焼もその影響を受ける。点火薬ガスの流入が中心軸付近であったため、気相流れは二次元軸対称的なものになり、径方向に特徴のある固相分布が生じた。

### 6.5.3 Diaphragm 開口過程の影響

ここでは、Diaphragm 開口の過程が異なる  $t_{op}=0\text{ms}$  と  $t_{op}=0.36\text{ms}$  の 2 ケースの比較を行う。図 6.8 に圧力  $p_1$  履歴の比較が示されている。 $t_{op}=0.36\text{ms}$  の方が Diaphragm 破裂後

の圧力降下が実験のように緩やかであり、第二圧力上昇が強まっている。一方、瞬間的な開口となる  $t_{op}=0\text{ms}$  のケースでは、Diaphragm の開口により発生する衝撃波は一次元的で  $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースより強いものとなるが、同時に強い膨張波が後端方向に伝播し、発射薬の燃焼による圧力上昇を弱め過大な圧力降下が起こっている。装置後端付近では発射薬の燃焼が続いているため、発生する膨張波の強さが燃焼速度の低下に大きな影響を及ぼす。また、 $t_{op}=0\text{ms}$  のケースでは第二ピークが早い段階で形成されているが、 $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースでは実験結果のようにそれより遅れて形成されている。これは反射衝撃波の後端到達時刻が Diaphragm の開口の仕方によって異なったためである。

図 6.10 に飛翔体底面に働く圧力履歴の比較が示されている。 $t_{op}=0\text{ms}$  のケースでは強い衝撃波が飛翔体底面に衝突することで弾底圧が初期において瞬間的に増加している。一方、 $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースでは衝撃波による圧力上昇は瞬間的ではなく Diaphragm の開口に呼応して圧力が徐々に上昇し、その後比較的長い間高い圧力が保たれている。

図 6.9 に飛翔体位置と加速度の関係および飛翔体出口速度  $v_m$  の比較が示されている。 $t_{op}=0\text{ms}$  のケースは  $t_{op}=0.36\text{ms}$  に比べ、燃焼エネルギーから変換された飛翔体の運動エネルギーが小さくなっていることがわかる。これは、 $t_{op}=0\text{ms}$  のケースの方が薬室内部の圧力が低下し、発射薬の燃焼速度が減少したために発射薬からの放出エネルギーが減少したことによる。このことから、Diaphragm の開口過程が発射薬の燃焼、そして飛翔体の運動に対して重大な影響を与えることがわかった。以上から、Diaphragm の連続的な開口を模擬した  $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースの方が  $P_r=20\text{MPa}$  および  $P_r=10\text{MPa}$  の両条件における実験に近い現象であると言える。

以下では、 $P_r=20\text{MPa}$  の条件における  $t_{op}=0\text{ms}$  および  $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースの結果を用いて装置内部の流れ場を比較する。

図 6.18 に  $t_{op}=0\text{ms}$  のケースの各時間における装置内部の圧力分布を示す。同図には代表粒子の分布も表示されている。点火開始後、発射薬の燃焼に伴ってほぼ一様に薬室圧力が上昇する(a)。固体発射薬粒子が装置後端に分布し、混相領域が形成されている。 $t_{op}=0\text{ms}$  のケースでは Diaphragm の瞬間的な開口により発生する膨張波が一次元的に後端方向に伝播し、衝撃波は飛翔体底部付近の絞り部において多次元的に干渉しながら伝播する(b,c)。衝撃波が飛翔体底部に達すると反射衝撃波が形成され、後端に向かって一次元的に伝播する(d,e,f)。一方、 $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースでは Diaphragm の開口が中央より連続的に進むため、発生する膨張波と衝撃波は多次元的に伝播し比較的弱いものとなる(6.15c,d,e)。Diaphragm 開口により衝撃波が飛翔体底部に向かって伝播すると飛翔体底部で反射することによって高圧領域が形成され、絞り部においてマッハディスクが発生す

る。同時に、Diaphragm の開口により膨張波が装置後端に向かって伝播し後端部の圧力が低下するが、 $t_{op}=0\text{ms}$  のケースと比べて圧力低下が小さいことがわかる(d,e,f)。 $t_{op}=0\text{ms}$  のケースでは衝撃波の飛翔体底面反射により瞬間的に高压領域が形成されて早い段階から飛翔体が前進するが、 $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースでは Diaphragm の開口が進むにつれ飛翔体底部の圧力が徐々に増加する(d,e,f,g)。続いて、両ケースともに飛翔体底部より伝播してきた衝撃波の後端到達により発射薬の燃焼が促進され後端の圧力が再び上昇するが、 $t_{op}=0\text{ms}$  のケースでは強い膨張波の影響で既に砲尾圧が低くなっているため、 $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースの砲尾の方が衝撃波到達により高い値をとる(g,h)。図 6.8 において第二圧力ピーク値に差異が現れたのはこの理由による。

図 6.19 は(a)  $t_{op}=0\text{ms}$  のケースと(b)  $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースにおける中心軸上の圧力分布に関する  $x-t$  線図である。両ケースともに Diaphragm の破裂によって発生した膨張波と衝撃波が装置内部を伝播、壁面において反射し、圧力分布に大きな変動をもたらしていることがわかる。まず、Diaphragm の開口により発生する膨張波通過後の圧力の大きさを比較すると、両ケースにおける膨張波の強さの違いが明確にわかる。その後、反射衝撃波が通過すると圧力上昇が生じるが、 $t_{op}=0.36\text{ms}$  のケースでは後端における固体発射薬の燃焼が促進されて混相領域において高い圧力が保たれることが観察された。図 6.20 に両ケースにおける燃焼率の履歴を示す。Diaphragm 開口の違いにより圧力分布に変化が生じ、その結果燃焼速度に差異が現れている。上述したように連続的開口モデルの飛翔体 Muzzle 速度の方が大きくなったのは発射薬の燃焼量が増加したためである。以上から、膨張波および衝撃波の通過による圧力変化は発射薬の燃焼速度に重大な変動をもたらすため、飛翔体速度を精度良く予測するためには Diaphragm の破裂過程によって発生する圧力波の厳密な再現が必要とされることが示された。

#### 6.5.4 飛翔体に働く摩擦抗力の影響

飛翔体直径と Launch tube 内径の関係について、上述の計算では実験条件に合わせ飛翔体の超過直径を  $\xi_D=-0.0028$  として計算を行ったが、本節では飛翔体直径の変化による摩擦抗力の影響について定量的に評価する。

計算は  $\xi_D=-0.0028$  から  $\xi_D=0.0056$  の条件について行った。

$$\xi_D = \frac{D_{pj} - D_t}{D_t} \quad (6.5.1)$$

上記の条件は、飛翔体の直径が Launch tube 内径よりもそれぞれ-0.28%、0.56%だけ大きいことを示している。この値は参考文献[36]の液体発射薬を用いたバリスティックレンジの発射実験において用いられた飛翔体条件である。

図 6.21 は  $P_r=20\text{MPa}$  の場合の(a)  $\xi_D=-0.0028$  および(b)  $\xi_D=0.0056$  に対する正味の加速度  $a_n=F_n/M_{Pj}$  と摩擦抗力による減速度  $|a_f|=|F_f/M_{Pj}|$  の履歴を示している。それぞれのケースにおいて衝撃波が飛翔体に衝突する初期に飛翔体の弾性変形によって摩擦抗力が最も大きく働いている。 $\xi_D=-0.0028$  の場合は衝撃波が飛翔体に衝突する初期を除いて摩擦抗力は働いていないことがわかる。一方、 $\xi_D=0.0056$  の場合は衝撃波で高められた弾底圧力による変形で生じた摩擦抗力のみならず、常に大きな摩擦抗力が働いている。特に飛翔体進度  $x_{Pj}=1.5\text{m}$  以降は摩擦抗力によって飛翔体が減速を始めている。この結果、飛翔体の Muzzle 速度には飛翔体直径により大きな差異が生じた。図 6.22 は  $P_r=20\text{MPa}$  の場合の(a)p1 における圧力履歴、(b)弾底圧履歴、(c)飛翔体位置と正味の加速度の関係を示している。p1 における圧力履歴より、飛翔体直径の大きい  $\xi_D=0.0056$  の条件では  $\xi_D=-0.0028$  の条件と比較して Diaphragm 破裂後に砲尾圧が高い値をとることがわかる。これは飛翔体に働く摩擦抗力が増大して前進が抑制されたために、薬室内の膨張効果が弱まったためである。同様に弾底圧も飛翔体直径が大きい方が高い値を維持している。しかし飛翔体直径が大きい場合、その高い弾底圧にも関わらず摩擦抗力の影響で正味の加速度は飛翔体直径が小さい場合よりも低い値をとっている。

$P_r=10\text{MPa}$  の条件では、一層深刻な摩擦抗力の影響を受けた。図 6.23 は  $P_r=10\text{MPa}$  の場合の(a)  $\xi_D=-0.0028$  および(b)  $\xi_D=0.0056$  に対する正味の加速度  $a_n=F_n/M_{Pj}$  と摩擦抗力による減速度  $|a_f|=|F_f/M_{Pj}|$  の履歴を示している。 $\xi_D=0.0056$  のケースでは、摩擦抗力のために飛翔体進度  $x_{Pj}=0.5\text{m}$  付近から飛翔体が減速を開始し、飛翔体進度  $x_{Pj}=1.7\text{m}$  の位置で停止した。つまり飛翔体は Muzzle に達せず、所謂弾詰まりの状態になってしまった。同じ飛翔体初期直径に対する Diaphragm 破裂圧力値  $P_r$  の影響を考えると、Diaphragm 破裂圧力値が大きい場合は飛翔体に衝突する衝撃波が強くなるため飛翔体の弾性変形による摩擦抗力増大の影響が現れるが、反対に、Diaphragm 破裂圧力値が小さい場合には衝撃波の強さが弱まるため弾性変形による摩擦抗力の増加は小さくなることがわかる。一方、 $\xi_D$  条件が同じならば履歴の後半に見られるように変形がほとんど生じていないときの摩擦抗力は  $P_r$  条件によらずほぼ等しくなっている。図 6.24 は  $P_r=10\text{MPa}$  の場合の(a) p1 における圧力履歴、(b)弾底圧履歴、(c)飛翔体位置と正味の加速度の関係を示している。 $P_r=20\text{MPa}$  のときと同様に  $\xi_D=0.0056$  の場合は砲尾圧、弾底圧ともに高くなって



いるが摩擦抗力に打ち勝って飛翔体を推進させることができず、飛翔体加速度が前半から負の値を示している。

図 6.25 は飛翔体直径を変化させた場合の飛翔体 Muzzle 速度の結果を示している。 $P_r=20\text{MPa}$ ,  $P_r=10\text{MPa}$  の両ケースともに飛翔体直径が大きくなると摩擦抗力が増大して Muzzle 速度が減少する。飛翔体直径が小さい  $\xi_D = -0.0028$  の条件では、摩擦抗力の影響がほとんど無視できることがわかる。図 6.26 に  $P_r=40\text{MPa}$ ,  $60\text{MPa}$  条件での  $\xi_D=0.0056$  の場合の正味の加速度  $a_n=F_n/M_{Pj}$  と摩擦抗力による減速度  $|a_f|=|F_f/M_{Pj}|$  の履歴を示す。 $\xi_D=-0.0028$  の場合、 $P_r=20\text{MPa}$ ,  $10\text{MPa}$  の条件では摩擦抗力の影響が小さかったが、高い  $P_r$  条件の場合には Diaphragm の開口で生じる衝撃波の強さが格段に大きくなるため、飛翔体の加速度に対する摩擦抗力の割合が無視できなくなる。このことより、飛翔体直径が Launch tube 内径と比較して小さい場合に摩擦抗力が無視できると仮定できるのは、 $P_r$  値が低い条件下である。

## 6.6 簡便な評価式による飛翔体速度の推算

図 6.27 に  $P_r$  条件を変化させた場合の (a) 圧力  $p_1$  および (b) 体積燃焼率  $Z$  の履歴を示す。 $P_r$  値を高く設定すると破裂時刻が遅れ、薬室内部の圧力は  $P_r$  に依存して増大する。およそ最大圧力は  $P_r$  値の 2 倍程度になっている。 $P_r$  を高くすると圧力増加により燃焼速度が増加し、発射薬の燃焼量が増加する。内部圧力が  $P_r$  に達してからわずかに遅れて Diaphragm が破裂すると燃焼場の圧力が低下し、図 6.27b で見られるように燃焼の進行が著しく抑制される。このことから、本計算対象のバリスティックレンジに用いられた発射薬の燃焼率の最大値はおよそ Diaphragm の破裂時に決まると言える。 $P_r$  が高い場合には破裂時間前後の  $Z$  の増加が急峻となる。また、 $P_r=60\text{MPa}$  とすると飛翔体加速過程の途中において発射薬が完全に燃え尽きることがわかる。

図 6.28 は飛翔体進度と弾底圧および飛翔体速度の関係を示している。 $P_r$  値を高くすると弾底圧、飛翔体速度が増大する。ただし、 $P_r=60\text{MPa}$  の場合は途中で燃焼が完了して燃焼エネルギーの放出が無くなり、弾底圧、飛翔体速度は  $P_r=40\text{MPa}$  の条件との差異が小さくなる。これはすなわち、飛翔体が獲得する運動エネルギーが放出された燃焼ガスのエネルギー量で決まることを意味している。以下では、燃焼ガスのエネルギーと飛翔体運動エネルギーの関係について評価を行う。

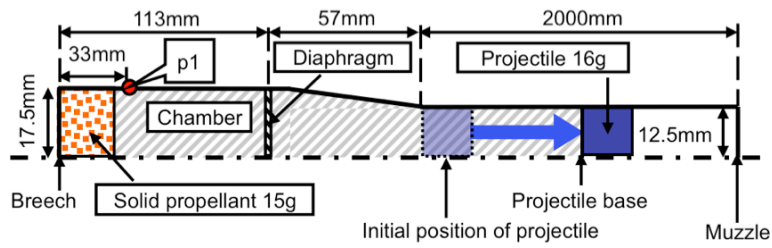
飛翔体の前進により薬室内部および加速管内部のガスが膨張する。飛翔体の起動開

始前において Diaphragm の破裂が起こると図 6.27b に示したように発射薬は燃焼進行が停止したような挙動を示す．ここで，体積燃焼率  $Z$  の時に発射薬の燃焼が停止したとし，燃焼ガスの膨張過程を可逆断熱変化と仮定してコボリウム型の状態方程式を飛翔体に成す仕事の式<sup>[17]</sup>に適用すると，加速距離  $L$  のときの飛翔体運動エネルギー  $K$  は (1.5.17)式で与えられる．(1.5.17)式中の体積燃焼率  $Z$  が決定できれば任意の加速距離  $L$  における飛翔体速度を計算することができる．以下では数値シミュレーション結果を利用し， $Z$  の決定方法について検討する． $P_r=20\text{MPa}$  の場合には，Diaphragm 開口開始時 ( $t=t_{pr}+0.24\text{ms}$ )  $Z=0.153$ ，開口完了時 ( $t=t_{pr}+0.60\text{ms}$ )  $Z=0.217$ ，飛翔体 muzzle 到達時 ( $t=t_m=29.92\text{ms}$ )  $Z=0.366$  となった．同様に他の  $P_r$  条件について調べた結果が図 6.29 の  $P_r$  条件と体積燃焼率  $Z$  の関係である．図 6.30 は(1.5.17)式中の体積燃焼率  $Z$  を変化させて飛翔体速度を評価した場合の結果である．ただし，数値シミュレーション結果より燃焼ガスの軸方向の流速分布が線形分布となるとした． $Z$  の値を採用する時点として開口完了時 ( $t=t_{pr}+0.60\text{ms}$ ) の  $Z$  値の場合に， $P_r=60\text{MPa}$  条件を除き同図に示した数値シミュレーション結果と最も良い一致が見られる．以降，評価式に Diaphragm 開口完了時の  $Z$  を用いることとする．図 6.31 はこの  $Z$  値を用いて各  $P_r$  条件に関して速度を評価した結果である． $P_r=60\text{MPa}$  条件を除いて，加速距離に対する飛翔体速度の変化が再現されている．評価式では Diaphragm 破裂後の衝撃波の反射，飛翔体進行方向の圧力勾配，および，破裂後の飛翔体加速過程における燃焼継続を無視しているため，数値シミュレーション結果と評価式による速度には差異が見られる． $P_r=10, 20\text{MPa}$  の条件では Diaphragm 開口後の燃焼継続による飛翔体速度増加が評価式には反映されず，また， $P_r=60\text{MPa}$  の条件では Diaphragm 開口中に放出された燃焼熱の飛翔体運動エネルギーへの変換効率を過大評価した(圧力分布を考慮していない)ため，数値計算結果と差異が生じた．一方で， $P_r$  条件に対して飛翔体速度の位置履歴がおよそ推算されており，設計パラメータの設定段階においては簡易で実用的な評価手法であると言える．なお  $Z$  の決定に際しては，集中パラメータ手法<sup>[3]</sup>を用いて  $t=t_{pr}+0.60\text{ms}$  までの発射薬の定積燃焼を時間発展的に計算することにより，CFD を用いた上述の数値計算より短時間・低計算コストでほぼ同等の評価が可能である．

