

目次

第 1 章	序論	1
1.1	本論文の背景	1
1.2	本論文の構成	4
1.2.1	表記	5
1.2.2	略語	8
第 2 章	基礎理論	10
2.1	本章の概要	10
2.2	直交行列	11
2.3	離散コサイン変換 (DCT)	14
2.3.1	Wang による高速実現法	16
2.4	離散サイン変換 (DST)	18
2.5	ウォルシュ・アダマール変換 (WHT)	18
2.6	整数 DCT	20
2.6.1	リフティング構造	20
2.6.2	従来の整数 DCT	21
2.7	情報圧縮の基礎	25
2.7.1	変換部	26
2.7.2	量子化部	30
2.7.3	符号化部	31
2.8	JPEG	31
2.8.1	変換部	32
2.8.2	量子化部	33
2.8.3	符号化部	33
2.9	最新の符号化方法	34
2.9.1	ゼロツリー符号化 (EZW)	35
2.9.2	プログレッシブ伝送	36
2.9.3	SPIHT	37
2.10	ロッシー・ロスレス統合画像符号化	39

2.11	JPEG2000	40
2.12	シミュレーション比較について	42
2.12.1	テスト画像	42
2.12.2	符号化器	43
2.12.3	符号化利得	44
2.12.4	レギュラリティ	44
2.12.5	ロスレスビットレート (LBR)	45
2.12.6	平均ラウンディング誤差 (MRE)	45
2.12.7	ピーク信号対雑音比 (PSNR)	45
第 3 章	任意の分割サイズ M を有するブロックリフティングに基づく整数 DCT	47
3.1	本章の概要	47
3.2	DCT の分割サイズ	48
3.3	ブロックリフティング分解	49
3.3.1	ブロックリフティング構造	49
3.3.2	対称直交行列のブロックリフティング分解	50
3.3.3	非対称直交行列のブロックリフティング分解	51
3.4	ブロックリフティングに基づく直交変換	52
3.4.1	ブロックリフティングに基づくハール変換 (BL-HT)	52
3.4.2	ブロックリフティングに基づく整数 DCT-IV (BL-DCT-IV)	53
3.4.3	ブロックリフティングに基づく整数 DCT-II (BL-DCT-II)	54
3.5	ロッシー・ロスレス統合画像符号化	56
3.5.1	M 点 BL-DCT-IV 及び BL-DST-IV	56
3.5.2	4 点整数 DCT	57
3.5.3	8 点整数 DCT	60
3.5.4	16 点整数 DCT	62
3.6	本章のまとめ	65
第 4 章	リフティング係数の有限語長化を考慮した正規化整数 WHT に基づく 整数 DCT	69
4.1	本章の概要	69
4.2	整数 DCT の有限語長化	70
4.2.1	リフティング係数の有限語長化	70
4.2.2	従来の整数 DCT の問題点	71
4.2.3	構造的にレギュラリティを有する正規化整数 WHT に基づく整数 DCT	72
4.3	符号化利得及び周波数応答	78
4.4	ロッシー・ロスレス統合画像符号化	79

4.5	本章のまとめ	80
第 5 章	JPEG と高い互換性を有する DCT / IDCT の直接リフティングに基づく 整数 DCT	87
5.1	本章の概要	87
5.2	JPEG との互換性	87
5.3	DCT / IDCT の直接リフティングに基づく整数 DCT	89
5.3.1	DCT / IDCT の直接リフティング	89
5.3.2	付加情報を用いた効果的な整数 DCT の実現	90
5.3.3	2 次元可分形変換による更なる改善	92
5.4	ロッシー・ロスレス統合画像符号化	92
5.5	本章のまとめ	93
第 6 章	提案する整数 DCT の比較 / 考察	97
6.1	本章の概要	97
6.2	ロッシー・ロスレス統合画像符号化	97
6.2.1	異なる分割サイズによる比較	97
6.2.2	リフティング係数の有限語長化による比較	98
6.2.3	DCT との互換性の比較	100
6.3	考察	101
6.4	本章のまとめ	103
第 7 章	結論	110
	参考文献	112
	謝辞	122

目次

1.1	提案する整数 DCT の位置づけの概念図	6
2.1	M 点フィルタバンク	10
2.2	回転行列 $\mathbf{R}_{i,j}(\theta)$	13
2.3	回転行列による 4×4 直交行列	14
2.4	DCT-II の導出方法	14
2.5	DCT-II のインパルス応答及び周波数特性	15
2.6	DCT-III のインパルス応答及び周波数特性	15
2.7	DCT-IV のインパルス応答及び周波数特性	16
2.8	Wang による DCT-II の高速実現法	17
2.9	WHT のインパルス応答及び周波数特性	19
2.10	リフティング構造	20
2.11	回転行列のリフティング分解	21
2.12	Komatsu の RDCT	22
2.13	Fukuma の LDCT	22
2.14	Chen の整数 DCT	23
2.15	Tran の BinDCT	24
2.16	Chokchaitam の整数 DCT	25
2.17	画像符号化システム	26
2.18	信号の直交変換	27
2.19	フィルタバンク	28
2.20	画像の変換	29
2.21	変換係数の表現方法	30
2.22	ミッドトレッド形量子化器	31
2.23	JPEG の符号化アルゴリズム	32
2.24	AC 係数のジグザグスキャン	34
2.25	画像の多重解像度表現 (3 レベル)	35
2.26	SPIHT の例	37
2.27	ブロック変換モードから多重解像度表現への変換	39
2.28	ロッシー・ロスレス統合画像符号化	40

2.29	リフティング構成された 5/3-DWT	42
2.30	テスト画像一覧	43
3.1	低ビットレート符号化時における分割サイズの異なる DCT による “Barbara” の拡大画像	48
3.2	ブロックリフティング構造	49
3.3	ラウンディング処理の削減	50
3.4	M 点 BL-DCT-II	55
3.5	提案する 4 点整数 DCT	58
3.6	低ビットレート符号化時における “Barbara” の拡大画像	66
3.7	低ビットレート符号化時における “Goldhill” の拡大画像	67
3.8	低ビットレート符号化時における “Lena” の拡大画像	68
4.1	リフティング構造における乗算器からビットシフト及び加算器への近似	71
4.2	有限語長割当時の Chokchaitam の整数 DCT によるチェス盤歪み	72
4.3	有限語長割当時の Chokchaitam の整数 DCT の周波数特性	73
4.4	WHT に基づく整数 DCT	74
4.5	2 次元可分形変換	75
4.6	構造的にレギュラリティを有する M 点正規化整数 WHT	77
4.7	3 ビット語長割当時における周波数応答	80
4.8	3 ビット語長割当・低ビットレート符号化時における “Barbara” の拡大 画像	84
4.9	3 ビット語長割当・低ビットレート符号化時における “Goldhill” の拡大 画像	85
4.10	3 ビット語長割当・低ビットレート符号化時における “Lena” の拡大画像	86
5.1	新旧エンコーダ/デコーダで実現可能な方式	88
5.2	DCT / IDCT の直接リフティング	89
5.3	DCT / IDCT の直接リフティングを用いた整数 DCT	91
6.1	提案する M 点整数 DCT のロスレス画像符号化の比較	99
6.2	提案する M 点整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (テスト画像 : “Barbara”)	100
6.3	提案する M 点整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (テスト画像 : “Goldhill”)	100
6.4	提案する M 点整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (テスト画像 : “Lena”)	101

6.5	3 ビット語長割当時に於ける提案する整数 DCT のロスレス画像符号化の比較	103
6.6	3 ビット語長割当時に於ける提案する整数 DCT のロツシー画像符号化の比較 (テスト画像: “Barbara”)	103
6.7	3 ビット語長割当時に於ける提案する整数 DCT のロツシー画像符号化の比較 (テスト画像: “Goldhill”)	104
6.8	3 ビット語長割当時に於ける提案する整数 DCT のロツシー画像符号化の比較 (テスト画像: “Lena”)	104
6.9	3 ビット語長割当・低ビットレート符号化時に於ける “Barbara”, “Goldhill”, “Lena” の拡大画像	105
6.10	送受信側で異なる DCT を用いたロツシー画像符号化結果 (テスト画像: “Barbara”)	107
6.11	送受信側で異なる DCT を用いたロツシー画像符号化結果 (テスト画像: “Goldhill”)	108
6.12	送受信側で異なる DCT を用いたロツシー画像符号化結果 (テスト画像: “Lena”)	109

表目次

1.1	従来法の特徴の比較	4
1.2	提案する整数 DCT の特徴の比較	6
2.1	JPEG と JPEG2000 の比較	41
2.2	JPEG2000 で用いられるフィルタペア	41
3.1	M 点整数 DCT-IV 及び M 点整数 DST-IV のラウンディング数	56
3.2	M 点整数 DCT-IV 及び M 点整数 DST-IV の MRE	56
3.3	M 点整数 DCT-II のラウンディング数	59
3.4	M 点整数 DCT-II の MRE	59
3.5	4 点整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])	60
3.6	4 点整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (PSNR[dB])	61
3.7	8 点整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])	62
3.8	8 点整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (PSNR[dB])	63
3.9	16 点整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])	64
3.10	16 点整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (PSNR[dB])	65
4.1	WHT に基づく整数 DCT の回転行列におけるリフティング係数	75
4.2	符号化利得の比較	79
4.3	3~6 ビット語長割当時に於ける提案する整数 DCT のロスレス画像符号化結果 (LBR[bpp])	81
4.4	3 ビット語長割当時に於ける整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])	82
4.5	3~6 ビット語長割当時に於ける提案する整数 DCT のロッキー画像符号化結果 (PSNR[dB])	83
4.6	3 ビット語長割当時に於ける整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (PSNR[dB])	83
5.1	整数 DCT によって 1 次元変換される 8×1 ブロック当たりのラウンディング数の比較	92
5.2	整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])	94

5.3	送受信両側で整数 DCT を用いたロッキー画像符号化結果 (PSNR[dB])	95
5.4	送信側で整数 DCT , 受信側で通常の DCT を用いたロッキー画像符号化結果 (PSNR[dB])	95
5.5	送信側で通常の DCT , 受信側で整数 DCT を用いたロッキー画像符号化結果 (PSNR[dB])	96
6.1	提案する 4 点整数 DCT のロスレス及びロッキー画像符号化の比較	98
6.2	提案する 8 点整数 DCT のロスレス及びロッキー画像符号化の比較	98
6.3	提案する 16 点整数 DCT のロスレス及びロッキー画像符号化の比較	99
6.4	提案する整数 DCT の MRE	101
6.5	符号化利得の比較	102
6.6	3 ビット語長割当時に於ける提案する整数 DCT のロスレス及びロッキー画像符号化の比較	102
6.7	送受信側で異なる DCT を用いたロッキー画像符号化結果 (PSNR[dB])	106

第 1 章

序論

1.1 本論文の背景

人は存在するあらゆる“情報”（アナログ情報）を様々なメディアに、たとえば、文字を用いて史実や小説などを紙に、カメラを用いて人物や風景をフィルム写真に、録音機を用いて会話や演説などを磁気テープに記録してきた。紙、フィルム写真、磁気テープのようなメディアは一般にモノメディアと呼ばれ、それぞれが異なる形状で存在している。そのためモノメディアを山のように大量に所持した場合、有意義な“情報”がその山に埋もれてしまう危険がある。また、モノメディアは環境や時の経過によっても著しく劣化し、“情報”自体の劣化を招くことになる。その劣化を防ぐために紙印刷のようなモノメディアからモノメディアへの複製が行われるが、当然のことながら情報量が増加する一方である。また、そもそもその複製自体が“情報”の劣化を生じてしまうため、根本的な解決にはならない。

一方で、近年のパーソナルコンピュータ（PC）やデジタルカメラのようなハードウェアの発達や、地上デジタルテレビ放送の開始などに代表されるようなブロードバンド網の普及により、“情報”のデジタル化は留まる所を知らない。もはや“情報”という言葉自体が“デジタル情報”とイコールであると言っても過言ではない。また前述したようにアナログ情報は劣化し続けるが、デジタル情報は環境や時の経過、また複製によって劣化することはない。その上、大量な情報でもかさばらない保存（蓄積性）、情報の加工や編集のし易さ（加工性）、遠隔地への伝達の速さ（伝達性）、必要な情報の見付け易さ（検索性）に長けている。そのような背景の元、殆どのアナログ情報はデジタル情報に取って代わられた。かくして、散在していたモノメディアがマルチメディアと呼ばれる一つのメディアに統合され、“情報”の一元化がなされたのである。しかし実際に用いられる音楽や静止画像（以下、画像）、動画像などのデジタルコンテンツの情報量は膨大である上に、その情報量は今この瞬間も増加し続けている。そこで、デジタル信号処理による情報圧縮技術の発展が必要とされ、今までに、画像圧縮方式に JPEG（Joint Photographic Experts Group）[1] や JPEG2000 [2]、音声圧縮方式に MP3（MPEG-1（Moving Picture Experts Group phase 1）Audio Layer-3）[3] や AAC（Advanced Audio Coding）[4,5]、動画像圧縮方式に MPEG-4（Moving Picture Experts

Group phase 4) [6] や H.264/AVC (H.264/MPEG-4 Advanced Video Coding) [7] などが国際標準規格化され、情報量を削減してきた。しかしそのような情報一元化の流れから、“「個人」を中心としたあらゆるコミュニケーションがリアルタイムに行われる社会”へ変わろうという動きがある。これは、高速な映像配信、遠隔医療・介護・教育、オーダーメイド医療、バーチャル会議など、様々な実用的未来技術を実現する社会である。この実現のために、高品質、高速、そして低コストな情報通信・伝送が求められ、情報圧縮技術の発展、つまり、情報圧縮技術の“高性能化”が益々必要とされている。またその反面、「個人」に合わせたプラットフォームが望まれるようになり、ニーズの多様化が進んでいる。日本の携帯電話が良い例であり、老若男女問わず利用され、使用頻度や使用場面が個人で異なり、それに合わせた多くの携帯電話が開発されている。デジタルコンテンツの取得においても同様で、絵画データや人物写真、ディスプレイの解像度、ハードディスクの容量など、場面に応じた多種多様なデータが必要である。つまり、情報圧縮技術は単に“高性能化”するだけでなく、多様なニーズに応えるべく“柔軟性”も同時に満たさねばならない。

本論文の主旨に従い、ここからは画像圧縮（符号化）技術に焦点を当てて議論を進めるが、画像符号化はロスレス（可逆）画像符号化と、ロッキー（非可逆）画像符号化に大別される。ロスレスデータは圧縮率が低い代わりに復元画像の損失がないため、医療や美術、衛星写真のような品質重視の分野で用いられ、ロッキーデータは圧縮率が高いが復元画像の損失を多く含むために、インターネットコンテンツやデジタルカメラのような品質よりも圧縮率重視の分野で用いられている。しかし、昨今のハードウェアの発達やブロードバンド網の普及により、低圧縮なデータを取り扱う環境が整いつつあり、ロスレス画像符号化の需要が伸びている。代表的なロスレス画像符号化に、周囲 3 近傍（上隣、左隣、左上）画素から注目画素を予測する差分パルス符号変調（Differential Pulse Code Modulation: DPCM）を用いた Lossless JPEG（JPEG のロスレスモード）や、DPCM よりも効率的な予測法である Hewlett-Packard 社の LOCO-I (LOW COMplexity LOSSless COmpression for Images) [8] を用いた JPEG-LS [9] がある。いずれも注目画素を順に予測していく予測変換が用いられており、これら以外の予測変換も数多く提案されている [10–19]。反面、モバイル機器などのスペックの低いハードウェアも多数存在しており、ロッキー画像符号化が除外視されることはない。ロッキー画像符号化は、離散コサイン変換（Discrete Cosine Transform: DCT）[20] を用いた JPEG が最も普及している。整数入力 - 実数出力変換である DCT は周波数変換であり、ロッキー符号化において優れた性能を示すものの、符号化前の量子化において情報損失を招くためロスレス伝送を実現できない。このような周波数変換は一般にフィルタバンク [21] という技術によって行われ、画像圧縮技術の“高性能化”のために、多岐に亘り研究されてきた [22–57]。しかし画像圧縮技術の“柔軟性”については依然不足しており、以上のように、ロスレス画像符号化とロッキー画像符号化で予測変換と周波数変換といった互換性のない変換がそれぞれ利用され、個人の様々な状況（利用分野やエンドユーザのハードウェアのスペックの

違いなど)に対応するためには、ロッキー圧縮データとロスレス圧縮データの両方(ロッキー圧縮データは時には2つ以上のデータ)を用意しなくてはならない。

画像圧縮技術の“高性能化”と“柔軟性”の両者を実現すべく注目されているのがロッキー・ロスレス統合画像符号化(以下、統合画像符号化)である。統合画像符号化とは、エンコーダ側でロスレス圧縮データ(ロスレスビットストリーム)を生成し、デコーダ側でそのビットストリームを全て用いて復元すればロスレスデータを、任意のビットで打ち切って復元すればロッキーデータを得ることができるというものである。すなわち、“ロスレスモードとロッキーモードで同じ変換を用いる”ことが重要である。その実現には、Sweldens が 1996 年に提唱したリフティング構造 [58–60] が鍵となる。リフティングは整数入力 - 整数出力変換を実現し、量子化幅を 1 にすれば符号化前の量子化において情報損失を招かずに、ロスレスモードを実現する。統合画像符号化の需要に伴い、リフティングによって構成されるリフティングベースフィルタバンク (Lifting Based Filter Bank: LBFB) が多数報告されている [61–87]。文献 [80, 85, 88] は著者筆頭の研究であり、[83] も同グループによる研究である。そして統合画像符号化の先駆けとなったのが、次世代標準規格の JPEG2000 である。JPEG2000 は離散ウェーブレット変換 (Discrete Wavelet Transform: DWT) [89–91] を用いているが、これをリフティングで実現した DWT [92] によりロスレスモードを実現している。しかし一般的な JPEG2000 では、変換性能の違いからロスレスモードに 5/3-tap DWT (5/3-DWT)、ロッキーモードに 9/7-tap DWT (9/7-DWT) を採用しており、“ロスレスモードとロッキーモードで同じ変換を用いる”という観点での統合画像符号化を実現していない。仮にそれを実現しても、ロッキー・ロスレス両モードで良好な性能を示すことはできない。また一方で、統合画像符号化の需要は高まっているものの、近年のハードディスクドライブ (HDD)、フラッシュメモリなどのストレージの急激な低価格化や、演算コストと圧縮率のトレードオフ、特に JPEG の普及率の高さにより、JPEG2000 の普及はあまり進んでいないのが現状である。JPEG との高い互換性を有することは、新しい符号化の普及に絶大な効果をもたらす要素と言える。

このような背景の一解決手段として、JPEG (DCT) との互換性を有する整数 DCT [93–112] が注目されている。整数 DCT を実現すると、現存する JPEG データ(従来の JPEG エンコーダで圧縮したデータ)を整数 DCT による新デコーダで復元することは当然ながら、整数 DCT による新エンコーダで圧縮したデータを従来の JPEG デコーダで復元することもできる。それらはいずれもロッキー画像符号化になるが、もちろん新エンコーダ/新デコーダを用いればロッキー・ロスレス両方の画像符号化を行うことができる。しかし今までに提案された整数 DCT は以下のような 3 つの問題を抱えている。

1. 分割サイズ: 分割サイズが固定されている
2. 有限語長化: リフティング係数有限語長化時に符号化性能が低下する
3. 互換性: DCT との互換性が欠如する

表 1.1 従来法の特徴の比較

	DCT	DWT		従来の整数 DCT					
		9/7	5/3	[93]	[94]	[95]	[96]	[108]	[111]
ロッキー性能									
ロスレス性能	×								
1. 分割サイズ		×	×	×	×	×	×	×	×
2. 有限語長化									
3. 互換性		×	×						

まず，DCT との変換係数の互換性を有する必要があるため，整数 DCT の分割サイズは DCT と同様の 8 のみで構成されており，より大きな分割サイズを必要とする多様なアプリケーション（画像解析や音声処理など）に対応できない．次に，実際のソフトウェア／ハードウェアでは有限語長が割り当てられたフィルタ係数（有理数）が用いられるのに対し，ほとんどの整数 DCT は理想的なフィルタ係数（無理数）で構成されている．また，DCT と整数 DCT の構造の相違から，現存する DCT の高速デバイスやアルゴリズムをそのまま使用できず，ソフトウェア／ハードウェアにおける互換性に欠けている．

【統合画像符号化】と【JPEG との共存】という 2 本柱の実現のために，本論文では主に整数 DCT のより実用的な実現とその統合画像符号化への応用についての理論を展開する．特に前述した整数 DCT の抱える 3 つの問題に注目し，将来的にそれらの問題を全て解決するための基盤技術を提案し，本論文にまとめる．

1.2 本論文の構成

本節では本論文の構成について記す．

2 章では，変換符号化の変換部の基本である直交変換（主に DCT や従来の整数 DCT）を示し，また JPEG や JPEG2000 を含む画像符号化は当然のことながら，本論文で用いる符号化方式である SPIHT（Set Partitioning In Hierarchical Trees）[113] や，統合画像符号化の概要についても示す．

以降，3～5 章では本論文における提案法を述べる．前節で述べたように従来法の問題として以下の 3 つの問題が挙げられる（表 1.1 参照， は『良好である』， は『実現可能だが良好ではない』， × は『実現不可能である』を表している）が，各問題を各章で解決し，いずれの提案法においても統合画像符号化を通してその優位性を示す．

1. 分割サイズ：分割サイズが固定されている（3 章）
2. 有限語長化：リフティング係数有限語長化時に符号化性能が低下する（4 章）
3. 互換性：DCT との互換性が欠如する（5 章）

3章では問題点 1. に取り組む．JPEG では 8 点 DCT を用いているため，その互換性を考えると整数 DCT も分割サイズが 8 のときのみ考慮すれば良いとも考えられるが，DCT は分割サイズによりその性能が変わるため，状況によっては異なる分割サイズの整数 DCT を用いることが望ましい．そこで DCT の構造自体を直にリフティングで実現することで，ロスレス画像符号化に悪影響を及ぼすラウンディング処理をできるだけまとめて処理するような構造を持つ M 点整数 DCT の実現法を提案する．

4章では問題点 2. に取り組む．整数 DCT のソフトウェア/ハードウェア化を考慮し，各リフティング係数にあるビット（有限語長）を割り当てると低コストで高速になるが，短語長を割り当てた従来の整数 DCT はレギュラリティ条件を失い，低ビットレート圧縮を行った場合に視覚的な問題となるチェス盤歪みを生成する．そこで直交変換の最も単純な構造を持ち，また DCT と関係の深いウォルシュ・アダマール変換（Walsh-Hadamard Transform: WHT）[114–118] に注目し，その 2 次元可分形変換を変形することで，短語長割当・低ビットレート符号化時でもレギュラリティ条件を満たし，チェス盤歪みを生成しない整数 DCT の実現法を提案する．

5章では問題点 3. に取り組む．整数 DCT と DCT とでは構成方法が大きく異なることから，2 つの互換性問題が存在する．1 つは設計における互換性の欠如であり，もう 1 つが DCT 変換係数における互換性の欠如である．DCT 及び逆 DCT（Inverse DCT: IDCT）を各リフティングブロックにそのまま用いた直接リフティングを用いることで，前者を解決し，更に 2 次元可分形変換を利用することでラウンディング数を大幅に削減し，後者をも解決する．

また 6 章において提案法のみでの比較によって詳細な考察を行うが，ここでそれぞれの簡単な位置づけを示す．まず，各提案法を用いたときの分割サイズと符号化性能の関係を図 1.1(a) に示す．結果的に 3 章と 5 章の整数 DCT が問題点 1. を解決できるが，5 章の整数 DCT が最も良好な符号化性能を示す．次に，各提案法を用いたときの有限語長化と符号化性能の関係を図 1.1(b) に示す．問題点 2. を解決し，最も良好な符号化性能を示す提案法は 4 章の整数 DCT である．有限語長割当ビット数を下げたときに，3 章の整数 DCT は符号化性能が著しく低下し，5 章の整数 DCT においては実現すら不可能となっている．そして，各提案法を用いたときの DCT との互換性を示すために，送受信側で用いる DCT の組合せと符号化性能の関係を図 1.1(c) に示す．問題点 1. についてと同様に，5 章の整数 DCT が最も良好な符号化性能を示す．また，各提案法の特徴の比較を表 1.2 に簡単にまとめる．

最後に 7 章で全体の総括をし，本論文を結ぶ．

1.2.1 表記

本論文で用いる表記を以下に示す．

- 0：零行列を表す．

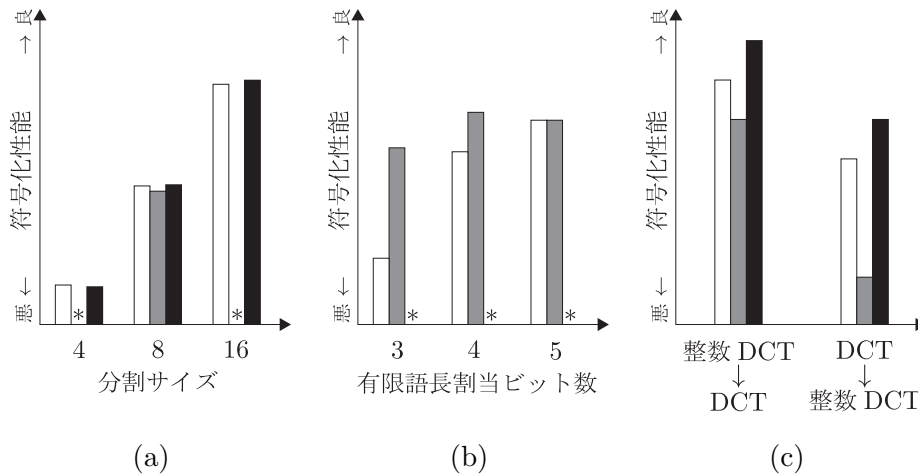


図 1.1 提案する整数 DCT の位置づけの概念図(白:3章,グレー:4章,黒:5章,*:実現不可能): (a) 提案する整数 DCT の分割サイズと符号化性能の関係, (b) 提案する整数 DCT の有限語長化と符号化性能の関係, (c) 送受信側で用いる DCT の組合せと符号化性能の関係

表 1.2 提案する整数 DCT の特徴の比較

		提案法		
		3章	4章	5章
ロッキー性能				
ロスレス性能				
1. 分割サイズ			×	
2. 有限語長化	実現			×
	レギュラリティ	×		×
3. 互換性	設計の互換性	×	×	
	変換係数の互換性			

- I : 単位行列を表す.
- J : 以下のような反転行列を表す.

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

- M^T : ある行列 M の転置を表す.
- $M^{[N]}$: $N \times N$ 正方行列 M を表す. ただし, サイズが明白である場合これを明記しない場合がある.

- $[M]_{m,n}$: 行列 M の m 行 n 列成分を表す .
- P : 置換行列を表す . $P^{[N]} = \{p_0, p_1, \dots, p_{N-1}\}$ ($0 \leq p_k \leq N-1$, $0 \leq k \leq N-1$) としたとき , p_k 行 k 列目の要素に 1 , それ以外の要素に 0 を持つ . たとえば ,

$$P^{[4]} = \{0, 2, 1, 3\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

である .

- $\text{diag}\{m_0, m_1, \dots, m_{n-1}\}$: 以下のような i 行 i 列目の要素にのみ成分を持ち , それ以外の要素が 0 である対角行列

$$\text{diag}\{m_0, m_1, \dots, m_{n-1}\} = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & m_{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

を表す .

- D : $\text{diag}\{m_0, m_1, \dots, m_{n-1}\}$ の特別な形で , 以下のような i 行 i 列目の要素に 1 及び -1 を交互に持ち , それ以外の要素が 0 である対角行列

$$[D^{[N]}]_{i,i} = (-1)^i \quad (0 \leq i \leq N-1) \quad (1.4)$$

を表す .

- $\text{diag}\{M_0, M_1, \dots, M_{n-1}\}$: 以下のような , 行列が対角に並び , それ以外の要素が 0 である行列

$$\text{diag}\{M_0, M_1, \dots, M_{n-1}\} = \begin{bmatrix} M_0 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & M_{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

を表す .

- $\delta(k)$: クロネッカーのデルタ

$$\delta(k) = \begin{cases} 1 & \text{for } k = 1 \\ 0 & \text{for } k \neq 1 \end{cases} \quad (1.6)$$

を表す .

- $\lfloor \cdot \rfloor$: floor 関数 (小数点以下切り捨て) を表す .
- $\lceil \cdot \rceil$: ceil 関数 (小数点以下切り上げ) を表す .

1.2.2 略語

また本論文でしばしば用いられる略語を以下に示す。

- AAC (Advanced Audio Coding): 先進的音響符号化
- BL-DCT (Block-Lifting based DCT): ブロックリフティングに基づく DCT
- BL-DCT-x (BL-DCT type-x): BL-DCT タイプ x
- BL-DST (Block-Lifting based DST): ブロックリフティングに基づく DST
- BL-DST-x (BL-DST type-x): BL-DST タイプ x
- BL-HT (Block-Lifting based Haar Transform): ブロックリフティングに基づくハール変換
- DCT (Discrete Cosine Transform): 離散コサイン変換
- DCT-x (DCT type-x): DCT タイプ x
- DFT (Discrete Fourier Transform): 離散フーリエ変換
- DLDCT (Direct-Lifting based DCT): 直接リフティングに基づく DCT
- DPCM (Differential Pulse Code Modulation): 差分パルス符号変調
- DST (Discrete Sine Transform): 離散サイン変換
- DST-x (DST type-x): DST タイプ x
- DWT (Discrete Wavelet Transform): 離散ウェーブレット変換
- EBCOT (independent Embedded Block Coding with Optimized Truncation of the embedded bitstreams)
- EZW (Embedded Zero-tree Wavelet): ゼロツリー符号化
- EZW-IP (Embedded Zero-tree Wavelet image codec based on Intra-band Partitioning)
- FFT (Fast Fourier Transform): 高速フーリエ変換
- GenLOT (Generalized Lapped Orthogonal Transform): 一般化重複直交変換
- H.264/AVC (H.264/MPEG-4 Advanced Video Coding)
- IDCT (Inverse DCT): 逆 DCT
- JPEG (Joint Photographic Experts Group)
- JPEG2000 (Joint Photographic Experts Group 2000)
- JPEG-LS (JPEG-Lossless)
- JPEG XR (JPEG eXtended Range)
- LFBF (Lifting Based Filter Bank): リフティングベースフィルタバンク
- LBR (Lossless BitRate): ロスレスビットレート
- LOCO-I (LOW COMplexity LOSSless COMpression for Images)
- LOT (Lapped Orthogonal Transform): 重複直交変換
- LUL (Lower-Upper-Lower matrices): 下三角-上三角-下三角行列

- MP3 (MPEG-1 Audio Layer-3)
- MPEG (Moving Picture Experts Group)
- MPEG-x (Moving Picture Experts Group phase x)
- MRE (Mean Rounding Error): 平均ラウンドイング誤差
- MSE (Mean Square Error): 平均二乗誤差
- PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio): ピーク信号対雑音比
- SIB (Side Information Block): サイド情報ブロック
- SPECK (Set Partitioning Embedded bloCK)
- SPIHT (Set Partitioning In Hierarchical Trees)
- ULU (Upper-Lower-Upper matrices): 上三角-下三角-上三角行列
- WHT (Walsh-Hadamard Transform): ウォルシュ・アダマール変換

第 2 章 基礎理論

2.1 本章の概要

画像の情報圧縮や最新の通信技術などでは，一般的にフィルタバンクが用いられる．フィルタバンクは，フィルタ，デシメータ，インターポレータで構成される．図 2.1(a) に M 点フィルタバンクを示す．分割側，合成側のフィルタは，それぞれのポリフェーズ行列を $\mathbf{E}(z)$ ， $\mathbf{R}(z)$ とすると，以下の式で表すことができ，また図 2.1(b) にフィルタバンクのポリフェーズ構造を示す．

$$\begin{bmatrix} H_0(z) & H_1(z) & \cdots & H_{M-1}(z) \end{bmatrix}^T = \mathbf{E}(z^M) \mathbf{e}(z)^T \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} F_0(z) & F_1(z) & \cdots & F_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \mathbf{e}(z) \mathbf{R}(z^M) \quad (2.2)$$

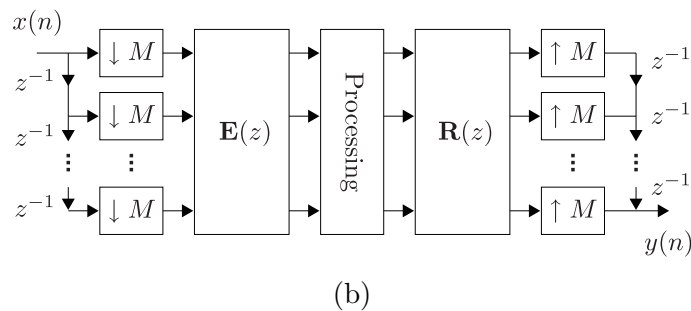
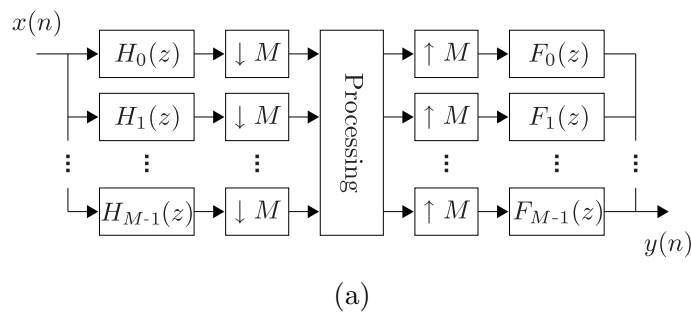


図 2.1 M 点フィルタバンク：(a) 基本構造，(b) ポリフェーズ構造

ただし,

$$\mathbf{e}(z) = [1 \quad z^{-1} \quad \dots \quad z^{-(M-1)}] \quad (2.3)$$

である．これらの式において，完全再構成フィルタバンクとは $\mathbf{R}(z)\mathbf{E}(z) = \mathbf{I}$ を満たすフィルタバンクとして表すことができる．フィルタ長を MK ($K \in \mathbb{N}$) とすると，その際のポリフェーズ行列 $\mathbf{E}(z)$ は