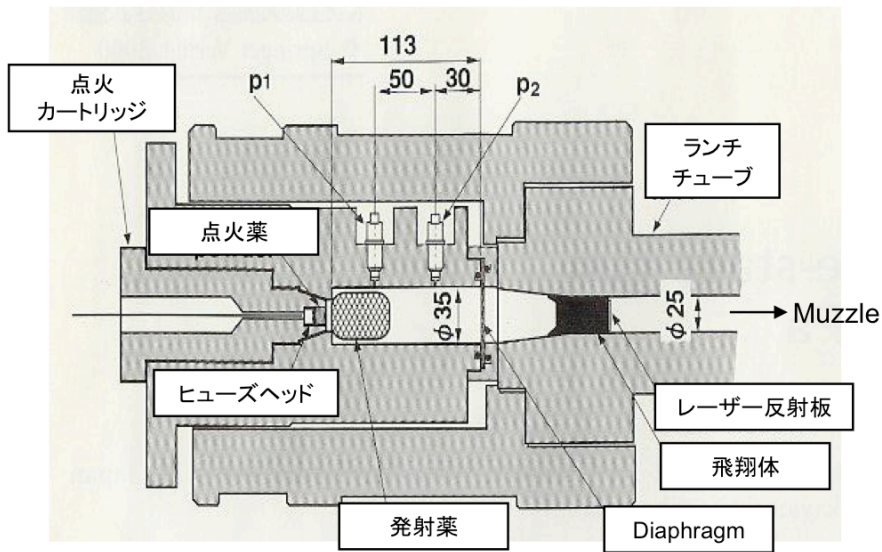
続いて，Diaphragm の破裂圧力  $P_r$  と飛翔体速度の関係について検討を行う．飛翔体が獲得する運動エネルギー  $K$  は燃焼ガスのエネルギー  $Q_C=F_{pr}CZ/(\gamma_{pr}-1)$  に依存し， $Q_C$  は  $P_r$  に依存する．ここで，図 6.29 の  $Z$  の挙動より  $Q_C$  は  $P_r$  に比例すると仮定し，さらにある加速距離  $L$  において(1.5.17)式より  $K$  は  $Q_C$  に比例すると仮定すると，基準となる  $P_{r0}$  条件のときの飛翔体速度  $v_{m0}$  が既知ならば次の式が成り立つ．

$$\frac{v_m}{v_{m0}} = \sqrt{\frac{K}{K_0}} \approx \sqrt{\frac{P_r}{P_{r0}}} \quad (6.6.1)$$

ただし，上式は  $Q_C$  と  $P_r$  の間に比例関係を仮定しているため，飛翔体加速過程において発射薬の燃焼が完了してしまう高い  $P_r$  条件には適用できない．基準となる  $P_r$  条件を 20MPa とし数値シミュレーション結果を上式に当てはめると図 6.32 が得られる．2 倍，1/2 倍の  $P_r$  条件に対する飛翔体速度の位置履歴が定量的に推算されており，上式による評価方法は  $P_r$  条件設定時に飛翔体速度を評価する上で有効になると考えられる．



(a)



(b)

図 6.1 バリスティックレンジ加速部の(a)全体概略図および(b)内部構造図<sup>[35]</sup>

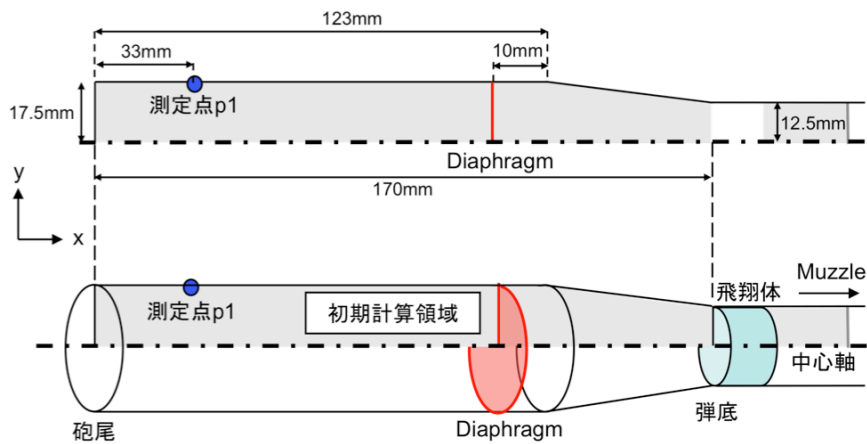


図 6.2 初期状態の計算領域

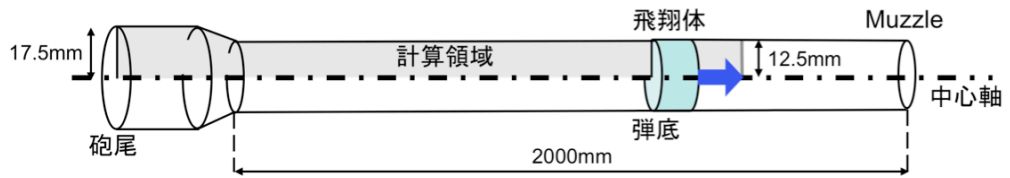


図 6.3 飛翔体が移動しているときの計算領域

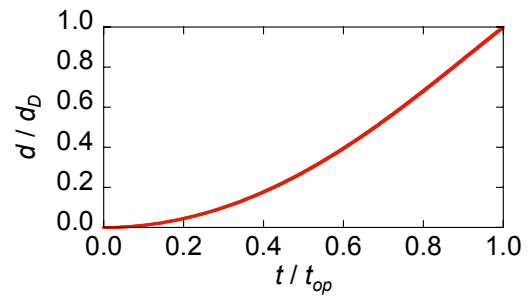


図 6.4 開口直径の時間履歴

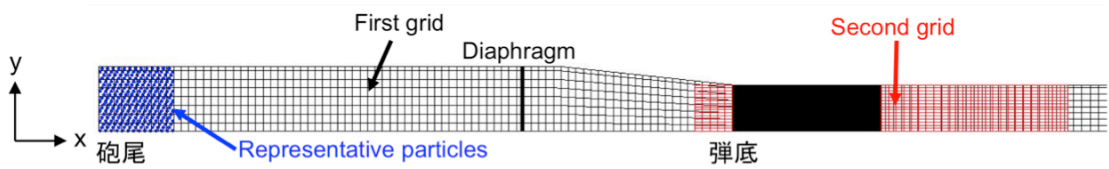


図 6.5 計算格子

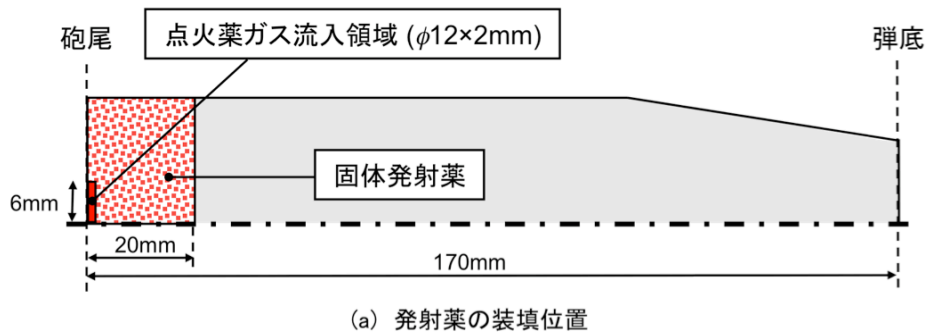
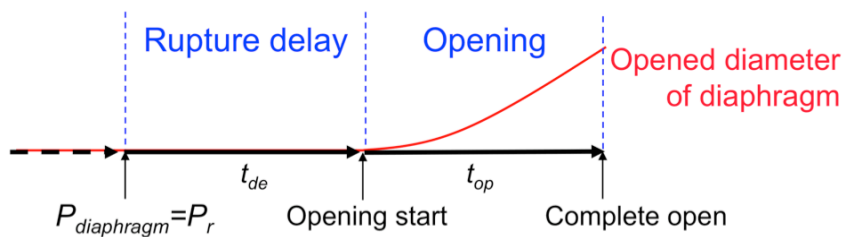
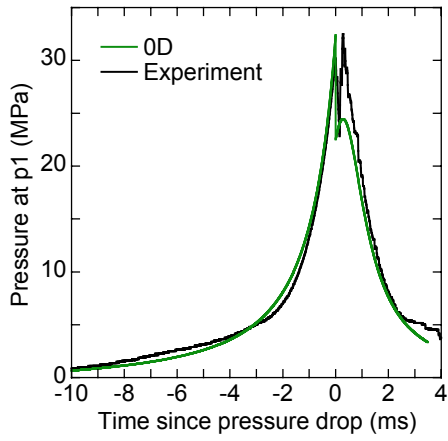
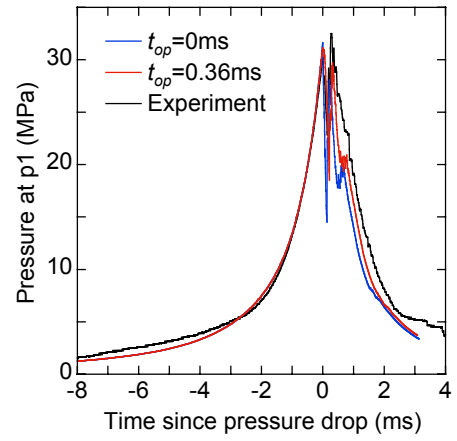


図 6.6 初期状態における発射薬の装填位置

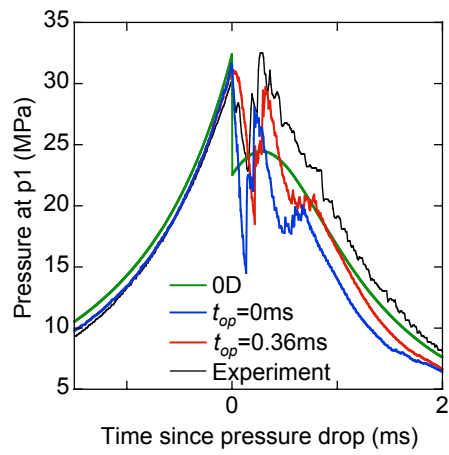




(a) 集中パラメータ手法

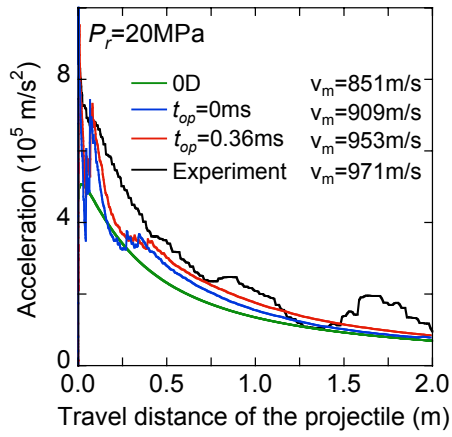


(b) 二次元軸対称計算

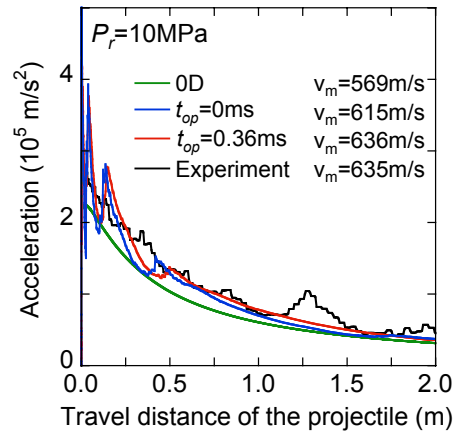


(c) Diaphragm 破裂前後の砲尾圧の比較

図 6.8 砲尾における圧力履歴 ( $P_r=20\text{MPa}$ )

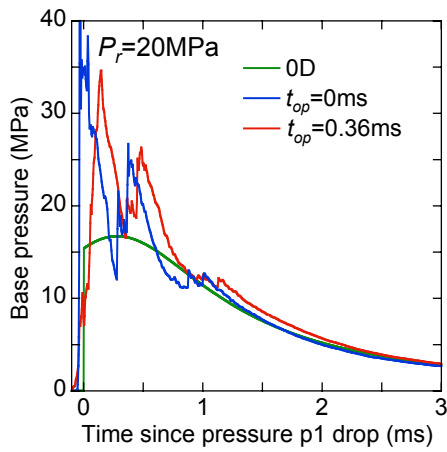


(a)  $P_r=20\text{MPa}$

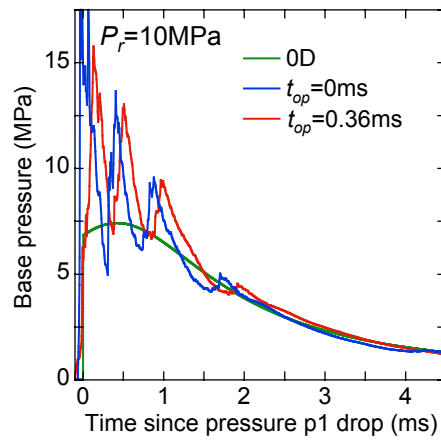


(b)  $P_r=10\text{MPa}$

図 6.9 加速度履歴の比較



(a)  $P_r=20\text{MPa}$



(b)  $P_r=10\text{MPa}$

図 6.10 弾底圧履歴の比較



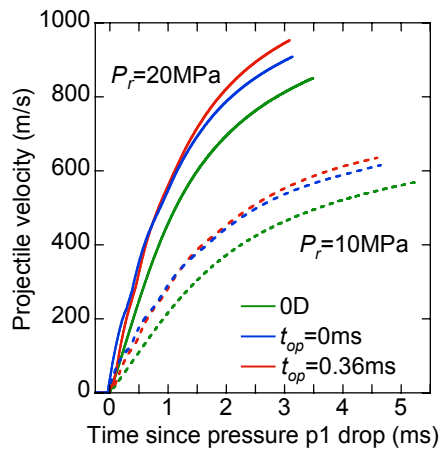


図 6.11 飛翔体速度の時間履歴

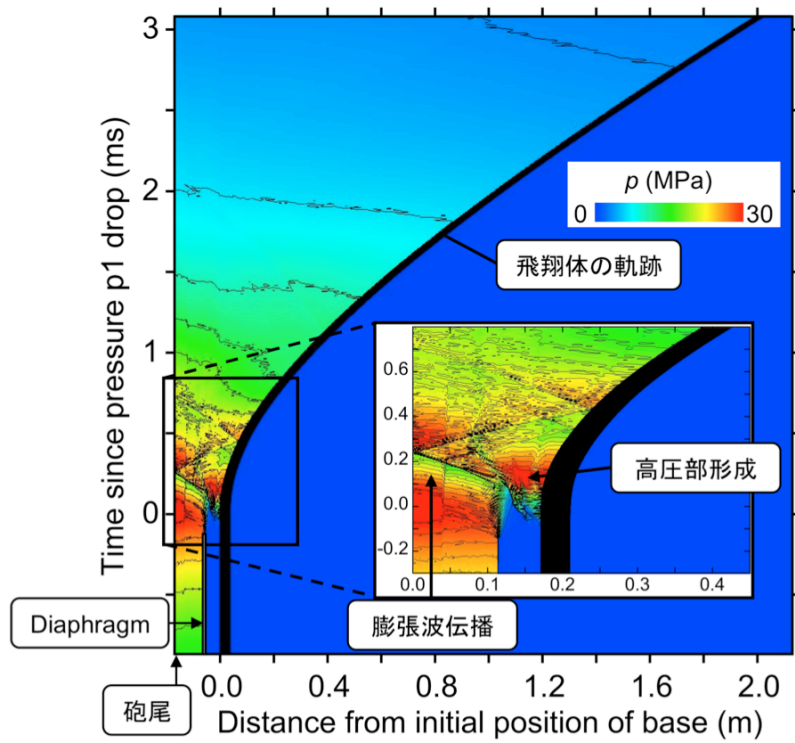


図 6.12 中心軸上の圧力分布の時間変化 ( $P_r=20\text{MPa}$ )

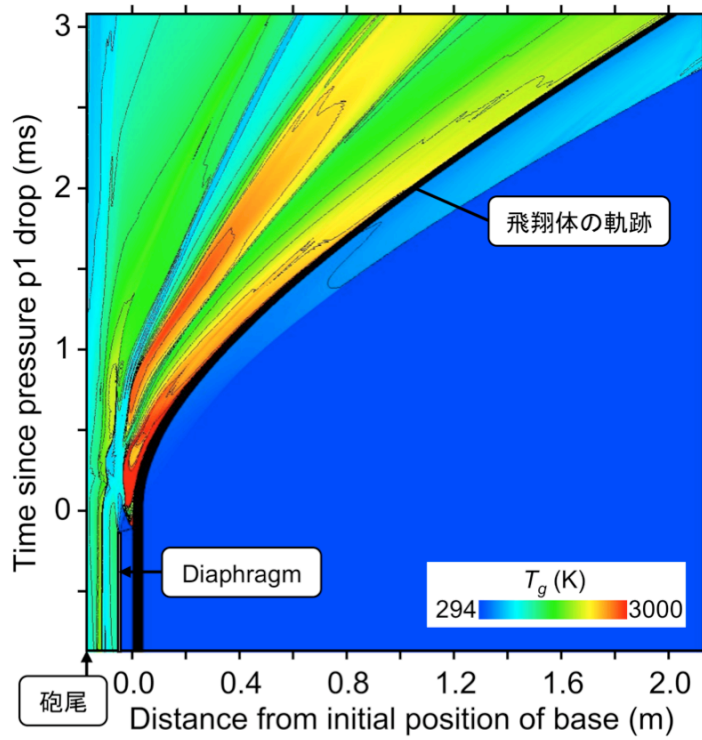


図 6.13 中心軸上の気相温度分布の時間変化 ( $P_r=20\text{MPa}$ )