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_{K-1}\mathbf{\Lambda}_{K-1}(z)\mathbf{E}_{K-2}\mathbf{\Lambda}_{K-2}(z)\cdots\mathbf{E}_1\mathbf{\Lambda}_1(z)\mathbf{E}_0 \quad (2.4)$$

のようなラティス構造で表現することができる．ただし,

$$\mathbf{\Lambda}_k(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[M-\gamma_k]} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & z^{-1}\mathbf{I}^{[\gamma_k]} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

であり， $1 \leq \gamma_k \leq M$ である．また，ビルディングブロック \mathbf{E}_i は $\mathbf{E}_i^{-1}\mathbf{E}_i = \mathbf{I}$ を満たす $M \times M$ の任意の正則行列である．ここでフィルタ長が M ($K = 1$)，且つビルディングブロック \mathbf{E}_i が直交条件 $\mathbf{E}_i^T\mathbf{E}_i = \mathbf{I}$ を満たしていると仮定すると $\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_0$ であり，これは直交行列，つまり直交変換が最も単純なフィルタバンクの1つであることを表している．本論文ではこの直交変換について主に議論し，フィルタバンクの詳細についてはこれ以上触れないこととする．

直交変換には様々な種類があり，応用に応じて使い分ける必要がある．たとえば，高速な処理が要求されるような応用では，その成分が ± 1 からなる WHT [114–118] が重要であり，乗算を必要とせず，加減算だけで変換することができる．また画像圧縮のような応用では，情報量をできるだけ少なくするために，信号を少ない係数で表現できる直交変換が望まれる．本章では，まずそのような直交変換について概説し，その代表として DCT や WHT，そして本論文の目的であるロッシー・ロスレス統合画像符号化の実現に必要な整数 DCT について述べる．次に，これらの直交変換を用いた具体的な画像圧縮方法について示す．圧縮の基本原則から始まり，現在広く用いられている JPEG，また変換係数を符号化するための最新の符号化技術についても言及し，本論文の主題であるロッシー・ロスレス統合画像符号化を概説し，その統合画像符号化の代表として JPEG2000 について簡単に触れる．最後に本論文のシミュレーション比較においてしばしば用いられる整数 DCT の性能比較をするための指標，テスト画像，符号化器などについて示す．

2.2 直交行列

$M \times M$ の正方行列 \mathbf{T} が

$$\mathbf{T}\mathbf{T}^T = \mathbf{T}^T\mathbf{T} = c\mathbf{I} \quad (2.6)$$

を満たすとき，行列 \mathbf{T} を直交行列と呼ぶ．ここで c は任意の実数である． $c = 1$ のとき，特に正規直交行列と呼ばれる．以下ではこれを区別することなく直交行列と表すことにす

る．ここで \mathbf{T} を

$$\mathbf{T} = [\mathbf{t}_0 \quad \mathbf{t}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{t}_{M-1}]^T \quad (2.7)$$

とする． \mathbf{t}_i は $M \times 1$ の列ベクトルである．このとき，

$$\mathbf{t}_i^T \mathbf{t}_j = \delta(i - j) \quad (2.8)$$

が成り立ち，列ベクトルは直交する．同様に行ベクトルも直交する．

ここで入力信号ベクトル \mathbf{x} を直交行列 \mathbf{T} で変換する．すなわち，

$$\mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{x} \quad (2.9)$$

とする． M 個の入力信号から M 個の変換係数 y が得られ，画像圧縮や通信の分野ではこれが重要な役割を果たす．この変換係数から，元の信号 \mathbf{x} を復元するには，

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{T}^T\mathbf{y} \quad (2.10)$$

すなわち，同じ変換行列の転置を使って元の信号を復元できることになる．これが信号の直交変換である．情報圧縮の応用では， y を量子化して \hat{y} とし，できるだけ元の信号 \mathbf{x} に近い $\hat{\mathbf{x}}$ を復元することが目的である．すなわち

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{T}^T\hat{\mathbf{y}} = \sum_{i=0}^{M-1} \hat{y}(i)\mathbf{t}_i \quad \leftarrow \quad \mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{x} \quad (2.11)$$

と表される．復元信号 $\hat{\mathbf{x}}$ は量子化された変換係数 $\hat{y}(i)$ と列ベクトル \mathbf{t}_i の線形結合で表され， \mathbf{t}_i を基底と呼ぶ．結局，符号化の問題は，情報量削減のために y の係数の値を小さくし，より少ない誤差で原信号 \mathbf{x} を近似する基底 \mathbf{t}_i を求める問題になる．

しかし，信号を変換するために必ずしも直交変換を用いる必要は無い．すなわち $\mathbf{S}\mathbf{T} = \mathbf{I}$ とすると，式 (2.9) の両辺に左から \mathbf{S} を乗算すると，

$$\mathbf{S}\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{T}\mathbf{x} = \mathbf{x} \quad (2.12)$$

が得られ，元の信号が復元できることになる．このような変換を双直交変換と呼び，直交変換に比べ行列の自由度を多く含み，JPEG2000 で用いられる DWT では，このような変換が用いられている．

ここで信号のエネルギー，すなわち時間領域における 2 乗ノルムを考えると，変換係数の 2 乗ノルムは

$$E = \sum_{i=0}^{M-1} y(i)^2 = \mathbf{y}^T\mathbf{y} \quad (2.13)$$

と定義できる．ここで正規直交変換の性質を用いると，

$$E = \mathbf{y}^T\mathbf{y} = \mathbf{x}^T\mathbf{T}^T\mathbf{T}\mathbf{x} = \mathbf{x}^T\mathbf{x} \quad (2.14)$$

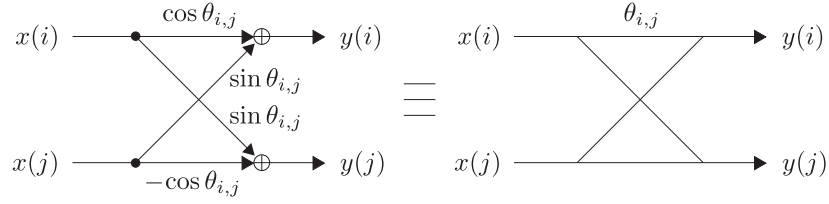


図 2.2 回転行列 $\mathbf{R}_{i,j}(\theta)$

が得られ，入力信号のノルムと等しくなり，エネルギー保存則が成り立つ．これは直交変換の重要な性質であり，フーリエ変換でパーセバルの等式が成り立つことと同様である．一方，双直交の場合には，

$$E = \mathbf{y}^T \mathbf{y} = \mathbf{x}^T \mathbf{T}^T \mathbf{T} \mathbf{x} \geq \mathbf{x}^T \mathbf{x} \quad (2.15)$$

となり，エネルギー保存則は成り立たないが，設計の自由度が増し，基底の対称性などの制約を課す事ができるため，画像処理などの応用には重要である．

また行列 \mathbf{T} は正方行列である必要はなく，サイズを $M \times L$ ($L > M$) とすることも可能であり，このような変換を重複変換 (Lapped Transform: LT) と呼ぶ．一方，直交変換の中で DCT, DST, WHT は典型的な $M \times M$ の正方直交行列であり，このような正方直交行列による変換を特にブロック直交変換と呼ぶ．本論文では，このブロック直交変換が主な対象となっている．

ここで任意の 2×2 の直交行列は，

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

で表される．これは回転行列と呼ばれ，あるベクトルが θ 回転されることを意味している．一方，全ての $M \times M$ の直交行列 \mathbf{T} は，次式のように $M(M-1)/2$ 個の回転角からなる回転行列の積で表現される．

$$\mathbf{T} = \prod_{i=1}^M \prod_{j=i+1}^M \mathbf{R}_{i,j}(\theta) \quad (2.17)$$

ここで，回転行列 $\mathbf{R}_{i,j}(\theta)$ は回転角 $\theta_{i,j}$ で定義され，次式のように i 行 j 列の交点に成分が入る行列である．

$$\mathbf{R}_{i,j}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & & & & \\ & \cos \theta_{i,j} & & \sin \theta_{i,j} & \\ & & \mathbf{I} & & \\ & \sin \theta_{i,j} & & -\cos \theta_{i,j} & \\ & & & & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

回転行列 $\mathbf{R}_{i,j}(\theta)$ を図 2.2(左) に示す．ただし，入力信号 $\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(M-1)]^T$ ，出力信号 $\mathbf{y} = [y(0), y(1), \dots, y(M-1)]^T$ である．また簡易のため，以下，回転行列

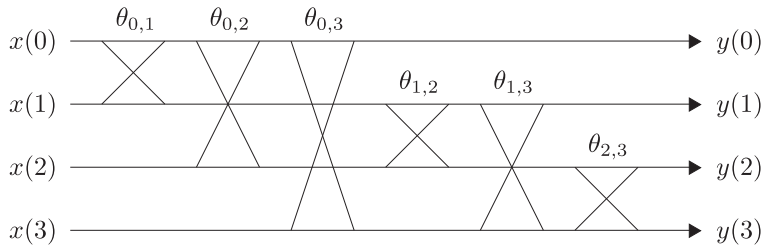


図 2.3 回転行列による 4×4 直交行列

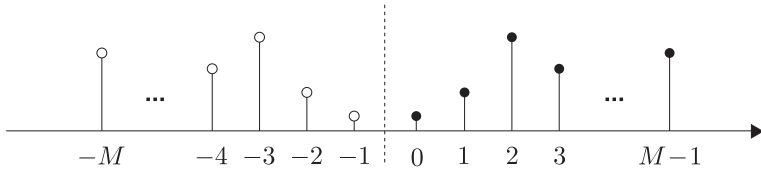


図 2.4 DCT-II の導出方法

$R_{i,j}(\theta)$ を図 2.2(右) のように示すことにする．これらの式は， M 本のパスの中で，2 本のパスの組を選び，これに 2×2 の回転行列を対応させることに相当する．図 2.3 に 4×4 直交行列の例を示す．これをラティス構造と呼び，回転行列の順序は任意であり，この構造で全ての直交行列を表現できる．したがって，応用に依じて $\theta_{i,j}$ を近似することにより，最適な直交行列を設計することができる．

2.3 離散コサイン変換 (Discrete Cosine Transform: DCT)

DFT は複素数を扱わなければならないため，情報量は単純に 2 倍になってしまう．この問題を解決するために，実信号処理の DCT が考えられた．

今， M サンプルの信号 $(x(0), x(1), \dots, x(M-1))$ を考える．これを DFT すると複素数になるから，図 2.4 のように負のサンプル点に，対称に信号を拡張する．すると， $2M$ 点のサンプルが得られ，これに $2M$ 点 DFT を適用する．ただし，時間軸の原点を対称点である $n = -1/2$ に移動させると，

$$X(m) = \sum_{n=-M}^{M-1} x(n) e^{-j \frac{\pi m(n+1/2)}{M}} \quad (2.19)$$

が得られ，これを対称性を考慮して展開すると，

$$X(m) = \sum_{n=0}^{M-1} x(n) \cos \frac{\pi m(n+1/2)}{M} \quad (2.20)$$

となる．これをタイプ 2 の DCT (DCT-II) と言い，JPEG や MPEG など広く用いられている．また拡張の仕方により，4 つのタイプの DCT (DCT-I, DCT-II, DCT-III,

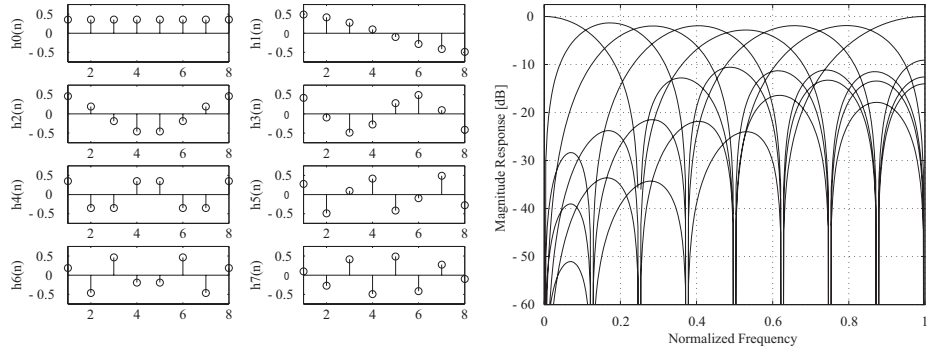


図 2.5 DCT-II のインパルス応答及び周波数特性

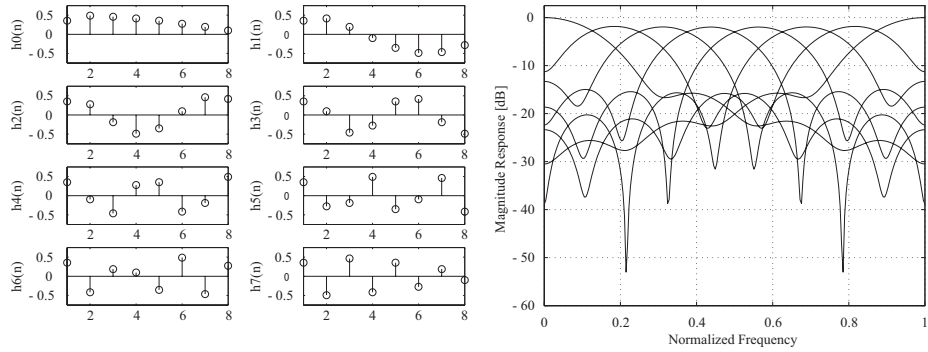


図 2.6 DCT-III のインパルス応答及び周波数特性

DCT-IV) が得られ、それぞれの変換行列を $C_I^{[M-1]}$, $C_{II}^{[M]}$, $C_{III}^{[M]}$, $C_{IV}^{[M]}$ とするとその m 行 n 列成分は、

$$[C_I^{[M+1]}]_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{M}} c_m c_n \cos \frac{mn\pi}{M} \quad (2.21)$$

$$[C_{II}^{[M]}]_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{M}} c_m \cos \frac{m(n+1/2)\pi}{M} \quad (2.22)$$

$$[C_{III}^{[M]}]_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{M}} c_n \cos \frac{(m+1/2)n\pi}{M} \quad (2.23)$$

$$[C_{IV}^{[M]}]_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{M}} \cos \frac{(m+1/2)(n+1/2)\pi}{M} \quad (2.24)$$

となる。ただし、 $C_I^{[M]}$ のみ $0 \leq m, n \leq M$ で、それ以外のタイプは $0 \leq m, n \leq M-1$ であり、また $c_0 = 1/\sqrt{2}$ 及び $c_i = 1$ ($i \neq 0$) である。また、DCT-I はアプリケーションに使われることが少なく、本論文においても使用しないため、以降議論しないこととする。

8点 DCT-II~IV のインパルス応答と周波数特性を図 2.5~2.7 に示す。この図から分かるように、DCT-II のインパルス応答は対称であるのに対して、DCT-III 及び DCT-IV のインパルス応答は対称性を満たしていないことが分かる。一方、周波数特性を見ても

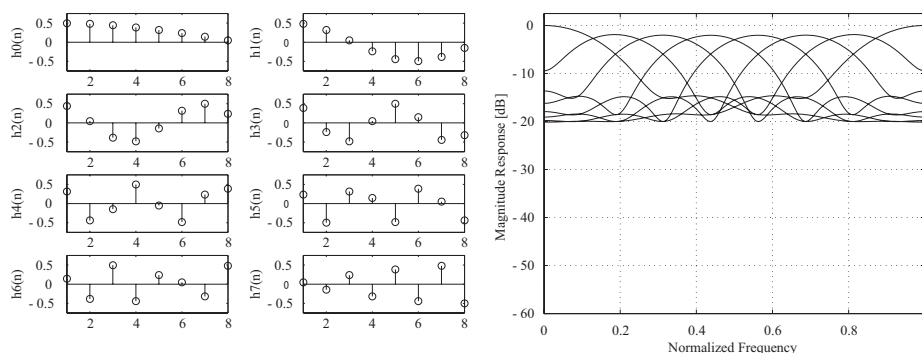


図 2.7 DCT-IV のインパルス応答及び周波数特性

と、DCT-II は良好な減衰量を持ち、特に高域通過フィルタは低周波数領域で十分な減衰量を有していることが分かる。これが DCT-II が JPEG で用いられている理由の 1 つであり、一般的に DCT-II は単に DCT と呼ばれる。また、DCT-III は DCT-II の逆変換であり、JPEG のデコーダで用いられ、単に逆 DCT (Inverse DCT: IDCT) と呼ばれる。一方、DCT-III 及び DCT-IV は全ての帯域で同程度の減衰量を持ち、この図からも分かるように単位円周上に零点を持っていないことが分かる。これらの比較から、DCT-III 及び DCT-IV は画像符号化には適していない。また DCT-IV はこのような性質から単独で用いられる応用は殆どない。しかし付加的なフィルタを挿入することで、音声符号化で広く用いられている修正 DCT (Modulated DCT: MDCT) [119–121] の実現に用いられている。

2.3.1 Wang による高速実現法

また DCT が様々な信号処理に応用されている理由として、フーリエ解析と密接な関係を持つばかりでなく、高速実現法と呼ばれる演算量の少ない計算アルゴリズムが多く存在することが挙げられる。通常、 M 点 DCT-II ~ IV はそのままの行列演算を行うと、乗算 M^2 回及び加算 $(M - 1)M$ 回を要する。しかし実際は、多くの高速実現法によりこれらの演算量を減らすことができる。中でも、Chen や Wang らによるスパース行列分解アルゴリズム [122–124] が有名である。そのアルゴリズムは、DCT 行列をスパース行列と呼ばれる零要素数が多い行列へ直接分解し、高速化する方法である。以下に、本論文で用いる Wang による DCT-II 及び DCT-IV の高速実現法 [123, 124] を示す。

$$C_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} C_{II}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}] & C_{IV}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathcal{H}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$C_{IV}^{[M]} = \mathbf{R}_0^{[M]} \begin{bmatrix} C_{III}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{D}^{[\frac{M}{2}]} C_{III}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathbf{P}^{[M]T} \mathbf{R}_1^{[M]} \quad (2.26)$$

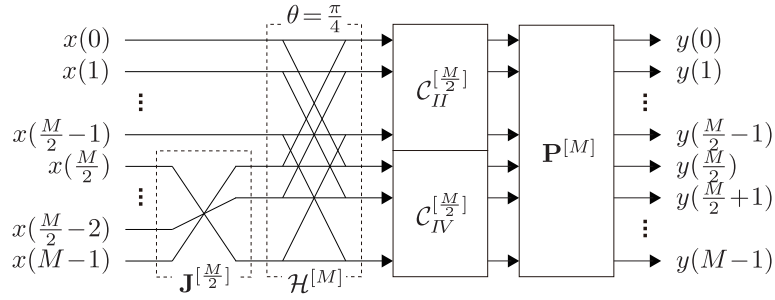


図 2.8 Wang による DCT-II の高速実現法

DCT-III は $C_{III}^{[M]} = C_{II}^{[M]}$ より容易に求まる . また ,

$$\mathcal{H}^{[M]} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[M/2]} & \mathbf{I}^{[M/2]} \\ \mathbf{I}^{[M/2]} & -\mathbf{I}^{[M/2]} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

であり , ハール変換と呼ばれる . 置換行列 $\mathbf{P}^{[M]}$ は $\mathbf{P}^{[M]} = \{0, 2, \dots, M-2, 1, 3, \dots, M-1\}$ である . $\mathbf{R}_0^{[M]}$ 及び $\mathbf{R}_1^{[M]}$ は ,

$$\mathbf{R}_0^{[M]} = \begin{bmatrix} c_1 & & & & & & & s_1 \\ & c_3 & & & & & & s_3 \\ & & \ddots & & & & & \ddots \\ & & & \mathbf{0} & & & & s_{M-1} \\ \mathbf{0} & & & c_{M-1} & s_{M-1} & & & \mathbf{0} \\ & & & s_{M-1} & -c_{M-1} & & & \mathbf{0} \\ & & \ddots & & & & & \ddots \\ s_3 & & & \mathbf{0} & & & & -c_3 \\ s_1 & & & & & & & -c_1 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{R}_1^{[M]} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & & & & & & & \\ & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} & & & & & & \mathbf{0} \\ & & & & & & & \\ & & & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} & & & & \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & \\ & & & \mathbf{0} & & & & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ & & & & & & & & \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

と表され , $c_a = \cos(a\pi/(4M))$ 及び $s_a = \sin(a\pi/(4M))$ である . 図 2.8 に Wang による DCT-II の高速実現法を示す . このとき実演算量は , 乗算数 $(M/2) \log M + 1$ 回及び加算数 $(3M/2) \log M - M + 1$ (ただし , $M \leq 2$) 回である .

2.4 離散サイン変換 (Discrete Sine Transform: DST)

DST は DCT と非常に似た形状をしており，2.3 節で偶対称に拡張した信号を奇対称に拡張することにより，DST が得られる．DCT 同様に，4 つのタイプの DST (DST-I, DST-II, DST-III, DST-IV) が得られ，それぞれの変換行列を $S_I^{[M+1]}$, $S_{II}^{[M]}$, $S_{III}^{[M]}$, $S_{IV}^{[M]}$ とすると，その m 行 n 列成分は \cos 項を \sin 項に置き換えるだけで表すことができ，

$$\left[S_I^{[M+1]} \right]_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{M}} c_m c_n \sin \frac{mn\pi}{M} \quad (2.30)$$

$$\left[S_{II}^{[M]} \right]_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{M}} c_m \sin \frac{m(n+1/2)\pi}{M} \quad (2.31)$$

$$\left[S_{III}^{[M]} \right]_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{M}} c_n \sin \frac{(m+1/2)n\pi}{M} \quad (2.32)$$

$$\left[S_{IV}^{[M]} \right]_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{M}} \sin \frac{(m+1/2)(n+1/2)\pi}{M} \quad (2.33)$$

となる．

また DCT 同様の高速実現が可能で，

$$S_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} S_{IV}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & S_{II}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathcal{H}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

と表すことができる．ここで DCT 及び DST のタイプを $type$ とすると，

$$\mathbf{C}_{type}^{[M]} = \mathbf{J}^{[M]} \mathbf{S}_{type}^{[M]} \mathbf{D}^{[M]} \quad (2.35)$$

という関係を持っていることに注意されたい [123]．この関係式を用いることで，DST から DCT を設計することができる．たとえば，DCT と DST の関係式 (2.35) と式 (2.34) を用いて，

$$\mathbf{C}_{II}^{[M]} = \mathbf{J}^{[M]} \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} S_{IV}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & S_{II}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathcal{H}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[M]} \quad (2.36)$$

と表すことができる．

2.5 ウォルシュ・アダマール変換 (Walsh-Hadamard Transform: WHT)

DCT が正弦波に基づく直交行列であるのに対して，WHT は行列の成分が ± 1 のみで構成される直交変換である．したがって，その変換は直交変換の中で最も簡単であり，且つ高速である．行列のサイズが $M = 2^k$ の WHT 行列 $\mathcal{W}^{[M]}$ は以下のように再帰的に計

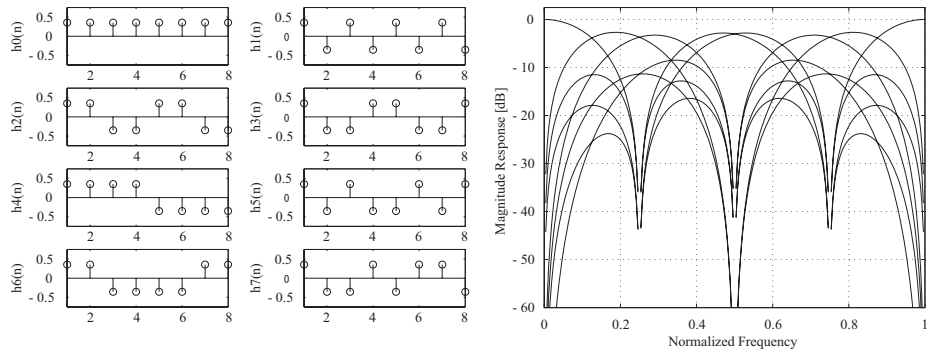


図 2.9 WHT のインパルス応答及び周波数特性

算できる .

$$\mathcal{W}^{[1]} = [1], \mathcal{W}^{[2]} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \mathcal{W}^{[M]} = \mathcal{W}^{[2]} \otimes \mathcal{W}^{[\frac{M}{2}]} = \begin{bmatrix} \mathcal{W}^{[\frac{M}{2}] & \mathcal{W}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathcal{W}^{[\frac{M}{2}] & -\mathcal{W}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

ここで \otimes はクロネッカー積を表している . しかし , 実はこれは WHT ではなくナチュラル型アダマール変換と呼ばれるものである . WHT はナチュラル型アダマール変換を符号の変化する回数の少ない行順に並べ替えたもの (ウォルシュ型アダマール変換) を指す . たとえば $\mathcal{W}^{[8]}$ は ,

$$\mathcal{W}^{[8]} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

となる . 以下 , WHT はウォルシュ型アダマール変換とする . ここで , 式 (2.37) はスケールリング係数 $1/\sqrt{M}$ による正規化が行われていないことに注意されたい . 4 章において , 圧縮の観点で重要となる正規化を考慮するため , 正規化 WHT を以下のように定義する .

$$\hat{\mathcal{W}}^{[M]} = \frac{1}{\sqrt{M}} \mathcal{W}^{[M]} \quad (2.39)$$

また WHT のインパルス応答と周波数特性を図 2.9 に示す . DCT に比べ十分な減衰量 (最低周波フィルタ以外のフィルタの低周波域での振幅応答が 30[dB] 程度であれば十分とする) が得られていないことが分かる . このため , WHT はそのままでは画像符号化に不適であると言える .

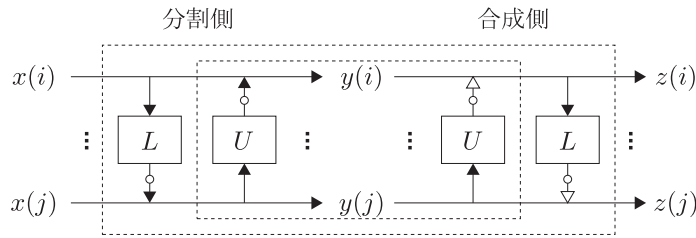


図 2.10 リフティング構造 (白丸：ラウンディング処理，白三角：-1)

2.6 整数 DCT

通常，JPEG で用いられている DCT のような実数変換の場合，入力信号が整数であっても出力信号が実数となる．情報圧縮では，その後の符号化のための量子化で情報損失が起るため，結果的に合成側で完全に戻すことができない．つまり，DCT が完全再構成条件を満たしていても，システムを通してロッキー変換となってしまう．そこでロスレス符号化を実現できる革新的な技術として，リフティング構造が 1990 年代後半に Swelden によって提唱された．整数への丸め込みを行うラウンディング処理を伴ったリフティング構造は，JPEG2000 を始め広く用いられている．一方で JPEG はロッキーモードに DCT，ロスレスモードに DPCM を使用している．ロッキー及びロスレスモードの統一，もしくは低コスト化や高速化のため，JPEG との互換性を考えたリフティング構造に基づく整数 DCT の研究が盛んに行われてきた．本節では，リフティング構造を述べた後，従来の整数 DCT をいくつか紹介する．

2.6.1 リフティング構造

図 2.10 にリフティング構造の基本構造の分割側及び合成側の概略図を示す． L 及び U はブロックリフティング係数， $x(i)$ 及び $x(j)$ は分割側入力信号， $y(i)$ 及び $y(j)$ は分割側入力且つ合成側出力信号， $z(i)$ 及び $z(j)$ は合成側出力信号であり，

$$\begin{aligned}
 y(j) &= x(j) + \lfloor Lx(i) \rfloor \\
 y(i) &= x(i) + \lfloor Uy(j) \rfloor \\
 z(i) &= y(i) - \lfloor Uy(j) \rfloor = x(i) \\
 z(j) &= y(j) - \lfloor Ly(i) \rfloor = x(j)
 \end{aligned}
 \tag{2.40}$$

と表すことができる． x_i 及び x_j が整数である限り， y_i 及び y_j も常に整数になるため，符号化の際の量子化誤差を生じず，完全再構成 $z_i = x_i$ 及び $z_j = x_j$ が構造的に成り立つ．このとき，リフティング行列は，

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & U \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
 \tag{2.41}$$

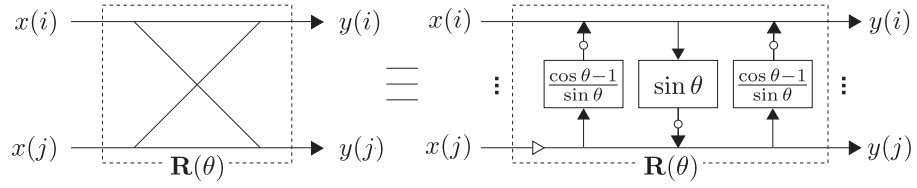


図 2.11 回転行列のリフティング分解（白丸：ラウンディング処理，白三角：-1）

と表され，その逆行列はそれぞれ，

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -L & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & U \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -U \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

と表される．これがリフティング構造の基本構造である．各リフティングステップごとにラウンディング処理を行うと，整数入力 - 整数出力変換となり，変換係数を量子化幅 1 で量子化すれば損失を伴わずに合成側に伝送でき，結果的にリフティング構造はロスレス変換を実現する．

2.6.2 従来の整数 DCT

2.3.1 項で，DCT は回転行列の縦続接続で表せることを示した．ここで，式 (2.16) で表される回転行列 $\mathbf{R}(\theta)$ は，以下のようなリフティング構造に分解できる．

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\cos \theta - 1}{\sin \theta} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sin \theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\cos \theta - 1}{\sin \theta} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

図 2.11 に回転行列のリフティング分解を示す．このリフティング構造を元に構成された DCT が，高速化や統合画像符号化のために広く研究されている．これらの DCT は著者によって呼び名が違う（LDCT や BinDCT など）が，本論文ではこのようなリフティングに基づく DCT を統一して整数 DCT と呼ぶ．以下に，本論文で比較対象として使用する代表的な整数 DCT を紹介する．

Komatsu の可逆 DCT (Reversible DCT: RDCT)

図 2.12 に Komatsu の RDCT [93] を示す．Komatsu の RDCT は，式 (2.43) で表される回転行列のリフティング分解と 4 点整数 DCT-IV で構成される．ここで，

$$\begin{aligned} c_{0,1} = -c_{3,4} = -0.5942, & \quad c_{2,0} = c_{2,4} = -4.025, & \quad c_{3,0} = -c_{1,4} = -1.435, \\ c_{2,1} = c_{2,3} = 3.185, & \quad c_{3,1} = -c_{1,3} = 1.133, & \quad c_{0,1} = -c_{0,3} = 0.6935, \\ c_{3,2} = c_{1,2} = 0.2114, & \quad c_{0,2} = 0.4413 & \end{aligned} \quad (2.44)$$

である．このように Wang の高速 DCT-II をベースに，DCT-IV の部分を 5 ステップリフティングに分解をし，回転行列のリフティング分解のみで構成した整数 DCT よりも，ラウンディングの数を削減している．これにより低コスト化，ラウンディング誤差の削減を図っている．

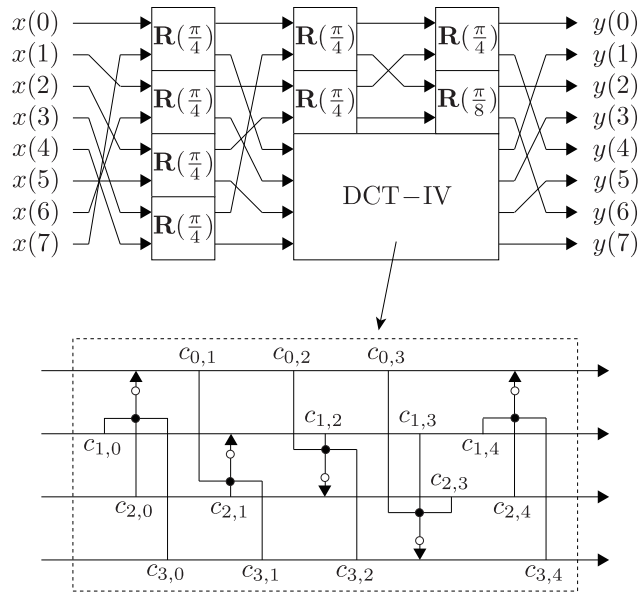


図 2.12 Komatsu の RDCT (白丸：ラウンディング処理，黒丸：加算器)

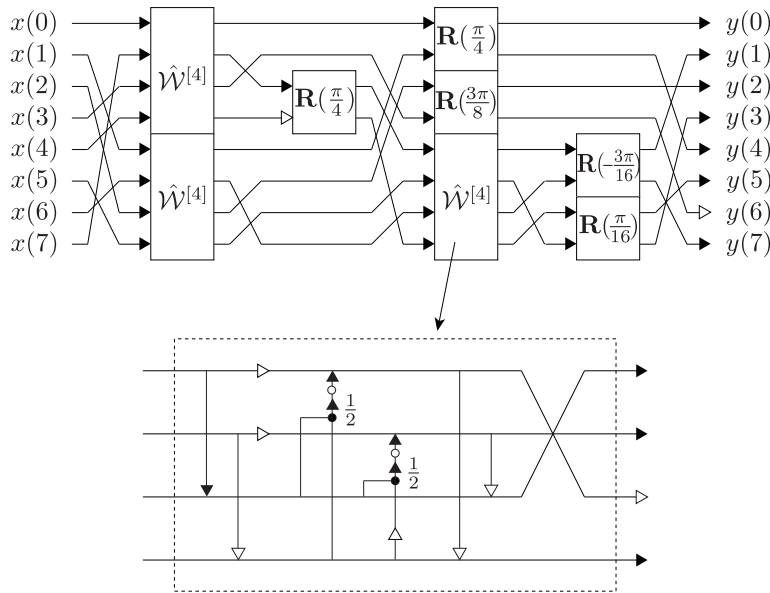


図 2.13 Fukuma の LDCT (白丸：ラウンディング処理，黒丸：加算器，白三角：-1)

Fukuma のロスレス DCT (Lossless DCT: LDCT)

図 2.13 に Fukuma の LDCT [94] を示す . Fukuma の LDCT は , 式 (2.43) で表される

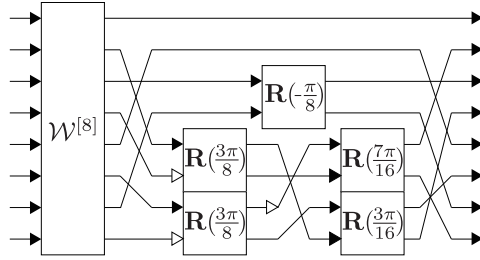


図 2.14 Chen の整数 DCT (白三角: -1)

回転行列のリフティング分解と 4 点整数 WHT で構成される．ここで 4 点整数 WHT は，

$$\hat{W}^{[4]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

とリフティング分解できる．このとき，4 点整数 WHT は 8 個の加算器及び 2 個のビットシフト演算のみで実現できる．これにより低コスト化，ラウンディング誤差の削減を図っている．

Chen の整数 DCT

図 2.14 に Chen の整数 DCT [95] を示す．Chen の整数 DCT は，低コスト化及び高速化を主目的としており，処理の始めにその要素が ± 1 のみで表現することのできる正規化していない WHT $W^{[8]}$ を用いている．4 章でも後述するが，正規化されていない変換係数では十分な圧縮率を得ることができず，また圧縮率向上のためには量子化幅の大きな量子化を必要とするため，結果的に Chen の整数 DCT はロツシーモードしか実現することができない．

Tran のバイナリ DCT (Binary DCT: BinDCT)

図 2.15 に Tran の BinDCT [96] を示す．ここで，

$$\begin{aligned} u_1 &= 0.4142135623, & l_1 &= -0.3535533905, \\ u_2 &= 0.6681786379, & l_2 &= -0.4619397662, \\ u_3 &= 0.1989123673, & l_3 &= -0.1913417161, \\ u_4 &= -0.4142135623, & l_4 &= 0.7071067811 \\ u_5 &= 0.4142135623 \end{aligned} \quad (2.46)$$

及び

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{\sin(\pi/4)}{2}, & c_1 &= \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), & c_2 &= \frac{\sin(3\pi/8)}{2}, & c_3 &= \frac{1}{2\sin(3\pi/8)}, \\ c_4 &= \frac{\sin(7\pi/16)}{2}, & c_5 &= \frac{\cos(3\pi/16)}{2}, & c_6 &= \frac{1}{2\cos(3\pi/16)}, & c_7 &= \frac{1}{2\sin(7\pi/16)} \end{aligned} \quad (2.47)$$

である．

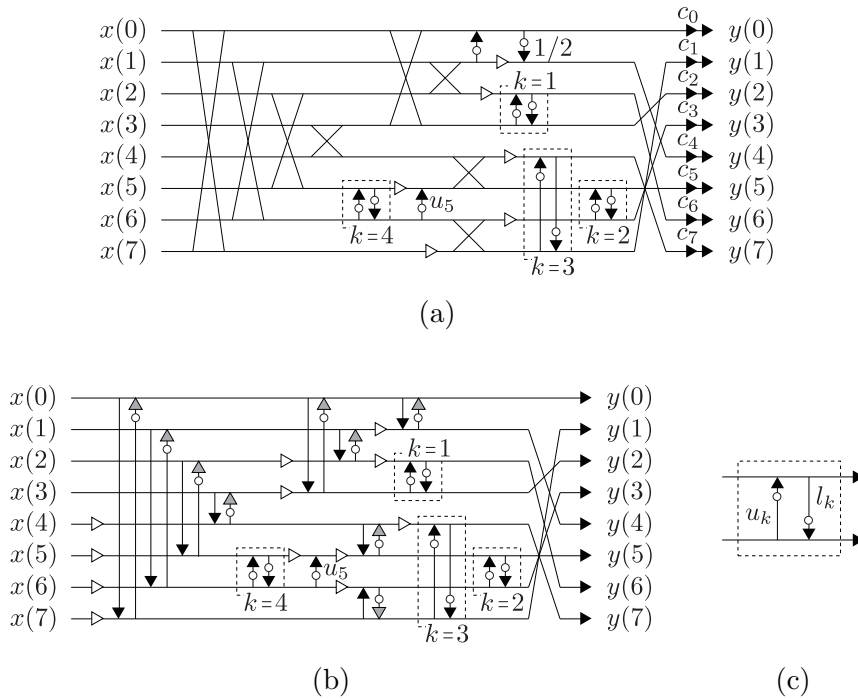


図 2.15 Tran の BinDCT (白丸：ラウンディング処理，白三角： -1 ，グレー三角： $-1/2$): (a) ロッシーモード用，(b) ロスレスモード用，(c) 図中破線部のリフティング構造

Tran の BinDCT は，Chen の整数 DCT 同様，低コスト化及び高速化を主目的としており，図に示した通り，ロッシーモードとロスレスモードで違う構造を持っている．ここで，2.15(a) における回転行列部分は，

$$\sqrt{2} \mathbf{R} \left(\frac{\pi}{4} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

のような，正規化していないハール変換となっている．このため本論文で提案する統合画像符号化を実現することはできない．仮に Tran のロスレスモード用 BinDCT のみを用いて統合画像符号化を行うと，ロッシーモードでの符号化性能がひどく劣化してしまう．この現象は，次世代標準と言われる JPEG2000 のロスレスモードで用いられている 5/3-DWT と同様である．

Chokchaitam の整数 DCT

図 2.16 に Chokchaitam の整数 DCT [108] を示す．ここで， \mathbf{T}_k ($0 \leq k \leq 7$) はリフ

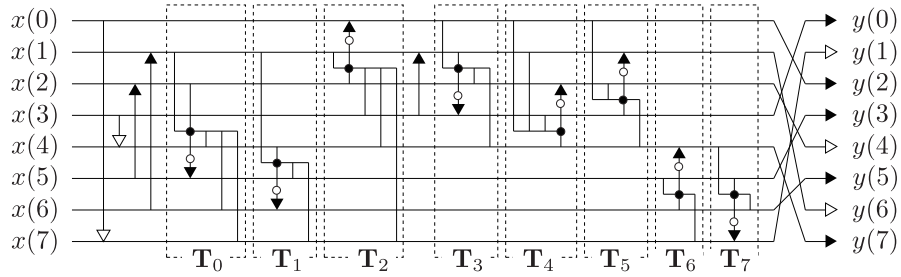


図 2.16 Chokchaitam の整数 DCT (白丸：ラウンディング処理，黒丸：加算器，白三角：-1)

ティング行列であり，対角要素は全て 1，

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{T}_0]_{5,\text{all}} \\ [\mathbf{T}_1]_{6,\text{all}} \\ [\mathbf{T}_2]_{0,\text{all}} \\ [\mathbf{T}_3]_{3,\text{all}} \\ [\mathbf{T}_4]_{2,\text{all}} \\ [\mathbf{T}_5]_{1,\text{all}} \\ [\mathbf{T}_6]_{4,\text{all}} \\ [\mathbf{T}_7]_{7,\text{all}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.0994 & -1/2 & 0 & 0.2832 & 1 & 0.1989 & -0.4239 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0 & -0.3536 & -0.1913 & 1 & -0.3536 \\ 1 & 0.2071 & -0.2071 & -1 & -1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0.5858 & 0.1716 & 0.4142 & 1 & 0.5858 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4142 & 0.8284 & 1 & -1.9142 & 0.4142 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0733 & 1 & -0.3536 & -1.2803 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.7071 & -0.7351 & -0.1989 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1913 & 0.8155 & 0.5665 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

であり，その他の要素は全て 0 である．Chokchaitam の整数 DCT はラウンディング数の非常に少ない統合符号化用整数 DCT である．しかし，ラウンディングを外したときの Chokchaitam の整数 DCT の変換行列を $C_{II,(C's)}^{[8]}$ とすると，

$$C_{II}^{[8]} = \begin{bmatrix} 1.2071 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0196 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9239 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9808 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0195 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8967 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9808 \end{bmatrix} \times C_{II,(C's)}^{[8]} \quad (2.50)$$

である．つまり，Chokchaitam の整数 DCT は DCT と完全に一致するものではなく，これを使用すると JPEG との互換性を大幅に失うことになる．

2.7 情報圧縮の基礎

本節からは情報圧縮，特に画像符号化について概説していくが，まずは情報圧縮の基礎を本節で示す．文字・音声・音楽・画像などのデジタルデータを伝送，あるいは蓄積する際，設備や費用などの点から，データをできるだけコンパクトに表現することが要求される．情報圧縮とは，このような目的を達成するために，データ表現の無駄を少なくする

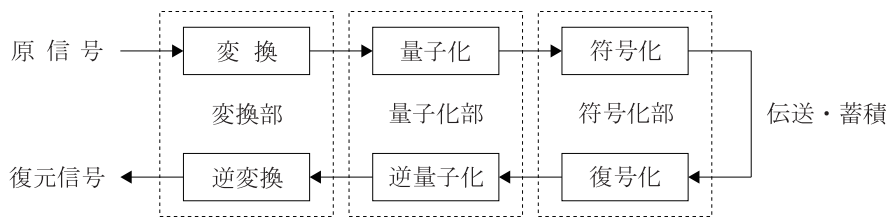


図 2.17 画像符号化システム

ための技術である。デジタル信号に対する圧縮技術は、ロスレス符号化（可逆符号化）とロッシー符号化（非可逆符号化）に分類することができる。前者は、符号化する前の信号を完全に復号化できる方式である。医療、美術、衛星写真などの分野ではこの方式を使用しなければならない。一方、後者は、復号化信号に歪みを許す方法であり、いわゆる JPEG ではこのロッシー符号化が用いられている。ロッシー符号化は、ロスレス符号化に比べると高い圧縮率を達成できる。

音や画像などのデジタル信号は、時間的あるいは空間的に近接するサンプル同士で強い相関を持ち、冗長な表現となっていることが多い。画像圧縮の基本原理は、この空間領域の冗長度をいかに削減するかという問題になる。JPEG ロスレスモードで採用されている DPCM は、隣接画素の差分を取ることによってこの冗長度を低減している。一方、JPEG ロッシーモードのような変換符号化では、隣接画素間の相関が高いことから、画像を周波数領域に変換すると、低周波数に画像のエネルギーが集中するという性質を使っている。このため高周波数に対する変換係数の分散は小さくなり、高周波数には多くのビットを割り当てる必要がなく、全体として変換前より少ない情報量で符号化できることになる。すなわち、画像の変換低域係数には多くのビット、広域係数には少ないビットを割り当てることで、大幅な情報量削減を実現できる。

画像符号化の具体的なブロック図を図 2.17 に示す。変換部は画像の冗長性を除去するために画像を変換しその係数を量子化し、量子化されたデータをエントロピー符号化する。変換部では主に直交変換が行われる。一般的には量子化だけが非可逆、すなわち量子化された値から量子化される前のデータを復元できず、ここで誤差が生じる。ただし、前章で述べた整数 DCT や JPEG2000 の 5/3-DWT のようなリフティングベースの整数変換を用いる場合、全ての係数に対する量子化幅を 1 とすれば、量子化部で何も変換されないことになり、結果的に可逆になることに注意されたい。

2.7.1 変換部

信号の直交変換

画像や音声など多量のサンプルを持つ信号全体を直接直交変換することは得策ではない。たとえば、典型的な画像サイズである 512 個の信号列に直接直交変換を適用すると、膨大な演算を必要とする。そこで、図 2.18 のように、入力信号を小さなブロックに分割

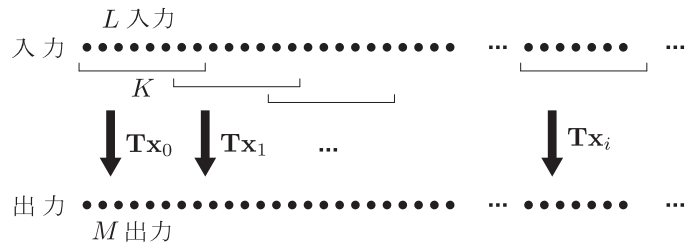


図 2.18 信号の直交変換

し、そのブロックごとで直交変換を適用し、全体の信号を処理することになる。この際、各ブロックは重複させることも可能である。そこで変換行列のサイズを $M \times L$ とすると、これは図のように L 個の入力信号のブロックを処理することに相当する。これを K サンプルずらしながら処理すると、各ブロックに対して M 個の出力が生ずるから、全体の出力数は、

$$\text{出力数} = \frac{M \times \text{入力数}}{K} \quad (2.51)$$

と表される。ここで $K < M$ とすると出力数は入力数より増加するため、情報圧縮のように情報削減を目的とする場合には望ましくない。ただし、音声などの信号解析のように情報量と関係のない目的の場合には、このような解析が用いられる。このような変換を過剰系の変換と言う。 $K > M$ とすると出力数は入力数より減少し、元の信号を復元することはできない。結局、 $K = M$ とすると、出力数は入力数と同じになり、これが一般的な直交変換である。

図 2.18 の処理を行列で表現すると、全体の変換行列 \mathbb{T} は、

$$\mathbb{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \mathbf{T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

と表すことができる。変換行列の行を並べ替えるのは出力結果に影響を与えず、出力を並び替えるだけである。そこで各ブロック行列 \mathbf{T} の i 番目の行を取り出すと、

$$\mathbb{T}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i^T & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{t}_i^T & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \mathbf{t}_i^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{t}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

が得られる。これは \mathbf{t}_i でフィルタリングし、 K でダウンサンプリングする操作に相当している。ただし、フィルタのインパルス応答は、 \mathbf{t}_i^T の時間反転になることに注意された

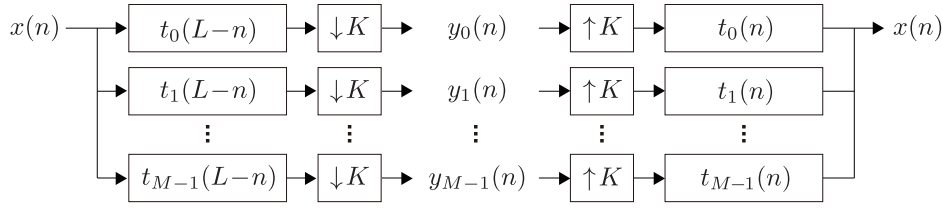


図 2.19 フィルタバンク：(左) 分割バンク (順変換), (右) 合成バンク (逆変換)

い．これを 1 つのマルチレートフィルタとみなすと，全体の変換行列 \mathbb{T} は，

$$\mathbb{T}_i = [\mathbb{T}_0^T \quad \mathbb{T}_1^T \quad \cdots \quad \mathbb{T}_{M-1}^T]^T \quad (2.54)$$

と表現できるので，これに基づいてシステム全体を表すと，図 2.19(左) が得られる．これはフィルタの集合であり，フィルタバンクと呼ばれる．ここで直交変換係数 \mathbf{y} は，

$$\mathbf{y}_n = [y_0(n) \quad y_1(n) \quad \cdots \quad y_{M-1}(n)]^T \quad (2.55)$$

である．

逆に，直交変換によって得られた変換係数を逆変換し，元の信号列を復元するには，変換行列の転置

$$\mathbb{T}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^T & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \mathbf{T}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{T}^T \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

を左から乗算すれば良い．ここで各ブロック行列 \mathbf{T}^T の i 番目の列を取り出すと，

$$\mathbb{T}_i^T = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{t}_i & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \mathbf{t}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{t}_i \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

が得られる．これは， K でアップサンプリングしてフィルタリングする操作と同様である．このフィルタのインパルス応答は，順変換の場合とは異なり時間反転を必要とせず， \mathbf{t}_i がそのままインパルス応答になる．結局，図 2.19(右) が得られる．

このように直交変換と逆変換はフィルタバンクに等価変換することができ，これを直交フィルタバンクと言う．ここでフィルタバンクの左側を分割バンク，右側を合成バンクと言い，それぞれ直交変換と逆変換に相当している．分割バンクのインパルス応答は，直交行列の行成分の時間反転，合成側はそのまま行成分となる．すなわち，直交フィルタバン

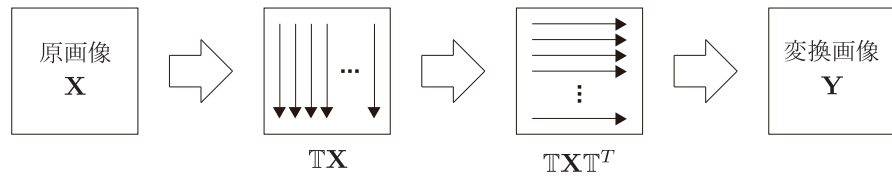


図 2.20 画像の変換

クでは，分割側が決定されれば，合成側は自動的に決定されることになる．これにより，直交変換を周波数領域で解析することができる．以降，直交変換を代数的な観点と，周波数的な観点の両面から記述する．

画像の変換

画像は 2 次元信号であるから，2 次元信号処理が必要になる．ここまで 1 次元変換を示してきたが，画像を処理する場合には，図 2.20 に示すように，垂直・水平方向をそれぞれ独立に 1 次元変換し，全体として 2 次元変換を行う．

ここで変換行列を \mathbb{T} ，入力画像を $\mathbf{X} = x(i, j)$ とする． (i, j) は画像の位置を表し， $x(i, j)$ はその位置における画素値である．また \mathbb{T} は，式 (2.52) のブロックトエプリッツ行列である．結局，垂直・水平方向の 1 次元処理により，変換画像 \mathbf{Y} は，

$$\mathbf{Y} = \left(\mathbb{T} (\mathbb{T}\mathbf{X})^T \right)^T = \mathbb{T}\mathbf{X}\mathbb{T}^T \quad (2.58)$$

と表される．このように 1 次元変換を垂直・水平方向に施す処理を可分形変換と言い，1 次元変換の高速変換がそのまま適用できる．もちろん非可分形も可能であるが，演算量の観点から適当ではない．また変換行列 \mathbb{T} を直交行列とすると，変換係数 \mathbf{Y} から，

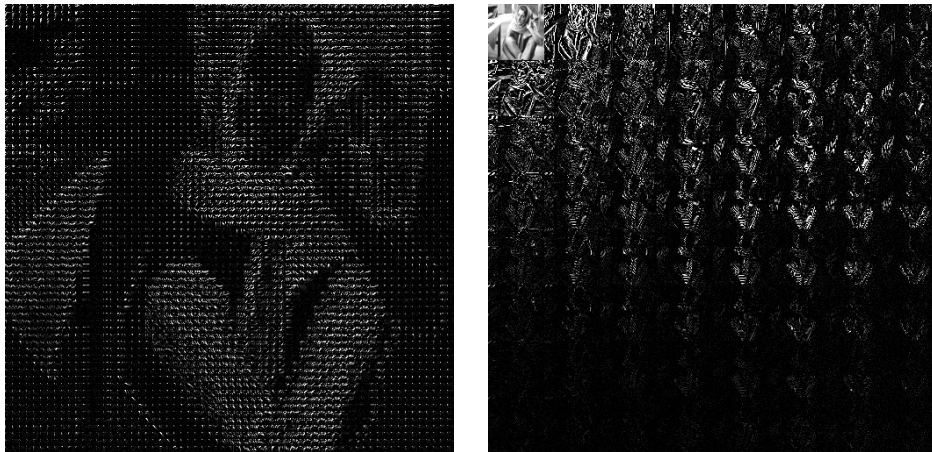
$$\mathbf{X} = \mathbb{T}^T \mathbf{Y} \mathbb{T} = \mathbb{T}^T \mathbb{T} \mathbf{X} \mathbb{T}^T \mathbb{T} \quad (2.59)$$

により画像を復元できる．

変換係数は以下のような 2 つの表現で表すことができる．

- ブロック変換モード：処理を施したブロック単位で表現する方法．
- サブバンドモード：周波数単位で表現する方法．

512 × 512 サイズの “Barbara” という画像を 8 × 8 の小ブロックに分割し，それぞれに DCT を施し，その変換係数でブロックを置き換えたブロック変換モードを図 2.21(a) に，それを周波数単位でまとめたサブバンドモードを図 2.21(b) に示す．図 2.21(a) では，各 8 × 8 ブロックの左上が低域係数に，逆に右下が高域係数に相当している．画像は低域係数を多く有するため，各ブロックの左上にエネルギーが集中しており，白い点の点描画のようになっている．一方，図 2.21(b) では，左上の小ブロックが低域通過フィルタの出力，右下が高域通過フィルタの出力になっている．画像は低域係数を多く有するため，画像の



(a)

(b)

図 2.21 変換係数の表現方法：(a) ブロック変換モード，(b) サブバンドモード

左上にエネルギーが集中しているのが分かる．また見易くするため，低域は値が大きいため $1/5$ 倍，低域以外のフィルタ出力は振幅が小さいため値を 5 倍して表示した．これらのモードは互いに変換（並び替え）することができる．

JPEG ではブロック変換モードが一般的であり，符号化もこれに基づいて行われる．一方，サブバンド符号化や JPEG2000 ではサブバンドモードが用いられ，多重解像度表現が得られる．この多重解像度表現に基づく符号化法に，本論文でも用いている SPIHT などがある．

2.7.2 量子化部

直交変換によって得られた変換係数 $y(m, n)$ は一般に実数であり，無限の数値（無理数）を含んでいる．量子化とは，これを有限個の係数（有理数）に変換するため，実数値をあるステップサイズで区切り，その代表値を決める処理である．

$$q(m, n) = \left\lfloor \frac{y(m, n)}{\Delta} \right\rfloor \quad (2.60)$$

ここで， Δ はステップサイズである．量子化には，ステップサイズが全て同一の線形量子化と，出現確率の高い値を細かく区切り，確率の低い値は大まかに区切るという非線形量子化がある．非線形量子化は信号や変換の性質に依存し，その決定法や解析は複雑になるため，一般的には線形量子化が用いられる．線形量子化にも色々な種類があるが，図 2.22 に示すようなミッドレッド形の量子化器が一般的である．また，図 2.22 のゼロに量子化する幅を広くしてデッドゾーンを設ける線形量子化も有効であり，JPEG2000 の量子化ではこの方式が用いられている．しかし最新の符号化では，量子化を意識せず，SPIHT や EZW-IP のように変換係数をビットプレーンに分け，プログレッシブ符号化する手法

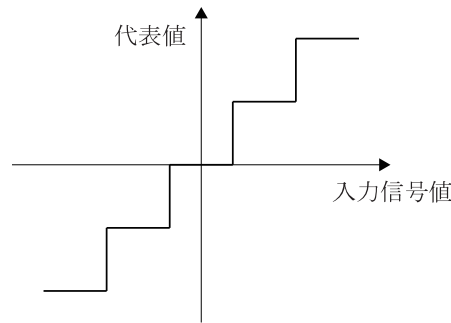


図 2.22 ミッドトレッド形量子化器

が注目されている。

2.7.3 符号化部

主にエントロピー符号化が用いられる。エントロピー符号化は、量子化されたシンボルの生起確率の偏りを利用して情報量を削減する技術である。生起確率の高いシンボルには短い符号を与え、生起確率の低いシンボルに長い符号を与える、すなわち可変長符号化を行えば全体としてのデータ量を削減できる。この可変長符号の代表的なものがハフマン符号である。ハフマン符号の平均符号長（1 シンボル辺りの符号長）は、シンボルのエントロピーが下限となる。しかし量子化と同様に、SPIHT や EZW-IP のような最新の符号化ではエントロピー符号化を用いずとも十分に良好な結果が得られている。また一般的に、量子化と符号化を合わせて符号化部と呼ぶ。

2.8 JPEG (Joint Photographic Experts Group)

JPEG は、情報処理分野の標準化を担当する ISO/IEC JTC1 (ISO (International Organization for Standardization) / IEC (International Electrotechnical Commission) Joint Technical Committee for information technology) と有線の電気通信に関する技術の標準化などを行なう CCITT (Comite Consultatif International Telegraphique et Telephonique) の合同委員会の名称であり、1992 年に静止画像の国際標準になった。以来、今日まで静止画像の圧縮方式としてインターネットからデジタルカメラまで多くの分野で幅広く用いられている。

JPEG は、復号画像をラスタスキャン順（左上から横に走査）に再生するシーケンシャル符号化と、大まかな画像を再生した後に徐々に精細度を向上させるプログレッシブ符号化（階層符号化）の 2 種類の機能を持っている。これらの符号化では変換部に DCT を用いており、情報の損失を含むロッシー画像符号化である。これとは別に DPCM に基づくロスレス画像符号化がある。しかし本論文の目的は変換符号化であるため、ここでは

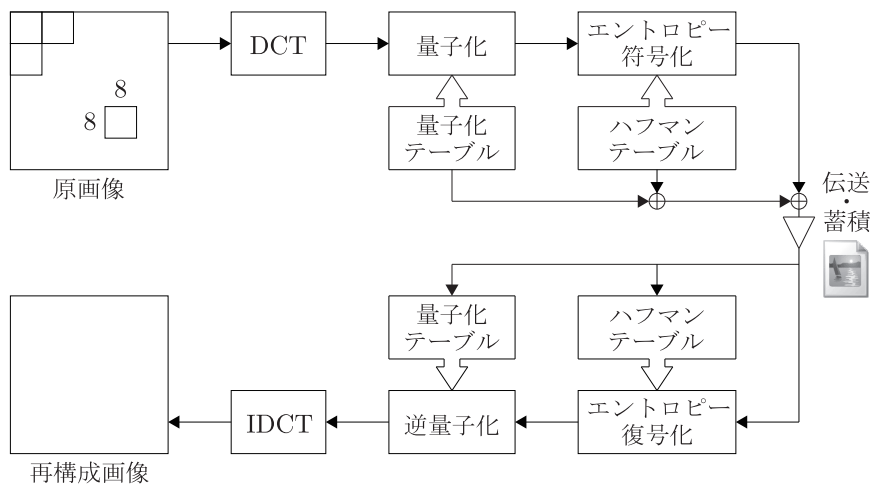


図 2.23 JPEG の符号化アルゴリズム

DCT に基づくロッシェー画像符号化について説明する .

JPEG の符号化アルゴリズムを図 2.23 に示す . 原画像は 8×8 のブロックに分割され , ブロックごとに DCT が行われる . 変換係数は量子化テーブルに従って量子化され , ハフマンテーブルに従ってエントロピー符号化され , 量子化テーブル及びハフマンテーブルと共に伝送・蓄積される . この蓄積されたデータがいわゆる JPEG 圧縮データである . この JPEG 圧縮データをハフマンテーブルに従って復号化し , 量子化テーブルに従って逆量子化し , IDCT を用いて逆変換すると再構成画像を得ることができる . ユーザはこの再構成されたデータを実際には見ていることになる . 以下に各部の詳細な処理方法を示す . また , 本論文では変換そのものの研究を行っており , グレー画像を取り扱うため , カラー処理については省略する .

2.8.1 変換部

前述したように , 原画像は重複のない 8×8 のブロックに分割され , 式 (2.22) で表されるブロックサイズ 8×8 の DCT で変換される . ブロックのサイズは大きいほど圧縮率は上がるが , 演算量などの観点から適当なこのサイズが選ばれている . また , DCT のようなブロック変換では , 入力信号をブロック単位で独立に処理するため , 隣接するブロックの境界部分に不連続性 , すなわちブロック歪みが生じるという問題がある . ブロック歪み改善のための技術として LOT , GenLOT , DWT などの重複変換があるが , 本論文の趣旨から外れてしまうため , ここではこれ以上議論しない .

2.8.2 量子化部

変換係数は量子化テーブルを使って量子化される．変換係数，量子化テーブルをそれぞれ $y(i, j)$, $q(i, j)$ とすると，量子化係数は，

$$z(i, j) = \left\lfloor \frac{y(i, j)}{q(i, j)} \right\rfloor \quad (2.61)$$

で表される．この量子化テーブルは，少ない損失で圧縮率が高くなるように，人間の視覚心理的な要因を基に決定される．この量子化テーブルは，画像の性質に従ってユーザが自由に決定することができるが，一般には，

$$q(i, j) = \begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

が用いられる．量子化テーブルの成分はステップサイズを表しており，この値が大きくなるほど圧縮率は高くなるが，誤差も増大する．また人間の視覚特性に大きな影響を及ぼす低周波ほどステップサイズは小さく，高周波ほど大きくなっている．当然のことながら，

$$q(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

を用いた場合に，最も高画質な画像を得ることができる．この量子化テーブルも符号と共に伝送される．

2.8.3 符号化部

量子化された係数を符号化するために，直流 (DC) と交流 (AC) 成分に分けて符号化する．

DC 係数符号化

8×8 の変換係数の左上が直流成分に相当する．全てのブロックでこの画素を集めると，図 2.21(b) の左上の 64×64 のような係数が得られる．これは画像の平均に相当して

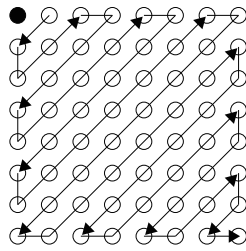


図 2.24 AC 係数のジグザグスキャン（黒丸：DC 係数，白丸：AC 係数）

おり，原画像同様，これにも多くの相関が含まれていることが分かる．そこでロスレスモードでも用いる，隣接画素の差分を用いた DPCM で符号化を行う．この差分は，その値によって 16 種類のグループに分けられ，あらかじめ定義されているハフマンテーブルを使って符号化される．

AC 係数符号化

画像のエネルギーは一般に低周波に集中しているから，AC 係数の値は，DC 係数に比べ小さく，また高周波係数になるに連れてその値は減少していく傾向がある．そこで各ブロックの DC 係数を除く AC 係数を，図 2.24 に示すようにジグザグスキャンし，63 個の係数列を構成する．この係数列はその値が殆どゼロになるため，ゼロの連続する長さをカウントするランレングス符号を用いる．AC 係数の値はグループ分けされ，ゼロ値（無効係数）の長さとし，0 の列を終端する非ゼロ値（有効係数）をセットにし，これもあらかじめ定義されたハフマンテーブルを使って符号化される．これを繰り返す，残りの係数がゼロばかりになれば，その係数列は終了という意味で EOB（End Of Block）符号を付けて終了する．

2.9 最新の符号化方法

従来，JPEG などの符号化では変換係数を量子化し，それをハフマン符号化などのエントロピー符号化で符号化するのが一般的であった．1993 年に Shapiro によって EZW が発表されて以来，プログレッシブ符号化のためのビットプレーン符号化が主流となり，SPIHT，EBCOT，EZW-IP，SPECK などの新しい符号化方式が次々に提案されている．JPEG2000 でもビットプレーンごとにコンテキストによる算術符号が適用されている．本節では，EZW とプログレッシブ伝送について述べた後，本論文のシミュレーションで用いる SPIHT について概説する．

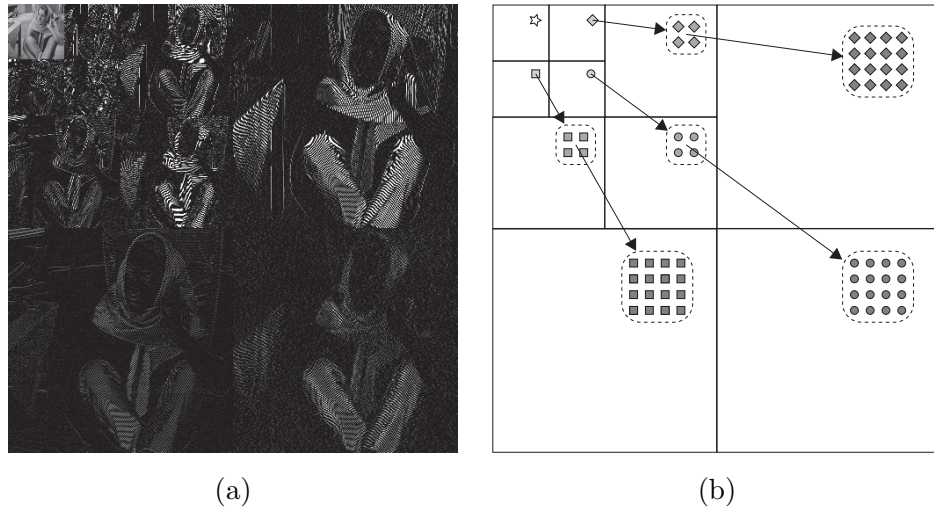


図 2.25 画像の多重解像度表現 (3 レベル): (a) 5/3-DWT による画像変換, (b) 多重解像度空間における親子関係

2.9.1 ゼロツリー符号化 (Embedded Zerotree Wavelet: EZW)

DWT による画像の多重解像度表現の例 (5/3-DWT によって画像変換した例) を, 図 2.25(a) に示す. これは 3 レベルの DWT を行った結果であり, 画像を 1 つの低域 (LL 成分) と 3 つの高域 (LH, HL, HH 成分) の 4 つの成分に分割し, LL 成分だけを同様に分割し, この処理を 3 回行った結果である. LL 成分は, 原画像の粗い近似であり, 垂直・水平それぞれに対し 1/8 のサイズを有している. この LL 以外の成分は, 非常に値が小さくそのままでは判別できないため, この図では 5 倍に増幅して表示している. この図から分かるように, 水平方向のサブバンドは垂直方向のエッジを検出しており, 逆に垂直方向のサブバンドは水平方向のエッジを検出している. 当然, 対角のサブバンドは斜めのエッジを検出していることが分かる. DWT は, フィルタリングにより周波数成分を取り出す操作であるから, エッジの強度によって関連する殆どのサブバンドにその成分が検出され, 高域になるに連れ, その強度は減少する. このように垂直・水平・対角の各サブバンドには相関があることが分かる. またあるサブバンドは, その 1 つ下のレベルのサブバンドの面積の 4 倍になり, この関係が高域まで広がる. このような関係を図 2.25(b) に示す. すなわち, あるサブバンドのある画素に対して, 1 つ上のサブバンドの空間的に同じ位置関係にある 4 つの画素が関連することになる. このような関係を親子関係と言う. 図 2.25(b) の矢印は, 親と次の詳細レベルのサブバンドにおける同じ空間位置にある 4 人の子供の関係を示している. ある親に対して 4 人の子供があり, 更に 16 人の孫, と子孫が広がることになる.