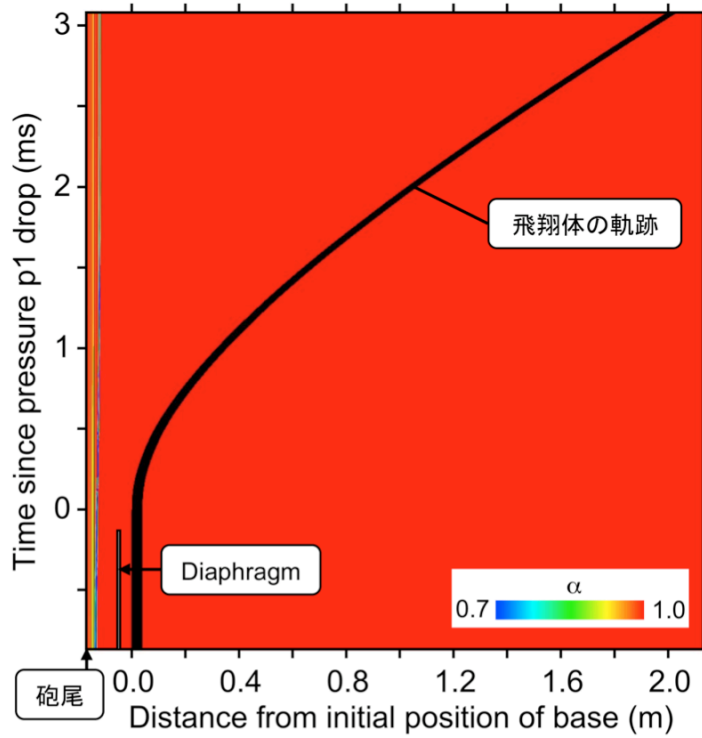


図 6.14 中心軸上の空隙率分布の時間変化 ( $P_r=20\text{MPa}$ )

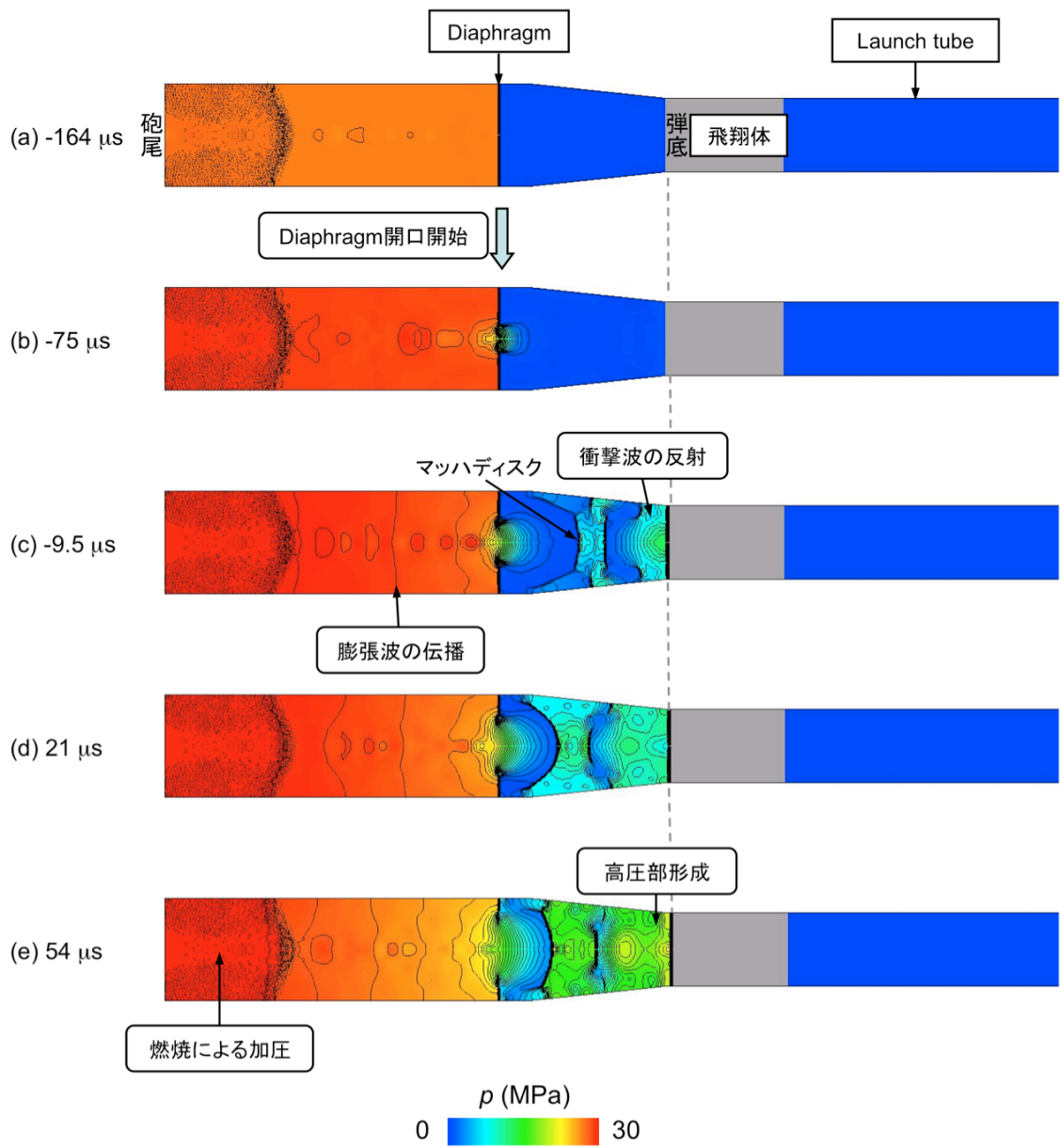


図 6.15 各経過時間における圧力分布と代表粒子分布 ( $P_r=20\text{MPa}$ )

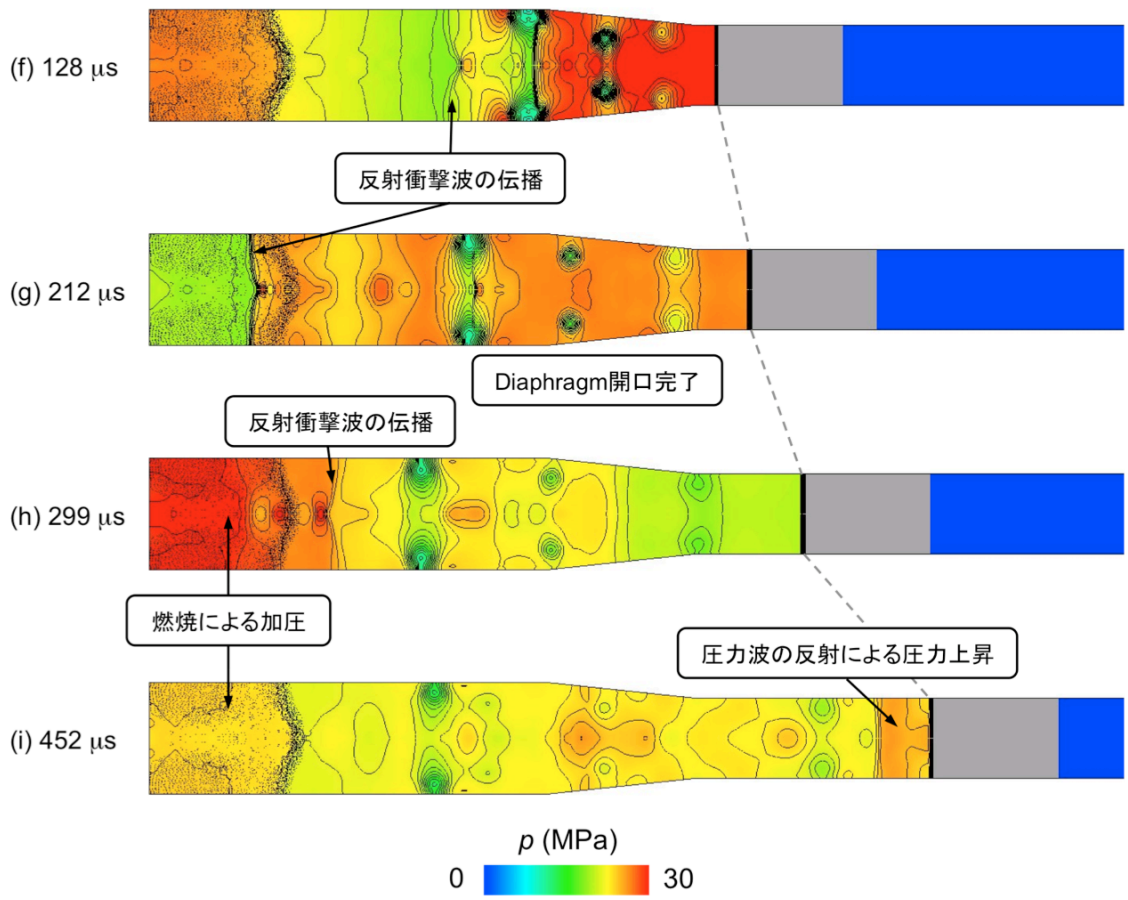


図 6.15 各経過時間における圧力分布と代表粒子分布 ( $P_r=20\text{MPa}$ )

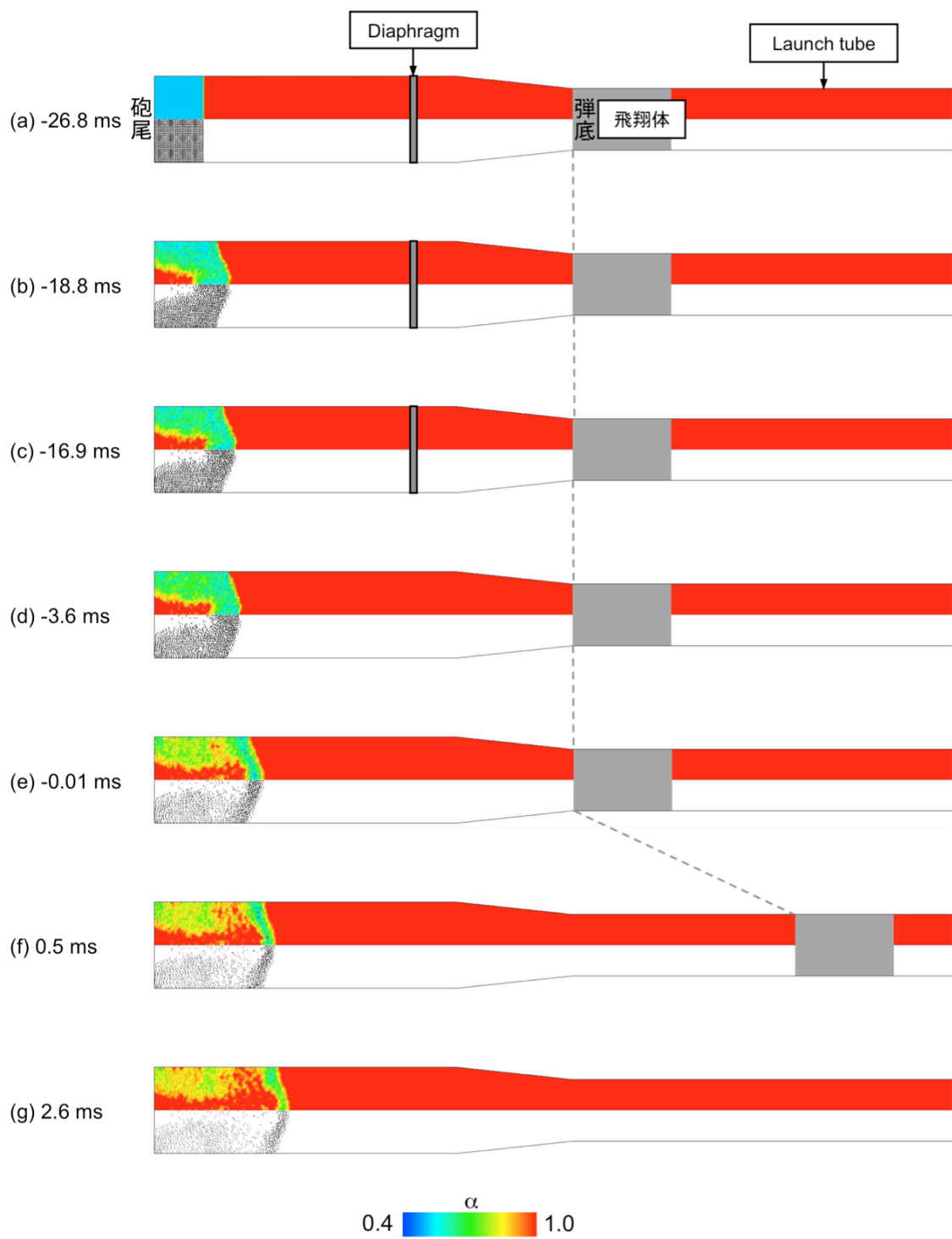


図 6.16 Diaphragm 破裂からの各経過時間における空隙率分布と代表粒子分布  
( $P_r=20\text{MPa}$ )

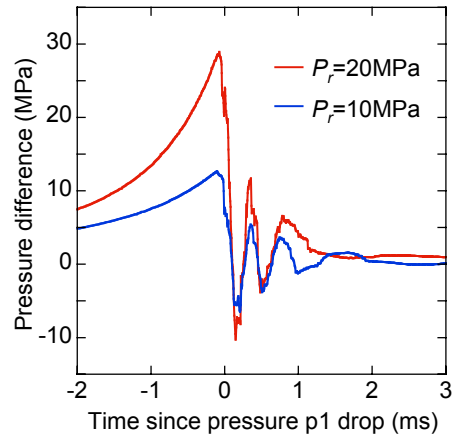


図 6.17 差圧(砲尾圧-弾底圧)の時間履歴

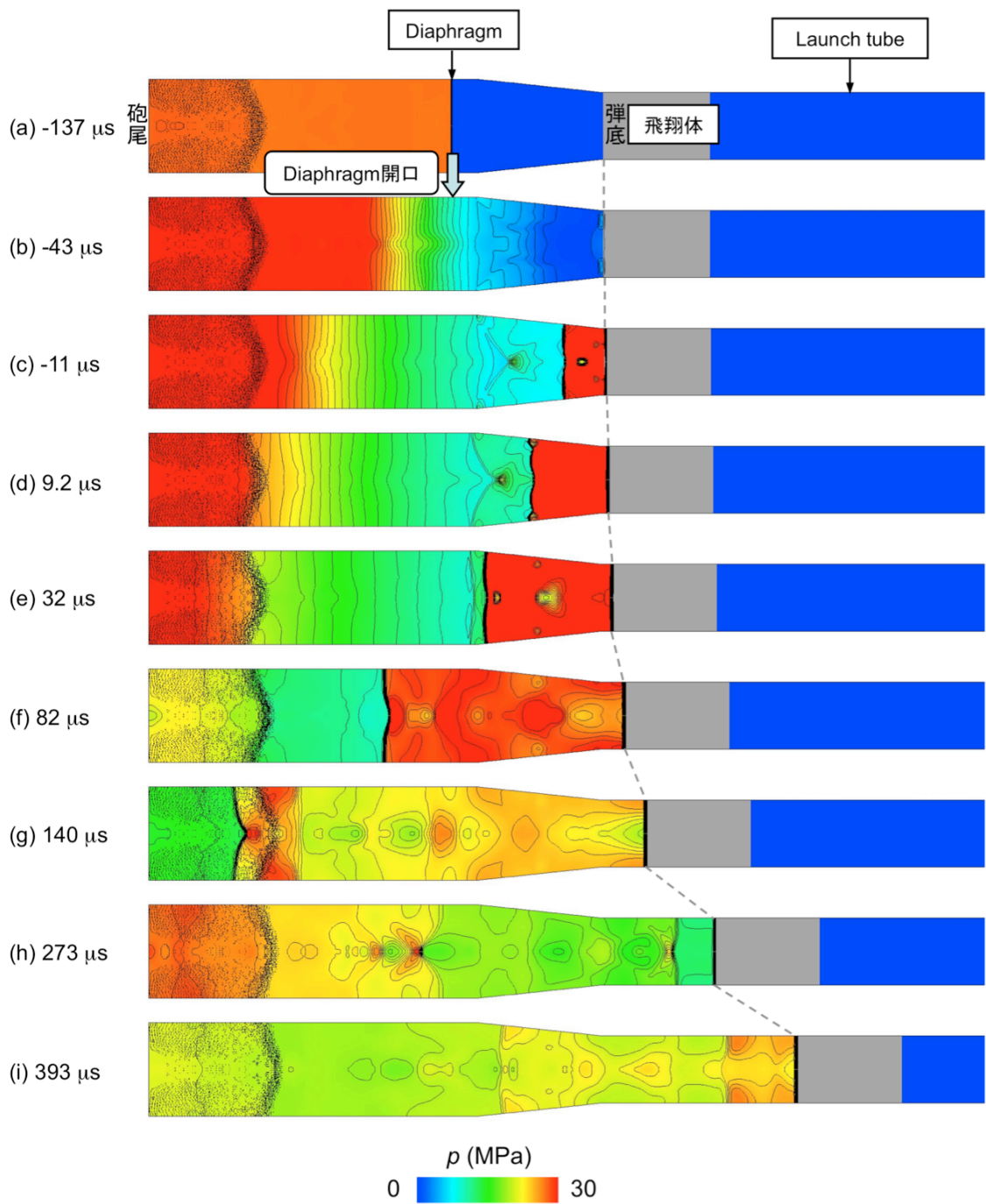
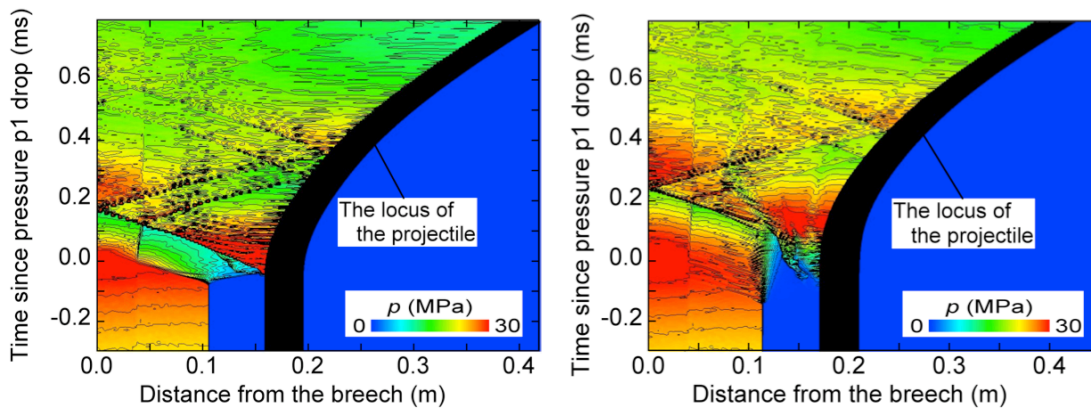