ここでエッジを含まない背景のような低周波成分を考えると, あるサブバンドの画素が小さい値を持つとき, 空間的に同じ位置関係にあるその子も孫も小さい値を持つ可能性が

非常に高いことが容易に想像できる．したがって，ある画素に対して子以下の全ての子孫が0である場合，1つの0という値（1ビット）を送るだけで全ての親子関係を表現でき，圧縮率が非常に高い．このような画素をゼロツリー根と言い，この関係を使った符号化をゼロツリー符号化と言う．1993年に Shapiro によって提案されたこの EZW は，これまでの常識を覆す素晴らしいアイデアであり，瞬く間に普及し，DWT による画像符号化の進展を加速させ，今日の JPEG2000 に至っている．

2.9.2 プログレッシブ伝送

直交変換はエネルギー保存則を満たし，復元画像の誤差のエネルギーは符号化で生じた量子化誤差のエネルギーに等しい．この性質を利用して，画像伝送（符号化）する有効な方法がある．プログレッシブ符号化は，復元画像の誤差を最も減少させる重要な情報を最初に伝送する方法である．

いま，画像を $\mathbf{X} = x(i, j)$ ，変換作用素を \mathbb{T} とすると，変換係数 \mathbf{Y} は前述したように，

$$\mathbf{Y} = \mathbb{T}\mathbf{X} \quad (2.64)$$

と表される．この変換係数が量子化，符号化され，伝送される．受信側では， $\hat{\mathbf{Y}}$ を $\mathbf{0}$ にセットし，受信した符号を順次変換し，係数を更新していく．更に，

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbb{T}^{-1}\hat{\mathbf{Y}} \quad (2.65)$$

により画像が復元される．このときの復元誤差 D は，

$$D = \frac{1}{M} \sum_i \sum_j (x(i, j) - \hat{x}(i, j))^2 \quad (2.66)$$

で表される．一方，変換を直交変換とすると，

$$D = \frac{1}{M} \sum_i \sum_j (y(i, j) - \hat{y}(i, j))^2 \quad (2.67)$$

と書き直すことができる．ここで，変換係数 $y(i, j)$ が正確に伝送されるとすると，復元誤差は $y(i, j)^2/M$ ずつ減少することが分かる．すなわち，変換係数の値の大きい順に伝送していけば，復元誤差は最も有効に減少することが分かる．しかし変換係数を大きい順に並べ替えるために，その並べ替えの情報も伝送しなければならず，情報量は増加する．そこで変換係数を並べ替える代わりに，変換係数をビット平面に分割し，最も大きな値に相当する最も重要なビット（Most Significant Bit: MSB）を先に伝送する．これをビット平面単位の符号化，すなわちビットプレーン符号化と言い，プログレッシブ伝送の1つの手法である．プログレッシブ伝送を行うことにより，受信側で伝送途中に受信を打ち切ったとしても，その時点で最も誤差の少ない復元画像が得られることになる．このような性質を SNR (Signal-to-Noise Ratio) スケーラビリティと言う．

63	-34	49	10	7	13	-12	7
-31	23	14	-13	3	4	6	-1
15	14	3	-12	5	-7	3	9
-9	-7	-14	8	4	-2	3	2
-5	-9	-1	-47	4	6	-2	2
3	0	-3	2	3	-2	0	4
2	-3	6	-4	3	6	3	6
5	11	5	6	0	3	-4	4

(a)

1	-1	1	0	0
0	0	0	0	
0	0	0	0	
0	0	0	0	0
0	0	0	0	
0	0	0	0	
0	0	0	0	
0	0	0	0	

(b)

図 2.26 SPIHT の例 : (a) 3 レベル DWT の係数, (b) MSB

2.9.3 SPIHT (Set Partitioning In Hierarchical Trees)

1996 年, Said らは EZW 方式を改良して, 有効な SPIHT (Set Partitioning In Hierarchical Trees) 符号化方式を提案した. この方式は, 算術符号化と組み合わせると, EZW に比べ, 同じビットレートの PSNR (Peak SNR) で 0.3~0.6[dB] の改善ができ, 現在の DWT 符号化のデフォルトスタンダードとなっている.

この方式を説明するために簡単な例を示す. 図 2.26(a) は, 3 レベル DWT の係数を表している. これをプログレッシブ伝送, すなわち最上位ビットから伝送するためにビットプレーンに分割する. 例の最大係数は $2^5 < 63 < 2^6$ であるから, $6[\text{bit}] + \text{sign}$ で表現でき, 符号を含めた最上位ビットを $y_{b=6}(i, j)$ と表し, 図 2.26(b) に示す. 問題はこれを効率良く符号化することである. この例ではビット 1 の存在する位置を符号化したほうが有効かもしれないし, ランレングス符号を使うのも手かもしれない. しかし一般に画像サイズは大きく, またビット 1 の分布も不明であり, 一般性はない. そこで前述のゼロツリーに基づく符号化が有効になる.

符号化アルゴリズムを説明する前に, 親子関係を表すためにいくつかの記号を定義する. まず b 番目のビットプレーンのある画素, あるいは領域 R に 1 が含まれるかどうかを判断するために,

$$S_b(R) = \begin{cases} 1 & \text{if } |y_b(i, j)|_{(i, j) \in R} = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.68)$$

とする．また親子関係を，図 2.25(b) を参照して，

$O(i, j)$: ノード (i, j) の子供の座標の集合

$D(i, j)$: ノード (i, j) の全ての子孫の座標の集合

H : 最下位レベルのサブバンドの座標の集合

$L(i, j) := D(i, j) - O(i, j)$: ノード (i, j) の孫以下の子孫の座標の集合

(2.69)

と定義する．ここで低位，高位レベルを除いて，ある画素（ノード） (i, j) に対して，

$$O(i, j) = \{(2i, 2j), (2i, 2j + 1), (2i + 1, 2j), (2i + 1, 2j + 1)\} \quad (2.70)$$

と表される．

始めに，重要性を判断する順序が重要であるから，以下の 3 つの順序リストを定義する．

LIS : 重要でない集合のリスト

LIP : 0 の画素のリスト

LSP : 1 の画素のリスト

(2.71)

ここで LIP と LSP は個々の画素を表していることに注意されたい．

アルゴリズムの基本は，LIS に含まれる画素から始めて，

1. その全ての子孫を調べる．子孫が全て 0 なら 0 を返す．これが最も効率が良い．子孫に 1 が含まれるなら，まず子供を調べ，元の座標をタイプ B として LIS に保存する．タイプ B として保存された画素は，その子供は既知であるから孫以下を調べれば良い．
2. 次にタイプ B の画素に対して孫以下の全ての子孫を調べ，全て 0 なら 0 を返し，1 が含まれていれば，元の座標の子供の座標をタイプ A として LIS に保存する．
3. ステップ 1 に戻る．

これを繰り返すことによって，全てのビットを調べることができる．EZW はタイプ A と B を区別することなく子供以下の子孫をチェックしていたが，2 つのタイプを導入し，タイプ A は子供以下を，タイプ B は孫以下を別に判定することによって，効率的な符号化が可能になる．また最初は MSB から始め，走査は左上から列ごとに行うことによって位置情報は不要になる．

他の変換と SPIHT

SPIHT は，DWT の多重解像度空間の性質，すなわち親子関係を有効に使う符号化する手法である．一方，DCT などの周波数を均一に等分割する変換による変換画像は，DWT のように多重解像度空間を構成しない．その場合，親子関係を有効に使えず，効率的な符号化を行うことはできない．そこで多重解像度空間を構成するように，等分割され

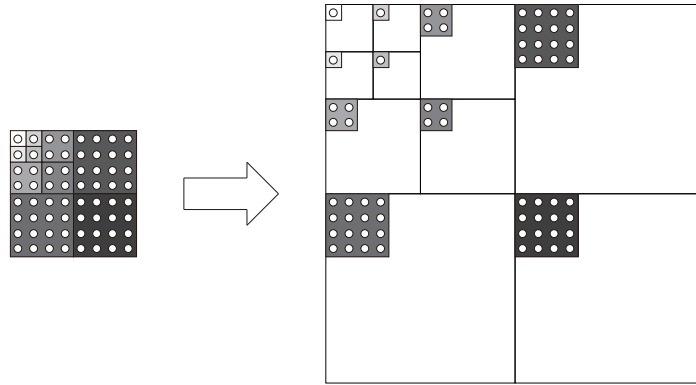


図 2.27 ブロック変換モードから多重解像度表現への変換

たブロック変換モードの変換画像を変形すれば良い。つまり，図 2.27(左) に示すように 8×8 の DCT 変換係数（ブロック変換モード）を多重解像度表現の周波数特性になるように分割し，これを図 2.27(右) に示すように周波数的に同じ位置にある部分に並べていけば良い。

このように DCT の係数を並べ替えるだけで SPIHT に適用することができる。文献 [125] では，実際にこのことを確かめ，JPEG に比べ優れた圧縮性能が得られることが示されている。ただし，JPEG で用いられる 8×8 DCT の周波数分解能は，3 レベルの DWT の分解能に相当する。しかし 3 レベル DWT では SPIHT の性能を十分に発揮することはできず，更にレベル数を上げる必要がある。そこで DCT 変換の LL 成分を更に DCT 変換し，合計 6 レベル DWT 相当に変形すると，優れた圧縮性能が得られる。

係数の並べ替えだけで SPIHT に適用できることで，近年の画像符号化のデフォルトスタンダードだとして広く用いられていることから，本論文では整数 DCT の変換性能を公平に調べるために，提案法及び従来法に対して，この SPIHT を共通の符号化器として使用する。

2.10 ロッシー・ロスレス統合画像符号化

画像符号化はロッシー画像符号化とロスレス画像符号化の 2 種類に大別される。JPEG を代表するように，従来はそれぞれのモードでそれぞれ異なる変換が行われており，場面や用途に応じた分だけ圧縮データを用意しなくてはならなかった。しかしブロードバンドの普及やハードウェア発達に伴い，マルチメディアコンテンツが多様化し，情報は尚増え続けている状態である。そのような状況下では，情報通信・伝送の一層の高品質化，高速化，そして低コスト化が求められる。そこで近年，JPEG2000 を始めとするロッシー・ロスレス統合画像符号化が求められるようになった。以下に統合画像符号化の簡単な流れと，図 2.28 にその概略図を示す。

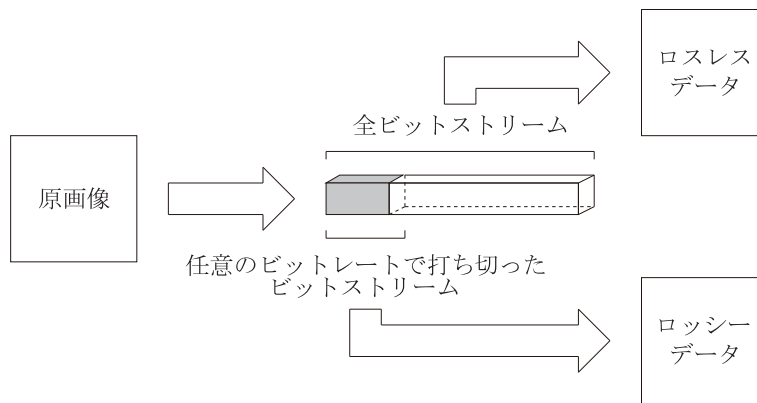


図 2.28 ロッキー・ロスレス統合画像符号化

1. リフティング構造に基づく変換（整数 DCT や 5/3-DWT）によって、元データを整数変換する。
2. PSNR スケラビリティを有するプログレッシブ符号化器（SPIHT や EZW-IP など）を用いてロスレスビットストリームを生成する。
3. ロスレスデータを所望する場合、全ビットストリームを受信し、復号化、逆変換してロスレスデータを再構成する。
4. ロッキーデータを所望する場合、ビットストリームを受信側で任意のビットレートで打ち切って受信し、復号化、逆変換してロッキーデータを再構成する。

医療画像や絵画のデジタルアーカイブなどの欠損が許されない環境や、ブロードバンド網の整った高スペック PC などでは 3. のような方法を用いてロスレスデータを得る。一方、通信路容量の小さい低スペックなモバイル端末のような環境では、4. のような方法でロッキーデータを得る。つまり、サーバなどに 1 つだけロスレスデータ（ロスレスビットストリーム）を用意してさえおけば、通信路や表示ディスプレイなど、利用者の環境に柔軟に対応でき、非常に有効な符号化となる。

2.11 JPEG2000

本節では、ロッキー・ロスレス統合画像符号化の代表として JPEG2000 を概説する。JPEG2000 は、これまで静止画像の圧縮方式として広く用いられてきた JPEG に変わる方式として、2001 年 1 月に標準化された新しい静止画像圧縮方式である。JPEG の基本技術として DCT が用いられていたが、これまで示したように低ビットレートの符号化では、ブロック歪みを始めとする様々なノイズが発生する。JPEG2000 は DCT とは完全に決別し、DWT を基本技術として採用している。JPEG2000 は JPEG に比べ高性能であるため、たとえばインターネットはもちろんのこと、ファクシミリ、プリンタ、デジタル写真、リモートセンシング、モバイル、医療用画像、電子図書など、その応用範囲は

表 2.1 JPEG と JPEG2000 の比較

	JPEG	JPEG2000
対象画像	自然画像	自然画像, 絵文字混在画像
ロッシー方式	8 × 8 DCT	9/7-DWT
ロスレス方式	DPCM	5/3-DWT
符号化方式	ランレングスとハフマン符号化	EBCOT
圧縮率	高圧縮時にブロック歪み 1/10 程度の圧縮が適当	JPEG と同画質で 30% 以上向上 高圧縮でも劣化が少ない
機能		ROI, プロGRESSIVE, 誤り耐性
動画への適用	Motion JPEG (非標準)	Motion JPEG2000 (標準)

表 2.2 JPEG2000 で用いられるフィルタペア

n	9/7-DWT		5/3-DWT	
	ローパス $h_0(n)$	ハイパス $h_1(n)$	ローパス $h_0(n)$	ハイパス $h_1(n)$
0	0.0267487574	0.0912717631	-1/8	-1/2
1	-0.0168641184	-0.0575435262	2/8	1
2	-0.0782232665	-0.5912717631	6/8	-1/2
3	0.2668641184	1.1150870525	2/8	
4	0.6029490182	-0.5912717631	-1/8	
5	0.2668641184	-0.0575435262		
6	-0.0782232665	0.0912717631		
7	-0.0168641184			
8	0.0267487574			

広い。しかし、現状としてはロスレスモードを必要とする医療や美術分野を除く大部分を JPEG が占めている。JPEG2000 の大きな特徴を現行の JPEG と比較して表 2.1 に示す。JPEG2000 は JPEG に比べ、大幅に性能が向上しており、様々な機能が付加されていることが分かる。しかし本論文では変換についての研究を行っているため、JPEG2000 についても変換方式に焦点を当て、付加されている様々な機能については省略する。

表 2.1 より、JPEG2000 ではロッシーモードに 9/7-DWT、ロスレスモードに 5/3-DWT という異なるフィルタを用いていることが分かる。9/7-DWT は FBI の指紋圧縮にも採用されているフィルタであり、優れた変換性能を有している。これらの分割バンクのフィルタ係数を表 2.2 に示す。

ここでロスレスモードのためにリフティング構成された 5/3-DWT を図 2.29 に示す。この図から、奇数サンプルは偶数サンプルの重み付き和を丸めて更新され、同様に偶数サ

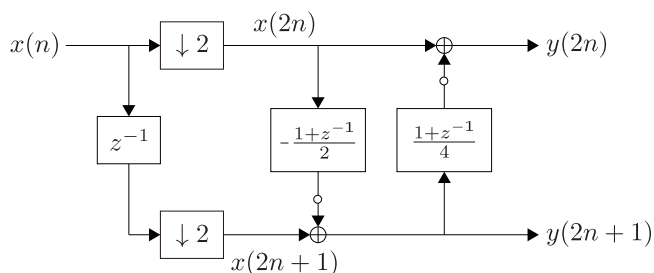


図 2.29 リフティング構成された 5/3-DWT (白丸：ラウンディング処理)

サンプルは奇数サンプルの重み付き和を丸めて更新される．この操作は，

$$\begin{aligned}
 y(2n+1) &= x(2n+1) - \left\lfloor \frac{x(2n) + x(2n+2)}{2} \right\rfloor \\
 y(2n) &= x(2n) + \left\lfloor \frac{y(2n-1) + y(2n+1) + 2}{4} \right\rfloor
 \end{aligned}
 \tag{2.72}$$

で表される．しかし，ロッキーモードとロスレスモードで異なるフィルタを用いているように，9/7-DWT はロッキーモードで良好な性能を示す一方ロスレスモードを実現できず，5/3-DWT はロスレスモードを実現できる一方ロッキーモードで良好な性能を示すことができないため，通常ロッキーモードとして利用することはない．つまり，JPEG2000 は厳密な意味で，ロッキー・ロスレス統合画像符号化を実現することはできない．

2.12 シミュレーション比較について

本節では，変換画像符号化の変換性能を調べるために用いるテスト画像，符号化器，代表的な指標などについて示す．

2.12.1 テスト画像

本論文では，提案する整数 DCT をロッキー・ロスレス統合画像符号化に応用する．その際，“Barbara”，“Goldhill”，“Lena” といった代表的なテスト画像を含む， 512×512 サイズ，グレースケールの 20 枚のテスト画像（図 2.30 参照）を選んだ．またロッキー画像符号化では，ロスレス画像符号化同様，実際には 20 枚のテスト画像を用いてシミュレーションを行っているが，紙面の都合上，各章のシミュレーション結果には“Barbara”，“Goldhill”，“Lena” のみを表示している．これは，“Barbara” は高周波成分を多く含む画像，“Lena” は低周波成分を多く含む画像，“Goldhill” はその中間的な画像の代表として選んだものである．



図 2.30 テスト画像一覧：最上段左から右に “Aerial”，“Airplane”，“Baboon”，“Barbara” / 2 段目左から右に “Bike”，“Boat”，“Bridge”，“Building” / 3 段目左から右に “Elaine”，“Finger1”，“Finger2”，“Goldhill” / 4 段目左から右に “Grass”，“Houses”，“Lena”，“Pepper” / 最下段左から右に “Room”，“Station”，“Tank”，“Watch”

2.12.2 符号化器

符号化器については，JPEG との互換性などを考慮すると JPEG エンコーダをそのまま用いるべきであるが，本論文は変換部の整数 DCT の新しい構造の提案であるため，それを厳密に評価することが重要となる．JPEG エンコーダは量子化テーブルによって圧

縮率を決めており，ユーザ側で精密なビットレートを指定することは不可能に近い．一方，変換の性能評価では，同ビットレートでの画質比較，もしくは同画質でのビットレート比較，という風にどちらかの指標を固定することが公平な比較と言える．そこで本論文では，PSNR スケラビリティを有するために精密なビットレートを指定でき，また画像符号化の研究で一般的に用いられる SPIHT を用いた． 1

2.12.3 符号化利得

符号化利得 [21] は，圧縮アプリケーションにおいて考慮されるべき重要な要因の一つである．高い符号化利得を持つ変換は周波数分解能が高く，より多くのエネルギーを一点に集中させることができ，結果として後述する PSNR のような客観的指標で良好な性能を示す．符号化利得は以下のように定義される．

$$\text{符号化利得 [dB]} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_x^2}{\prod_{k=0}^{M-1} \sigma_{x_k}^2 \|f_k\|^2} \quad (2.73)$$

この時， σ_x^2 は入力信号の分散， $\sigma_{x_k}^2$ は k 番目のサブバンドの分散，そして $\|f_k\|^2$ は k 番目の合成フィルタのノルムである．

整数 DCT は DCT ベースの変換を用いているため，通常はどの整数 DCT も同じ符号化利得を示す．一方，4 章では，リフティング係数の有限語長化という無理数から有理数への近似を行っており，整数 DCT はその構成によってフィルタ性能を大きく変えることになる．オリジナル DCT が良好な性能を持っているため，有限語長係数を持つ整数 DCT も，オリジナル DCT とできるだけ同等の符号化利得であることが望ましい．そのため，4 章において，整数 DCT の 1 つの性能指標として符号化利得を用いる．

2.12.4 レギュラリティ

画像符号化に用いる変換がレギュラリティ条件を満たすことによって，画像符号化において問題となる高域及び帯域通過フィルタでの直流 (DC) 漏れを防ぐことができる [90]．その条件により直交変換の低域以外のフィルタは DC 成分を完全に遮断することができるため，画像符号化を行う上で非常に重要な条件と言える．ある $M \times M$ サイズの変換 $\mathbf{T}^{[M]}$ のレギュラリティ条件は，

$$\mathbf{T}^{[M]} \mathbf{1}^{[M \times 1]} = \mathbf{T}^{[M]} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

のように，要素 1 の $M \times 1$ 列ベクトルを入力としたときに，DC 以外の出力が 0 になることである．また， c_0 はある定数である．JPEG で用いられている DCT (DCT-II) や WHT は構造的にレギュラリティ条件を満たしており，画像符号化に適していると言え

る。しかし、4章で述べるように、リフティング係数を他の値に近似したとき、フィルタ全体の性能が変化し、時にレギュラリティを損なうことがある。よって4章ではレギュラリティについて言及する。

2.12.5 ロスレスビットレート (Lossless BitRate: LBR)

ロスレス画像符号化は画像を損失なし(ロスレス)に伝送する符号化であるため、画質評価をする意味がない。そこで、ロスレス画像符号化における指標として、ロスレスビットレート (Lossless BitRate: LBR) を用いる。

$$\text{LBR}[\text{bpp}] = \frac{\text{総ビット数} [\text{bit}]}{\text{総画素数} [\text{pixel}]} \quad (2.75)$$

つまり、1画素辺りに平均何ビット割り当てれば良いかという指標であり、この数値が低い方が圧縮率が高いことになる。

2.12.6 平均ラウンディング誤差 (Mean Rounding Error: MRE)

整数 DCT は画像符号化に適したフィルタであり、その性能を調べるには LBR で十分であるが、DCT-IV をベースとしたような画像符号化に適していないフィルタの性能を調べるときは、画像符号化をしても信頼性に欠ける。そこで、ロスレス画像符号化ではラウンディング誤差が圧縮率低下の原因となることに注目する。まず、用意したテスト画像の水平・垂直方向に実際に変換を適用して、ラウンディング処理を行わなかった場合の変換画像を Y 、ラウンディング処理を行った場合の変換画像を \tilde{Y} とし、

$$\text{ラウンディング誤差} = \frac{\sum_{m=0}^{H-1} \sum_{n=0}^{W-1} \left([Y]_{m,n} - [\tilde{Y}]_{m,n} \right)^2}{\text{総画素数} [\text{pixel}]} \quad (2.76)$$

と定義する。尚、実際にテスト画像でラウンディング誤差を計測すると、その誤差は画像によらずほぼ同等の値を示すため、本論文では 20 枚のテスト画像で計測した平均ラウンディング誤差 (Mean Rounding Error: MRE) を指標とする。

2.12.7 ピーク信号対雑音比 (Peak Signal-to-Noise Ratio: PSNR)

ロッキー画像符号化における圧縮画像の客観的な画質評価の関数として、ピーク信号対雑音比 (Peak Signal-to-Noise Ratio: PSNR) を用いる。

$$\text{PSNR}[\text{dB}] = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{\text{MSE}} \right) \quad (2.77)$$

ここで MSE は原画像と再構成画像との平均二乗誤差 (Mean Square Error) である。つまり、この値が高いほど、原画像との誤差が少ないと言える。誤差の平均を取っているた

め、必ずしも PSNR だけで評価することはできないが、本論文では 1 つの指標として用いる。

第 3 章

任意の分割サイズ M を有する ブロックリフティングに基づく整数 DCT

3.1 本章の概要

従来の整数 DCT は、分割サイズが 8 の場合が主に考慮され構成されている。世界標準規格である JPEG では 8 点 DCT が用いられているため、それに対応した整数 DCT を考慮することは理に適っている。しかし、DCT は分割サイズによりその性能が変わるため、状況によっては異なる分割サイズを持つ DCT を用いることが望ましい。Fukuma らが任意分割サイズ M (ただし、 M は 2 のべき乗) にも対応したリフティング分解を述べてはいるが [94]、16 点以上の分解過程で生じるリフティング係数が大きくなり、大幅なラウンディング誤差を生じてしまうため、その分解法を M 点 DCT に適用することは効果的ではない。

本章では、ロスレス符号化の効率向上に寄与するラウンディング処理の統合に適したブロックリフティング構造 [83] を用い、ラウンディング数の大幅な削減を行い、分割サイズの増加に伴うラウンディング誤差を極力抑えた、任意分割サイズ M (M は 2 のべき乗) を持つ整数 DCT-II を提案する。2.3 節で述べたように、 M 点 DCT は M 点ハール変換、 $M/2$ 点 DCT-IV、 $M/2$ 点 DCT-II など構成される。そこでまず、ハール変換及び DCT-IV は対称直交行列、DCT-II はある特殊な非対称直交行列であるので、対称直交行列の LUL (Lower-Upper-Lower, 下 - 上 - 下三角行列) 分解及び ULU (Upper-Lower-Upper, 下 - 上 - 下三角行列) 分解ベースのブロックリフティング分解と、ある特殊な非対称直交行列の LUL 分解及び ULU 分解ベースのブロックリフティング分解を示す。次に、これら分解法に基づいて、ハール変換、DCT-IV、DCT-II をブロックリフティング構造で表現する。この各直交変換の組み合わせを用いて 4 種類の 4 点整数 DCT を構成し、ラウンディング数やラウンディング誤差で比較し、最適な 4 点整数 DCT を選出する。その 4 点整数 DCT を用いて、4 種類の 8 点整数 DCT を構成し、同様に最適な 8 点整数 DCT を選出する。更にこれを繰り返し 16 点整数 DCT を選出する。これにより、一般的な 8 点整数 DCT の設計のみならず、 M 点 DCT に提案ブロックリフティング分解を再帰的に適用するだけで、 M 点整数 DCT を容易に設計できることを示す。



(a)



(b)



(c)

図 3.1 低ビットレート符号化時における分割サイズの異なる DCT による “Barbara” の拡大画像：(a) 4 点 DCT，(b) 8 点 DCT，(c) 16 点 DCT

最後に、従来法とロッシー・ロスレス統合画像符号化を比較し、本提案法の優位性を示す。

表記：本章における置換行列は、 $P^{[N]} = \{0, 2, \dots, N-2, 1, 3, \dots, N-1\}$ で固定する。

3.2 DCT の分割サイズ

DCT は分割サイズによってその性能が変化する。その分割サイズを大きすれば周波数分解能が高くなり、より緻密な信号分析を可能とし、その分割サイズを小さくすると周波数分解能が低くなる分、演算コストを低減することができる。4, 8, 16 点 DCT 及び符号化器に SPIHT を用いて、0.25[bpp] で圧縮した際の “Barbara” の再構成画像の拡大図を図 3.1 に示す。JPEG で用いられる DCT は 8 点であるが、周波数分解能と演算コストの

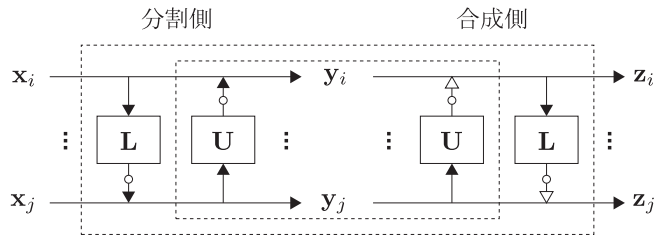


図 3.2 ブロックリフティング構造 (白丸：ラウンディング処理，白三角：-1)

トレードオフの一妥協点であり，図 3.1 から分るとおり，16 点 DCT が最も高画質であり，8 点が全てのアプリケーションにとって最適であるとは一概に言えない．

一方で，前述してきたとおり，ロスレス画像符号化のためにはリフティング構造とリフティングステップごとのラウンディング処理が不可欠であるが，ラウンディング誤差がリフティングステップごとに同時に生成され，システム全体を通してのラウンディング誤差が大きいと圧縮率が低下する．つまり，整数 DCT の分割サイズが増加するとラウンディング誤差も増加し，逆に圧縮率を低下させる恐れがある．そこで本章では，効率的にラウンディング処理を行うことのできるブロックリフティング構造を整数 DCT に用いる．次項でその概説をする．

3.3 ブロックリフティング分解

3.3.1 ブロックリフティング構造

ブロックリフティング構造は同グループの研究によって提唱された，効率的な統合画像符号化を行うための技術である [83]．図 3.2 にブロックリフティング構造の分割側及び合成側の概略図を示す．L 及び U は正方行列のブロックリフティング係数， x_i 及び x_j は分割側入力信号ベクトル， y_i 及び y_j は分割側入力且つ合成側出力信号ベクトル， z_i 及び z_j は合成側出力信号ベクトルであり，

$$\begin{aligned}
 y_j &= x_j + [Lx_i] \\
 y_i &= x_i + [Uy_j] \\
 z_i &= y_i - [Uy_j] = x_i \\
 z_j &= y_j - [Ly_i] = x_j
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

と表すことができる． x_i 及び x_j が整数ベクトルである限り， y_i 及び y_j も常に整数ベクトルになるため，符号化の際の量子化誤差を生じず，完全再構成 $z_i = x_i$ 及び $z_j = x_j$ が構造的に成り立つ．このとき，ブロックリフティング行列は，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{U} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}
 \tag{3.2}$$

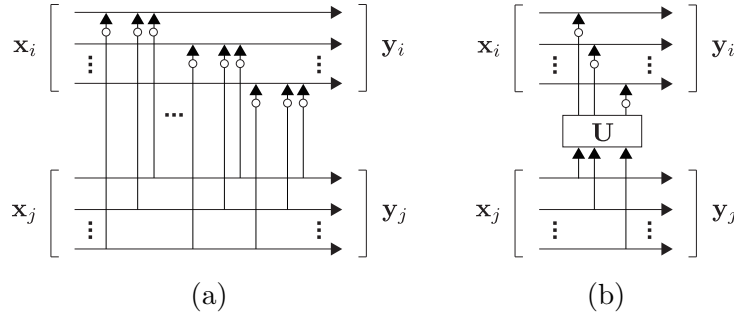


図 3.3 ラウンディング処理の削減：(a) まとめ操作前，(b) まとめ操作後（白丸：ラウンディング処理）

と表され，その逆行列はそれぞれ，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{L} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{U} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{U} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

と表される．ここで，ブロックリフティング係数 \mathbf{L} または \mathbf{U} のサイズが $N \times N$ であるとき， N^2 個のリフティングステップを有することになるが，図 3.3 に示すようにラウンディング数を N^2 個から N 個へまとめる（削減する）ことができることに注意されたい．

3.3.2 対称直交行列のブロックリフティング分解

前述したように，ブロックリフティングは既存の技術であるが，ブロックリフティングによる整数 DCT の効果的な実現はなされていない．本論文では，DCT の行列表現から新たに定義できる行列特性を利用し，ブロックリフティング分解を行うことを示す．ここでは，ハール変換，DCT-IV 及び DST-IV が有する対称直交性に注目し，対称直交行列のブロックリフティングを用いた新しい分解法を示す．

LUL 分解ベース

本項では，ある $M \times M$ 対称直交行列 \mathbf{A} の LUL 分解ベースのリフティング分解を説明する．まず，対称性 $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$ の関係を有していることから，正則行列 \mathbf{A}_0 ， \mathbf{A}_1 及び \mathbf{A}_2 のサイズを $(M/2) \times (M/2)$ とすると，

$$\mathbf{A} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

と定義できる．ただし， $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_0^T$ 及び $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_2^T$ である．また，直交性

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{A} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0^2 + \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_0 \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2^2 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \quad (3.5)$$

から， $\mathbf{A}_2 = -\mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{A}_0 \mathbf{A}_1 = -\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_0 \mathbf{A}_1^{-T}$ 及び $\mathbf{A}_0^2 = \mathbf{I} - \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_1^T$ となる．

次に対称直交行列 A をブロックリフティング分解する． A の右側から，ある下三角行列（ブロックリフティング行列）を乗算すると，

$$A \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_1 \\ -\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

となり，更に，ある上三角行列（ブロックリフティング行列）を，式 (3.6) の右側から乗算すると，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_1 \\ -\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

を得る．つまり，対称直交行列 A は式 (3.4) ~ (3.7) を用いて，

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

という式に分解できる．

ULU 分解ベース

前項では，対称直交行列の LUL 分解ベースのブロックリフティング分解を述べたが，本項では対称直交行列の ULU 分解ベースのブロックリフティング分解を述べる．

まず，

$$\tilde{A} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ -\mathbf{A}_1^T & -\mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

と定義する．そして， \tilde{A} の左側からある上三角行列及び下三角行列を乗算し，移項すると，以下のような ULU 分解ベースのブロックリフティング分解を行うことができる．

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & (\mathbf{I} - \mathbf{A}_0)\mathbf{A}_1^{-T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_1^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & (\mathbf{I} - \mathbf{A}_0)\mathbf{A}_1^{-T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.3.3 非対称直交行列のブロックリフティング分解

ここでは，DCT-II 及び DST-II が有する特殊な行列表現に注目し，その行列のブロックリフティングを用いた新しい分解法を示す．

LUL 分解ベース

本項では，対称直交行列ではない，以下のように定義される $M \times M$ 行列の LUL 分解ベースのブロックリフティング分解について述べる．

$$B \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{B}_1 & -\mathbf{B}_1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

ただし、 \mathbf{B}_0 及び \mathbf{B}_1 は $(M/2) \times (M/2)$ 正則行列である．3.3.2 項と同様に，ある下三角行列及び上三角行列を乗算し，更にもう一つ右側から下三角行列を乗算し，移項すると，式 (3.11) の \mathbf{B} は，

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -2\mathbf{B}_1\mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-2} - \mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} - \mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

という LUL 分解ベースのブロックリフティング構造に分解できる．

ULU 分解ベース

前項では，対称直交行列とは異なる行列の LUL 分解ベースのブロックリフティング分解を述べたが，本項ではその行列の ULU 分解ベースのブロックリフティング分解を述べる．

まず，

$$\tilde{\mathbf{B}} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-2} - \mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} - \mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_0 \\ -\frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-1} & \frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

と定義する．そして， $\tilde{\mathbf{B}}$ の左側からある上三角行列及び下三角行列，更に上三角行列を乗算し，移項すると，正則行列 \mathbf{B} は LUL 分解ベースのみならず，以下のような ULU 分解ベースのブロックリフティング分解を行うことができる．

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -2\mathbf{B}_1\mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 2\mathbf{B}_0 - 2\mathbf{B}_0^2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 2\mathbf{B}_0 - \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

3.4 ブロックリフティングに基づく直交変換

本節では，前節で示した特殊な行列のリフティングによる実現法を用いて，ハール変換，DCT-IV，DST-IV，DCT-II 及び DST-II の新しいリフティング構造を示す．

3.4.1 ブロックリフティングに基づくハール変換 (Block-Lifting based Haar Transform: BL-HT)

式 (2.27) におけるハール変換行列 $\mathcal{H}^{[M]}$ は対称直交行列であるので，式 (3.4)，(3.8) 及び (3.10) を用いて，

$$\mathcal{H}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}] & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{00}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{U}_{00}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{00}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