図 6.18 Diaphragm の瞬間的開口モデルによる圧力分布の変化 ( $P_f=20\text{MPa}$ )



(a)  $t_{op}=0\text{ms}$  (b)  $t_{op}=0.36\text{ms}$

図 6.19 中心軸上の圧力分布に関する  $x-t$  線図 ( $P_r=20\text{MPa}$ )

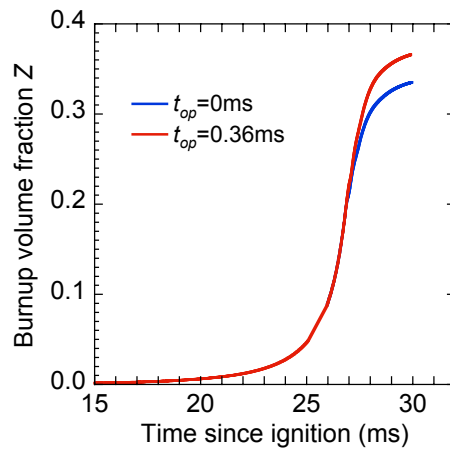
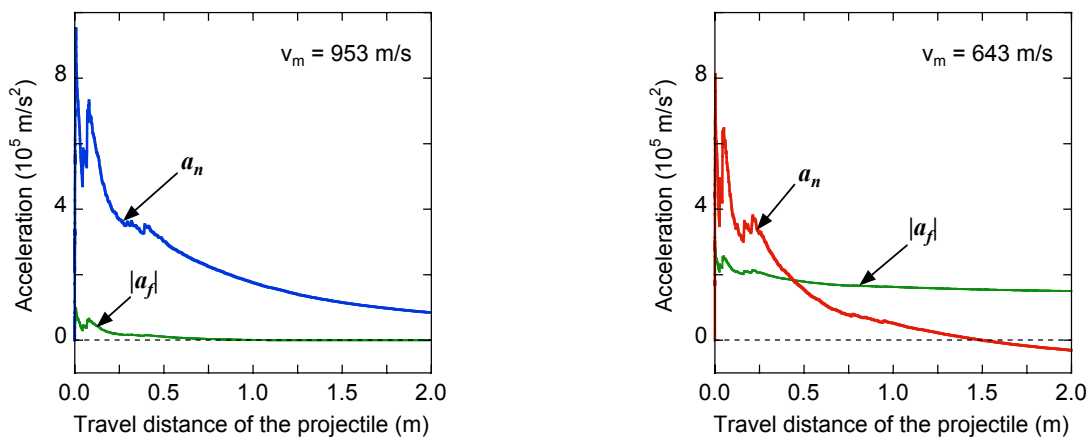


図 6.20 Diaphragm 開口モデルの差異による体積燃焼率  $Z$  履歴の比較 ( $P_r=20\text{MPa}$ )



(a)  $\xi_D=-0.0028$  の場合 (b)  $\xi_D=0.0056$  の場合

図 6.21 飛翔体の直径条件に対する正味の加速  $a_n$  と摩擦による減速度  $|a_f|$  ( $P_r=20\text{MPa}$ )



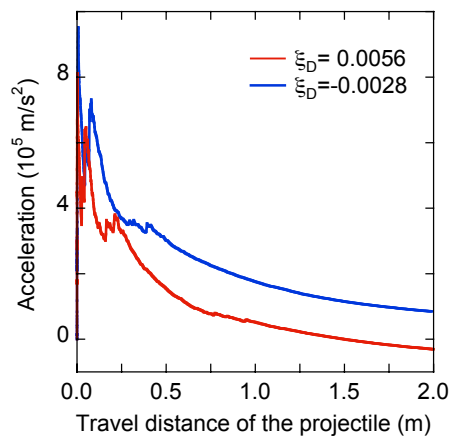
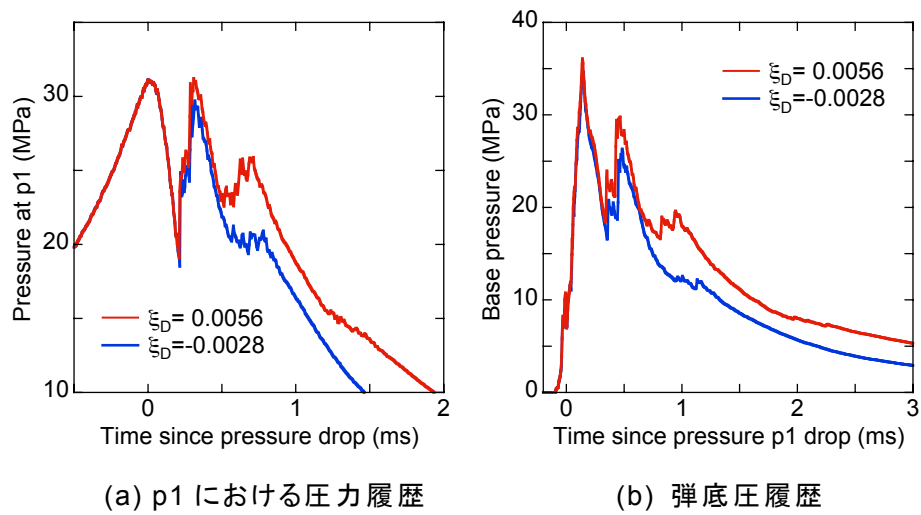


図 6.22 飛翔体の直径条件による摩擦抗力の影響 ( $P_r=20\text{MPa}$ )

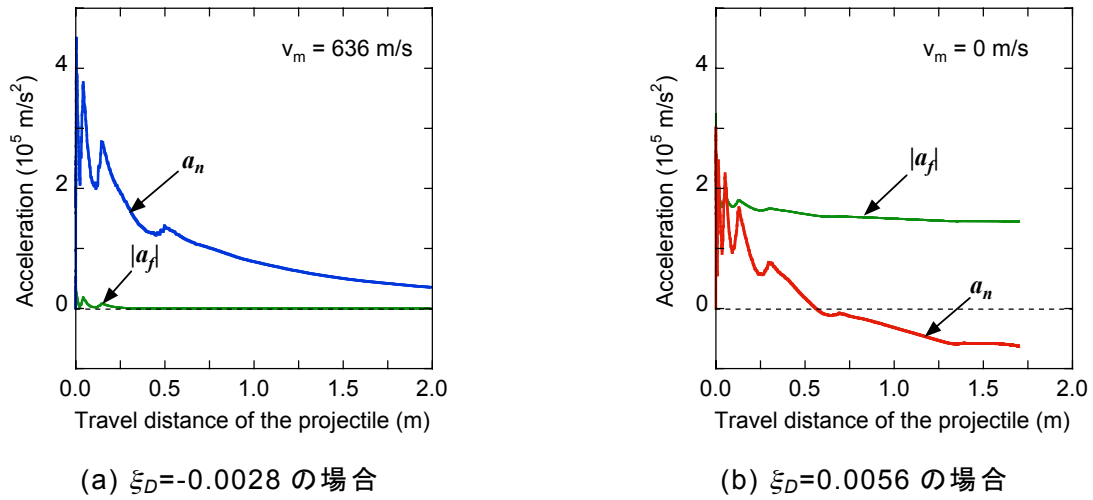


図 6.23 飛翔体の直径条件に対する正味の加速  $a_n$  と摩擦による減速度  $|a_f|$  ( $P_r = 10 \text{ MPa}$ )

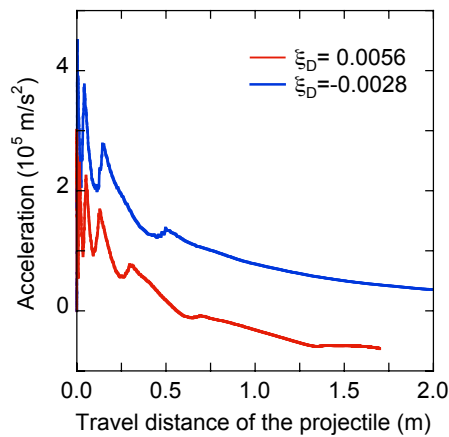
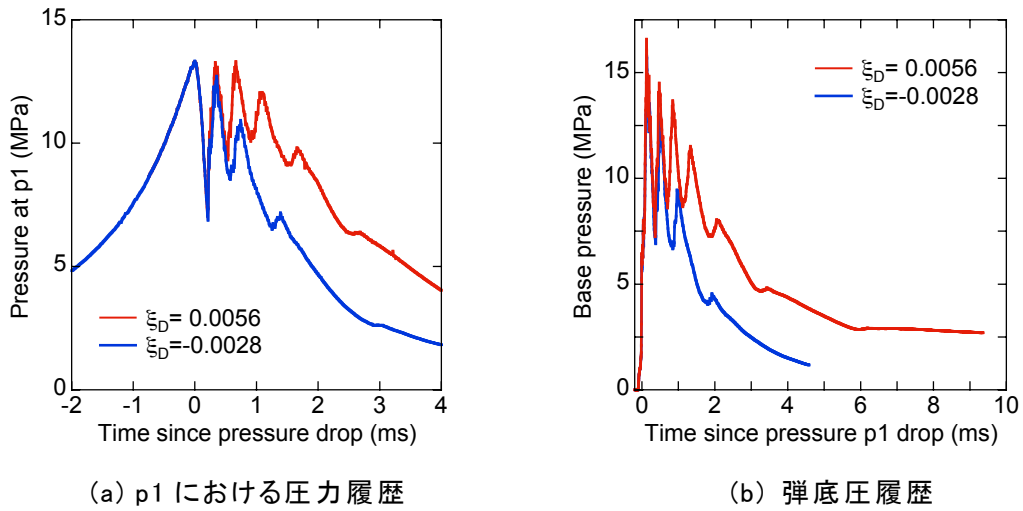


図 6.24 飛翔体の直径条件による摩擦抗力の影響 ( $P_r = 10 \text{ MPa}$ )

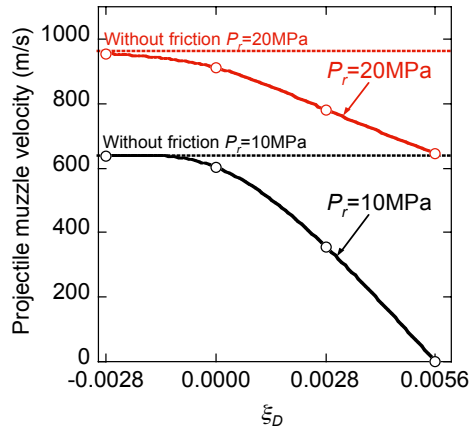


図 6.25 飛翔体直径に対する飛翔体の出口速度の変化

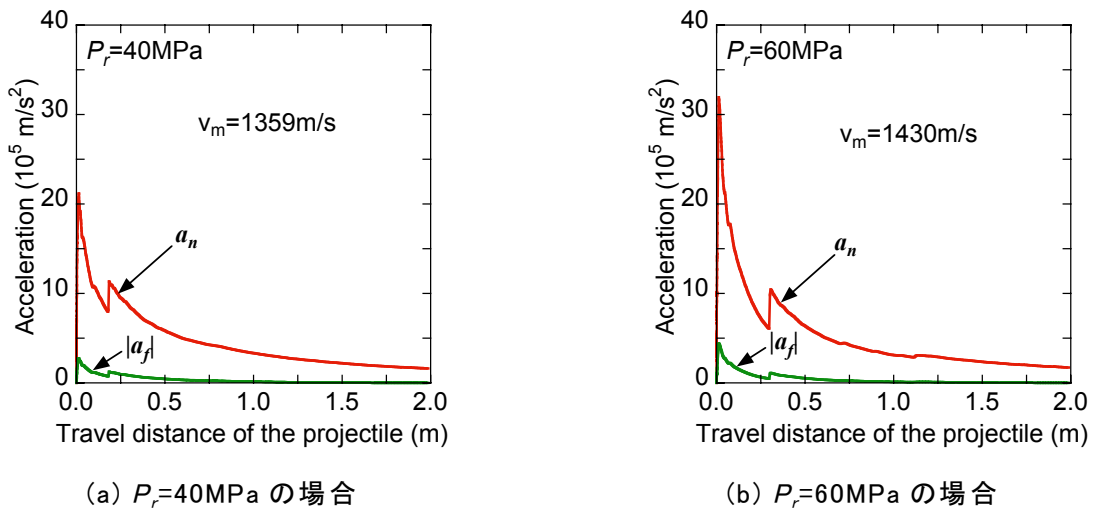


図 6.26 高い Diaphragm 破裂圧力条件を用いた場合の飛翔体加速度と摩擦による減速度 ( $\xi_D=-0.0028$ )

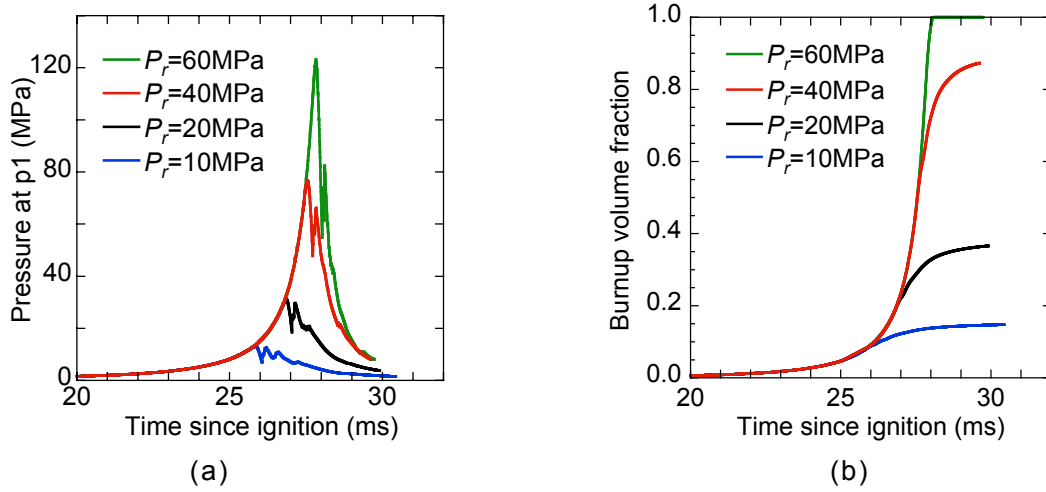


図 6.27 数値シミュレーションによる(a)圧力  $p_1$  および(b)体積燃焼率  $Z$  の時間履歴

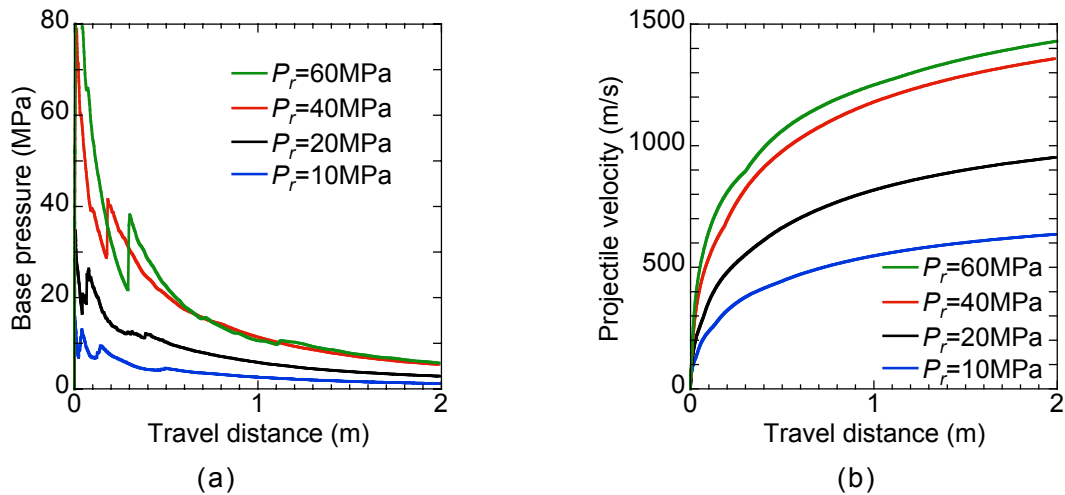


図 6.28 数値シミュレーションによる(a)弾底圧および(b)飛翔体速度と進度の関係

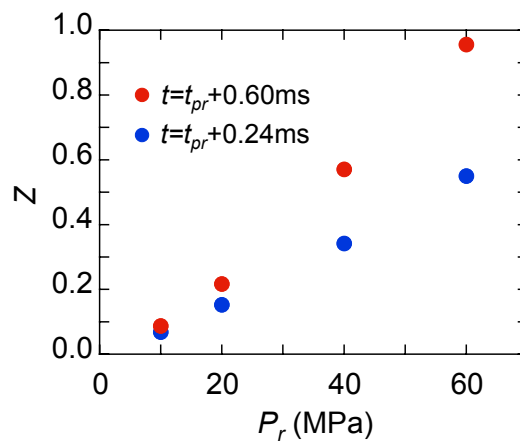
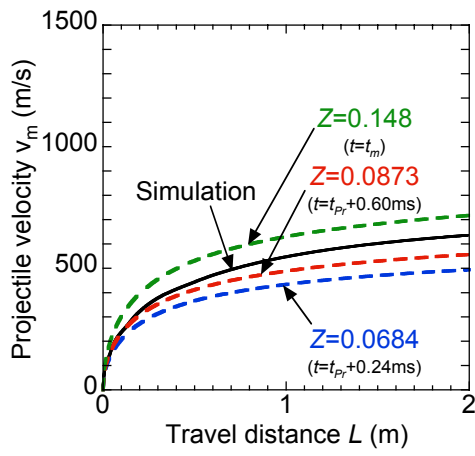
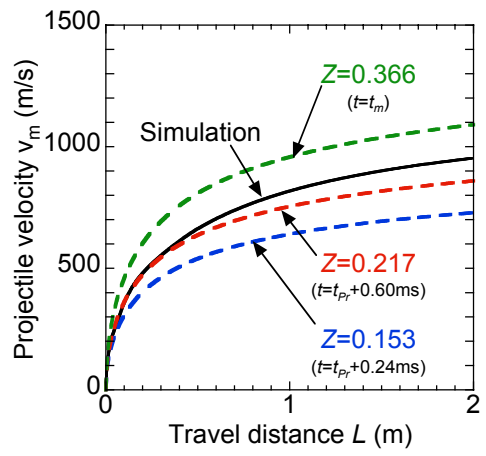