及び

$$\mathcal{H}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}] & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{U}_{10}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{10}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{U}_{10}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}] & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

のように分解できる．ただし，

$$\mathbf{L}_{00}^{[\frac{M}{2}]} = (1 - \sqrt{2}) \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]}, \quad \mathbf{U}_{00}^{[\frac{M}{2}]} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \quad (3.17)$$

及び

$$\mathbf{U}_{10}^{[\frac{M}{2}]} = (\sqrt{2} - 1) \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]}, \quad \mathbf{L}_{10}^{[\frac{M}{2}]} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \quad (3.18)$$

である．

3.4.2 ブロックリフティングに基づく整数 DCT-IV (Block-Lifting based DCT-IV: BL-DCT-IV)

ハール変換と同様，DCT-IV 行列 $\mathbf{C}_{IV}^{[M]}$ は対称直交行列であるので，式 (3.4)，(3.8) 及び (3.10) を用いて，

$$\mathbf{C}_{IV}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{C}_1^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{C}_1^{[\frac{M}{2}]T} & -\mathbf{C}_1^{[\frac{M}{2}]^{-1}} \mathbf{C}_0^{[\frac{M}{2}]} \mathbf{C}_1^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

と表現することができ，

$$\mathbf{C}_{IV}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{20}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{20}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{20}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

及び

$$\mathbf{C}_{IV}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{30}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{30}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{30}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

のように分解できる．ただし，

$$\mathbf{L}_{20}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{C}_1^{[\frac{M}{2}]^{-1}} \left(\mathbf{C}_0^{[\frac{M}{2}]} - \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \right), \quad \mathbf{U}_{20}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{C}_1^{[\frac{M}{2}]} \quad (3.22)$$

及び

$$\mathbf{U}_{30}^{[\frac{M}{2}]} = \left(\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} - \mathbf{C}_0^{[\frac{M}{2}]} \right) \mathbf{C}_1^{[\frac{M}{2}]^{-T}}, \quad \mathbf{L}_{30}^{[\frac{M}{2}]} = -\mathbf{C}_1^{[\frac{M}{2}]T} \quad (3.23)$$

である．

同様にしてブロックリフティングに基づく DST-IV (Block-Lifting based DST-IV: BL-DST-IV) も容易に設計できるが，本論文では省略する．

3.4.3 ブロックリフティングに基づく整数 DCT-II (Block-Lifting based DCT-II: BL-DCT-II)

式 (2.25) で表される Wang の高速化 DCT-II は,

$$C_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}C_{II}^{[\frac{M}{2}]} & \frac{1}{\sqrt{2}}C_{II}^{[\frac{M}{2}]} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}C_{IV}^{[\frac{M}{2}]} & -\frac{1}{\sqrt{2}}C_{IV}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

と置き換えることができ, これと式 (3.12) 及び (3.14) を用いて,

$$C_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -C_{IV}^{[\frac{M}{2}]}C_{II}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{41}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{40}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{40}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

及び

$$C_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -C_{IV}^{[\frac{M}{2}]}C_{II}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{51}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{50}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{50}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

のように分解できる. ただし,

$$\mathbf{L}_{40}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} - \sqrt{2}C_{III}^{[\frac{M}{2}]}, \quad \mathbf{U}_{40}^{[\frac{M}{2}]} = \frac{1}{\sqrt{2}}C_{II}^{[\frac{M}{2}]}, \quad \mathbf{L}_{41}^{[\frac{M}{2}]} = C_{III}^{[\frac{M}{2}]} \left(C_{III}^{[\frac{M}{2}]} - \sqrt{2}\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \right) \quad (3.27)$$

及び

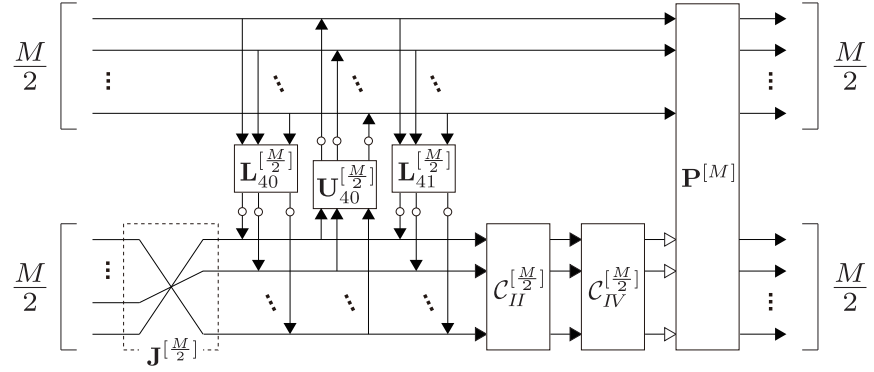
$$\mathbf{U}_{50}^{[\frac{M}{2}]} = \sqrt{2}C_{II}^{[\frac{M}{2}]} - \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]}, \quad \mathbf{L}_{50}^{[\frac{M}{2}]} = -\frac{1}{\sqrt{2}}C_{III}^{[\frac{M}{2}]}, \quad \mathbf{U}_{51}^{[\frac{M}{2}]} = \left(\sqrt{2}\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} - C_{II}^{[\frac{M}{2}]} \right) C_{II}^{[\frac{M}{2}]} \quad (3.28)$$

である. M 点 BL-DCT-II を図 3.4 に示す.

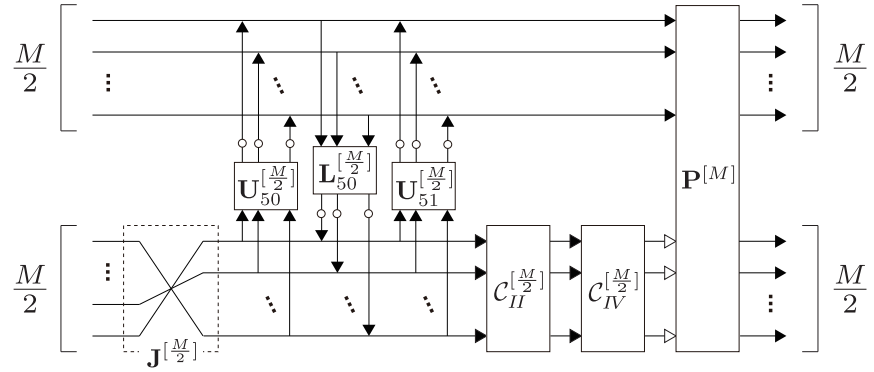
ここで, 式 (3.25) 及び (3.26) は, 置換行列 $\mathbf{P}^{[M]}$ の右側の行列の対角要素に $C_{IV}^{[\frac{M}{2}]}C_{II}^{[\frac{M}{2}]}$ を含むため, リフティング分解がまだ完全ではないことに注意されたい. しかしこの要素をよく見てみると, 元のサイズの半分に縮小された DCT-IV 行列 $C_{IV}^{[M/2]}$ 及び DCT-II 行列 $C_{II}^{[M/2]}$ で成り立っていることが分かる. また, DCT-IV のリフティング分解の式 (3.20) 及び (3.21) は, 完全なリフティング分解がなされている. つまり, DCT-II のブロックリフティング分解によって得られた縮小された DCT-IV には式 (3.20) 及び (3.21) を適用し, 縮小された DCT-II には DCT-II のブロックリフティング分解である式 (3.25) 及び (3.26) を繰り返し適用すれば, 完全なリフティング分解を行うことができる.

同様にしてブロックリフティングを用いた DST-II (Block-Lifting based DST-II: BL-DST-II) も, 以下のように容易に設計できる.

$$S_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -S_{II}^{[\frac{M}{2}]}S_{IV}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{60}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{60}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{60}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$



(a)



(b)

図 3.4 M 点 BL-DCT-II : (a) LUL 分解, (b) ULU 分解 (白丸: ラウンディング処理, 白三角: -1)

及び

$$S_{II}^{[M]} = P^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -S_{II}^{[\frac{M}{2}]} S_{IV}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{70}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{L}_{70}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{70}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

のように分解できる. ただし,

$$\mathbf{L}_{60}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} - \sqrt{2} S_{IV}^{[\frac{M}{2}]}, \quad \mathbf{U}_{60}^{[\frac{M}{2}]} = \frac{1}{\sqrt{2}} S_{IV}^{[\frac{M}{2}]} \quad (3.31)$$

及び

$$\mathbf{U}_{70}^{[\frac{M}{2}]} = \sqrt{2} S_{IV}^{[\frac{M}{2}]} - \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]}, \quad \mathbf{L}_{70}^{[\frac{M}{2}]} = -\frac{1}{\sqrt{2}} S_{IV}^{[\frac{M}{2}]} \quad (3.32)$$

である.

BL-DCT-II 同様, 式 (3.29) 及び (3.30) は, 置換行列 $P^{[M]}$ のすぐ次の行列の対角要素に $S_{II}^{[\frac{M}{2}]} S_{IV}^{[\frac{M}{2}]}$ を含むため, リフティング分解がまだ完全ではない. しかしこの要素を

表 3.1 M 点整数 DCT-IV 及び M 点整数 DST-IV のラウンディング数

分割サイズ M	M 点整数 DCT-IV			M 点整数 DST-IV		
	直接分解法	$C_{IV,1}^{[M]}$	$C_{IV,2}^{[M]}$	直接分解法	$S_{IV,1}^{[M]}$	$S_{IV,2}^{[M]}$
4	15	6	6	15	6	6
8	51	12	12	51	12	12

表 3.2 M 点整数 DCT-IV 及び M 点整数 DST-IV の MRE (平均ラウンディング誤差)

分割サイズ M	M 点整数 DCT-IV			M 点整数 DST-IV		
	直接分解法	$C_{IV,1}^{[M]}$	$C_{IV,2}^{[M]}$	直接分解法	$S_{IV,1}^{[M]}$	$S_{IV,2}^{[M]}$
4	0.33	0.18	0.15	0.33	0.15	0.18
8	0.51	2.58	0.30	0.51	0.30	2.57

よく見てみると，元のサイズの半分に縮小された DST-II 行列 $S_H^{[M/2]}$ 及び DST-II 行列 $S_{IV}^{[M/2]}$ で成り立っていることが分かる．また，DST-IV のリフティング分解は完全なりフティング分解がなされている．つまり，DST-II のブロックリフティング分解によって得られた縮小された DST-IV には DST-IV のブロックリフティング分解を適用し，縮小された DST-II には DST-II のブロックリフティング分解である式 (3.29) 及び (3.30) を繰り返し適用すれば，完全なりフティング分解を行うことができる．

3.5 ロッシー・ロスレス統合画像符号化

本節では，提案する M 点整数 DCT をロッシー・ロスレス統合画像符号化に応用し，2.12 節で示したテスト画像や指標を用いて，提案方法の変換性能や符号化性能の比較を行った．ただし，実際にシミュレーションを行った結果から，ロスレス及びロッシー画像符号化の両方において，ULU 分解ベースは LUL 分解ベースと同等以上の符号化性能を見せたため，本論文のシミュレーションでは ULU 分解ベースのみを取り上げることにする．また，従来の整数 DCT には，回転行列のリフティング分解のみを用いた直接分解法，Fukuma の LDCT [94]，Chokchaitam の整数 DCT [108] を選んだ．

3.5.1 M 点 BL-DCT-IV 及び BL-DST-IV

前述したとおり， M 点 DCT-II を設計する際，サイズ縮小された DCT-IV または DST-IV が現れる．そこで本項では，できるだけ効率の良い変換を行うため，DCT-IV 及び DST-IV についてどの分解を用いるかを，前述した MRE を用いて調べる．

M 点 BL-DCT-IV 及び BL-DST-IV はそれぞれ，

- $C_{IV,1}^{[M]}$: M 点 BL-DCT-IV .
- $C_{IV,2}^{[M]}$: DCT と DST の関係式 (2.35) 及び M 点 BL-DST-IV を用いた M 点 BL-DCT-IV .

及び

- $S_{IV,1}^{[M]}$: M 点 BL-DST-IV .
- $S_{IV,2}^{[M]}$: DCT と DST の関係式 (2.35) 及び M 点 BL-DCT-IV を用いた M 点 BL-DST-IV .

のように 2 通りずつの設計を行うことができる . 表 3.1 及び表 3.2 に $C_{IV,1}^{[M]}$, $C_{IV,2}^{[M]}$, $S_{IV,1}^{[M]}$ 及び $S_{IV,2}^{[M]}$ のラウンディング数及び MRE (平均ラウンディング誤差) を示す . 表 3.1 よりラウンディング数が明らかに削減されていることが分かり , それに伴い表 3.2 より , $C_{IV,1}^{[M]}$ よりも $C_{IV,2}^{[M]}$, $S_{IV,2}^{[M]}$ よりも $S_{IV,1}^{[M]}$ の方が誤差が少なくなっていることが分かる . よって本論文では , 4 及び 8 点 DCT-IV には $C_{IV,2}^{[M]}$, 4 及び 8 点 DST-IV には $S_{IV,1}^{[M]}$ を用いることとする .

3.5.2 4 点整数 DCT

本論文では , 以下の 4 つの 4 点整数 DCT ($C_{II,1}^{[4]} \sim C_{II,4}^{[4]}$) を設計した .

- $C_{II,1}^{[4]}$: 4 点 BL-DCT-II そのままの 4 点整数 DCT .
- $C_{II,2}^{[4]}$: DCT と DST の関係式 (2.35) 及び 4 点 BL-DST-II を用いた 4 点整数 DCT .
- $C_{II,3}^{[4]}$: 式 (2.25) をベースに , 4 点 BL-HT , 2 点 BL-DCT-IV 及び 2 点 BL-DCT-II を用いた 4 点整数 DCT .
- $C_{II,4}^{[4]}$: 式 (2.25) をベースに , 4 点 BL-HT , 2 点 BL-DST-IV 及び 2 点 BL-DST-II を用いた 4 点整数 DCT .

$C_{II,1}^{[4]} \sim C_{II,4}^{[4]}$ を式 (3.33) ~ (3.36) 及び図 3.5 に示す .

$$\begin{aligned}
C_{II,1}^{[4]} = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
& \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.33)
\end{aligned}$$

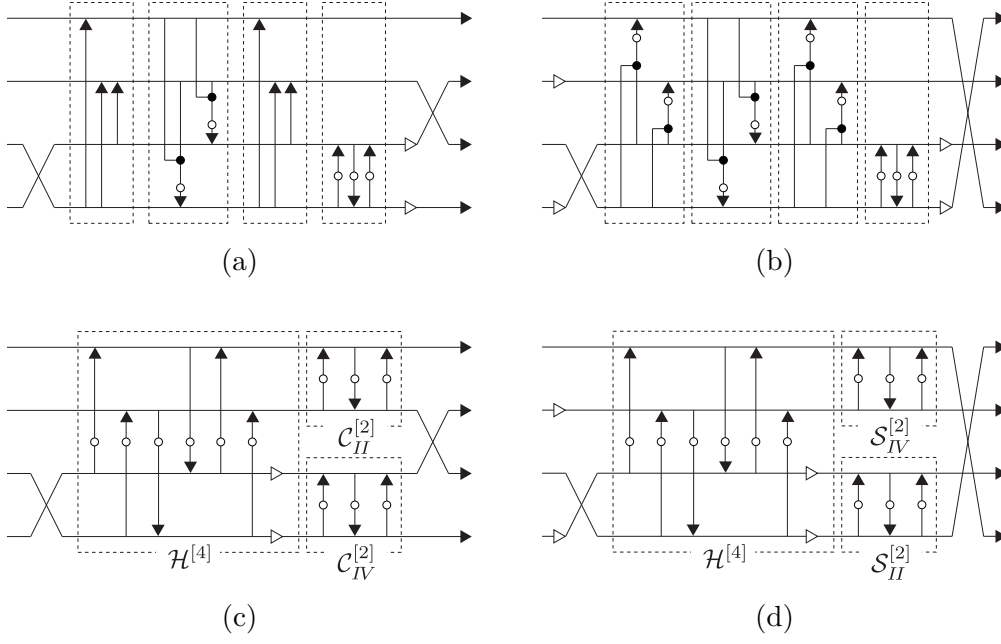


図 3.5 提案する 4 点整数 DCT (白丸 : ラウンディング処理, 白三角 : -1): (a-d) $C_{II,1}^{[4]} \sim C_{II,4}^{[4]}$

$$\begin{aligned}
 C_{II,2}^{[4]} = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & \gamma & \delta \\ 0 & 1 & \delta & -\gamma \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \epsilon & \zeta & 1 & 0 \\ \zeta & -\epsilon & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \gamma & \delta \\ 0 & 1 & \delta & -\gamma \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{II,3}^{[4]} = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \iota & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \kappa & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \iota & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \iota & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \iota \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \kappa & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \kappa & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \iota & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \iota \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

表 3.3 M 点整数 DCT-II のラウンディング数

M	直接	F's	C's	提案法			
	分解法	[94]	[108]	$C_{II,1}^{[M]}$	$C_{II,2}^{[M]}$	$C_{II,3}^{[M]}$	$C_{II,4}^{[M]}$
4	12	-	-	5	9	12	12
8	39	21	8	23	23	23	23
16	111	-	-	59	59	59	59

表 3.4 M 点整数 DCT-II の MRE

M	直接	F's	C's	提案法			
	分解法	[94]	[108]	$C_{II,1}^{[M]}$	$C_{II,2}^{[M]}$	$C_{II,3}^{[M]}$	$C_{II,4}^{[M]}$
4	0.48	-	-	0.33	0.62	0.48	0.49
8	0.80	0.69	0.32	0.83	0.83	0.57	0.57
16	1.14	-	-	3.37	1.09	3.10	0.83

$$\begin{aligned}
 C_{II,4}^{[4]} = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \eta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \iota \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \zeta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \eta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \iota \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \iota & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \iota \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \kappa & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \kappa & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \iota & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \iota \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)
 \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}, \quad \beta = -\sin \theta, \quad \gamma = \sqrt{2} \cos 3\theta - 1, \quad \delta = \sqrt{2} \sin 3\theta - 1, \\
 \epsilon &= -\cos 3\theta, \quad \zeta = -\sin 3\theta, \quad \eta = \frac{1 - \cos 3\theta}{\sin 3\theta}, \quad \theta = \frac{\pi}{8}, \quad \iota = \sqrt{2} - 1, \quad \kappa = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

である．表 3.3, 表 3.4, 表 3.5 及び表 3.6 に $C_{II,1}^{[4]} \sim C_{II,4}^{[4]}$ のラウンディング数, MRE, ロスレス及びロッシー画像符号化の比較を示す．以上より, 4 点整数 DCT では $C_{II,1}^{[4]}$ が最も優れた性能を示した．表 3.3 及び図 3.5 から分かるとおり, 回転行列のリフティング分解による 4 点 DCT と比べ, $C_{II,1}^{[4]}$ のラウンディング数は 5 個と少なくなっており, 画像符号化にとって効率の良い構造になっていると考えられる．よって本論文では, できるだけ効率の良い変換を行うため, 設計の際に生じる 4 点 DCT-II には $C_{II,1}^{[4]}$ を適用する．また 4 点 DST-II にも同様に, DCT と DST の関係式 (2.35) を用いて $C_{II,1}^{[4]}$ を適用する．

表 3.5 4点整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])

テスト 画像	直接 分解法	提案法			
		$C_{II,1}^{[4]}$	$C_{II,2}^{[4]}$	$C_{II,3}^{[4]}$	$C_{II,4}^{[4]}$
Aerial	6.24	6.24	6.25	6.24	6.24
Airplane	4.53	4.49	4.55	4.53	4.53
Baboon	6.37	6.37	6.37	6.37	6.37
Barbara	5.21	5.20	5.22	5.21	5.21
Bike	6.16	6.16	6.19	6.16	6.16
Boat	5.33	5.32	5.34	5.33	5.33
Bridge	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07
Building	5.73	5.72	5.76	5.73	5.75
Elaine	5.30	5.29	5.31	5.30	5.30
Finger1	6.41	6.41	6.41	6.41	6.42
Finger2	6.24	6.24	6.24	6.24	6.24
Goldhill	5.25	5.24	5.26	5.25	5.25
Grass	6.31	6.31	6.31	6.31	6.31
Houses	5.99	5.98	5.99	5.99	5.99
Lena	4.75	4.73	4.76	4.75	4.74
Pepper	5.03	5.02	5.04	5.03	5.03
Room	4.67	4.64	4.72	4.67	4.68
Station	5.72	5.71	5.74	5.72	5.73
Tank	5.25	5.25	5.26	5.25	5.25
Watch	4.15	4.12	4.36	4.15	4.23
20 枚平均	5.54	5.53	5.56	5.54	5.54

3.5.3 8点整数 DCT

次に, 最も一般的な分割サイズ 8 の場合について述べる. 本論文では, 以下の 4 つの 8 点整数 DCT ($C_{II,1}^{[8]} \sim C_{II,4}^{[8]}$) を設計した.

- $C_{II,1}^{[8]}$: 8 点 BL-DCT-II をベースに, $C_{IV,2}^{[4]}$ 及び $C_{II,1}^{[4]}$ を用いた 8 点整数 DCT.
- $C_{II,2}^{[8]}$: DCT と DST の関係式 (2.35) 及び 8 点 BL-DST-II をベースに, $S_{IV,1}^{[4]}$, DCT と DST の関係式 (2.35) 及び $C_{II,1}^{[4]}$ を用いた 8 点整数 DCT.
- $C_{II,3}^{[8]}$: 式 (2.25) をベースに, 8 点 BL-HT, $C_{IV,2}^{[4]}$ 及び $C_{II,1}^{[4]}$ を用いた 8 点整数 DCT.
- $C_{II,4}^{[8]}$: 式 (2.25) をベースに, 8 点 BL-HT, $S_{IV,1}^{[4]}$, DCT と DST の関係式 (2.35) 及び $C_{II,1}^{[4]}$ を用いた 8 点整数 DCT.

表 3.6 4 点整数 DCT のロッシー画像符号化の比較 (PSNR[dB])

テスト 画像	ビット レート	直接 分解法	提案法			
			$C_{II,1}^{[4]}$	$C_{II,2}^{[4]}$	$C_{II,3}^{[4]}$	$C_{II,4}^{[4]}$
Barbara	0.25[bpp]	26.11	26.12	26.11	26.11	26.12
	0.50[bpp]	29.15	29.17	29.14	29.15	29.15
	1.00[bpp]	34.14	34.18	34.10	34.14	34.13
Goldhill	0.25[bpp]	28.94	28.94	28.92	28.94	28.93
	0.50[bpp]	31.46	31.47	31.43	31.46	31.45
	1.00[bpp]	34.80	34.85	34.76	34.80	34.79
Lena	0.25[bpp]	31.04	31.06	31.02	31.05	31.03
	0.50[bpp]	34.46	34.49	34.42	34.46	34.44
	1.00[bpp]	38.00	38.11	37.88	37.98	37.98

$C_{II,1}^{[8]} \sim C_{II,4}^{[8]}$ を式 (3.38) ~ (3.41) に示す .

$$C_{II,1}^{[8]} = \mathbf{P}^{[8]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & -C_{IV,2}^{[4]} C_{II,1}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{U}_{51}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{L}_{50}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{U}_{50}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$C_{II,2}^{[8]} = \mathbf{J}^{[8]} \mathbf{P}^{[8]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & -\mathbf{J}^{[4]} C_{II,1}^{[4]} \mathbf{D}^{[4]} \mathcal{S}_{IV,1}^{[4]} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{U}_{71}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{L}_{70}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{U}_{70}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[8]} \quad (3.39)$$

$$C_{II,3}^{[8]} = \mathbf{P}^{[8]} \begin{bmatrix} C_{II,1}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & -C_{IV,2}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{U}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{L}_{10}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{U}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$C_{II,4}^{[8]} = \mathbf{J}^{[8]} \mathbf{P}^{[8]} \begin{bmatrix} \mathcal{S}_{IV,1}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & -\mathbf{J}^{[4]} C_{II,1}^{[4]} \mathbf{D}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{U}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{L}_{10}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{U}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[8]} \quad (3.41)$$

表 3.3 , 表 3.4 , 表 3.7 及び表 3.8 に $C_{II,1}^{[8]} \sim C_{II,4}^{[8]}$ のラウンディング数 , MRE , ロスレス及びロッシー画像符号化の比較を示す . 表 3.4 , 表 3.7 及び表 3.8 より , 8 点整数 DCT では $C_{II,3}^{[8]}$ が最も優れた性能を示した . よって本論文では , できるだけ効率の良い変換を行うため , 設計の際に生じる 8 点 DCT-II には $C_{II,3}^{[8]}$ を適用する . また同様の 8 点 DST-II にも , DCT と DST の関係式 (2.35) を用いて $C_{II,3}^{[8]}$ を適用する .

表 3.7 8 点整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])

テスト 画像	直接 分解法	F's [94]	C's [108]	提案法			
				$C_{II,1}^{[8]}$	$C_{II,2}^{[8]}$	$C_{II,3}^{[8]}$	$C_{II,4}^{[8]}$
Aerial	6.24	6.23	6.25	6.24	6.24	6.24	6.23
Airplane	4.48	4.44	4.40	4.49	4.48	4.43	4.44
Baboon	6.27	6.27	6.28	6.27	6.27	6.27	6.27
Barbara	5.00	4.98	4.97	5.01	5.00	4.98	4.98
Bike	6.20	6.20	6.22	6.21	6.21	6.20	6.20
Boat	5.21	5.20	5.19	5.21	5.21	5.20	5.20
Bridge	6.00	6.00	6.00	6.01	6.01	6.00	6.00
Building	5.58	5.54	5.50	5.59	5.58	5.54	5.55
Elaine	5.24	5.23	5.25	5.25	5.25	5.23	5.24
Finger1	6.07	6.07	6.06	6.07	6.07	6.06	6.06
Finger2	5.86	5.85	5.85	5.86	5.86	5.85	5.85
Goldhill	5.18	5.17	5.16	5.18	5.18	5.16	5.16
Grass	6.18	6.17	6.18	6.18	6.18	6.17	6.18
Houses	5.91	5.90	5.89	5.91	5.91	5.90	5.90
Lena	4.67	4.65	4.64	4.68	4.67	4.65	4.65
Pepper	4.97	4.96	4.96	4.97	4.97	4.96	4.96
Room	4.54	4.51	4.46	4.55	4.57	4.51	4.51
Station	5.34	5.31	5.29	5.34	5.33	5.31	5.31
Tank	5.21	5.20	5.20	5.21	5.21	5.20	5.20
Watch	4.27	4.20	4.18	4.34	4.36	4.17	4.19
20 枚平均	5.42	5.40	5.40	5.43	5.43	5.40	5.40

3.5.4 16 点整数 DCT

最後に、提案する整数 DCT の分割サイズを容易に拡張できることを示すため、以下の 4 つの 16 点整数 DCT ($C_{II,1}^{[16]} \sim C_{II,4}^{[16]}$) を設計した。

- $C_{II,1}^{[8]}$: 16 点 BL-DCT-II をベースに、 $C_{IV,2}^{[8]}$ 及び $C_{II,3}^{[8]}$ を用いた 16 点整数 DCT .
- $C_{II,2}^{[8]}$: DCT と DST の関係式 (2.35) 及び 16 点 BL-DST-II をベースに、 $S_{IV,1}^{[8]}$, DCT と DST の関係式 (2.35) 及び $C_{II,3}^{[8]}$ を用いた 16 点整数 DCT .
- $C_{II,3}^{[8]}$: 式 (2.25) をベースに、16 点 BL-HT , $C_{IV,2}^{[8]}$ 及び $C_{II,3}^{[8]}$ を用いた 16 点整数 DCT .
- $C_{II,4}^{[8]}$: 式 (2.25) をベースに、16 点 BL-HT , $S_{IV,1}^{[8]}$, DCT と DST の関係式 (2.35)

表 3.8 8 点整数 DCT のロッシー画像符号化の比較 (PSNR[dB])

テスト 画像	ビット レート	直接 分解法	F's [94]	C's [108]	提案法			
					$\mathcal{C}_{II,1}^{[8]}$	$\mathcal{C}_{II,2}^{[8]}$	$\mathcal{C}_{II,3}^{[8]}$	$\mathcal{C}_{II,4}^{[8]}$
Barbara	0.25[bpp]	26.93	26.94	26.73	26.94	26.94	26.94	26.94
	0.50[bpp]	30.67	30.67	30.40	30.66	30.65	30.67	30.67
	1.00[bpp]	35.91	35.97	35.84	35.90	35.90	35.96	35.95
Goldhill	0.25[bpp]	29.35	29.36	29.13	29.37	29.34	29.36	29.36
	0.50[bpp]	31.94	31.94	31.80	31.94	31.91	31.96	31.95
	1.00[bpp]	35.23	35.27	35.19	35.21	35.19	35.28	35.28
Lena	0.25[bpp]	31.82	31.83	31.85	31.86	31.82	31.85	31.86
	0.50[bpp]	35.47	35.49	35.48	35.47	35.45	35.53	35.52
	1.00[bpp]	38.75	38.93	38.93	38.77	38.74	38.94	38.92

及び $\mathcal{C}_{II,3}^{[8]}$ を用いた 16 点整数 DCT .

$\mathcal{C}_{II,1}^{[16]} \sim \mathcal{C}_{II,4}^{[16]}$ を式 (3.42) ~ (3.45) に示す .

$$\mathcal{C}_{II,1}^{[16]} = \mathbf{P}^{[16]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & -\mathcal{C}_{IV,2}^{[8]} \mathcal{C}_{II,3}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{U}_{51}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{L}_{50}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{U}_{50}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{II,2}^{[16]} &= \mathbf{J}^{[16]} \mathbf{P}^{[16]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & -\mathbf{J}^{[8]} \mathcal{C}_{II,3}^{[8]} \mathbf{D}^{[8]} \mathcal{S}_{IV,1}^{[8]} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{U}_{72}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{L}_{71}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{U}_{70}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[16]} \quad (3.43) \end{aligned}$$

$$\mathcal{C}_{II,3}^{[16]} = \mathbf{P}^{[16]} \begin{bmatrix} \mathcal{C}_{II,3}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & -\mathcal{C}_{IV,2}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{U}_{10}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{L}_{10}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{U}_{10}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{II,4}^{[16]} &= \mathbf{J}^{[16]} \mathbf{P}^{[16]} \begin{bmatrix} \mathcal{S}_{IV,1}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & -\mathbf{J}^{[8]} \mathcal{C}_{II,3}^{[8]} \mathbf{D}^{[8]} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{U}_{10}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{L}_{10}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{U}_{10}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[16]} \quad (3.45) \end{aligned}$$

表 3.3 , 表 3.4 , 表 3.9 及び表 3.10 に $\mathcal{C}_{II,1}^{[16]} \sim \mathcal{C}_{II,4}^{[16]}$ のラウンディング数 , MRE , ロスレス及びロッシー画像符号化の比較を示す . また , ロッシー画像符号化 (ビットレート : 0.25[bpp]) における “Barbara” , “Goldhill” , “Lena” の拡大画像を図 3.6 ~ 3.8 に示す . Fukuma の LDCT 及び Chokchaitam の整数 DCT は 8 点以外の分割サイズの設計を行

表 3.9 16 点整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])

テスト 画像	直接 分解法	提案法			
		$C_{II,1}^{[16]}$	$C_{II,2}^{[16]}$	$C_{II,3}^{[16]}$	$C_{II,4}^{[16]}$
Aerial	6.36	6.37	6.36	6.37	6.36
Airplane	4.48	4.63	4.50	4.60	4.44
Baboon	6.22	6.24	6.22	6.23	6.22
Barbara	4.88	5.00	4.89	4.97	4.85
Bike	6.29	6.30	6.29	6.30	6.28
Boat	5.16	5.22	5.16	5.22	5.14
Bridge	6.01	6.03	6.01	6.02	6.00
Building	5.63	5.69	5.64	5.67	5.60
Elaine	5.20	5.25	5.20	5.24	5.18
Finger1	5.85	5.87	5.85	5.86	5.84
Finger2	5.60	5.62	5.60	5.61	5.58
Goldhill	5.13	5.19	5.13	5.18	5.11
Grass	6.12	6.13	6.12	6.13	6.11
Houses	5.93	5.96	5.93	5.95	5.91
Lena	4.64	4.74	4.64	4.72	4.61
Pepper	4.96	5.03	4.96	5.02	4.94
Room	4.49	4.63	4.51	4.59	4.44
Station	5.20	5.27	5.20	5.24	5.17
Tank	5.21	5.25	5.21	5.24	5.20
Watch	4.46	4.69	4.54	4.60	4.39
20 枚平均	5.39	5.46	5.40	5.44	5.37

えないため、Fukuma の LDCT 及び Chokchaitam の整数 DCT の 4 点及び 16 点の場合を図 3.6~3.8 では表示できない。表 3.4, 表 3.9 及び表 3.10 より, ロッシー・ロスレス統合画像符号化において, 16 点整数 DCT では $C_{II,4}^{[16]}$ が最も優れた性能を示した。また図 3.6~3.8 から, 4 及び 8 点整数 DCT よりも 16 点整数 DCT の方が, 図 3.6 のテーブルクロスや図 3.7 の家の屋根のような高周波成分を多く含むテクスチャをより多く残せることが分かる。従来, 分割サイズを増加すれば DCT の符号化性能は上がることが知られているが, 整数 DCT の場合, MRE の増加により, 符号化性能が上がるとは一概には言えない。しかし表 3.3 より, 提案する 16 点整数 DCT はラウンディング数を大幅に削減できていることが分かる。このため, 8 点整数 DCT 及び回転行列のリフティング分解による 16 点整数 DCT よりも性能の良い符号化結果が得られたと考えられる。

表 3.10 16 点整数 DCT のロッシー画像符号化の比較 (PSNR[dB])

テスト 画像	ビット レート	直接 分解法	提案法			
			$C_{II,1}^{[16]}$	$C_{II,2}^{[16]}$	$C_{II,3}^{[16]}$	$C_{II,4}^{[16]}$
Barbara	0.25[bpp]	27.94	27.90	27.94	27.91	27.95
	0.50[bpp]	31.77	31.61	31.78	31.63	31.79
	1.00[bpp]	36.81	36.04	36.80	36.11	36.88
Goldhill	0.25[bpp]	29.69	29.61	29.68	29.64	29.71
	0.50[bpp]	32.30	32.08	32.30	32.10	32.33
	1.00[bpp]	35.45	34.79	35.45	34.85	35.51
Lena	0.25[bpp]	32.64	32.52	32.62	32.53	32.66
	0.50[bpp]	36.05	35.55	36.03	35.59	36.09
	1.00[bpp]	38.88	37.06	38.87	37.24	39.03