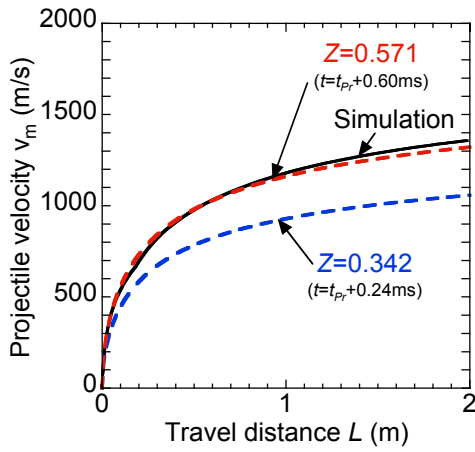
図 6.29  $P_r$  条件と体積燃焼率  $Z$  の関係



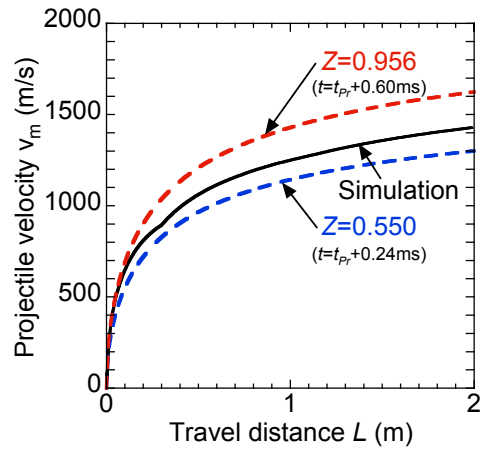
(a)  $P_r=10\text{MPa}$



(b)  $P_r=20\text{MPa}$



(c)  $P_r=40\text{MPa}$



(d)  $P_r=60\text{MPa}$

図 6.30 各  $P_r$  条件における数値シミュレーション結果(Simulation)と評価式(1.5.17)による飛翔体進度と速度の関係

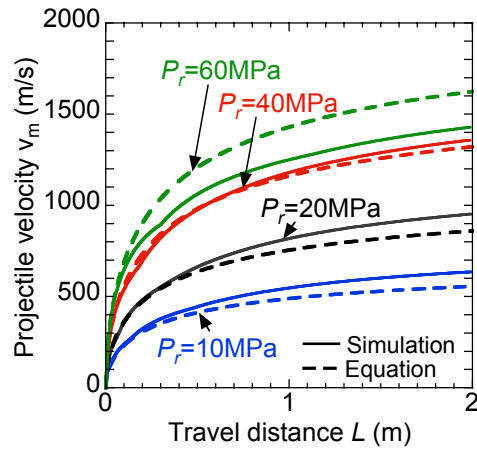


図 6.31 各  $P_r$  条件における数値シミュレーション結果(Simulation)と  $t=t_{op}+0.60\text{ms}$  における体積燃焼率を用いた評価式(1.5.17)による飛翔体進度と速度の関係

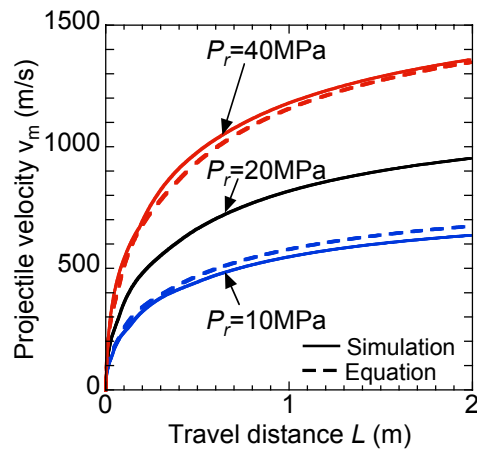


図 6.32 数値シミュレーション結果(Simulation)と  $P_r=20\text{MPa}$  条件を基準として用いた評価式(6.6.1)による飛翔体進度と速度の関係

## 6.7 本章のまとめ

本章では、バリステックレンジ加速部における飛翔体加速過程に対して数値シミュレーションを実行し、実験結果を用いて計算コードを検証するとともに、Diaphragm の開口モデルの検討を行った。二次元軸対称計算は Diaphragm 破裂後の衝撃波および膨張波の伝播・壁面反射を再現し、特に Diaphragm の連続的な開口モデルを導入した場合に砲尾圧履歴、飛翔体加速度履歴、飛翔体 Muzzle 速度に関して実験結果を良く再現した。Diaphragm の瞬間的な開口モデルでは圧力、速度ともに実験データより低い値を示したが、これは Diaphragm 開口時に発生する膨張波が強く、また、容積保持時間が短くなったことにより発射薬の燃焼量が過小評価されたためである。

準定常飛翔体弾性変形モデルにより摩擦抗力を評価する本計算コードを用いて飛翔体初期直径に対する飛翔体速度の挙動を推算した。飛翔体直径が Launch tube 内径と比較して小さい場合に、 $P_r$  値が低い条件下では摩擦抗力が無視できると仮定できるが、高い  $P_r$  条件下では Diaphragm の開口で生じる衝撃波の強さが大きいため、飛翔体の変形により加速度に対する摩擦抗力の割合が無視できなくなる。

続いて、Diaphragm の破裂圧力条件の影響をシミュレートし、数値計算で得られた燃焼進行度に基づいて Diaphragm を使った加速装置性能を簡便な評価式により予測する方法を提案した。評価式には Diaphragm 開口完了時の燃焼率を用いることで飛翔体速度の概算が可能であることを示した。また、Diaphragm 破裂圧力値の比を用いて飛翔体速度を予測する方法を提案した。





## 第 7 章 結論

本研究では固気二相流砲内弾道計算コード(3D, 2D, 1D)を構築し、飛翔体加速装置を解析対象として数値計算を実行した。計算結果と実験結果を比較することにより計算手法の有効性を確認し、発射薬点火過程における負差圧の発生機構、発射薬形状や飛翔体質量条件が燃焼挙動と飛翔体加速性能に及ぼす影響、Diaphragm を用いたバリステックレンジ加速部の性能評価について考察を行った。以下に本研究の結論を示す。

### 1. 飛翔体加速装置の基準試験モデルを用いたコードの検証

AGARD モデルの条件に基づいた数値計算を行い、本研究における計算コードと他の計算コードの結果を比較して計算モデルの検証を行った。

- 集中パラメータ手法の計算および固気二相流計算は最大砲尾圧と飛翔体の Muzzle 速度に関して同様の結果を算出し、結果に大きな差異は見られなかった。
- 本研究における多次元の固気二相流計算コードは砲尾圧履歴と飛翔体の Muzzle 速度に関して他のコードによる計算結果と近い推算値を示した。
- 集中パラメータ手法と固気二相流計算の薬室内部の差圧履歴に差異が見られた。固気二相流計算では差圧履歴が初期に負の値をとることを予測したが、これは集中パラメータ手法で用いる発射薬均一分布の仮定と異なり、固気二相流計算では薬室内部の発射薬分布が変動することで圧力勾配に変化が生じたためである。このことから、固体発射薬粒子の移動が圧力分布に影響を与えるケースに対する固気二相流計算の予測能力が示された。また、固気二相流計算では固相に代表粒子を用いることによって薬室内部の発射薬粒子の分布や燃焼進行度といった挙動を把握することができた。

### 2. 粒状発射薬を用いた燃焼室内部における点火過程の解析

三次元および二次元軸対称の固気二相燃焼流計算コードを用いて火管を用いた固体発射薬の密閉燃焼試験を計算対象として数値シミュレーションを実行し、点火過程における計算モデルの検証を行った。また、計算結果より発射薬点火過程における負差圧の発生機構に関して検討を行った。

- 三次元固気二相流計算による結果から火管長の短縮、点火薬量の増加、火管孔面積

の減少に伴って負差圧が強まるという実験の傾向が再現されたことから、薬室内部の圧力変動に与える火管条件の影響は数値計算により推測可能であることが示された。

- 点火薬ガスによって加速された固体発射薬粒子の局所的な集積が圧力変動を引き起こし、負差圧発生の大きな要因となっていることが示された。このため、薬室内部の圧力変動と圧力波の発生を抑制するためには固体発射薬粒子の移動と固体粒子密度の局所的な集中を抑える必要がある。
- 火管を用いた密閉燃焼試験では三次元計算結果より火管孔付近において流れ場に三次元性が見られたものの、軸方向の流れ場は火管孔面積を実際のものに合わせた二次元軸対称計算によって再現され、圧力履歴に関しては三次元計算および実験結果との差異は見られなかった。このことから、点火過程における圧力変動は二次元軸対称計算によって予測できると言える。
- 発射薬の着火モデルを考える上で、点火過程における圧力変動を精度良く予測するためには固気二相間の熱輸送を考慮する必要があることが示された。

### 3. 棒状発射薬を用いた飛翔体加速過程の解析

棒状発射薬を用いた場合の飛翔体加速過程に関して二次元軸対称砲内弾道シミュレーションを行い、棒状発射薬の特性、および、飛翔体質量条件が性能に与える影響に関して検討を行った。

- 棒状発射薬を用いた際の発射薬量と飛翔体質量の変化に対する加速性能と最大圧力の変化が数値計算により再現された。
- 飛翔体の質量を増加させると飛翔体速度が低下し最大圧力が増加するが、圧力上昇により発射薬の燃焼が促進されて飛翔体が最終的に得る運動エネルギーの量は増加する。火薬のエネルギーを飛翔体の運動エネルギーとして最大限に取り出すためには、発射薬の燃焼が完了するまで飛翔体が加速管内に滞在できるような質量をもつ飛翔体が必要である。ただし、飛翔体質量が過大である場合は薬室内部で圧力波が発生しやすくエネルギー変換効率が低下するため、飛翔体の運動エネルギーが最大となる飛翔体質量条件が存在する。
- 棒状と粒状の発射薬に対する燃焼特性と加速性能の比較から、飛翔体加速時間が短くなる軽量飛翔体の装置にはサイズの小さい発射薬粒子を使用し、加速時間が長くなる重量の大きい飛翔体には最大圧力低減と圧力波発生の抑制のため棒状発射薬を使用するべきであるという指針が得られた。

4. Diaphragm を用いたバリスティックレンジ加速部における飛翔体加速過程の解析  
バリスティックレンジ加速部における飛翔体加速過程に対して数値シミュレーション  
を実行し、実験結果を用いて計算コードを検証するとともに、Diaphragm の開口モデル  
の検討を行った。さらに、Diaphragm の破裂圧力条件の影響をシミュレートし、数値計  
算で得られた燃焼進行度に基づいて Diaphragm を使った加速装置性能を簡便な評価式  
により予測する方法を提案した。

- 二次元軸対称計算は Diaphragm 破裂後の衝撃波および膨張波の伝播・壁面反射を再  
現し、特に Diaphragm の連続的な開口モデルを導入した場合に砲尾圧履歴、飛翔体  
加速度履歴、飛翔体 Muzzle 速度に関して実験結果を良く再現した。Diaphragm の瞬  
間的な開口モデルでは圧力、速度ともに実験データより低い値を示したが、これは  
Diaphragm 開口時に発生する膨張波が強く、また、容積保持時間が短くなったこと  
により発射薬の燃焼量が過小評価されたためである。
- 準定常飛翔体弾性変形モデルにより摩擦抗力を評価する本計算コードを用いて、飛  
翔体初期直径に対する飛翔体速度の挙動を推算した。飛翔体直径が Launch tube 内径  
と比較して小さい場合に、 $P_r$  値が低い条件下では摩擦抗力が無視できると仮定でき  
るが、高い  $P_r$  条件下では Diaphragm の開口で生じる衝撃波の強さが大きいため、飛  
翔体の変形により加速度に対する摩擦抗力の割合が無視できなくなる。
- 数値計算で得られた燃焼進行度に基づいて加速装置性能を簡便な評価式により予  
測する方法を提案し、評価式には Diaphragm 開口完了時の燃焼率を用いることで  
飛翔体速度の概算が可能であることを示した。また、Diaphragm 破裂圧力値の比を  
用いて飛翔体速度を予測する方法を提案した。



## 参考文献

- [1] G. Klingenberg *et al.* “Gun Propulsion Concepts Part I- Fundamentals,” *Propellant, Explosives, Pyrotechnics*, Vol.20, pp.304-310, 1995
- [2] H.J. Maag and G. Klingenberg, “Gun Propulsion Concepts Part II- Solid and Liquid Propellants,” *Propellant, Explosives, Pyrotechnics*, Vol.21, pp.1-7, 1996
- [3] 弾道学研究会, “火器弾薬技術ハンドブック 弾道学編,” 防衛技術協会, 2003
- [4] P.S. Gough and F.J. Zwerts, “Modeling Heterogeneous Two-Phase Reacting Flow,” *AIAA Journal*, Vol.17, No.1, 1979
- [5] A.E. Wildegger-GaissMaier, “Influence of Ignition Related Parameters and Charge Configuration on XKTC Model Predictions,” *MRL-TR-92-31*, 1992
- [6] C. Woodley *et al.* “The FHIBS Internal Ballistics Code,” *22nd International Symposium on Ballistics*, 2005
- [7] C. Woodley *et al.* “Two-dimensional Modeling of Mortar Internal Ballistics,” *22nd International Symposium on Ballistics*, 2005
- [8] B. Longuet, “MOBIDIC-NG: A 1D/2D CFD Code Suitable for Interior Ballistics and Vulnerability Modeling,” *22nd International Symposium on Ballistics*, 2005
- [9] J. Nussbaum *et al.* “Numerical simulations of gas-particle flows with combustion,” *Journal of Flow, Turbulence Combustion*, Vol.76, pp.403-413, 2006
- [10] J. Nussbaum *et al.* “Numerical Simulations of Reactive Diphasic Gas-Particle Flows,” *AIAA Paper 2007-4161*, 2007
- [11] M.J. Nusca and P.S. Gough, “Numerical Model of Multiphase Flow Applied to Solid Propellant Combustion in Gun Systems,” *AIAA Paper 98-3695*, 1998
- [12] M.J. Nusca and P.J. Conroy, “Multiphase CFD Simulations of Solid Propellant Combustion in Gun systems,” *Department of Defense High Performance Computing Modernization Program users group conference*, 2001
- [13] M.J. Nusca, “Computation Fluid Dynamics Model of Multiphase Flows Applied to Solid Propellant Combustion in Gun Systems,” *18th International Symposium on Ballistics*, 1999
- [14] 日本火薬工業会, “一般火薬学,” 日本火薬工業会資料編集部, 2001

- [15] 村田勉, “発射薬の設計理論,” 工業火薬協会誌, 第 16 巻, 第 4 冊, pp.199-213, 1955
- [16] N. Kubota, “Propellants and Explosives 2nd Edition,” WILEY-VCH, pp.143-180, 2007
- [17] D.E. Carlucci and S.S. Jacobson, “Ballistics,” CRC Press, pp.3-96, 2008
- [18] R.A. Strehlow, “Combustion Fundamentals,” Mcgraw-Hill College, pp.353-370, 1984
- [19] 日本流体力学会, “混相流体の力学,” 朝倉書店, pp.59-87, 1991
- [20] F.W. Robbins and K.A. Cieslewicz, “Effects of Small Changes in the Input Data on the Determination of Closed-Bomb Burning Rates and Surface Areas,” *ARL-TR-83, U.S. Army Research Laboratory*, 1993
- [21] Private communication with Clive Woodley
- [22] C. Woodley *et al.* “Comparisons of Internal Ballistics Simulations of 40mm Gun Firings,” *23rd International Symposium on Ballistics*, 2007
- [23] E.R.G. Eckert and Robert M. Drake, “Analysis of Heat and Mass Transfer,” Hemisphere Publishing Corporation, pp.183-187, 1972
- [24] P.J. Conroy and D.E. Kooker, “Implications of Gun Propellant Bed Rheology,” *ARL-TR-80, U.S. Army Research Laboratory*, 1993
- [25] 藤井孝藏, “流体力学の数值計算法,” 東京大学出版会, 1994
- [26] K. Fujii, “Unified Zonal Method Based on the Fortified Solution Algorithm,” *Journal of Computational Physics*, pp.92-108, 1995
- [27] Advisory Group for Aerospace Research and Development (NATO), “Fluid Dynamics Aspects of Internal Ballistics,” *AGARD Advisory Report No.172*, 1982
- [28] C. Woodley *et al.* “Comparisons of Internal Ballistics Simulations of The AGARD gun,” *22nd International Symposium on Ballistics*, 2005
- [29] A.E. Wildegger-Gaissmaier and I.R. Johnston, “Ignition of a Granular Propellant Bed,” *Combustion and Flame*, Vol.106, pp.219-230, 1996
- [30] Y. Nakamura *et al.* “Negative Differential Pressure by Ignition of Granular Solid Propellant,” *23rd International Symposium on Ballistics*, pp.473-480, 2007
- [31] J.D. Moore *et al.* “Characterization of Combustion Processes in a Windowed Flash Tube of an M1020 Ignition Cartridge for 120-mm Mortar,” *23rd International Symposium on Ballistics*, pp.457-464, 2007

- [32] R. Acharya and K.K. Kuo, "Finite Element Simulation of Interior Ballistic Processes in 120-mm Mortar System," *23rd International Symposium on Ballistics*, pp.343-350, 2007
- [33] H. Miura, A. Matsuo and Y. Nakamura, "Interior Ballistics Simulation of Projectile Launch System Utilizing Tubular Solid Propellant," *44th AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibit*, 2008-4972, 2008
- [34] 火薬学会編, "エネルギー物質ハンドブック," 共立出版, pp.61-67, 1999
- [35] A. Sasoh, S. Ohba and K. Takayama, "Projectile acceleration in a single-stage gun at breech pressure below 50 MPa," *Shock Waves*, 10, pp.235-240, 2000
- [36] A. Sasoh, S. Ohba and K. Takayama, "Quantitative Effects of Projectile-Launch Tube Wall Friction on Ballistic Range Operation," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 9, pp.1709-1715, 2000
- [37] 溝口誠, 麻生茂, "フリーピストン衝撃波風洞駆動部におけるピストン運動の数値解析," *日本航空宇宙学会論文集*, vol.55, No.637, pp.74-81, 2007





## 謝辞

本研究を行うにあたり多くの方々にお世話になりました。この場をお借りして御礼申し上げます。

本研究を進めるにあたり、常に熱心なご指導を賜りました松尾亜紀子教授に心から感謝の意を表します。

名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻の佐宗教授には研究を進めるにあたり数多くの資料と助言を頂きました。また、国内外の学会において貴重なアドバイスを度々頂きました。深く御礼申し上げます。

学会等において本研究に対する多くの助言と貴重な知識をご教授下さいました産業技術総合研究所の方々に感謝致します。田中克己先生には歴史的にも貴重な資料や実体験をお教え頂き、本研究を進める上で大変参考になりました。

研究に関する資料を提供して頂き、また、実験の見学に参加させて下さいました日油株式会社の方々に御礼申し上げます。

そして、研究のみならず日常生活においても長い間お世話になりました松尾研究室の先輩、後輩、研究員の皆様に心より御礼を申し上げます。

最後に、研究生活を送るにあたり常に励まし支えとなってくれた家族、そして、学部生時代からともに学んできた同期の安藤景太君、榎本朋仁君、橋本明典君に心から感謝の意を表します。

2009年9月  
研究室にて



## Appendix A 集中パラメータ手法と圧力勾配モデル

集中パラメータ手法<sup>[3]</sup>はシンプルなモデルを用いる実用的な砲内弾道計算手法であり、従来から加速装置の設計に用いられてきた。この手法では、発射薬が瞬間的に一斉点火され、薬室内で物質が均一に分布しているという仮定を用いる。

エネルギーの式より、

$$Q = U + K_{Pj} + E_{loss} \quad (\text{A.1})$$

が成り立つ。ここで、

$$Q = \sum_{i=1}^M C_i Z_i \int_0^{T_{0i}} C_{vi} dT \quad : \text{発射薬および点火薬の燃焼によって生じるエネルギー}$$

$$U = \sum_{i=1}^M C_i Z_i \int_0^{T_G} C_{vi} dT \quad : \text{燃焼ガスの内部エネルギー}$$

$$K_{Pj} = \frac{1}{2} M_{Pj} \dot{x}_{Pj}^2 \quad : \text{飛翔体の運動エネルギー}$$

$$E_{loss} \quad : \text{エネルギー損失}$$

であり、エネルギー損失  $E_{loss}$  には、砲身への熱エネルギー損失や未燃発射薬・燃焼ガスの運動エネルギーおよび後座部の運動エネルギーが含まれる。本研究ではエネルギー損失  $E_{loss}$  に対し未燃発射薬・燃焼ガスの運動エネルギーのみを考慮し、(A.2)式<sup>[3]</sup>によって  $E_{loss}$  を評価した。

$$E_{loss} = \frac{1}{2\delta} \sum_{i=1}^M C_i \dot{x}_{Pj}^2, \quad \text{Pidduck-Kent 定数 } \delta = 3.024 \quad (\text{A.2})$$

本研究では気体の成分として、発射薬の燃焼ガス、点火薬の燃焼ガスおよび空気を扱う。気体の定積比熱  $C_{vi}$  が温度に依存しないとし、 $F_i = R_i T_{0i}$  を用いて(A.1)式を変形すると、薬室内の平均温度  $T_G$  は次のように表される。

$$T_G = \frac{\frac{F_{pr} CZ}{\gamma_{pr} - 1} + \frac{F_{ig} C_{ig} Z_{ig}}{\gamma_{ig} - 1} + \frac{R_a T_a C_a}{\gamma_a - 1} - K_{pj} - E_{loss}}{\frac{F_{pr} CZ}{T_0(\gamma_{pr} - 1)} + \frac{F_{ig} C_{ig} Z_{ig}}{T_{0ig}(\gamma_{ig} - 1)} + \frac{R_a C_a}{\gamma_a - 1}} \quad (A.3)$$

また，薬室内の平均圧力は次式によって与えられる．

$$P_m = \frac{T_G \left( \frac{F_{pr} CZ}{T_0} + \frac{F_{ig} C_{ig} Z_{ig}}{T_{0ig}} + R_a C_a \right)}{V_{init} + A_{BA}(x_{pj} - x_{pj0}) - \frac{C}{\rho_p}(1 - Z) - CZb_{pr} - C_{ig} Z_{ig} b_{ig} - C_a b_a} \quad (A.4)$$

$C_a$  : 空気の質量  $C_a = \rho_a(V_{init} - C/\rho_p)$

$T_a$  : 初期の空気の温度

$R_a$  : 空気の気体定数

$V_{init}$  : 薬室の初期体積

$A_{BA}$  : 飛翔体弾底の面積

$x_{pj}$  : 飛翔体の位置

(A.4)式右辺の分母は薬室の有効容積を表しており，分母第二項は飛翔体の前進による容積の増加量，第三項は未燃焼固体発射薬の排除体積，第四項から第六項は気体分子の排除体積を表す．(A.3)式および(A.4)式中の発射薬の体積燃焼率  $Z$  の算出に関しては，固体発射薬粒子表面における燃焼の進行を考える．発射薬粒子表面では圧力に依存する線燃焼速度  $r$  で燃焼が進行するとする．

$$Z = \frac{\int_0^t S_p r dt}{V_{p0}} \quad (A.5)$$

$$r = a \cdot P_m^n \quad (A.6)$$

薬室内の圧力分布を定める計算モデルは，これまでにいくつか提案されている．本研究では薬室内の圧力分布の算出に対し，初期に提案され，最も簡便な計算モデルである Lagrange の圧力勾配モデル<sup>[3]</sup>を用いた．本モデルでは，発射薬は一斉に点火され未燃焼発射薬と燃焼ガスが均一に混合されているとし，この流体は非粘性，

均質一様流れで，密度は砲尾一弾底間において一定であると仮定する．また，薬室内径と砲腔直径は等しいとする仮定条件が用いられる．薬室内において発射薬と燃焼ガスが混合された一つの流体を考え，次の連続式，運動量の式を用いる．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{A.8})$$

(A.7)式より，

$$u = \frac{x}{x_{pj}} \dot{x}_{pj} \quad (\text{A.9})$$

上式と(A.8)式より，

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{x}{x_{pj}} \ddot{x}_{pj} \quad (\text{A.10})$$

上式を  $[0, x]$  において積分すると， $\rho = C/Ax_{pj}$  より薬室内の圧力分布が次のように表される．

$$p(x) = p(0) - \frac{C\ddot{x}_{pj}x^2}{2Ax_{pj}} = p_{BR} - \frac{C\ddot{x}_{pj}x^2}{2Ax_{pj}} \quad (0 \leq x \leq x_{pj}) \quad (\text{A.11})$$

ここで，

$$\ddot{x}_{pj} = \frac{A}{M_{pj}} (p_{BA} - P_{res}) \quad (\text{A.12})$$

であるから，薬室内の圧力分布は次式で与えられる．

$$p(x) = p_{BR} - \frac{Cx^2}{2M_{pj}x_{pj}} (p_{BA} - P_{res}) \quad (\text{A.13})$$

平均圧力は，

$$P_m = \frac{\int_0^{x_{pj}} p(x) dx}{x_{pj}} \quad (\text{A.14})$$

と表されることから，(A.13)式を  $x$  に関して積分し  $p_{BA} = p(x_{Pj})$  であることを用いると，飛翔体弾底圧および砲尾圧は以下のように評価できる．

$$p_{BA} = \frac{P_m + \frac{C}{3M_{Pj}} P_{res}}{1 + \frac{C}{3M_{Pj}}} \quad (\text{A.15})$$

$$p_{BR} = p_{BA} + \frac{C}{2M_{Pj}} (p_{BA} - P_{res}) \quad (\text{A.16})$$

また，飛翔体の速度は飛翔体弾底圧および阻害抗力から計算される．

$$\dot{x}_{Pj} = \int_0^t \frac{A_{BA}}{M_{Pj}} (p_{BA} - P_{res}) dt \quad (\text{A.17})$$

## Appendix B 一般座標変換

固気二相間の物理量および3種の気体成分を考慮した気相に対する三次元系の基礎方程式は、以下の形で表される。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = S \quad (\text{B.1})$$

ここで  $Q$  は保存量ベクトルを示し、 $E, F, G$  は流束ベクトルを示す。また、 $S$  は生成項ベクトルを示す。 $Q, E, F, G, S$  の各成分を以下に示す。

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha\rho \\ \alpha\rho u \\ \alpha\rho v \\ \alpha\rho w \\ \alpha e \\ \alpha\rho Y_{pr} \\ \alpha\rho Y_{ig} \\ \alpha\rho Y_a \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \alpha\rho u \\ \alpha\rho u^2 + \alpha p \\ \alpha\rho uv \\ \alpha\rho uw \\ \alpha(e+p)u \\ \alpha\rho Y_{pr}u \\ \alpha\rho Y_{ig}u \\ \alpha\rho Y_a u \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \alpha\rho v \\ \alpha\rho uv \\ \alpha\rho v^2 + \alpha p \\ \alpha\rho vw \\ \alpha(e+p)v \\ \alpha\rho Y_{pr}v \\ \alpha\rho Y_{ig}v \\ \alpha\rho Y_a v \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \alpha\rho w \\ \alpha\rho uw \\ \alpha\rho vw \\ \alpha\rho w^2 + \alpha p \\ \alpha(e+p)w \\ \alpha\rho Y_{pr}w \\ \alpha\rho Y_{ig}w \\ \alpha\rho Y_a w \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} \dot{m} + \dot{m}_{ig} \\ p \frac{\partial \alpha}{\partial x} - f_{sx} + \dot{m}u_p \\ p \frac{\partial \alpha}{\partial y} - f_{sy} + \dot{m}v_p \\ p \frac{\partial \alpha}{\partial z} - f_{sz} + \dot{m}w_p \\ -f_{sx}u_p - f_{sy}v_p - f_{sz}w_p + \dot{m} \left( q_{pr} + \frac{u_p^2 + v_p^2 + w_p^2}{2} \right) + \dot{m}_{ig}q_{ig} - q_p \\ \dot{m} \\ \dot{m}_{ig} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

物理空間上では計算格子の形状・面積は一様ではないが、計算空間では任意の検査体

積における流束の取り扱いの観点から、計算格子は正方形で一様である事が望ましい。そのため、(B.1)式を物理空間  $(x, y, z)$  から計算空間  $(\xi, \eta, \zeta)$  への変換を行う必要がある。解析で用いる物理座標面は直交座標系であるため、物理座標  $(x, y, z)$  と計算空間座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  の関係は、

$$\xi = \xi(x, y, z, t), \quad \eta = \eta(x, y, z, t), \quad \zeta = \zeta(x, y, z, t) \quad (\text{B.3})$$

となり、微小要素の関係は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

ここで、(B.4)式の逆行列を作ると、

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta & z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta & x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta \\ y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta & z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta & x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta \\ y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi & z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi & x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

したがって、変換のヤコビアン  $J$  は次式で与えられる。

$$J = \frac{1}{x_\xi (y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) + x_\eta (y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta) + x_\zeta (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi)} \quad (\text{B.6})$$

一方、(B.4)式と逆の変換マトリクスは以下のようになる。



$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

したがって、(B.5)、(B.7)式から変換のメトリックスは以下のようになる。

$$\begin{aligned} \xi_x &= J(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta), & \xi_y &= J(z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta), & \xi_z &= J(x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) \\ \eta_x &= J(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta), & \eta_y &= J(z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta), & \eta_z &= J(x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta) \\ \zeta_x &= J(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi), & \zeta_y &= J(z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi), & \zeta_z &= J(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

ここで、

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= J^{-1}Q \\ \hat{E} &= J^{-1}(\xi_x E + \xi_y F + \xi_z G) \\ \hat{F} &= J^{-1}(\eta_x E + \eta_y F + \eta_z G) \\ \hat{G} &= J^{-1}(\zeta_x E + \zeta_y F + \zeta_z G) \\ \hat{S} &= J^{-1}S \\ \hat{H} &= J^{-1}H \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

の関係を用いて(B.1)式を変換すると、本計算で用いる一般座標系の基礎方程式(2.4.1a)が導かれる。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \hat{S} \quad (\text{2.4.1a})$$

$$\begin{aligned}
\hat{Q} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho \\ \alpha\rho u \\ \alpha\rho v \\ \alpha\rho w \\ \alpha e \\ \alpha\rho Y_{pr} \\ \alpha\rho Y_{ig} \\ \alpha\rho Y_a \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho U \\ \alpha\rho u U + \bar{\alpha}\xi_x p \\ \alpha\rho v U + \bar{\alpha}\xi_y p \\ \alpha\rho w U + \bar{\alpha}\xi_z p \\ \alpha(e+p)U - \alpha\xi_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} U \\ \alpha\rho Y_{ig} U \\ \alpha\rho Y_a U \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho V \\ \alpha\rho u V + \bar{\alpha}\eta_x p \\ \alpha\rho v V + \bar{\alpha}\eta_y p \\ \alpha\rho w V + \bar{\alpha}\eta_z p \\ \alpha(e+p)V - \alpha\eta_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} V \\ \alpha\rho Y_{ig} V \\ \alpha\rho Y_a V \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho W \\ \alpha\rho u W + \bar{\alpha}\zeta_x p \\ \alpha\rho v W + \bar{\alpha}\zeta_y p \\ \alpha\rho w W + \bar{\alpha}\zeta_z p \\ \alpha(e+p)W - \alpha\zeta_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} W \\ \alpha\rho Y_{ig} W \\ \alpha\rho Y_a W \end{bmatrix}, \\
\hat{S} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \dot{m} + \dot{m}_{ig} \\ -f_{sx} + \dot{m}u_p \\ -f_{sy} + \dot{m}v_p \\ -f_{sz} + \dot{m}w_p \\ -f_{sx}u_p - f_{sy}v_p - f_{sz}w_p + \dot{m} \left( q_{pr} + \frac{u_p^2 + v_p^2 + w_p^2}{2} \right) + \dot{m}_{ig}q_{ig} - q_p \\ \dot{m} \\ \dot{m}_{ig} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.4.2a}$$

ここで、 $U, V, W$ は反変速度であり、変換のメトリックスを用いて以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w + \xi_t \\
V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w + \eta_t \\
W &= \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w + \zeta_t
\end{aligned} \tag{B.11}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
\xi_t &= -x_t \xi_x - y_t \xi_y - z_t \xi_z \\
\eta_t &= -x_t \eta_x - y_t \eta_y - z_t \eta_z \\
\zeta_t &= -x_t \zeta_x - y_t \zeta_y - z_t \zeta_z
\end{aligned} \tag{B.12}$$

であり、これらはメトリックスの時間項である。計算格子が時間とともに変形・移動する場合、それによる見かけ流速が生じるために空間座標の変換を時間と独立に考えることができなくなるので、上述の基礎方程式にはメトリックスの時間項が考慮されている

[25]. (2.4.2a)式中の $\bar{\alpha}$ は各セルの空隙率で数値流速評価の際に局所的な定数となる.

同様に、固相に対する一般座標系の三次元系の基礎方程式は次のように書くことができる.

$$\frac{\partial \hat{Q}_p}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}_p}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_p}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}_p}{\partial \zeta} = \hat{S}_p \quad (2.4.3a)$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p \\ \alpha_p \rho_p v_p \\ \alpha_p \rho_p w_p \end{bmatrix}, \quad \hat{E}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p U_p \\ \alpha_p \rho_p v_p U_p \\ \alpha_p \rho_p w_p U_p \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p V_p \\ \alpha_p \rho_p v_p V_p \\ \alpha_p \rho_p w_p V_p \end{bmatrix}, \quad \hat{G}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p W_p \\ \alpha_p \rho_p v_p W_p \\ \alpha_p \rho_p w_p W_p \end{bmatrix}, \\ \hat{S}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} -\alpha_p \left( \xi_x \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial p}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) - f_{ix} + f_{sx} - \dot{m} u_p \\ -\alpha_p \left( \xi_y \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial p}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) - f_{iy} + f_{sy} - \dot{m} v_p \\ -\alpha_p \left( \xi_z \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial p}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) - f_{iz} + f_{sz} - \dot{m} w_p \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4.4a)$$

ただし、反変速度は、

$$\begin{aligned} U_p &= \xi_x u_p + \xi_y v_p + \xi_z w_p + \xi_t \\ V_p &= \eta_x u_p + \eta_y v_p + \eta_z w_p + \eta_t \\ W_p &= \zeta_x u_p + \zeta_y v_p + \zeta_z w_p + \zeta_t \end{aligned} \quad (B.13)$$

である.