また，このように， M 点整数 DCT を設計する場合， M 点 DCT にブロックリフティング分解を適用した時に生じる $M/2$ 点 DCT-II 及び-IV 部に，既に設計済みの $M/2$ 点整数 DCT 及び BL-DCT-IV (BL-DST-IV) を適用できる．結局，4 点から始めて，2 倍の分割サイズの整数 DCT を再帰的に設計できることが分かる．

3.6 本章のまとめ

本章では，ハール変換，DCT-II，DCT-IV，DST-II 及び DST-IV のブロックリフティング分解を提案し，それを用いて M 点整数 DCT を実現した．ブロックリフティングを用いることで，ロッシー・ロスレス統合画像符号化において，従来法よりも高品質且つ高圧縮な変換符号化を達成した．また，従来法と同じ一般的な分割サイズ 8 のみに限らず，提案する整数 DCT は任意分割サイズ M へと容易に拡張することのできる構造を持っており，分割サイズを 16 に拡張することで，より高品質且つ高圧縮な変換符号化を実現できた．本提案法を用いると，更に大きな分割サイズである 32, 64, 128... と容易に拡張でき，異なる性能を有する整数 DCT を実現することができる．しかし，分割サイズが 32 程度までは画像符号化において良好な性能を示すことが実験的に分かっているが，それ以上の分割サイズでは画像に大きく依存したり，ラウンディング誤差の重積により逆に符号化性能が低下したりという結果になった．ただし，様々なアプリケーションに適した特性を有する整数 DCT が望まれた場合に，その効果は大いに期待できる．

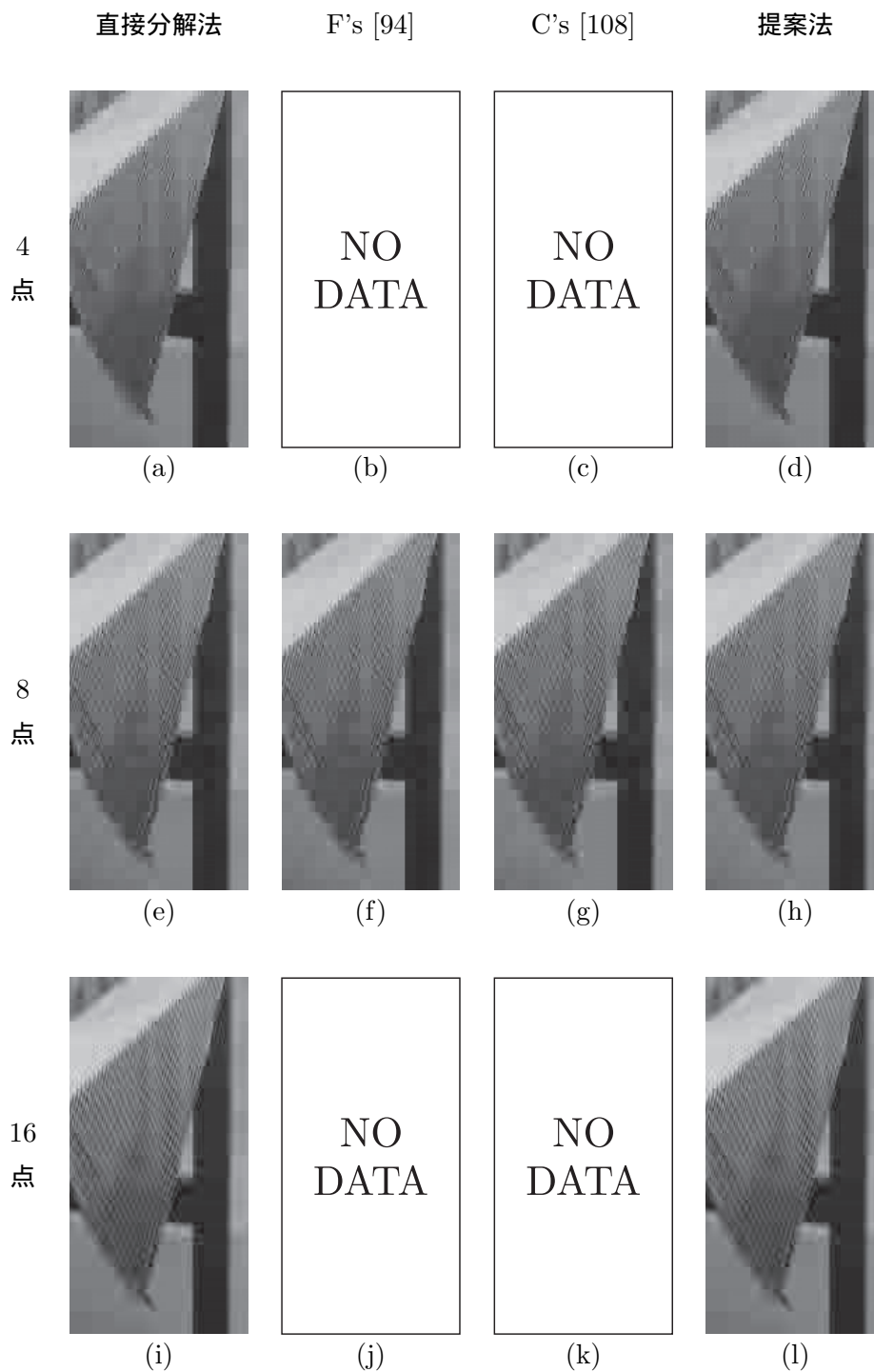


図 3.6 低ビットレート符号化時における“Barbara”の拡大画像(ビットレート: 0.25[bpp]): (a,e,i) 回転行列の直接分解法(4, 8, 16点), (b,f,j) FukumaのLDCT(4, 8, 16点), (c,g,k) Chokchaitamの整数DCT(4, 8, 16点), (d,h,l) 提案するM点整数DCT($C_{II,1}^{[4]}$, $C_{II,3}^{[8]}$, $C_{II,4}^{[16]}$)

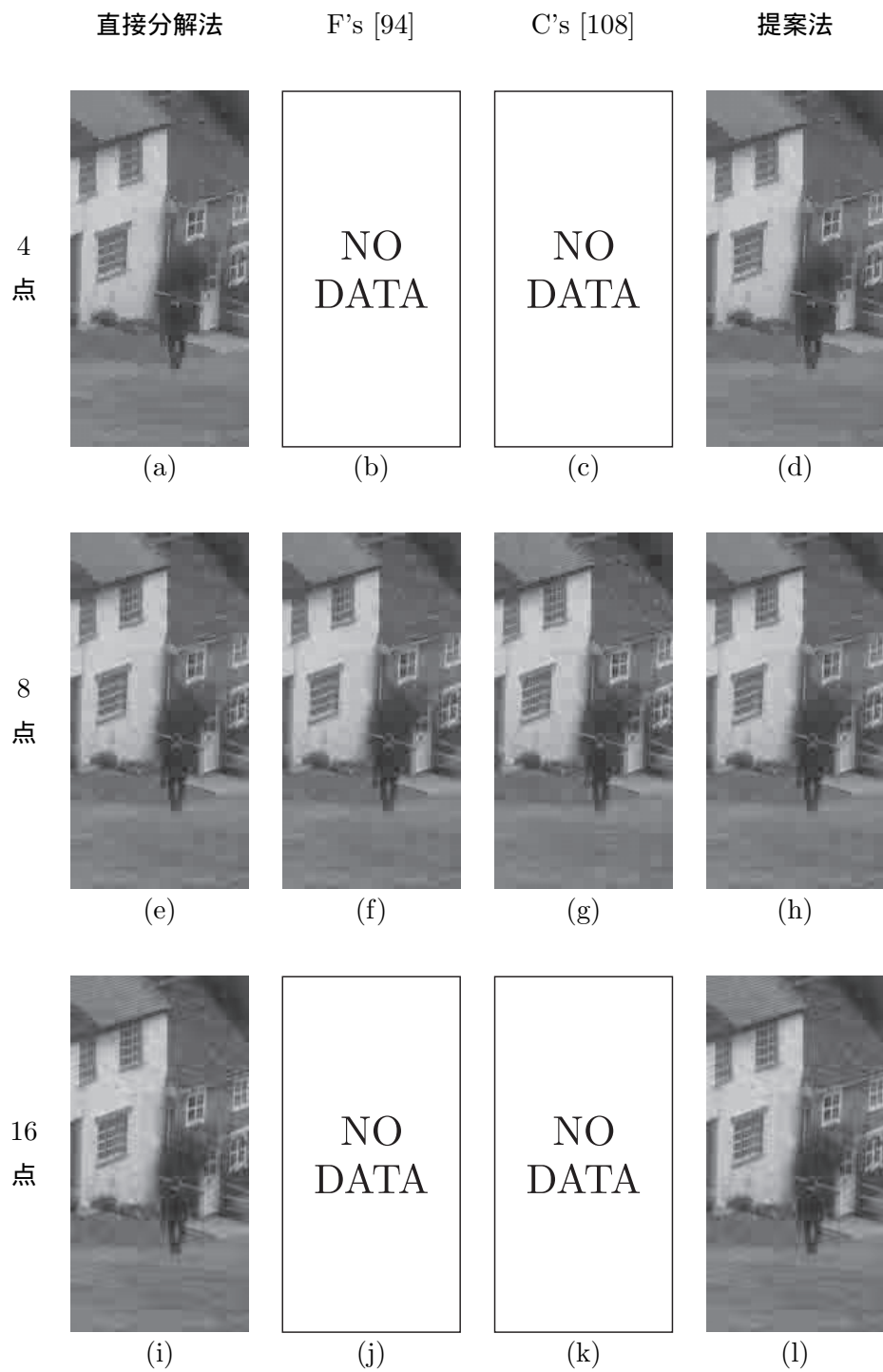


図 3.7 低ビットレート符号化時における“Goldhill”の拡大画像(ビットレート: 0.25[bpp]): (a,e,i) 回転行列の直接分解法(4, 8, 16点), (b,f,j) FukumaのLDCT(4, 8, 16点), (c,g,k) Chokchaitamの整数DCT(4, 8, 16点), (d,h,l) 提案するM点整数DCT($C_{II,1}^{[4]}$, $C_{II,3}^{[8]}$, $C_{II,4}^{[16]}$)

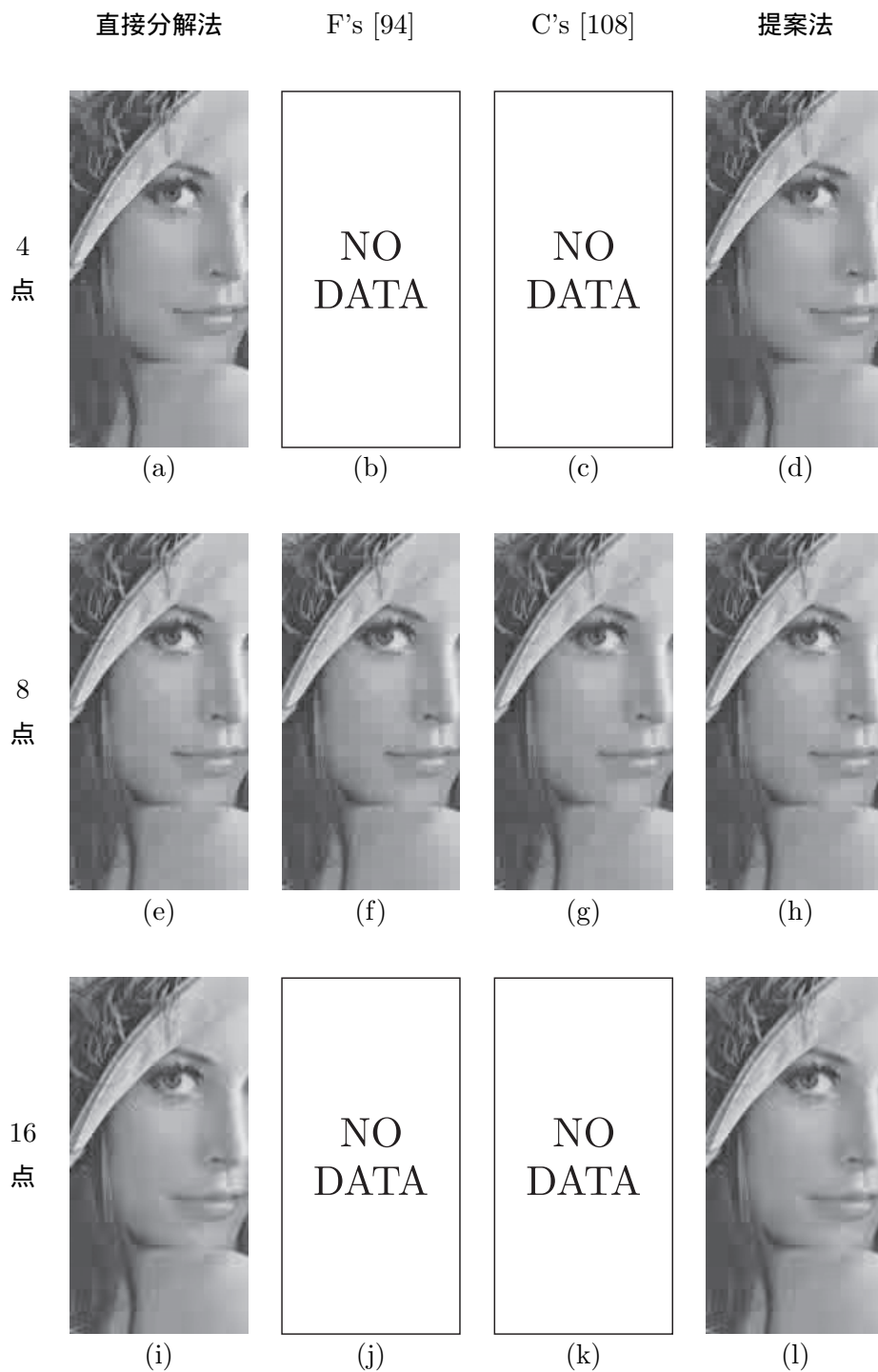


図 3.8 低ビットレート符号化時における“Lena”の拡大画像(ビットレート: 0.25[bpp]): (a,e,i) 回転行列の直接分解法(4, 8, 16点), (b,f,j) Fukuma の LDCT (4, 8, 16点), (c,g,k) Chokchaitam の整数 DCT (4, 8, 16点), (d,h,l) 提案する M 点整数 DCT ($C_{II,1}^{[4]}, C_{II,3}^{[8]}, C_{II,4}^{[16]}$)

第 4 章

リフティング係数の有限語長化を考慮した 正規化整数 WHT に基づく整数 DCT

4.1 本章の概要

これまで述べてきたように、多くの整数 DCT が報告されてきた。一方で、整数 DCT をソフトウェア/ハードウェアで実現する際、低コスト化や高速化などを考慮すると、各リフティング係数にあるビット（有限語長）を割り当てる、つまり理論値を無理数から有理数に近似する必要がある。もちろん、その割り当てる語長は低ビットであるほど、低コストであり高速になる。しかしながら、短語長を割り当てた従来の整数 DCT を用いて低ビットレートで画像符号化を行った場合、DCT の優れたフィルタ特性の 1 つであるレギュラリティは損なわれ、視覚的に問題となるチェス盤歪みを生成する。

ここで短語長割当を考慮した従来法を紹介する。文献 [95–97, 99] は設計段階で短語長割当を考慮しており、レギュラリティを保持している。しかし、ロスレス画像符号化実現のためにスケール係数を排除する必要があり、変換係数のダイナミックレンジが大きくなるため、ロスレス圧縮という観点からは適した構造とは言えない。文献 [101, 103, 105, 107, 111] は短語長を割り当てるときに、その語長割当が低ビットレート符号化時の再構成画像の画質にどのように影響するかを評価する画質係数感度を定義し、それを用いて最適語長配分 (Optimum Word Length Assignment: OWLA) を行い、大きな画質低下を伴わない短語長表現を実現している。しかし、極端な短語長割当においてはレギュラリティを損なうため、チェス盤歪みを完全に回避することはできない。

本章は、短語長割當時でも構造的にレギュラリティを有する整数 WHT に基づく整数 DCT を提案する。始めに、整数 DCT は前処理部である WHT と後処理部である直交行列に分けられる [95, 99]。次に、 $(\log_2 M)$ ビット語長係数のみで構成できる M 点正規化整数 WHT を提案する。文献 [95, 99] のような正規化されていない整数 WHT では出力のダイナミックレンジが増大するため、ロスレスモードで十分な結果を得ることができない。ここでスケール係数の移動と 1 次元 WHT の 2 次元可分形変換を考慮することで、短語長割当を考慮した正規化整数 WHT を実現する。提案整数 WHT による前処理部と回転行列ごとにリフティング分解した後処理部により、短語長割當時でも構造的にレ

ギユラリティを有する整数 DCT を実現する．結果として，低コストで高速な整数 DCT を実現できることになる．最後に，統合画像符号化のシミュレーションを通して，その優位性を示す．

4.2 整数 DCT の有限語長化

4.2.1 リフティング係数の有限語長化

DCT などの直交変換をリフティング分解すると，リフティング係数は無理数になることが多く，ソフトウェア/ハードウェアの実装が困難である．そこで，係数を表現するためにいくらかのビットを割り当て，係数を無理数から有理数に近似する有限語長化が重要となる．単純にビットを割り当てた場合，リフティング構造はその近似された係数による乗算器と他方の信号に足し込むための加算器で表現される．

一方で，DCT のような画像符号化やノイズ除去などで用いられる変換をデジタルカメラや携帯電話などのソフトウェア/ハードウェアで実現する際，その小型化及び高速化を考慮して設計する必要がある．ここで，乗算器の実装は複雑で，演算コストが高く，デバイスの高速化を図るには好ましくない．つまり，乗算器の無い構造が望まれる．そこで，リフティング構造はロスレス変換を実現するのみに留まらず，リフティング係数を $k/2^n$ ($k, n \in \mathbb{N}$) で近似することによって，乗算器を用いずにビットシフトと加算器のみで実現できることが知られている [95–97, 99, 101–103, 105, 107, 111]．たとえば，リフティング係数が $1/2^3$ であるリフティング構造と，そのリフティングステップに入力される信号が $x(i) = 51$ ，そこから出力される信号が $y(i)$ とすると，

$$y(i) = \left\lfloor \frac{1}{2^3} \times x(i) \right\rfloor = \left\lfloor \frac{1}{2^3} \times 51 \right\rfloor = \lfloor 6.375 \rfloor = 6 \quad (4.1)$$

となる．しかしこれを 2 進数表現すると， $x(i) = 51 = (110011)_2$ 及び $y(i) = 6 = (110)_2$ であり，3 ビットシフト ($(110011)_2 = (110)_2$) するだけで良いことが分かる．つまり，リフティング係数 $1/2^n$ とラウンディング処理の実行は， n ビットシフトと等価である．これを用いて，リフティング係数 $\cos(3\pi/8) = 0.382683432\dots$ を $49/128 = 49/2^7$ に近似した場合，

$$\frac{49}{128} = \frac{32}{128} + \frac{16}{128} + \frac{1}{128} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{128} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^7} \quad (4.2)$$

とすることで，2 ビットシフト，3 ビットシフト，7 ビットシフトの加算で表現できることが分かる．図 4.1 にこの近似を示す．本論文では，このような $k/2^n$ への近似を n ビット語長割当と呼ぶ．

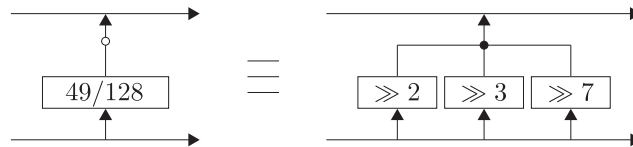


図 4.1 リフティング構造における乗算器からビットシフト及び加算器への近似（白丸：ラウンディング処理，黒丸：加算処理， $\gg n$: n ビットシフト）

4.2.2 従来の整数 DCT の問題点

従来の整数 DCT では有限語長化を考慮してゐるものが少なく，各リフティング係数に均等に短語長を割り当てると，多くは低ビットレート圧縮時にチェス盤歪みを起こす．Chokchaitam の整数 DCT [108] と符号化器 SPIHT を用いて 0.25[bpp] で圧縮後，再構成したテスト画像 “Lena” の拡大図と，Chokchaitam の整数 DCT に 3 ビット語長割当を行った場合の同様の画像を図 4.2(b) 及び (c) に示す．また，有限語長割当を行う前と後の Chokchaitam の整数 DCT の周波数特性を図 4.3(a) 及び (b) に示す．図 4.2(c) よりチェス盤歪み，図 4.3(b) より DC 漏れが起こっていることが分かる．

そこで Fukuma の LDCT [94] や Chokchaitam の整数 DCT を元にリフティング係数に短語長を割り当てたときに，その語長割当が低ビットレート符号化時の再構成画像の画質にどのように影響するかを評価する画質係数感度を定義し，それを用いて最適語長割当 (OWLA) を行い，大きな画質低下を伴わない短語長表現を Iwahashi らが実現している [101–103, 105, 107, 111]．しかし，極端な短語長割当においてはレギュラリティを損なうため，結局，チェス盤歪みを完全に回避することはできない．Chokchaitam の整数 DCT (OWLA) [111] の場合を図 4.2(d) に示す．また，Chokchaitam の整数 DCT (OWLA) の周波数特性を図 4.3(c) に示す．

一方，Tran の BinDCT [96] は短語長化を考慮しており，1 ビット語長割当においてもレギュラリティを満たすことができ，低ビットレート圧縮時にチェス盤歪みを起こすことはない．しかし 2.6.2 項で述べた通り，Tran の BinDCT は低コスト化及び高速化を主目的としており，ロッキーモードとロスレスモードで違う構造を持っている．このため本論文の目的であるロッキー・ロスレス統合符号化を実現することはできない．仮に Tran のロスレスモード用 BinDCT のみを用いて統合符号化を行うと，変換係数のダイナミックレンジが大きくなってしまふことから，同ビットレート時における他の整数 DCT よりも符号化性能は低い．



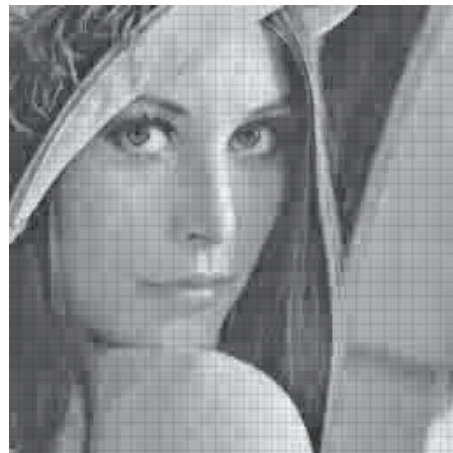
(a)



(b)



(c)



(d)

図 4.2 有限語長割当時の Chokchaitam の整数 DCT によるチェス盤歪み (画像 : “Lena”, ビットレート : 0.25[bpp]): (a) 原画像, (b) 有限語長割当なし, (c) 3 ビット語長割当, (d) 3 ビット語長割当 (OWLA)

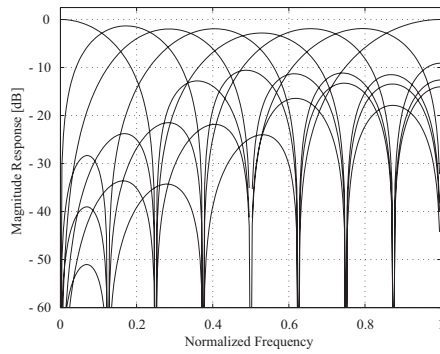
4.2.3 構造的にレギュラリティを有する正規化整数 WHT に基づく整数 DCT

統合画像符号化における変換に望まれる条件は以下の #1 及び #2 である .

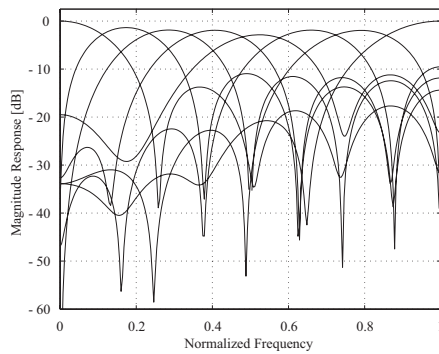
#1: DC 漏れを持たない .

→ DC 漏れが生じると, 周波数領域への信号のエネルギー分解が十分になされない . その場合, 良好な圧縮比を得ることができない .

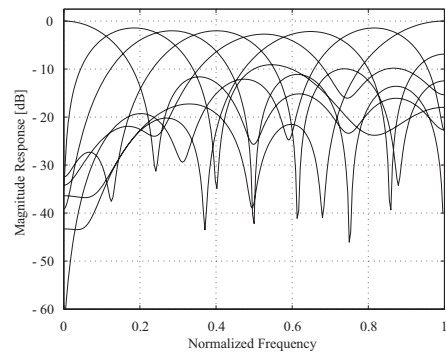
⇒ 変換はレギュラリティ条件を有するべきである .



(a)



(b)



(c)

図 4.3 有限語長割当時の Chokchaitam の整数 DCT の周波数特性：(a) 有限語長割当なし，(b) 3 ビット語長割当，(c) 3 ビット語長割当 (OWLA)

‡2: 出力信号のダイナミックレンジが可能な限り小さい．

→ ダイナミックレンジが膨大である時，変換後に量子化が必要となる．その場合，その量子化誤差により，ロスレスモードの実現が難しい．

⇒ 量子化はせずに，変換自体が正規化されるべきである．

ここで，殆どの従来の整数 DCT は短語長割当時ににおいて条件 ‡1 を満たさないが，Chen の整数 DCT [95, 99] は条件 ‡1 を満たしていることに注目する．しかし一方，その整数 DCT は前処理部の \mathcal{W} が正規化されていないため，条件 ‡2 を満たしていない．つまり本章の目的は，Chen の整数 DCT の後処理部はそのまま保持し，前処理部である WHT の正規化問題 $\hat{\mathcal{W}}^{[8]} = (1/\sqrt{8})\mathcal{W}^{[8]}$ を解決することである．

WHT に基づく整数 DCT

本節では Chen の整数 DCT を振り返り，詳細を示す．まず，正規化 WHT $\hat{\mathcal{W}} = (1/\sqrt{M})\mathcal{W}$ を考える． $\hat{\mathcal{W}}$ は $\hat{\mathcal{W}}^{-1} = \hat{\mathcal{W}}^T$ を満たす正規直交行列である．これを用いると

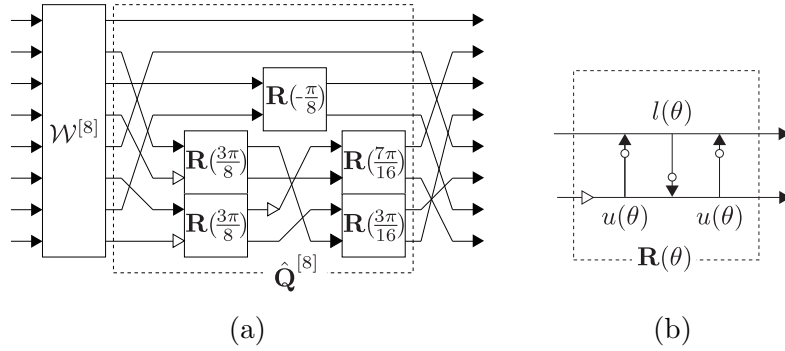


図 4.4 WHT に基づく整数 DCT (白丸：ラウンディング処理，白三角： -1): (a) Chen の整数 DCT，(b) 回転行列のリフティング分解

DCT は，

$$C_{II}^{[M]} = \hat{Q}\hat{W}^{[M]} = P_1^{[M]}Q^{[M]}P_0^{[M]}\hat{W}^{[M]} \quad (4.3)$$

と置き換えることができる．このとき， $\hat{W}^{[M]}$ 及び \hat{Q} はそれぞれ前処理及び後処理部である． $M = 8$ の場合，置換行列 $P_1^{[M]}$ ， $P_0^{[M]}$ 及び直交行列 $Q^{[M]}$ は，

$$P_0^{[8]} = \{0, 4, 2, 6, 1, 3, 5, 7\}, \quad P_1^{[8]} = \{0, 4, 2, 7, 1, 6, 3, 5\} \quad (4.4)$$

及び

$$Q^{[8]} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[2]} & \mathbf{0}^{[2]} \\ \mathbf{0}^{[2]} & \mathbf{R}(-\frac{\pi}{8}) \end{bmatrix} & & & \mathbf{0}^{[4]} \\ & & & \\ & \mathbf{0}^{[4]} & \begin{bmatrix} \mathbf{R}(\frac{7\pi}{16}) & \mathbf{0}^{[2]} \\ \mathbf{0}^{[2]} & \mathbf{R}(\frac{3\pi}{16}) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{R}(\frac{3\pi}{8}) & \mathbf{0}^{[2]} \\ \mathbf{0}^{[2]} & \mathbf{R}(\frac{3\pi}{8}) \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[4]} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

である．WHT に基づく整数 DCT を得るために， $\hat{W}^{[8]}$ の代わりに正規化していない $W^{[8]}$ 及び式 (2.43) の回転行列のリフティング分解が使用される．また，その図とリフティング係数を図 4.4 及び表 4.1 に示す．本章では， n ビット語長 $k/2^n$ ($k, n \in \mathbb{N}$ 且つ $3 \leq n \leq 6$) を全てのリフティング係数 $u(\theta)$ 及び $l(\theta)$ に適用する．

2次元可分形変換

2.7.1 項で示したような 2次元可分形変換を考える．変換行列 F が，2次元入力信号 x を行及び列方向に別々に 2次元可分形変換する時，2次元出力信号 y は，

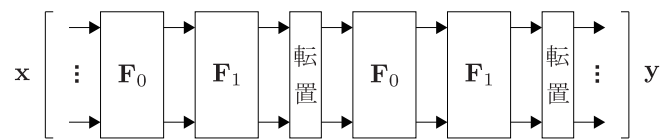
$$y = (F(Fx)^T)^T = Fx F^T \quad (4.6)$$

のように表現される．仮に F が $F = F_1 F_0$ のように，前処理部 F_0 及び後処理部 F_1 に分解できるとすると，式 (4.6) は，

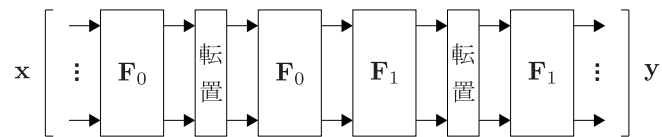
$$y = F_1 F_0 x (F_1 F_0)^T = F_1 F_0 x F_0^T F_1^T \quad (4.7)$$

表 4.1 WHT に基づく整数 DCT の回転行列におけるリフティング係数

	実数係数	$k/2^3$	$k/2^4$	$k/2^5$	$k/2^6$
$u(-\frac{\pi}{8})$	0.1989123674...	1/4	3/16	3/16	13/64
$l(-\frac{\pi}{8})$	-0.3826834324...	-3/8	-3/8	-3/8	-3/8
$u(\frac{3\pi}{8})$	-0.6681786379...	-5/8	-11/16	-21/32	-43/64
$l(\frac{3\pi}{8})$	0.9238795326...	7/8	15/16	15/16	59/64
$u(\frac{7\pi}{16})$	-0.8206787908...	-7/8	-13/16	-13/16	-53/64
$l(\frac{7\pi}{16})$	0.9807852804...	1	1	31/32	63/64
$u(\frac{3\pi}{16})$	-0.3033466836...	-1/4	-5/16	-5/16	-19/64
$l(\frac{3\pi}{16})$	0.5555702330...	1/2	9/16	9/16	9/16



(a)



(b)

図 4.5 2次元可分形変換：(a) 基本変換，(b) 前処理部・後処理部ごとの変換

と置き換えることができる。これは、 F_0 による 2次元可分形変換の後、 F_1 による 2次元可分形変換が適用されていることと等価である。図 4.5 にその 2次元可分形変換を示す。本章では、 F_0 及び F_1 をそれぞれ、式 (4.3) における \hat{W} 及び \hat{Q} と置き換えて話を進める。

並列リフティング構造

本項では著者らが提案した並列リフティング構造 [85] を概説する。ブロックリフティングが 1つのシステム内でできるだけまとめてリフティングする構造であるのに対して、並列リフティングは 2つのシステムを用いてまとめてリフティングする構造であり、ブロックリフティングよりもより効率的な構造となっている。

まず、異なる (たとえば隣接する) 2つのブロック x_i, x_j を、ある変換 F, G のそれ

それぞれ同時に変換することを考えると、

$$\begin{bmatrix} y_i & 0 \\ 0 & y_j \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i & 0 \\ 0 & x_j \end{bmatrix} \right)^T \right)^T \quad (4.8)$$

のように表すことができる。これをブロック並列システムという。次に、このブロック並列システム $\text{diag}\{\mathbf{F}, \mathbf{G}\}$ のリフティング分解を考える。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{G} \\ \mathbf{F} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

とすると、式 (4.9) の右側から、リフティング係数に \mathbf{F}^{-1} を持つブロックリフティング行列を乗算すると、行列の左上の要素が \mathbf{I} である以下の行列を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{F} \\ \mathbf{G} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{F} \\ \mathbf{G} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

更に式 (4.10) の右側から、リフティング係数に $-\mathbf{F}$ を持つブロックリフティング行列を乗算すると、行列の右上の要素が $\mathbf{0}$ である以下の行列を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{F} \\ \mathbf{G} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{F} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G} & -\mathbf{GF} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

最後に式 (4.11) の右側から、式 (4.10) の算出に用いたものと同じブロックリフティング行列を乗算すると、行列の左下の要素が $\mathbf{0}$ である以下の行列を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G} & -\mathbf{GF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{GF} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

つまり、式 (4.9) ~ (4.12) を用いて、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{GF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{F} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

を得ることができる。しかしこのままでは、2 番目の行列の対角ブロックに \mathbf{GF} を含むため、式 (4.13) は完全なリフティング分解ではない。リフティング分解を完成させるためには、 $\mathbf{G} = \mathbf{F}^{-1}$ という制約が必要となる。このとき、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{F} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

を得る。更にここで、 $\mathbf{G} = \mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}$ とすると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{F} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