次に、二次元軸対称流れの基礎方程式は以下の形で表される.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + H = S \quad (B.14)$$

ここで $Q$ は保存量ベクトルを示し、 $E, F$ は流束ベクトルを示す. また、 $H$ と $S$ は、気相に対する軸対称生成項ベクトルと生成項ベクトルを示す.  $Q, E, F, H, S$ の各成分を以下に示す.

$$\begin{aligned}
Q &= \begin{bmatrix} \alpha\rho \\ \alpha\rho u \\ \alpha\rho v \\ \alpha e \\ \alpha\rho Y_{pr} \\ \alpha\rho Y_{ig} \\ \alpha\rho Y_a \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \alpha\rho u \\ \alpha\rho u^2 + \alpha p \\ \alpha\rho uv \\ \alpha(e+p)u \\ \alpha\rho Y_{pr}u \\ \alpha\rho Y_{ig}u \\ \alpha\rho Y_a u \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \alpha\rho v \\ \alpha\rho uv \\ \alpha\rho v^2 + \alpha p \\ \alpha(e+p)v \\ \alpha\rho Y_{pr}v \\ \alpha\rho Y_{ig}v \\ \alpha\rho Y_a v \end{bmatrix}, \\
H &= \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \alpha\rho v \\ \alpha\rho uv \\ \alpha\rho v^2 \\ \alpha(e+p)v \\ \alpha\rho Y_{pr}v \\ \alpha\rho Y_{ig}v \\ \alpha\rho Y_a v \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} \dot{m} + \dot{m}_{ig} \\ p \frac{\partial \alpha}{\partial x} - f_{sx} + \dot{m}u_p \\ p \frac{\partial \alpha}{\partial y} - f_{sy} + \dot{m}v_p \\ -f_{sx}u_p - f_{sy}v_p + \dot{m} \left( q_{pr} + \frac{u_p^2 + v_p^2}{2} \right) + \dot{m}_{ig}q_{ig} - q_p \\ \dot{m} \\ \dot{m}_{ig} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B.15}
\end{aligned}$$

解析で用いる物理座標系は直交座標系であるため、物理座標  $(x, y)$  と計算空間座標  $(\xi, \eta)$  の関係は、

$$\xi = \xi(x, y, t), \quad \eta = \eta(x, y, t) \tag{B.16}$$

となり、変換のメトリックスは微分演算子の変換として次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_x & \eta_x \\ \xi_y & \eta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} \tag{B.17}$$

ここで、(B.17)式の逆行列を作ると、

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x} \begin{bmatrix} \eta_y & -\eta_x \\ -\xi_y & \xi_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

一方, (B.16)式の逆の関係を用いると,

$$x = x(\xi, \eta, \tau), \quad y = y(\xi, \eta, \tau) \quad (\text{B.19})$$

となり, 変換のメトリックスは微分演算子の変換として次式で表される.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_\xi & y_\xi \\ x_\eta & y_\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

ここで, (B.20)式の逆行列を作ると,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi} \begin{bmatrix} y_\eta & -y_\xi \\ -x_\eta & x_\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

したがって, (B.17), (B.21)式および(B.18), (B.20)式から変換のメトリックスとヤコビアン  $J$  は以下のようになる.

$$\begin{aligned} \xi_x &= J y_\eta, \quad \xi_y = -J x_\eta, \quad \eta_x = -J y_\xi, \quad \eta_y = J x_\xi, \\ J &= \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x = \frac{1}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

ここで,

$$\begin{aligned}
\hat{Q} &= J^{-1}Q \\
\hat{E} &= J^{-1}(\xi_x E + \xi_y F) \\
\hat{F} &= J^{-1}(\eta_x E + \eta_y F) \\
\hat{S} &= J^{-1}S \\
\hat{H} &= J^{-1}H
\end{aligned} \tag{B.23}$$

の関係を用いて(B.14)式を変換すると、本計算で用いる一般座標系の基礎方程式(2.4.1)が導かれる。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \hat{H} = \hat{S} \tag{2.4.1b}$$

$$\begin{aligned}
\hat{Q} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho \\ \alpha\rho u \\ \alpha\rho v \\ \alpha e \\ \alpha\rho Y_{pr} \\ \alpha\rho Y_{ig} \\ \alpha\rho Y_a \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho U \\ \alpha\rho u U + \bar{\alpha}\xi_x p \\ \alpha\rho v U + \bar{\alpha}\xi_y p \\ \alpha(e+p)U - \alpha\xi_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} U \\ \alpha\rho Y_{ig} U \\ \alpha\rho Y_a U \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha\rho V \\ \alpha\rho u V + \bar{\alpha}\eta_x p \\ \alpha\rho v V + \bar{\alpha}\eta_y p \\ \alpha(e+p)V - \alpha\eta_t p \\ \alpha\rho Y_{pr} V \\ \alpha\rho Y_{ig} V \\ \alpha\rho Y_a V \end{bmatrix}, \quad \hat{H} = \frac{1}{J} \frac{\alpha\rho v}{y} \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ Y_{pr} \\ Y_{ig} \\ Y_a \end{bmatrix}, \\
\hat{S} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \dot{m} + \dot{m}_{ig} \\ -f_{sx} + \dot{m}u_p \\ -f_{sy} + \dot{m}v_p \\ -f_{sx}u_p - f_{sy}v_p + \dot{m}\left(q_{pr} + \frac{u_p^2 + v_p^2}{2}\right) + \dot{m}_{ig}q_{ig} - q_p \\ \dot{m} \\ \dot{m}_{ig} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.4.2b}$$

ここで、 $U, V$ は反変速度であり、変換のメトリックスを用いて以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_t \\
V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_t
\end{aligned}
\tag{B.24}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
\xi_t &= -x_t \xi_x - y_t \xi_y \\
\eta_t &= -x_t \eta_x - y_t \eta_y
\end{aligned}
\tag{B.25}$$

である.

同様に, 固相に対する一般座標系の二次元軸対称流れの基礎方程式は次のように書くことができる.

$$\frac{\partial \hat{Q}_p}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}_p}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_p}{\partial \eta} + \hat{H}_p = \hat{S}_p
\tag{2.4.3b}$$

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_p &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p \\ \alpha_p \rho_p v_p \end{bmatrix}, \quad \hat{E}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p U_p \\ \alpha_p \rho_p v_p U_p \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_p u_p V_p \\ \alpha_p \rho_p v_p V_p \end{bmatrix}, \\
\hat{H}_p &= \frac{1}{J} \frac{\alpha_p \rho_p v_p}{y} \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \end{bmatrix}, \quad \hat{S}_p = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} -\alpha_p \left( \xi_x \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - f_{ix} + f_{sx} - \dot{m} u_p \\ -\alpha_p \left( \xi_y \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - f_{iy} + f_{sy} - \dot{m} v_p \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.4.4b}$$

ただし, 反変速度は,

$$\begin{aligned}
U_p &= \xi_x u_p + \xi_y v_p + \xi_t \\
V_p &= \eta_x u_p + \eta_y v_p + \eta_t
\end{aligned}
\tag{B.26}$$

である.





## Appendix C SHUS による対流項の離散化法

システム方程式に風上差分を適用する方法として FDS (Flux Difference Scheme) と FVS (Flux Vector Splitting) が知られている。FDS はスカラー方程式の解法を直接システム方程式に拡張したものであり、例として Roe 法や Yee's non-MUSCL type TVD Upwind Scheme が挙げられる。また、FVS は移流という概念に沿って流束ベクトルを分離することでシステム方程式を解くものである。FDS は境界層内で数値粘性が小さくなるため精度良く境界層を捉えることができるなどの利点があるが、計算量が多いこと、非粘性の膨張などにおいて解が発散しやすいことなどの欠点がある。一方、FVS は計算量が少ないが、過大な数値粘性のため境界層の精度が不十分であるなどの欠点がある。

このような問題を解決するため、新しい風上差分法の研究が進められている。Liou & Steffen は移流項と圧力項を FVS の形で分離した AUSM を提案し、嶋と城之内<sup>[A.1]</sup>はさらに、移流項を 1 つの流体素子で代表するように改良することで、一粒子的風上法と呼ばれる計算法を構築した。SHUS (Simple High-resolution Upwind Scheme) は一粒子的風上法の 1 つであり、次のような特徴を持つ。

1. 境界層や、定常・非定常の接触不連続面を捉える
2. 衝撃波や対称な膨張に対して安定
3. マッハ数による分岐が不要なため計算量が少ない

気相に対する 2.2.1 節の支配方程式を用いて計算を行う場合においては、単相流計算に圧縮性 Euler 方程式を用いる場合と比較して対流項の離散化の際に流束の評価が異なってくる。2.2.1 節の支配方程式を見ると、各流束の評価は混相流を考慮して圧縮性 Euler 方程式の各流束に空隙率を乗ずる形で行われている。このため、本研究において SHUS を対流項の離散化に用いる際は、SHUS で扱われる流束に空隙率を考慮する必要がある。以下では、本研究における気相の支配方程式に対し SHUS を用いる手法について説明する。二次元系において生成項を省略して支配方程式を積分表示し、圧力項を分離すると以下のように書くことができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \hat{\mathbf{Q}} dv + \int \tilde{\mathbf{F}} ds = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$\tilde{\mathbf{F}} = \alpha m \Phi + \alpha p \mathbf{N}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ h \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ x_n \\ y_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

$$m = \rho V_n, \quad V_n = x_n u + y_n v \quad (\text{C.3})$$

ここで、 $h = (e + p)/\rho$ は全エンタルピー、 $x_n, y_n$ は境界面の法線ベクトルである。有限差分法を用いる場合、スキームの設計は流束ベクトル $\tilde{\mathbf{F}}$ の評価法に帰着する。一粒子的風上法では質量流束 $m$ をFDSまたはFVSを用いて求め、流束ベクトルを $m$ の符号に応じて風上側を決定するように評価する。

$$\tilde{\mathbf{F}} = \bar{\alpha} \left( \frac{m + |m|}{2} \Phi_+ + \frac{m - |m|}{2} \Phi_- \right) + \alpha \bar{p} \mathbf{N} \quad (\text{C.4})$$

ここで、下付き±は境界の左(+), 右(-)の量を示す。また、 $\bar{\alpha}$ は空隙率の左右の平均値であり、 $\alpha$ には局所空隙率を用いる。 $m$ を評価する方法を選ぶことにより、一粒子法での新しいスキームを構成できる。SHUSでは $m$ の評価にFDSのRoe法の質量流束において差分を保存変数から原始変数に変換したものをを用いる。また、超音速で質量流束が完全に風上差分となるように平均には代数平均を用いる。

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} \left\{ (\rho V_n)_+ + (\rho V_n)_- - |\bar{V}_n| \Delta \rho - \frac{|\bar{M} + 1| - |\bar{M} - 1|}{2} \bar{\rho} \Delta V_n - \frac{|\bar{M} + 1| + |\bar{M} - 1| - 2|\bar{M}|}{2} \frac{\Delta p}{\bar{c}} \right\} \quad (\text{C.5})$$

$$M = \frac{\bar{V}_n}{\bar{c}} \quad (\text{C.6})$$

ここで $\bar{c}$ は音速の平均値であり、

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{\gamma}{1-\bar{\rho}b} \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}}} \quad (\text{C.7})$$

$$\bar{p} = \frac{p_+ + p_-}{2} \quad (\text{C.8})$$

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_+ + \rho_-}{2} \quad (\text{C.9})$$

とする。

また、(C.4)式の分離された圧力は、以下のように境界の左右における圧力の混合によって表す。

$$\tilde{p} = \beta_+ p_+ + \beta_- p_- \quad (\text{C.10})$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{ll} \beta_{\pm} = \frac{1}{4}(2 \mp M_{\pm})(M_{\pm} \pm 1)^2 & |M_{\pm}| \leq 1 \\ \beta_+ = 1, \beta_- = 0 & M_{\pm} > 1 \\ \beta_+ = 0, \beta_- = 1 & M_{\pm} < -1 \end{array} \right. \quad (\text{C.11})$$

である。



## Appendix D Runge-Kutta 法による時間積分

最も基本的な時間積分法として Euler 陽解法がある。Euler 陽解法ではクーラン数が 1 より小さくなるように時間積分刻み幅をとらなければならないという制約がある。より安定な陽解法として、時間積分を 2 段階にした手法が存在する。Runge-Kutta 法は 2 段階のみならず多段階法としてより安定領域を広げることができる。以下において、一般的な  $k$  段階の Runge-Kutta 法<sup>[A.2]</sup>について説明する。

次のような時間微分項が含まれた方程式を考える。

$$\frac{\partial}{\partial t} q + R = 0 \quad (\text{D.1})$$

時間ステップが  $n$  から  $n+1$  まで進む場合について考える。  $k$  段階のルンゲ・クッタ法における  $i$  段階目 ( $0 \leq i \leq k$ ) の式は次のように書くことができる。

$$q_j^{(i)} = q_j^n - \lambda_i \Delta t R_j(q^{(i-1)}) \quad (\text{D.2})$$

ただし、

$$\begin{aligned} q_j^{(0)} &= q_j^n \\ q_j^{n+1} &= q_j^{(k)} \\ \lambda_i &= \frac{1}{k-i+1} \end{aligned}$$

である。  $k=1$  とした場合は完全に Euler 陽解法と一致する。

2 段階ルンゲ・クッタ法の場合は、以下のように  $n+1$  ステップの値を計算する。

$$q_j^{(0)} = q_j^n$$

$$q_j^{(1)} = q_j^{(n)} - \frac{1}{2} \Delta t R_j(q^{(0)})$$

$$q_j^{(2)} = q_j^{(n)} - \Delta t R_j(q^{(1)})$$

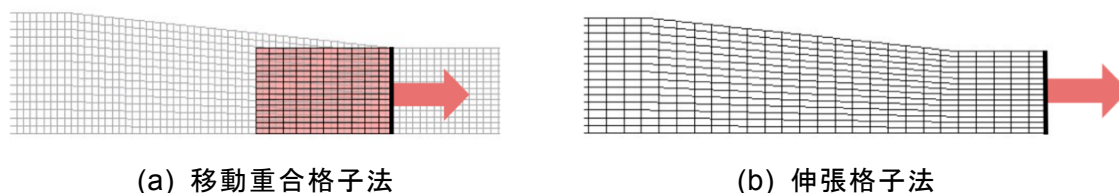
$$q_j^{n+1} = q_j^{(2)}$$

## Appendix E 移動壁面の計算

本計算では速度が時間変化する飛翔体の前進を再現するため計算領域境界あるいは計算領域内における壁面の移動を行い，その影響を流体計算に反映させている．移動境界を計算するために，移動重合格子法，および，伸張格子法を用いている．各手法の特徴は以下の通りである．

移動重合格子法： 格子に関して複数の領域(zone)を用いる．格子幅を固定するため格子解像度を保つことができる．多次元性のある複雑形状の対象に適用できるが，格子点数を要し領域間の情報反映を行うため計算負荷が大きい．

伸張格子法： 単一の格子を用いる．ストレッチにより格子解像度が低くなり，また，格子が不均一に変形する場合は計算精度が保てなくなる．格子点数は固定されるため計算負荷が少ない．



(a) 移動重合格子法

(b) 伸張格子法

図 E.1 壁面移動計算手法の概念図

計算において場の圧力は飛翔体の運動を決定するだけではなく発射薬の燃焼速度にも影響を与えるため，境界移動による圧力分布の変化を調べ，壁面の移動に伴って生じる膨張波の伝播と形成される圧力分布が計算によって正しく再現されるか検証を行う．以下では一次元的なピストン運動を計算し，計算結果と理論値を比較する．

図 E.2 に示すように，断面積一定の管内に置かれたピストンを一定速度  $u_p$  で  $x$  の正の方向に動かすと， $x$  の負の方向に後進膨張波が伝播し，管内には右向きの流れが誘起される．一方，ピストン速度が一定以上の早さであれば  $x$  の正の方向に衝撃波が伝播する．膨張波前方の静止気体の状態と膨張波後方の一様流れの状態にそれぞれ添字 1 と 2 を付けて表すと，流れの速度は  $u_1=0$  および  $u_2=u_p$  となる．気体を理想気体とし，リーマン不変量が一定であることを用いると次式が成り立つ<sup>[A.3]</sup>．

$$\frac{2a_1}{\gamma-1} = u_2 + \frac{2a_2}{\gamma-1} \quad (\text{E.1})$$

また，膨張波による流れは等エントロピー流れであることから，領域 1 と 2 の圧力比について次式が成り立つ．

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{E.2})$$

ピストン速度が決定されると(E.1)式から音速の比を求めることにより，上式から圧力比が理論的に算出される．また，膨張波の波頭の伝播速度はピストンの速度に関わらず  $a_1$  となる．

一方，衝撃波後方の流れの状態に添字 3 を付けて表すと次式<sup>[A.3]</sup>が成り立つ．

$$\frac{u_p}{a_1} = \frac{2}{\gamma+1} \left( M_s - \frac{1}{M_s} \right) \quad (\text{E.3})$$

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{2\gamma M_s^2 - (\gamma-1)}{\gamma+1} \quad (\text{E.4})$$

ただし，衝撃波の伝播マッハ数を  $M_s$  とする．ピストン速度が決定されると (E.3)式と (E.4)式よりその前面における圧力比が理論的に算出される．

$\gamma$  を 1.4 とし， $u_p=0.5a_1$ ， $u_p=a_1$ ， $u_p=2a_1$  の場合について計算を行った．気体を理想気体として基礎方程式には二次元圧縮性 Euler 方程式を用い，対流項の離散化には SHUS を，時間積分には 2 段階の Runge-Kutta 法を用いて計算を行った．