となり、逆行列を含まない同じ係数行列を持つ 3 つのブロックリフティング構造という簡易な構造から構成できることが分かる。これを並列リフティング構造と呼ぶ。

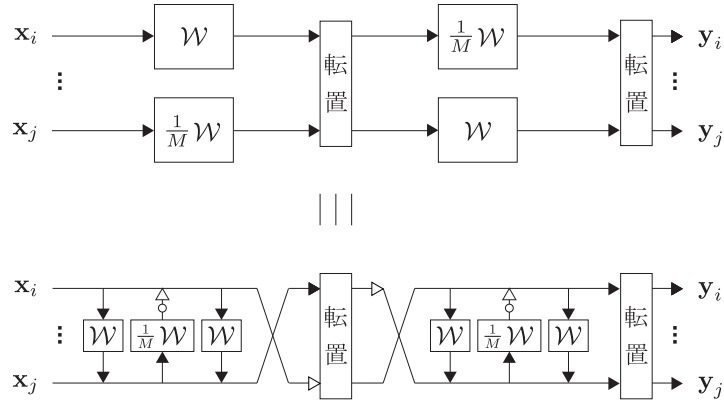


図 4.6 構造的にレギュラリティを有する M 点正規化整数 WHT (白丸：ラウンディング処理，白三角： -1)

構造的にレギュラリティを有する M 点正規化整数 WHT

本節では，式 (4.3) における $\mathcal{W}^{[M]}$ の正規化を考え， $(\log_2 M)$ ビット語長係数のみで構成でき，且つ構造的にレギュラリティを有する M 点正規化整数 WHT を提案する．

条件 #2 にしたがい，もし $1/\sqrt{M}$ によって正規化した \mathcal{W} を変換部に用いるならば，式 (4.6) は，

$$\mathbf{y} = \hat{\mathcal{W}}\mathbf{x}\hat{\mathcal{W}}^T = \left(\frac{1}{\sqrt{M}}\mathcal{W} \left(\frac{1}{\sqrt{M}}\mathcal{W}\mathbf{x} \right)^T \right)^T \quad (4.16)$$

のように置き換えることができる．このとき，1 つのスケール係数 $1/\sqrt{M}$ を，もう 1 つのスケール係数に移動できるので，式 (4.16) は以下ようになる．

$$\mathbf{y} = \left(\frac{1}{M}\mathcal{W}(\mathcal{W}\mathbf{x})^T \right)^T \quad \text{or} \quad \mathbf{y} = \left(\mathcal{W} \left(\frac{1}{M}\mathcal{W}\mathbf{x} \right)^T \right)^T \quad (4.17)$$

しかし，得られたスケール係数 $1/M$ によって生成される実数が消去されないため，式 (4.17) はそのままではロスレス画像符号化に適用できないことに注意されたい．

そこで，4.2.3 節でのように，異なる 2 つのブロック $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$ を，式 (4.17) のそれぞれを用いて同時に変換することを考えると，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{y}_j \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{M}\mathcal{W} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{W} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \mathcal{W} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{M}\mathcal{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{x}_j \end{bmatrix} \right)^T \right)^T \quad (4.18)$$

のように表すことができる．このとき， \mathbf{x}_i 及び \mathbf{x}_j は 2 次元画像における異なる $M \times M$ ブロックであり， \mathbf{y}_i 及び \mathbf{y}_j はそれらの出力信号である．式 (4.18) を図 4.6 の上半分に示す．次に， $(1/M)\mathcal{W} = \mathcal{W}^{-1}$ なので，式 (4.14) の \mathbf{F} を \mathcal{W} に置き換え，式を変形すると，

以下のようなリフティング分解を得ることができる．

$$\begin{bmatrix} \mathcal{W} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{M}\mathcal{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathcal{W} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\frac{1}{M}\mathcal{W} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathcal{W} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{M}\mathcal{W} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathcal{W} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\frac{1}{M}\mathcal{W} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathcal{W} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

このとき， $(1/M)\mathcal{W} = \mathcal{W}^{-1}$ である．この正規化整数 WHT を図 4.6 の下半分に示す．この際， \mathcal{W} は ± 1 の成分しか含まないから，提案する正規化整数 WHT は加減算及び $\pm 1/M$ の乗算器のみで構成できることが分かる．つまり， $\hat{\mathcal{W}}$ による 2 次元可分形変換は，如何なるスケーリングも用いずに，効率的なリフティング構造によって実行される．

また，分割サイズが 8 のときにスケーリング係数 $1/\sqrt{8}$ を移項する際， $1/\sqrt{2}$ のみを移項することでも有限語長化を考慮した構造を実現できる．後述するようなシミュレーションを行った結果，この場合でも $1/\sqrt{8}$ の移項のときと同等の符号化性能を示す．しかし本論文では議論の単純化のために，最も単純な $1/\sqrt{8}$ の移項のみで議論を進める．

正規化整数 WHT から整数 DCT への拡張

本論文では，最も一般的である分割サイズ $M = 8$ を使用する．始めに，原画像を上半分と下半分に分け，前述した 8 点正規化整数 WHT を用いて，その画像の 2 次元可分形変換を行う．この処理は 3 ビット語長係数しか用いずに実行することができる．そして，リフティング分解された式 (4.3) における $\hat{\mathbf{Q}}^{[8]}$ を実行し，整数 DCT としての処理は完了する．提案する正規化整数 WHT は構造的にレギュラリティを有するため，この整数 DCT も構造的にレギュラリティを有することは明白である．表 4.1 の実数係数を用い，且つラウンディング処理を用いない場合，提案する整数 DCT はオリジナル DCT と同様の性能を示し， n ビット語長係数 $k/2^n$ 及びラウンディング処理を用いる場合，低コストな処理による統合画像符号化を実現することができる．

4.3 符号化利得及び周波数応答

本節では，2.12 節で示した符号化利得の比較と周波数応答の比較を行った．

表 4.2 に，リフティング係数に有限語長割当を行った提案する整数 DCT 及び従来の整数 DCT の符号化利得の比較を示す．従来の整数 DCT には，Fukuma の LDCT [94]，Chokchaitam の整数 DCT [108] 及び式 (3.40) の整数 DCT を選んだ．短語長割当時に於いて，従来の整数 DCT の符号化利得は劣化するが，提案する整数 DCT の符号化利得は 3 ビット語長割当時でさえ十分に高く保たれていることが分かる．2.12.3 節で述べたように，高い符号化利得を持つ変換は周波数分解能が高く，より多くのエネルギーを一点に集中させることができ，結果として PSNR のような客観的指標で良好な性能を示すため，短語長係数を持つ提案する整数 DCT の符号化利得も，オリジナルの DCT とできるだけ同等の符号化利得であることが望ましい．

表 4.2 符号化利得の比較

リフティング 係数	直接 分解法	F's [94]	C's [111]	提案法
$k/2^3$	8.23	8.48	8.08	8.73
$k/2^4$	8.72	8.77	8.61	8.82
$k/2^5$	8.79	8.80	8.72	8.82
$k/2^6$	8.83	8.83	8.75	8.82
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
実数	8.83	8.83	8.76	8.83

次に、3 ビット語長割当を行った提案する整数 DCT 及び従来の整数 DCT の周波数応答を図 4.7 に示す。図 4.7 に示した全ての従来の整数 DCT は、低ビットレート符号化時にチェス盤歪みを生じる恐れのある DC 漏れを生じていることが分かる。一方、3 ビット以上の語長割当時に前処理部である提案する正規化整数 WHT は常にレギュラリティを満たすため、提案する整数 DCT は DC 漏れを生じていない。また、従来の整数 DCT の中でも Tran の BinDCT [96] は DC 漏れを生じていないが、ロスレスモード実現のためにスケール操作を行っており、十分な符号化利得を得ることができないため、本節の比較からは除外した。

4.4 ロッシー・ロスレス統合画像符号化

本項では提案する整数 DCT 及び従来の整数 DCT をロッシー・ロスレス統合画像符号化へ適用する。

始めにロスレス画像符号化を行った。提案する整数 DCT の 3~6 ビット語長割当時ににおけるロスレス画像符号化の比較を表 4.3 に、3 ビット語長割当時ににおける提案する整数 DCT と従来の整数 DCT のロスレス画像符号化の比較を表 4.4 に示す。表 4.3 より、提案する整数 DCT は 3 ビット語長割当でも良好な符号化性能を示していることが分かる。特に、4 ビット語長割当までは、それ以上のビット割当の時と変わらない符号化性能を見せることができる。また表 4.4 より、従来の整数 DCT よりも良好な符号化性能を示すことが分かる。

次にロッシー画像符号化を行った。既に得られているロスレスビットストリームを受信する際に任意のビットで打ち切り、それを復号化及び逆変換することでロッシーデータを取得することができる。提案する整数 DCT の 3~6 ビット語長割当時ににおけるロッシー画像符号化の比較を表 4.5 に、3 ビット語長割当時ににおける提案する整数 DCT と従来の整数 DCT のロッシー画像符号化の比較を表 4.6 に示す。更に、図 4.8~4.10 にビットレート 0.25[bpp] 及び 3 ビット語長割当時ににおける“Barbara”、“Goldhill”、“Lena”の

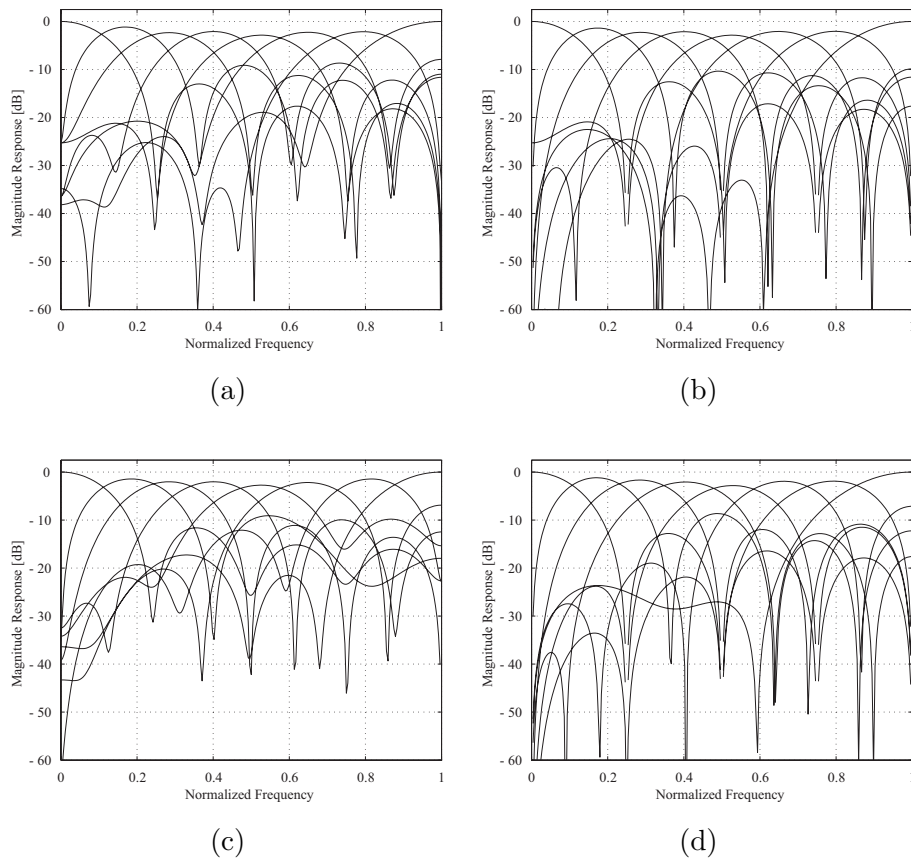


図 4.7 3 ビット語長割当時における周波数応答 : (a) 直接分解法 , (b) Fukuma の LDCT, (c) Chokchaitam の整数 DCT (OWLA) , (d) 提案法

拡大画像を示す．ロスレス画像符号化同様，表 4.5 より，提案する整数 DCT は 3 ビット語長割当でも良好な符号化性能を示す．また表 4.4 より，従来の整数 DCT よりも良好な符号化性能を示すことが分かる．特に図 4.8 ~ 4.10 より，従来の整数 DCT は短語長割当でチェス盤歪みを生じているが，提案する整数 DCT はチェス盤歪みを生成しておらず，良画質であることは明白である．

4.5 本章のまとめ

本章は，リフティング係数の短語長割当時においても，構造的にレギュラリティを有する整数 DCT を提案した．提案する整数 DCT は，前処理部に正規化整数 WHT を用いて実現される． $(\pm \log_2 M)$ ビット以上の語長割当において，提案する M 点正規化整数 WHT は構造的にレギュラリティを有するため，最終的に得られる整数 DCT もまたレギュラリティを有する．更に提案する整数 DCT は従来の整数 DCT よりも短語長割当時のロッシー・ロスレス統合画像符号化に適しており，全てのリフティング係数に短語長割当を行っても良好な性能を示す．また，画像符号化方式の次世代標準規格候補である

表 4.3 3~6 ビット語長割当時における提案する整数 DCT のロスレス画像符号化結果 (LBR[bpp])

テスト 画像	提案法			
	$k/2^3$	$k/2^4$	$k/2^5$	$k/2^6$
Aerial	6.26	6.24	6.25	6.24
Airplane	4.51	4.48	4.49	4.48
Baboon	6.29	6.28	6.28	6.28
Barbara	5.07	5.02	5.03	5.02
Bike	6.24	6.22	6.22	6.21
Boat	5.26	5.22	5.23	5.22
Bridge	6.03	6.02	6.02	6.01
Building	5.59	5.56	5.56	5.55
Elaine	5.27	5.25	5.26	5.25
Finger1	6.14	6.08	6.08	6.08
Finger2	5.98	5.87	5.89	5.87
Goldhill	5.20	5.18	5.18	5.18
Grass	6.19	6.18	6.18	6.18
Houses	5.95	5.92	5.93	5.92
Lena	4.72	4.68	4.69	4.68
Pepper	5.02	4.98	4.98	4.98
Room	4.59	4.56	4.56	4.56
Station	5.48	5.36	5.36	5.36
Tank	5.23	5.22	5.22	5.22
Watch	4.35	4.28	4.29	4.28
20 枚平均	5.47	5.43	5.44	5.43

JPEG-XR は後処理部に 4 点整数 DCT を採用しているが、そのような 8 点以外の分割サイズを有する整数 DCT については今後の課題とする。

表 4.4 3 ビット語長割当時における整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])

テスト 画像	直接 分解法	F's [94]	C's [111]	提案法
Aerial	6.74	6.56	6.51	6.26
Airplane	6.09	5.63	5.34	4.51
Baboon	6.86	6.67	6.56	6.29
Barbara	5.94	5.63	5.52	5.07
Bike	7.04	6.80	6.67	6.24
Boat	6.22	5.93	5.72	5.26
Bridge	6.56	6.36	6.27	6.03
Building	6.19	5.95	5.92	5.59
Elaine	6.34	6.05	5.74	5.27
Finger1	6.55	6.38	6.40	6.14
Finger2	6.56	6.34	6.26	5.98
Goldhill	5.95	5.69	5.52	5.20
Grass	6.57	6.39	6.38	6.19
Houses	6.58	6.36	6.23	5.95
Lena	5.92	5.57	5.32	4.72
Pepper	6.07	5.80	5.55	5.02
Room	5.74	5.35	5.12	4.59
Station	6.08	5.85	5.79	5.48
Tank	6.23	5.93	5.64	5.23
Watch	5.53	5.10	4.97	4.35
20 枚平均	6.29	6.02	5.87	5.47

表 4.5 3~6 ビット語長割当時における提案する整数 DCT のロッキー画像符号化結果 (PSNR[dB])

テスト 画像	ビット レート	提案法			
		$k/2^3$	$k/2^4$	$k/2^5$	$k/2^6$
Barbara	0.25[bpp]	26.83	26.92	26.93	26.92
	0.50[bpp]	30.48	30.61	30.60	30.64
	1.00[bpp]	35.49	35.77	35.77	35.81
Goldhill	0.25[bpp]	29.25	29.34	29.33	29.34
	0.50[bpp]	31.77	31.87	31.87	31.91
	1.00[bpp]	34.98	35.11	35.12	35.12
Lena	0.25[bpp]	31.61	31.79	31.76	31.81
	0.50[bpp]	34.99	35.36	35.32	35.40
	1.00[bpp]	38.12	38.54	38.50	38.54

表 4.6 3 ビット語長割当時における整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (PSNR[dB])

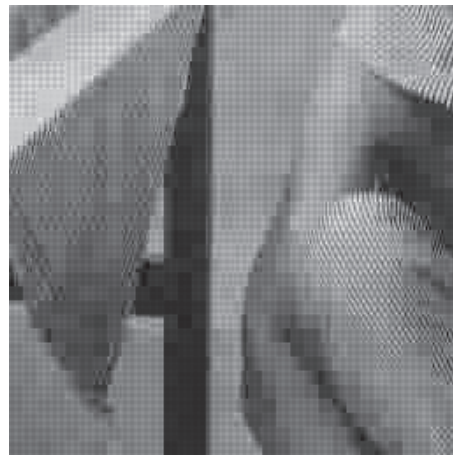
テスト 画像	ビット レート	直接 分解法	F's [94]	C's [111]	提案法
Barbara	0.25[bpp]	23.15	24.67	25.29	26.83
	0.50[bpp]	25.66	27.18	27.78	30.48
	1.00[bpp]	29.70	31.85	31.66	35.49
Goldhill	0.25[bpp]	24.61	26.73	27.40	29.25
	0.50[bpp]	26.95	28.41	29.53	31.77
	1.00[bpp]	30.59	31.97	32.82	34.98
Lena	0.25[bpp]	23.61	25.91	28.01	31.61
	0.50[bpp]	26.43	28.31	30.08	34.99
	1.00[bpp]	30.23	33.01	34.06	38.12



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

図 4.8 3 ビット語長割当・低ビットレート符号化時における “Barbara” の拡大画像 (0.25[bpp]): (a) 原画像, (b) 直接分解法, (c) Fukuma の LDCT, (d) Chokchaitam の整数 DCT (OWLA), (e) 提案法



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

図 4.9 3ビット語長割当・低ビットレート符号化時における“Goldhill”の拡大画像 (0.25[bpp]): (a) 原画像, (b) 直接分解法, (c) Fukuma の LDCT, (d) Chokchaitam の整数 DCT (OWLA), (e) 提案法



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

図 4.10 3 ビット語長割当・低ビットレート符号化時における“Lena”の拡大画像 (0.25[bpp]): (a) 原画像, (b) 直接分解法, (c) Fukuma の LDCT, (d) Chokchaitam の整数 DCT (OWLA), (e) 提案法

第 5 章

JPEG と高い互換性を有する DCT/IDCT の直接リフティング に基づく整数 DCT

5.1 本章の概要

ここまで述べてきたように、近年、ロッキー及びロスレス画像符号化の統一を図ったロッキー・ロスレス統合画像符号化が注目され、JPEG2000 のような次世代標準規格ではそれを実現している。しかし、そのような次世代標準規格の普及を妨げ、現行規格である JPEG が未だ独占的に用いられている。それは、近年のハードディスクドライブ(HDD)、フラッシュメモリなどのストレージの急激な低価格化や、演算コストと圧縮率のトレードオフ、JPEG の普及率の高さなどの様々な要因によるものである。そこで JPEG と互換性のある整数 DCT を用いた統合画像符号化が望まれ、これまでに多数報告されてきた。統合画像符号化のためにはリフティング構造及びラウンディング処理が不可欠であるが、そのために起こる 2 つの互換性問題が存在する。1 つは設計における互換性の欠如、もう 1 つが DCT 変換係数における互換性の欠如である。

本章では、統合画像符号化に適用可能であり、JPEG との高い互換性を有する整数 DCT の一実現法を提案する。これにより、DCT (DCT-II) 及び逆 DCT (DCT-III, Inverse DCT: IDCT) を各リフティングブロックにそのまま用いた直接リフティングによって実行され、如何なる既存の DCT ソフトウェア/ハードウェアも直接適用することができる。また、処理過程におけるラウンディング処理を減らし、出力変換係数を限りなく DCT に近付けることができる。僅かな付加情報を必要とするものの、統合画像符号化のシミュレーションを通して、本提案法の優位性を示す。

5.2 JPEG との互換性

標準規格である JPEG は今や全世界で最も使用されている画像圧縮方式のデファクトスタンダードであり、その JPEG が変換部に採用しているのが DCT である。しかし DCT は実数変換であり、ロスレスモードを実現することができないため、整数 DCT と

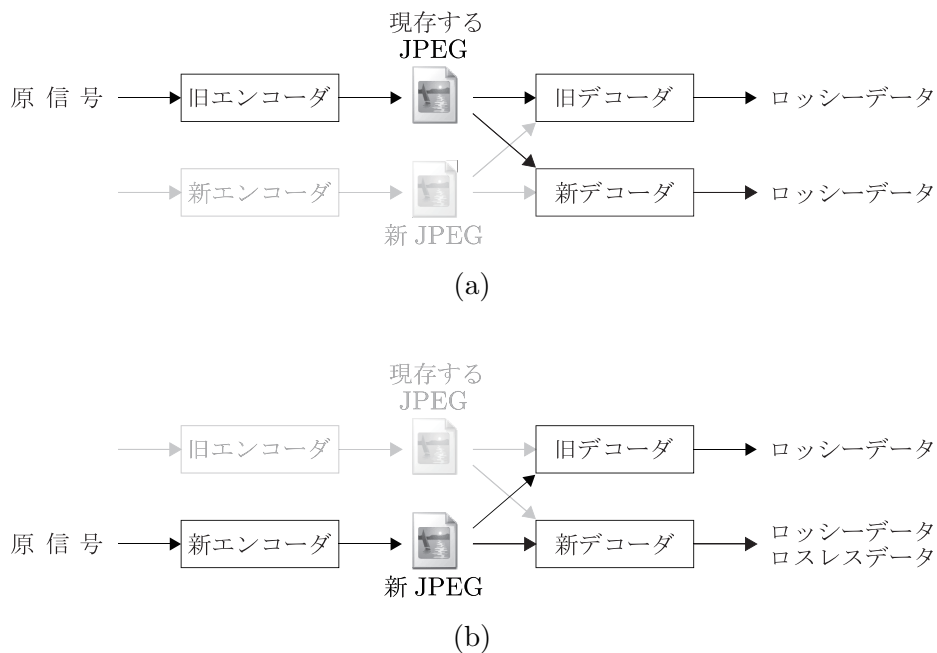


図 5.1 新旧エンコーダ/デコーダで実現可能な方式：(a) 旧エンコーダを用いた場合，
(b) 新エンコーダを用いた場合

いう DCT ベースのロスレスモード用変換が誕生した．整数 DCT は DCT と高い互換性を有するため，JPEG とも高い互換性を有するということになる．ここで，DCT を用いた従来の JPEG エンコーダ/デコーダを旧エンコーダ/旧デコーダ，DCT との互換性が高い整数 DCT を用いた新しい JPEG エンコーダ/デコーダを新エンコーダ/新デコーダとしたとき，実現可能な方式を図 5.1 に示す．図 5.1(a) の上部は現行 JPEG のフローそのままである．要するに，DCT と整数 DCT が高い互換性を有するならば，現行 JPEG のフローはそのままに，また新エンコーダ/新デコーダのみしか所持していない場合は統合画像符号化が可能となるのは当然のことながら，新デコーダしか所持していない場合でも現存する JPEG データを復元でき，逆に旧デコーダしか所持していない場合でも新しい JPEG データをロッシー復元することができる．これにより，標準化の際，最も問題となる JPEG のような旧圧縮データの扱いや，新しい圧縮データの復元問題を一気に解決できる．

しかし実際の整数 DCT は，以下の 2 つの互換性問題を含んでいる．

1. 設計における互換性の欠如：従来の整数 DCT と DCT では異なる構造を有しており，整数 DCT の実現はソフトウェア/ハードウェアの再設計を必要とする．
2. 変換係数における互換性の欠如：処理過程において何度もラウンディング処理が行われることで，オリジナルの DCT の変換係数との誤差が増大し，十分な符号化性能を引き出せない．

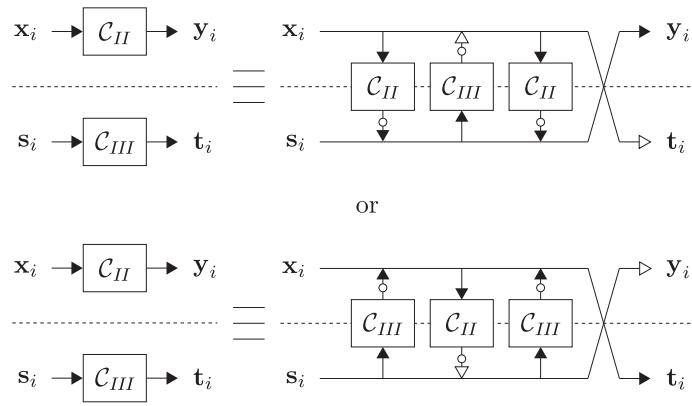


図 5.2 DCT / IDCT の直接リフティング (白丸：ラウンディング処理，白三角：-1)

つまり，

1. 再設計を行わず，既存の DCT のソフトウェア / ハードウェアをそのまま利用する．
2. ラウンディング処理をまとめて行い，DCT の性能を極力劣化させることなく変換を行う．

ことが重要となる．この 2 点に着目し，本章では話を進める．

5.3 DCT / IDCT の直接リフティングに基づく整数 DCT

5.3.1 DCT / IDCT の直接リフティング

まず始めに図 5.2 の左側のように，4.2.3 項と同様に 2 つの個々の信号を DCT (DCT-II) 及び IDCT (DCT-III) によって処理するブロック並列システムを考える．その入出力信号及び変換は，

$$\begin{bmatrix} y_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ s_i \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

となり，そのリフティング分解は以下ようになる．

$$\begin{bmatrix} C_{II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ C_{II} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -C_{III} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ C_{II} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & C_{III} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -C_{II} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & C_{III} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

ただし， $C_{III}^{-1} = C_{III}^T = C_{II}$ である．このようにして，図中左側に示される DCT / IDCT のブロック並列システムは，式 (5.2) または式 (5.3) によって，図中右側に示されるようなブロックリフティング構造によって効果的に実行される．更に，ロッシー画像符号化用に設計された既存の DCT ソフトウェア / ハードウェアも，各リフティングブロックにそのまま直接用いることができる．これを直接リフティングと呼ぶ．しかしながら，IDCT

は多くの DC 漏れを含むため、 t_i のような IDCT によって変換された信号は画像符号化には適していないことから、このままでは効果的な符号化を行うことができない。たとえば、画像の上半分を DCT、残りの下半分を IDCT で変換するようなシステムは容易に考え付くが、画像の半分が IDCT の変換によって DC 漏れを起し、圧縮率を低下させる原因となる。また、JPEG は全ての信号を DCT で変換するため、JPEG との高い互換性を持たせたいという本章の目的から大きく逸れてしまうことになる。

5.3.2 付加情報を用いた効果的な整数 DCT の実現

本項では、JPEG との高い互換性を考慮した整数 DCT を用いた効率的な統合画像符号化の実現法を示す。まず、通常の DCT 変換は、 $H \times W$ サイズの画像 X を $M \times M$ サイズのブロック x_k ($0 \leq k \leq n-1$, $n = HW/M^2$) に分割し、そのブロック毎に処理を行うブロック変換である。この時、分割されたブロック x_k は DCT によってそれぞれ変換されるが、同時に $M \times M$ ブロック s_k も式 (5.1) の IDCT によって変換されなければならないことに注意されたい。しかしながら前節で述べたように、IDCT による変換は画像符号化にとって好ましくない。そこで、 $M \times M$ サイズの付加情報ブロック (Side Information Block: SIB) s_0 を用意する。 s_0 の要素は自然数であれば基本的に何であっても構わないが、本論文では単純化のために $s_0 = 0$ とする。 s_k は IDCT によって、

$$s_k = t_{k-1} = C_{III}s_{k-1} \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, n \quad (5.4)$$

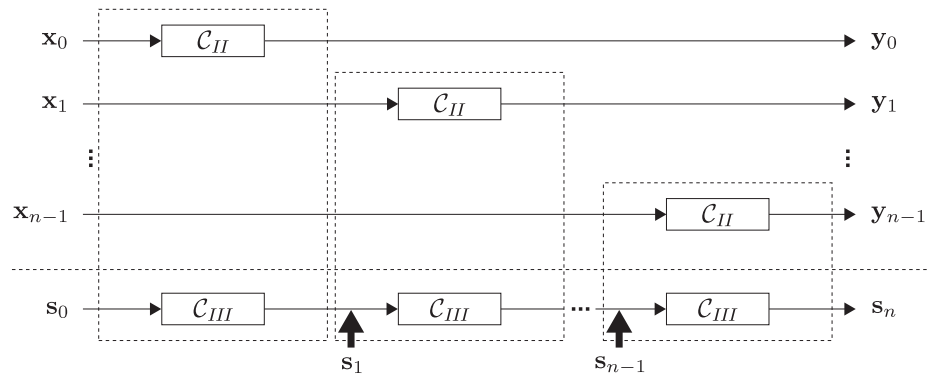
のように繰り返し変換される。結果として、

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{n-1} \\ s_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{II} & & & & \\ & C_{II} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & C_{II} & \\ \hline & & & & C_{III}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ s_0 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

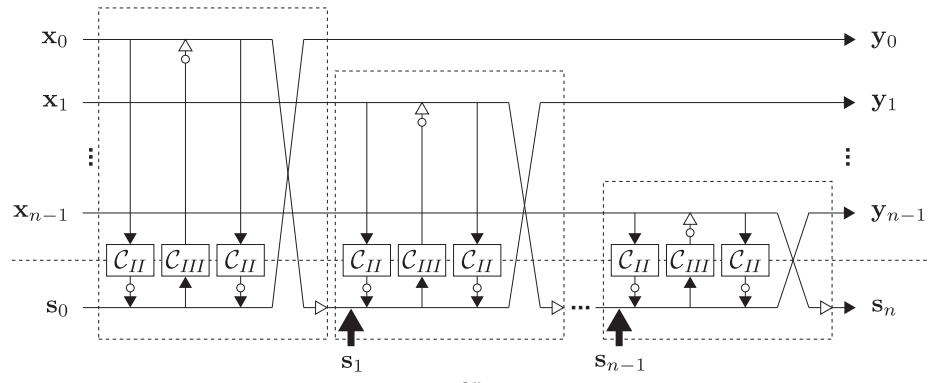
を得ることができる。式 (5.5) を図 5.3(a) に示す。また、図中の破線で囲まれた C_{II} 及び C_{III} の組み合わせが、図 5.3(b) のように、式 (5.2) または式 (5.3) によるリフティング構造に分解できる。この時、各リフティング構造で生じるラウンディング誤差によって $s_n \neq 0$ であるため、 s_n は全ての y_k と共に符号化・伝送されなければならない。

最後に、提案する整数 DCT を用いた統合画像符号化の一連の流れを以下に示す。

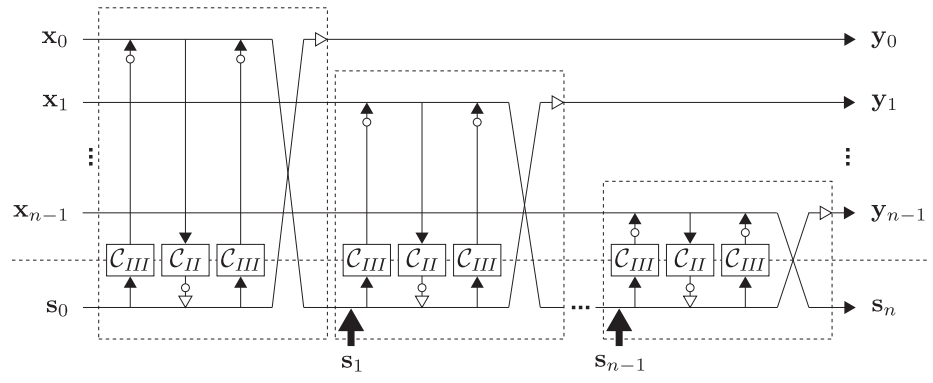
1. 式 (5.2) または式 (5.3) と、式 (5.5) 及び PSNR スケーラビリティを持つ既存エンコーダ (本論文では SPIHT [113]) を用いて、 s_n を含むロスレスビットストリームを得る。
2. ロスレスモードの画像は、 s_n を含む全ロスレスビットストリームから再構成される。
3. ロッシーモードの画像は、 s_n を送信せず、受信側で任意ビットで断ち切られたビットストリームから再構成される。



(a)



or



(b)

図 5.3 DCT / IDCT の直接リフティングを用いた整数 DCT (白丸: ラウンディング処理, 白三角: -1): (a) リフティング分解前, (b) リフティング分解後

表 5.1 整数 DCT によって 1 次元変換される 8×1 ブロック当たりのラウンディング数の比較

直接分解法	F's [94]	C's [108]	提案法
39	21	8	1.5

5.3.3 2次元可分形変換による更なる改善

本項では，提案する整数 DCT の更なる改善を示す．2.7.1 項で述べたように， $M \times M$ 入力信号 \mathbf{x} の 2 次元 DCT 変換は以下のような 2 次元可分形変換

$$\mathbf{y} = \left(\mathbf{C}_H (\mathbf{C}_H \mathbf{x})^T \right)^T = \mathbf{C}_H \mathbf{x} \mathbf{C}_H^T \quad (5.6)$$

で表すことができ，

$$\mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) \triangleq \mathbf{C}_H \mathbf{x} \mathbf{C}_H^T \quad (5.7)$$

とする．また IDCT についても同様に，

$$\mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) \triangleq \mathbf{C}_H \mathbf{x} \mathbf{C}_H^T \quad (5.8)$$

とする．ここで，リフティング行列の中のリフティング係数ブロックのそれぞれが $M \times M$ 2 次元可分形変換として定義できるため，式 (5.2) 及び式 (5.3) は，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{C}_H^{2D}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

のように書き換えることができる．2 次元可分形変換を用いることで，整数 DCT によって 1 次元変換される $M \times 1$ ブロック当たりのラウンディング数が $3M$ 個から $3M/16$ 個へ削減され，多くのラウンディング誤差を抑制できる．そのため，2 次元可分形変換によるリフティング行列の導入は，統合画像符号化にとってより効果的な改善であると言える．Fukuma の LDCT [94]，Chokchaitam の整数 DCT [108] 及び式 (3.40) の整数 DCT とのラウンディング数の比較を表 5.1 に示す．ここで提案する整数 DCT のラウンディング数が最も少ないことは明らかである．提案する整数 DCT が従来の整数 DCT よりも良好な符号化性能を得られることを，シミュレーションを通して示す．