移動重合格子法ではピストン周りに第二格子(44×34)を配置し，これを第一格子上(1500×34 点の等間隔格子)においてピストン速度で移動させた． $t=0$  より後端が  $x=0\text{m}$  前面が  $x=0.2\text{m}$  にあるピストンを  $x$  の正の方向に移動させた． $t=0$  のとき領域内の圧力は一様に  $p_1$  となっている．図 E.3 に計算結果を示す．赤の破線，および，青の破線はそれぞれ衝撃波，膨張波後方の圧力比に関する理論値である． $u_p=0.5a_1$ ， $u_p=a_1$ ， $u_p=2a_1$  に対する  $p_3/p_1$  の理論値はそれぞれ 1.941, 3.473, 8.734 となり， $p_2/p_1$  の理論値はそれぞれ 0.4783, 0.2097, 0.02799 となる．各ピストン速度に対して  $p_3/p_1$  および  $p_2/p_1$  の値は理論値と一致



している

伸張格子法では、各ステップにおける境界壁面の移動量に対応して格子点が再配置される。格子点は AGARD モデルの計算と同じく軸方向に 382 点、径方向に 34 点用い、図 E.2 を再現するため計算領域の左端を固定として、 $t=0$  より格子幅を均一に保ちながら  $x=0$  にある右端を  $x$  の正の方向に移動させた。  $t=0$  のとき領域内の圧力は一様に  $p_1$  となっている。図 E.4 に計算結果を示す。各グラフ右端はピストン位置を表し、青い破線は理論値である。どのピストン速度でも  $p_2/p_1$  の値は理論値と一致している。

以上から、壁面の移動に伴って生じる衝撃波と膨張波の伝播、そして形成される圧力分布は両計算手法により正しく再現されたと言える。

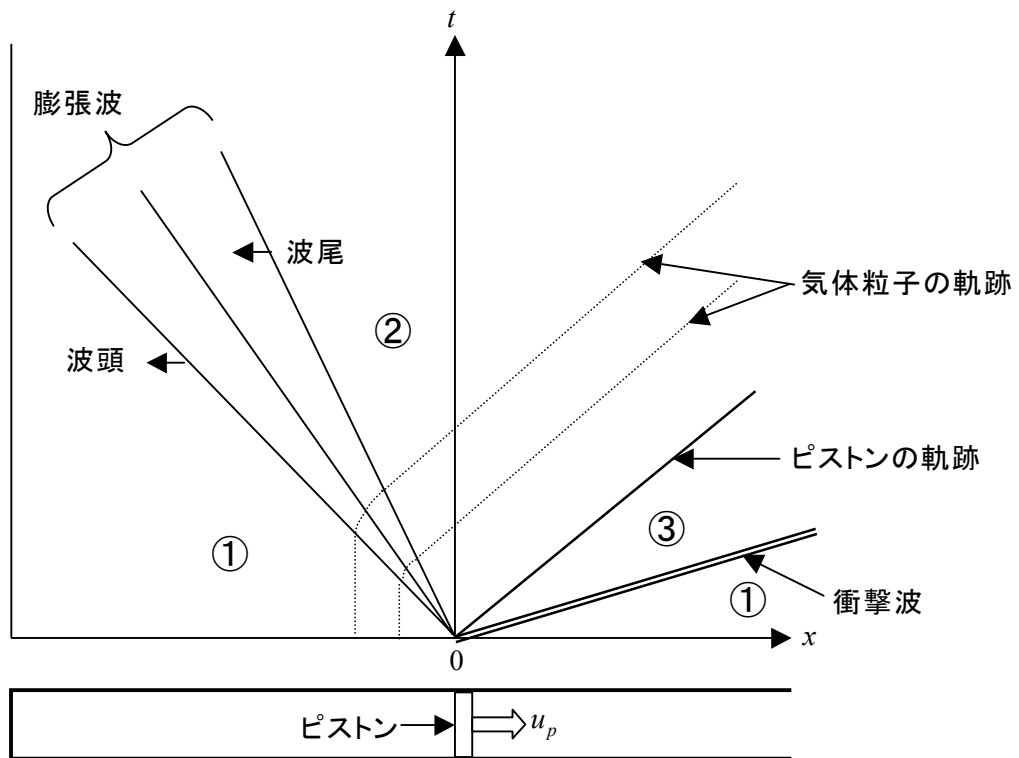
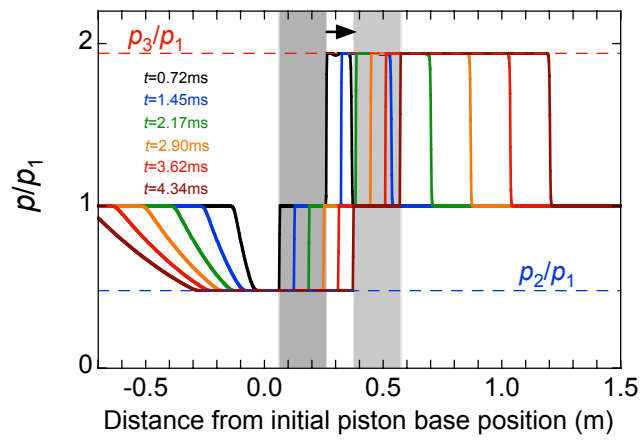
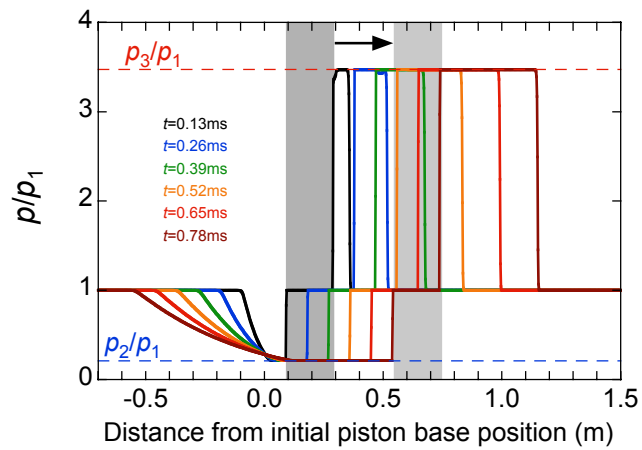


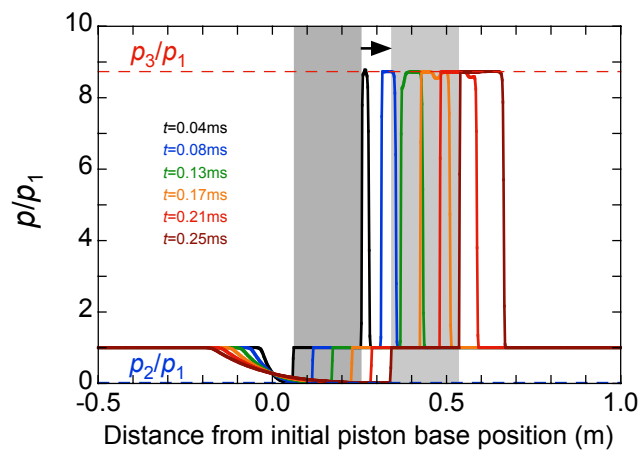
図 E.2 ピストン運動により発生する衝撃波と有心膨張波



(a)  $u_p = 0.5a_1$

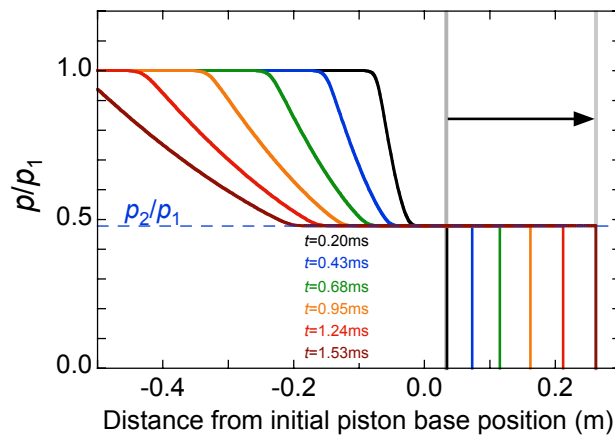


(b)  $u_p = a_1$

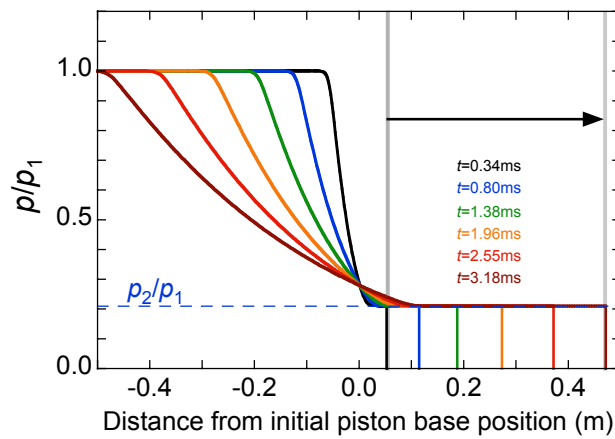


(c)  $u_p = 2a_1$

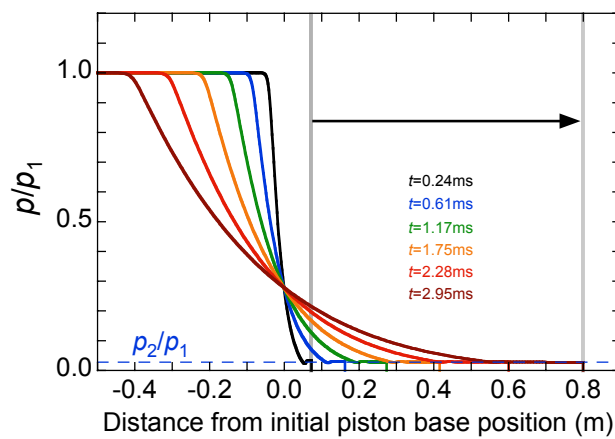
図 E.3 移動重合格子法によるピストン前方および後方の圧力分布



(a)  $u_p=0.5a_1$



(b)  $u_p=a_1$



(c)  $u_p=2a_1$

図 E.4 伸張格子法によるピストン後方の圧力分布



## Appendix F 飛翔体に働く摩擦抗力の評価

飛翔体の径が Launch tube 内径よりも小さい場合は飛翔体の表面と Launch tube 内壁の間に働く摩擦力は小さいが、飛翔体の径が Launch tube 内径よりも大きい場合、速度をもった飛翔体の表面は Launch tube 内壁より摩擦力を受ける。また、飛翔体は弾底圧を受けると三次元的に変形し、その変形が Launch tube 壁面に拘束されることによって飛翔体表面と Launch tube 壁面の間に垂直応力が働くため、弾底圧の変動によって飛翔体表面に働く摩擦力が変化すると考えられる。ここでは飛翔体内部の応力分布が軸方向に一次元的な分布をもつと仮定して簡便な手法<sup>[36,A.4]</sup>を用い、飛翔体表面に働く摩擦力を定量的に評価する。

飛翔体直径と Launch tube 内径のずれの割合を  $\xi_D$  とする。

$$\xi_D = \frac{D_{Pj} - D_t}{D_t} \quad (6.5.1)$$

$\xi_D > 0$  のとき飛翔体直径は Launch tube 内径よりも大きいため、Launch tube 内壁から受ける垂直応力によって飛翔体は静止状態から既に歪んでいる。 $\xi_D < 0$  のとき飛翔体表面は Launch tube 内壁に接していないため、飛翔体に変形しない限り摩擦力は働かない。

図 F.1 のように飛翔体の弾底を原点として軸方向に  $z$  軸をとる。飛翔体を一次元のモデルと考え、その有効長さを  $L_{Pj}$  とする ( $0 \leq z \leq L_{Pj}$ )。

$$L_{Pj} = \frac{M_{Pj}}{\rho_{Pj} A_c}, \quad A_c = \frac{\pi}{4} D_t^2$$

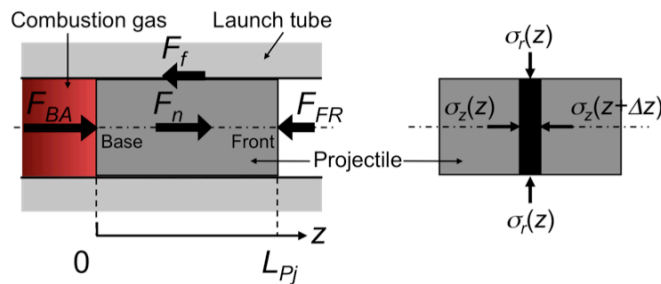


図 F.1 Launch tube 内の飛翔体に働く力と応力の模式図

飛翔体表面に働く摩擦力  $F_f$  は次式で表される.

$$F_f = - \int_{side} \mu \sigma_r(z) dS = -\mu \int_{\sigma_r \geq 0} \sigma_r(z) \pi D_t dz \quad (F.1)$$

$\mu$  は静止摩擦係数あるいは動摩擦係数  $\mu'$  である. 弾底における気相圧力による推進力と摩擦力を考え, 正味の飛翔体加速度は次式のように表すことができる.

$$a_n = \frac{F_n}{M_{Pj}} = \frac{F_{BA} - F_{FR} + F_f}{M_{Pj}} = \frac{1}{M_{Pj}} \left( \int_{base} p_{BA} dA - \int_{front} p_{FR} dA - \mu \int_{\sigma_r \geq 0} \sigma_r(z) \pi D_t dz \right) \quad (F.2)$$

降伏応力に達しない範囲で飛翔体の弾性変形に対し Hooke's law を適用すると, 飛翔体内部の軸方向応力  $\sigma_z$  と垂直方向応力  $\sigma_r$  の関係が次式より得られる.

$$\sigma_r(z) = \begin{cases} \frac{E_{Pj}}{\nu - 1} \left( \frac{\xi_D}{\xi_D + 1} + \frac{\nu \sigma_z(z)}{E_{Pj}} \right) & (\sigma_r > 0) \\ 0 & (\sigma_r \leq 0) \end{cases} \quad (F.3)$$

正味の加速度は飛翔体内部で一様であるとする. すなわち, 飛翔体内部の応力波を無視し, 力学的に平衡状態にあると仮定する. 一次元準定常モデルを考えると,

$$\rho_{Pj} a_n A_c dz = -A_c d\sigma_z(z) + dF_f \quad (F.4)$$

上式を変形すると,

$$\rho_{Pj} a_n = - \frac{d\sigma_z(z)}{dz} - \frac{4\mu\sigma_r(z)}{D_t} \quad (F.5)$$

軸方向の応力分布に対する境界条件は次のようになる.

$$\begin{cases} \sigma_z(0) = p_{BA} \\ \sigma_z(L_{Pj}) = p_{FR} \end{cases} \quad (F.6)$$

本計算では、(F.5)式を数値計算で解いて軸方向応力 $\sigma_z$ の分布を求め、(F.3)式から垂直方向応力 $\sigma_r$ の分布を計算して(F.1)式の摩擦抗力を算出する。実際に(F.4)式を数値計算で解く際には、(F.5)式に対して以下の操作を行う。(F.3)式の関係を用いると(F.5)式は次のようになる。

$$\sigma_z(z) = -\frac{E_{pj}}{\nu} \frac{\xi_D}{\xi_D+1} - \frac{\nu-1}{\nu} \frac{D_t}{4\mu} \left( \frac{d\sigma_z(z)}{dz} + \rho_{pj} a_n \right) \quad (\text{F.7})$$

上式を $z$ に関して微分すると、

$$\frac{d\sigma_z(z)}{dz} = -\frac{\nu-1}{\nu} \frac{D_t}{4\mu} \frac{d^2\sigma_z(z)}{dz^2} \quad (\text{F.8})$$

よって、(F.7)式の関係を用いると、

$$-\frac{\nu}{\nu-1} \frac{4\mu}{D_t} \left( \sigma_z(z) + \frac{E_{pj}}{\nu} \frac{\xi_D}{\xi_D+1} \right) - \rho_{pj} a_n = -\frac{\nu-1}{\nu} \frac{D_t}{4\mu} \frac{d^2\sigma_z(z)}{dz^2} \quad (\text{F.9})$$

上式の2階微分項を中心差分を用いて離散化すると、

$$-\frac{\nu}{\nu-1} \frac{4\mu}{D_t} \left( \sigma_{zj} + \frac{E_{pj}}{\nu} \frac{\xi_D}{\xi_D+1} \right) - \rho_{pj} a_n = -\frac{\nu-1}{\nu} \frac{D_t}{4\mu} \frac{\sigma_{zj+1} - 2\sigma_{zj} + \sigma_{zj-1}}{(\Delta z)^2} \quad (\text{F.10})$$

よって、 $j$ 点における軸方向応力が次の式から得られる。

$$\sigma_{zj} = \frac{\left( \frac{\nu-1}{\nu} \frac{D_t}{4\mu} \right)^2 (\sigma_{zj+1} + \sigma_{zj-1}) - \left( \frac{E_{pj}}{\nu} \frac{\xi_D}{\xi_D+1} + \frac{\nu-1}{\nu} \frac{D_t}{4\mu} \rho_{pj} a_n \right) (\Delta z)^2}{(\Delta z)^2 + 2 \left( \frac{\nu-1}{\nu} \frac{D_t}{4\mu} \right)^2} \quad (\text{F.11})$$

上式に境界条件(F.6)式を用いて軸方向応力の分布を算出する。

上述の計算手法は6章における飛翔体の加速度計算において用いた。





## 付録の参考文献

- [A.1] 嶋 英志, 城之内 忠正, “設計における数値解析の活用について (その 12) – 一粒子的風上法とその検証 –,” 第 12 回航空機計算力学シンポジウム論文集, pp.255-260, 1995
- [A.2] 小林敏雄, “数値流体力学ハンドブック,” 丸善, pp.87-88, 2003
- [A.3] 松尾一泰, “圧縮性流体力学 内部流れの理論と解析,” 理工学社, 1994
- [A.4] C.P.T. Groth and J.J. Gottlieb, “Numerical Study of Two-Stage Light-Gas Hypervelocity Projectile Launchers,” *Inst. for Aerospace Studies, Univ. of Toronto, UTIAS Rept. 327*, 1988