5.4 ロッシー・ロスレス統合画像符号化

提案する整数 DCT は式 (5.9) または式 (5.10) で実現できるが，どちらの場合も符号化性能はほぼ同等であるため，以下の比較では式 (5.9) を用いた場合のみ記載する．また従

来の整数 DCT には、直接分解法、Fukuma の LDCT、Chokchaitam の整数 DCT を、更に JPEG で用いられる DCT も比較対象に選んだ。

始めに、提案する整数 DCT を用いたロスレス画像符号化についてシミュレーションを行った。SIB s_n は特別な符号化を用いずとも僅かなビット数しか持たないため、全ビットをそのまま伝送した。その際のビットレートは、

$$\text{SIB ビットレート [bpp]} = \frac{\lceil \log_2(|s_n|_{max}) + 1 \rceil M^2 [\text{bit}]}{\text{総画素数 [pixel]}} \quad (5.11)$$

として計算することができる。例えば、提案する整数 DCT を用いて変換した “Barbara” の場合、0.001953125[bpp] になる。結果として、ロスレス画像符号化の比較の評価関数 LBR は式 (2.75) で表されるものと異なり、

$$\text{LBR[bpp]} = \frac{\text{総ビット数 [bit]}}{\text{総画素数 [pixel]}} + \text{SIB ビットレート [bpp]} \quad (5.12)$$

を用いた。表 5.2 にその比較を示す。ここで、DCT はロスレス画像符号化を実現できないため、表中で DCT の値が示されていないことに注意されたい。表 5.2 より、提案する整数 DCT が従来の整数 DCT よりも明らかに優れていることが分かる。

ロッシー画像符号化は、SIB s_n を用いず、ビットストリームを受信側で任意のビットで断ち切ることで実現する。今までのシミュレーションと同じく、送受信両側で整数 DCT を用いたロッシー画像符号化の比較を表 5.3 に示す。更に JPEG との互換性を調べるため、送信側で整数 DCT、受信側で通常の DCT を用いた場合のロッシー画像符号化の比較を表 5.4 に、逆に送信側で通常の DCT、受信側で整数 DCT を用いた場合のロッシー画像符号化の比較を表 5.5 に示す。ただし、Chokchaitam の整数 DCT は式 (2.50) のようなスケーリングを入れないと DCT と同一の変換にはならない。そこで、本章のシミュレーションでは、式 (2.50) のスケーリングを受信側で考慮して逆変換しているため、厳密な意味で既に JPEG との互換性がない変換であると言える。その上で、提案する整数 DCT は従来の整数 DCT よりも優れた性能を示した。また、DCT はラウンディング誤差のない分、良好な結果を示すが、ロッシー画像符号化しか実現できない。

以上より、提案する整数 DCT は統合画像符号化で良好な結果を示すだけでなく、送信側で整数 DCT、受信側で DCT を用いた場合や、送信側で DCT、受信側で整数 DCT を用いた場合にも良好な結果を示すことができ、JPEG との高い互換性を持つことが分かる。

5.5 本章のまとめ

本章では、統合画像符号化に適用可能であり、JPEG との高い互換性を有する整数 DCT の一実現法を提案した。提案する整数 DCT は、DCT / IDCT を直接リフティングすることによって実現する。つまり、本提案法を用いれば、整数 DCT のソフトウェア / ハードウェアの再設計を行わずとも、既存の DCT を用いて統合画像符号化用エンコーダ及び

表 5.2 整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (LBR[bpp])

テスト 画像	DCT [20]	直接 分解法	F's [94]	C's [108]	提案法
Aerial	-	6.24	6.23	6.25	6.23
Airplane	-	4.48	4.44	4.40	4.36
Baboon	-	6.27	6.27	6.28	6.27
Barbara	-	5.00	4.98	4.97	4.94
Bike	-	6.20	6.20	6.22	6.20
Boat	-	5.21	5.20	5.19	5.18
Bridge	-	6.00	6.00	6.00	5.99
Building	-	5.58	5.54	5.50	5.47
Elaine	-	5.24	5.23	5.25	5.22
Finger1	-	6.07	6.07	6.06	6.06
Finger2	-	5.86	5.85	5.85	5.83
Goldhill	-	5.18	5.17	5.16	5.14
Grass	-	6.18	6.17	6.18	6.17
Houses	-	5.91	5.90	5.89	5.88
Lena	-	4.67	4.65	4.64	4.61
Pepper	-	4.97	4.96	4.96	4.94
Room	-	4.54	4.51	4.46	4.44
Station	-	5.34	5.31	5.29	5.26
Tank	-	5.21	5.20	5.20	5.19
Watch	-	4.27	4.20	4.18	4.06
20 枚平均	-	5.42	5.40	5.40	5.37

デコーダを得ることができ、設計における互換性を保っていると言える。また、処理過程におけるラウンディング処理を減らし、出力を限りなく DCT に近付けることで、変換係数における互換性を保つことができる。実現時に付加情報を必要とするが、符号化に大きな影響を与える程の容量は必要とせず、画像サイズが 512×512 の “Barbara” においても $0.001953125[\text{bpp}]$ と極僅かである。結果として、提案する整数 DCT は統合画像符号化シミュレーションにおいて、従来法よりも優れた性能を示した。また、受信側と送信側で既存の DCT と整数 DCT とで違う変換を用いた際も良好な性能を示し、JPEG との高い互換性を有することを証明した。これにより、現存する JPEG ロッシーデータを従来のデコーダとほぼ同等に画像復元したり、逆に提案する整数 DCT によるエンコーダで圧縮したデータを既存の JPEG デコーダで画像復元することが可能である。今後の課題には、付加情報の除去や演算コストの削減等が挙げられる。

表 5.3 送受信両側で整数 DCT を用いたロッシェー画像符号化結果 (PSNR[dB])

テスト 画像	ビット レート	DCT [20]	直接 分解法	F's [94]	C's [108]	提案法
Barbara	0.25[bpp]	26.95	26.93	26.94	26.73	26.95
	0.50[bpp]	30.70	30.67	30.67	30.40	30.68
	1.00[bpp]	36.08	35.91	35.97	35.84	36.03
	全ビット	58.92	lossless	lossless	lossless	lossless
Goldhill	0.25[bpp]	29.38	29.35	29.36	29.13	29.37
	0.50[bpp]	31.99	31.94	31.94	31.80	31.97
	1.00[bpp]	35.40	35.23	35.27	35.19	35.36
	全ビット	58.92	lossless	lossless	lossless	lossless
Lena	0.25[bpp]	31.88	31.82	31.83	31.85	31.86
	0.50[bpp]	35.60	35.47	35.49	35.48	35.55
	1.00[bpp]	39.23	38.75	38.93	38.93	39.12
	全ビット	58.92	lossless	lossless	lossless	lossless

表 5.4 送信側で整数 DCT , 受信側で通常の DCT を用いたロッシェー画像符号化結果 (PSNR[dB])

テスト 画像	ビット レート	DCT [20]	直接 分解法	F's [94]	C's [108]	提案法
Barbara	0.25[bpp]	26.95	26.95	26.95	26.74	26.95
	0.50[bpp]	30.70	30.69	30.69	30.42	30.70
	1.00[bpp]	36.08	36.02	36.02	35.90	36.07
	全ビット	58.92	49.08	49.61	52.86	55.82
Goldhill	0.25[bpp]	29.38	29.38	29.37	29.14	29.38
	0.50[bpp]	31.99	31.97	31.97	31.83	31.99
	1.00[bpp]	35.40	35.33	35.34	35.25	35.40
	全ビット	58.92	49.02	49.54	52.90	55.83
Lena	0.25[bpp]	31.88	31.86	31.85	31.87	31.88
	0.50[bpp]	35.60	35.53	35.54	35.53	35.59
	1.00[bpp]	39.23	39.00	39.05	39.04	39.21
	全ビット	58.92	49.13	49.62	52.87	55.83

表 5.5 送信側で通常の DCT，受信側で整数 DCT を用いたロッキー画像符号化結果 (PSNR[dB])

テスト 画像	ビット レート	DCT [20]	直接 分解法	F's [94]	C's [108]	提案法
Barbara	0.25[bpp]	26.95	26.93	26.94	26.94	26.94
	0.50[bpp]	30.70	30.67	30.67	30.68	30.69
	1.00[bpp]	36.08	35.96	35.98	36.02	36.04
	全ビット	58.92	48.67	49.16	52.00	54.61
Goldhill	0.25[bpp]	29.38	29.36	29.36	29.37	29.37
	0.50[bpp]	31.99	31.96	31.94	31.97	31.97
	1.00[bpp]	35.40	35.29	35.28	35.34	35.36
	全ビット	58.92	48.57	49.04	51.97	54.60
Lena	0.25[bpp]	31.88	31.84	31.85	31.86	31.86
	0.50[bpp]	35.60	35.52	35.52	35.55	35.56
	1.00[bpp]	39.23	38.95	39.01	39.11	39.14
	全ビット	58.92	48.69	49.14	52.00	54.60

第 6 章

提案する整数 DCT の比較 / 考察

6.1 本章の概要

それぞれ異なる目的のために、3~5 章までに 3 種類の新しい整数 DCT の実現法を提案した。本章では提案した 3 種類の整数 DCT を用いて、全ての目的に応じた条件下の元でシミュレーションの比較を行い、各提案法がどのような利点及び欠点を有しているのかを示す。また、提案する M 点整数 DCT をロッシー・ロスレス統合画像符号化に応用した際、2.12 節で示したテスト画像や指標を用いて、提案方法の変換性能や符号化性能の比較を行った。

6.2 ロッシー・ロスレス統合画像符号化

本節では、提案する M 点整数 DCT をロッシー・ロスレス統合画像符号化に応用し、2.12 節で示したテスト画像や指標を用いて、提案方法の変換性能や符号化性能の比較を行った。

6.2.1 異なる分割サイズによる比較

まず、3 章で議論した DCT の分割サイズについて比較する。3 章の 4, 8, 16 点整数 DCT については、それぞれ式 (3.33)、式 (3.40)、式 (3.45) を用いた。4 章の整数 DCT の 4 及び 16 点については式 (4.3) から実現可能であるが、そのリフティング分解が複雑になるため、8 点のみを用いた。5 章の整数 DCT については、式 (5.9) または式 (5.10) を用いて容易に任意の分割サイズを実現できるが、5 章と同様に式 (5.9) のみを用いた。また、リフティング係数については全て無限語長係数であり、送受信両側で整数 DCT を用いた。表 6.1~6.3 及び図 6.1 と図 6.2~6.4 に 4, 8, 16 点の時のロスレス及びロッシー画像符号化の比較を示す。これらより、提案する整数 DCT では 5 章の整数 DCT が最も性能が良いことが分かる。これは、表 6.4 に示すように、ラウンディング数が少ないほど平均ラウンディング誤差 (MRE) が減少し、符号化性能が向上すると考えられる。但し、4 点ではラウンディング数と MRE が関連しておらず、符号化結果も画像によって 3 章の整数 DCT の方が良好であった。

表 6.1 提案する 4 点整数 DCT のロスレス及びロッキー画像符号化の比較

ロスレス画像符号化 (LBR[bpp])				ロッキー画像符号化 (PSNR[dB])				
テスト 画像	提案法			テスト 画像	ビット レート	提案法		
	3 章	4 章	5 章			3 章	4 章	5 章
Airplane	4.49	-	4.48	Barbara	0.25[bpp]	26.12	-	26.13
Barbara	5.20	-	5.18		0.50[bpp]	29.17	-	29.16
Boat	5.32	-	5.32		1.00[bpp]	34.18	-	34.17
Goldhill	5.24	-	5.24	Goldhill	0.25[bpp]	28.94	-	28.94
Lena	4.73	-	4.72		0.50[bpp]	31.47	-	31.47
Pepper	5.02	-	5.02		1.00[bpp]	34.85	-	34.86
Room	4.64	-	4.64	Lena	0.25[bpp]	31.06	-	31.05
Watch	4.12	-	4.16		0.50[bpp]	34.49	-	34.48
20 枚平均	5.53	-	5.52		1.00[bpp]	38.11	-	38.11

表 6.2 提案する 8 点整数 DCT のロスレス及びロッキー画像符号化の比較

ロスレス画像符号化 (LBR[bpp])				ロッキー画像符号化 (PSNR[dB])				
テスト 画像	提案法			テスト 画像	ビット レート	提案法		
	3 章	4 章	5 章			3 章	4 章	5 章
Airplane	4.43	4.48	4.36	Barbara	0.25[bpp]	26.94	26.93	26.95
Barbara	4.98	5.02	4.94		0.50[bpp]	30.67	30.65	30.68
Boat	5.20	5.22	5.18		1.00[bpp]	35.96	35.82	36.03
Goldhill	5.16	5.18	5.14	Goldhill	0.25[bpp]	29.36	29.34	29.37
Lena	4.65	4.68	4.61		0.50[bpp]	31.96	31.89	31.97
Pepper	4.96	4.98	4.94		1.00[bpp]	35.28	35.14	35.36
Room	4.51	4.55	4.44	Lena	0.25[bpp]	31.85	31.81	31.86
Watch	4.17	4.26	4.06		0.50[bpp]	35.53	35.39	35.55
20 枚平均	5.40	5.43	5.37		1.00[bpp]	38.94	38.55	39.12

6.2.2 リフティング係数の有限語長化による比較

次に、4 章で議論したリフティング係数の有限語長化について比較する。3 章の整数 DCT については、式 (3.40) を用い、5 章の整数 DCT については、式 (5.9) を用いた。ま

表 6.3 提案する 16 点整数 DCT のロスレス及びロッキー画像符号化の比較

ロスレス画像符号化 (LBR[bpp])				ロッキー画像符号化 (PSNR[dB])				
テスト 画像	提案法			テスト 画像	ビット レート	提案法		
	3 章	4 章	5 章			3 章	4 章	5 章
Airplane	4.44	-	4.33	Barbara	0.25[bpp]	27.95	-	27.96
Barbara	4.85	-	4.79		0.50[bpp]	31.79	-	31.84
Boat	5.14	-	5.10		1.00[bpp]	36.88	-	37.08
Goldhill	5.11	-	5.08	Goldhill	0.25[bpp]	29.71	-	29.73
Lena	4.61	-	4.56		0.50[bpp]	32.33	-	32.38
Pepper	4.94	-	4.91		1.00[bpp]	35.51	-	35.69
Room	4.44	-	4.33	Lena	0.25[bpp]	32.66	-	32.69
Watch	4.39	-	4.21		0.50[bpp]	36.09	-	36.20
20 枚平均	5.37	-	5.33		1.00[bpp]	39.03	-	39.44

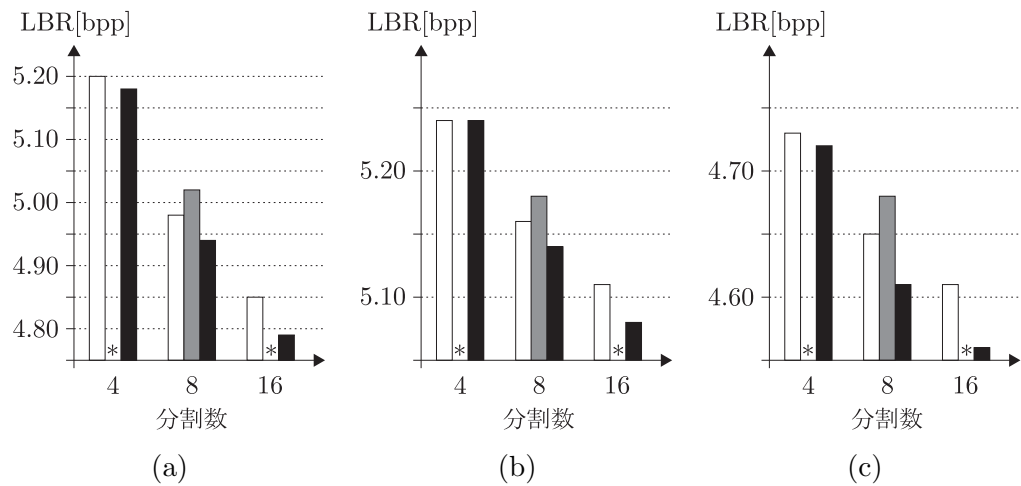


図 6.1 提案する M 点整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章, *: 実現不可能): (a) “Barbara”, (b) “Goldhill”, (c) “Lena”

た, リフティング係数については全て 3 ビット語長係数であり, 送受信両側で整数 DCT を用いた. 表 6.5 に符号化利得の比較, 表 6.6 及び図 6.5 と図 6.6~6.8 にロスレス及びロッキー画像符号化の比較を示す. 更に, 図 6.9 にビットレート 0.25[bpp] 及び 3 ビット語長割当時における “Barbara”, “Goldhill”, “Lena” の拡大画像を示す. これらより, 提案する整数 DCT では 4 章の整数 DCT が最も良好な性能を示した. また, 図 6.9 より, 3 章の整数 DCT はチェス盤歪みが生じているのに対し, 4 章の整数 DCT は生じていないことが分かる.

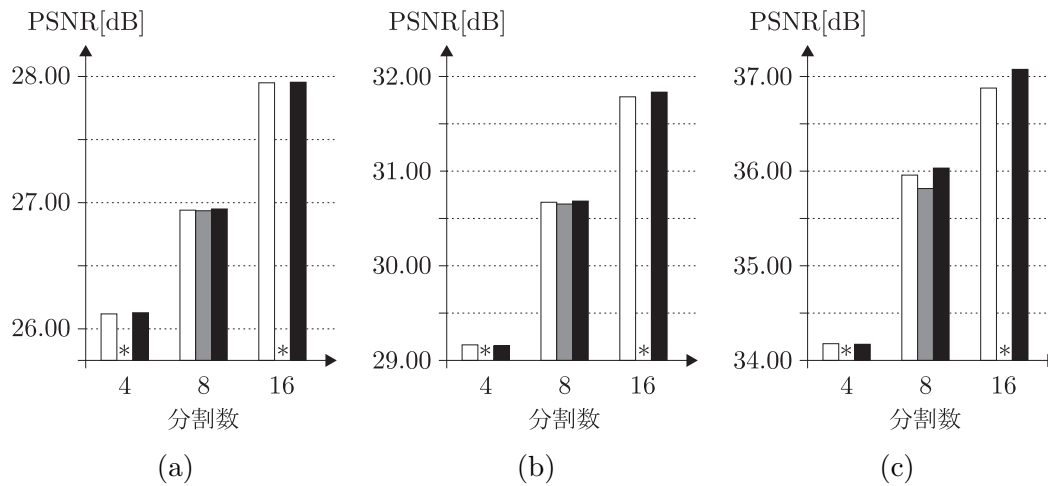


図 6.2 提案する M 点整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (テスト画像: “Barbara”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章, *: 実現不可能): (a) 0.25 [bpp], (b) 0.50 [bpp], (c) 1.00 [bpp]

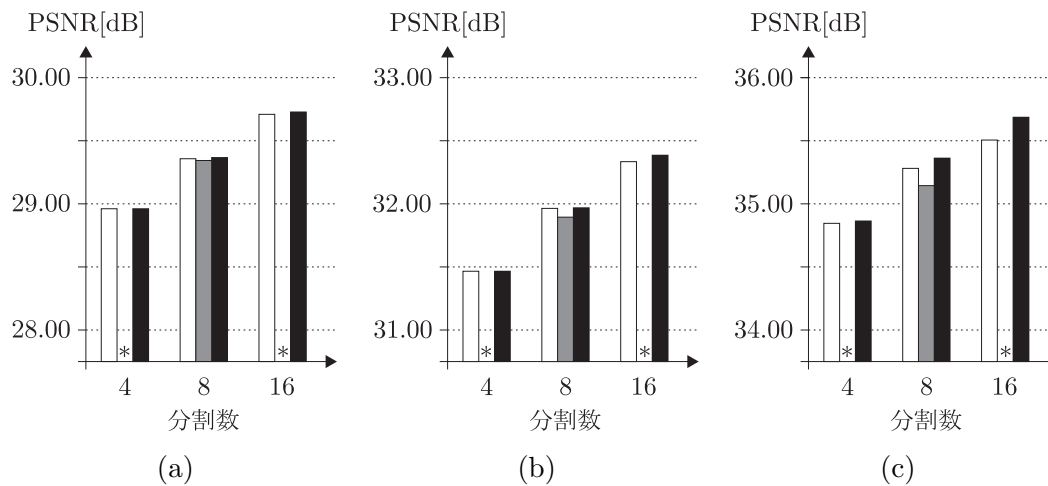


図 6.3 提案する M 点整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (テスト画像: “Gold-hill”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章, *: 実現不可能): (a) 0.25 [bpp], (b) 0.50 [bpp], (c) 1.00 [bpp]

6.2.3 DCT との互換性の比較

最後に, 5 章で議論した DCT との互換性について比較する. これまでと同様に, 3 章の整数 DCT については, 式 (3.40) を用い, 5 章の整数 DCT については, 式 (5.9) を用いた. また, リフティング係数については全て無限語長係数であり, 送信側で整数 DCT, 受信側で通常の DCT を用いた場合と, 送信側で通常の DCT, 受信側で整数 DCT を用いた場合で比較した. 表 6.7 及び図 6.10 ~ 6.12 にそのロッキー画像符号化の比較を示す.

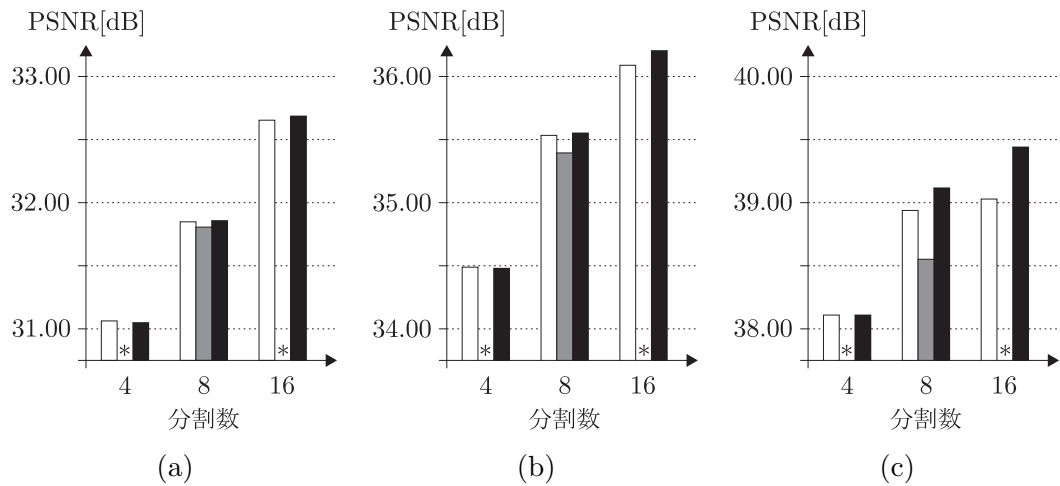


図 6.4 提案する M 点整数 DCT のロッシー画像符号化の比較 (テスト画像: “Lena”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章, *: 実現不可能): (a) 0.25[bpp], (b) 0.50[bpp], (c) 1.00[bpp]

表 6.4 提案する整数 DCT の MRE (() 内はラウンディング数)

分割サイズ M	提案法		
	3 章	4 章	5 章
4	0.33 (5)	-	0.17 (6)
8	0.57 (23)	1.08 (19)	0.17 (12)
16	0.83 (59)	-	0.17 (24)

これらより, 5 章の整数 DCT が全てにおいて良好な結果を示した.

6.3 考察

6.2.1 項に示した異なる分割サイズを有する整数 DCT の比較では, 基本的にはラウンディング数が少ないほど MRE が減少し, 符号化性能が良いという傾向のために, 5 章の整数 DCT が最も良好な符号化性能を示した. しかし 4 点ではラウンディング数と MRE が関連せずに, 符号化結果が画像によって逆転することがあった. 小さい分割サイズの場合, MRE の値だけでなく, ラウンディング誤差によるレギュラリティの損失のような他の要因が符号化性能に影響しているためと考えられる.

6.2.2 項に示したリフティング係数の有限語長化を行った整数 DCT の比較では, 4 章の整数 DCT が最も良好な性能を示した. 4 章の整数 DCT だけはリフティング係数に短語長を割り当ててもレギュラリティを満たすことができるためである. また, 5 章の整数 DCT の結果を示すことができなかったのは, リフティング係数に DCT 行列をそのまま

表 6.5 符号化利得の比較

リフティング 係数	提案法		
	3章	4章	5章
$k/2^3$	8.77	8.73	-
$k/2^4$	8.78	8.82	-
$k/2^5$	8.82	8.82	-
$k/2^6$	8.82	8.82	-
⋮	⋮	⋮	⋮
実数	8.83	8.83	8.83

表 6.6 3ビット語長割当時に於ける提案する整数 DCT のロスレス及びロッキー画像符号化の比較

ロスレス画像符号化 (LBR[bpp])				ロッキー画像符号化 (PSNR[dB])				
テスト 画像	提案法			テスト 画像	ビット レート	提案法		
	3章	4章	5章			3章	4章	5章
Airplane	4.79	4.51	-	Barbara	0.25[bpp]	26.66	26.83	-
Barbara	5.09	5.07	-		0.50[bpp]	30.16	30.48	-
Boat	5.29	5.26	-		1.00[bpp]	35.45	35.49	-
Goldhill	5.23	5.20	-	Goldhill	0.25[bpp]	29.00	29.25	-
Lena	4.82	4.72	-		0.50[bpp]	31.66	31.77	-
Pepper	5.08	5.02	-		1.00[bpp]	34.95	34.98	-
Room	4.71	4.59	-	Lena	0.25[bpp]	31.01	31.61	-
Watch	4.45	4.35	-		0.50[bpp]	34.48	34.99	-
20枚平均	5.50	5.47	-		1.00[bpp]	37.59	38.12	-

用い、その行列自体に短語長を割り当てたことによって、DCT の完全再構成条件が失われたことが原因である。このような状態ではアルゴリズム自体が成り立たず、正常な整数 DCT 変換を行うことができない。つまり、5章の整数 DCT のリフティング係数に関しては、如何なる DCT を用いても成り立つはずであるが、その DCT が完全再構成条件を満たすことが最低条件である。

6.2.3 項に示した通常の DCT との互換性の比較では、6.2.1 項に示した異なる分割サイズを有する整数 DCT の比較と同じく、5章の整数 DCT が数値の上では他の整数 DCT に勝った。リフティング係数に DCT をそのまま使えることから、5章の整数 DCT は DCT との互換性が高いことが示された。ただし、5章の整数 DCT は演算コスト面での

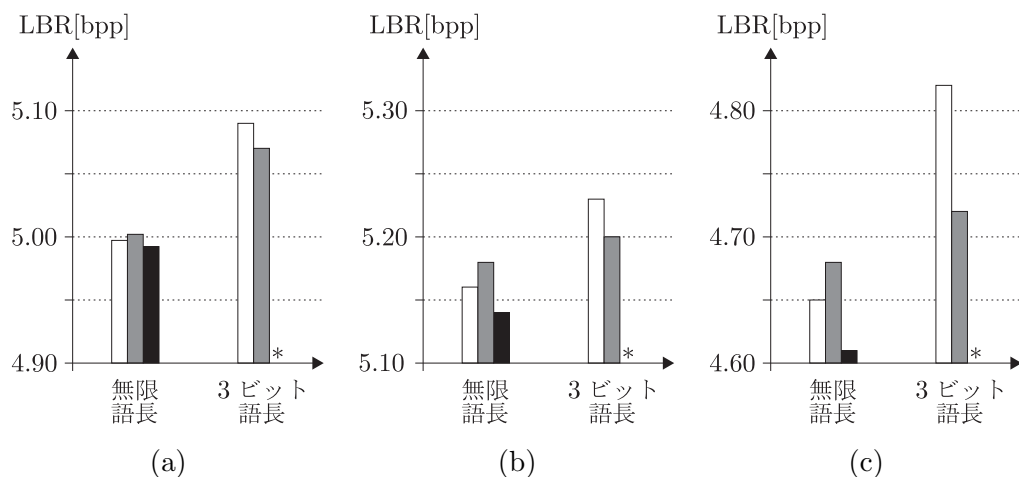


図 6.5 3 ビット語長割当時ににおける提案する整数 DCT のロスレス画像符号化の比較 (白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章, *: 実現不可能): (a) “Barbara”, (b) “Goldhill”, (c) “Lena”

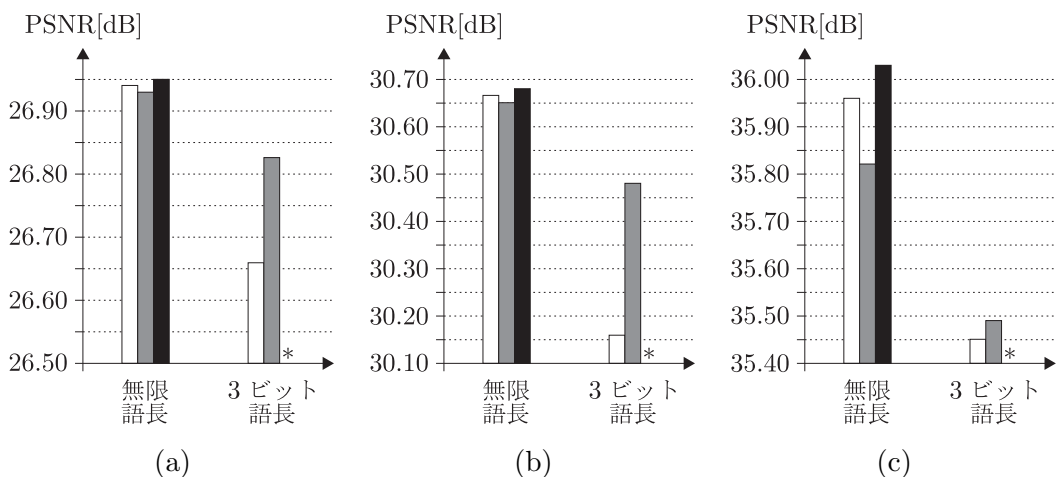


図 6.6 3 ビット語長割当時ににおける提案する整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (テスト画像: “Barbara”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章, *: 実現不可能): (a) 0.25 [bpp], (b) 0.50 [bpp], (c) 1.00 [bpp]

問題を抱えており, 今後の課題である.

6.4 本章のまとめ

以上のように, 提案する各整数 DCT はそれぞれ異なる目的で設計されており, 用途によって様々な利点及び欠点を有している. また, これらの比較, 考察により, 3 章及び 5 章の整数 DCT のリフティング係数有限語長化問題や, 5 章の整数 DCT の演算コスト問題などが今後の重要課題として挙げられる.

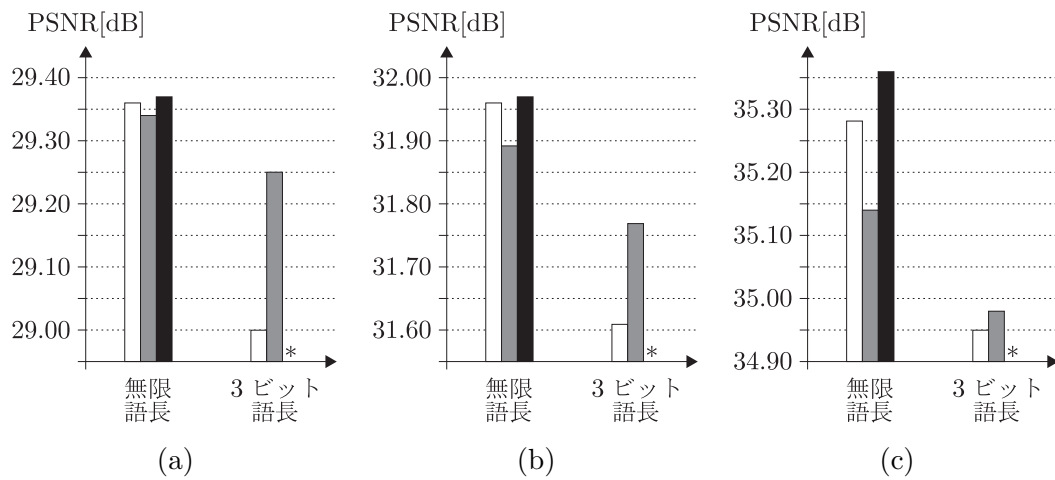


図 6.7 3ビット語長割当時における提案する整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (テスト画像: “Goldhill”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章, *: 実現不可能): (a) 0.25[bpp], (b) 0.50[bpp], (c) 1.00[bpp]

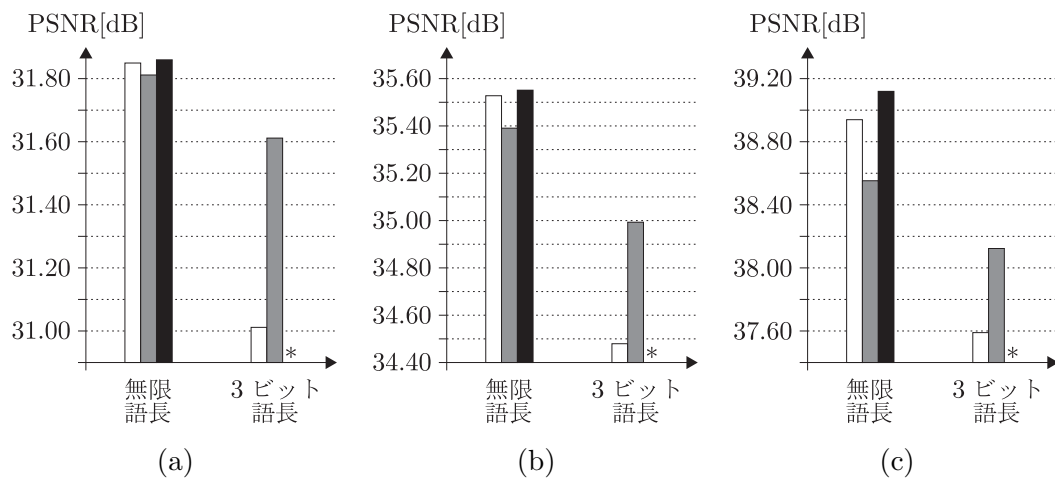


図 6.8 3ビット語長割当時における提案する整数 DCT のロッキー画像符号化の比較 (テスト画像: “Lena”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章, *: 実現不可能): (a) 0.25[bpp], (b) 0.50[bpp], (c) 1.00[bpp]

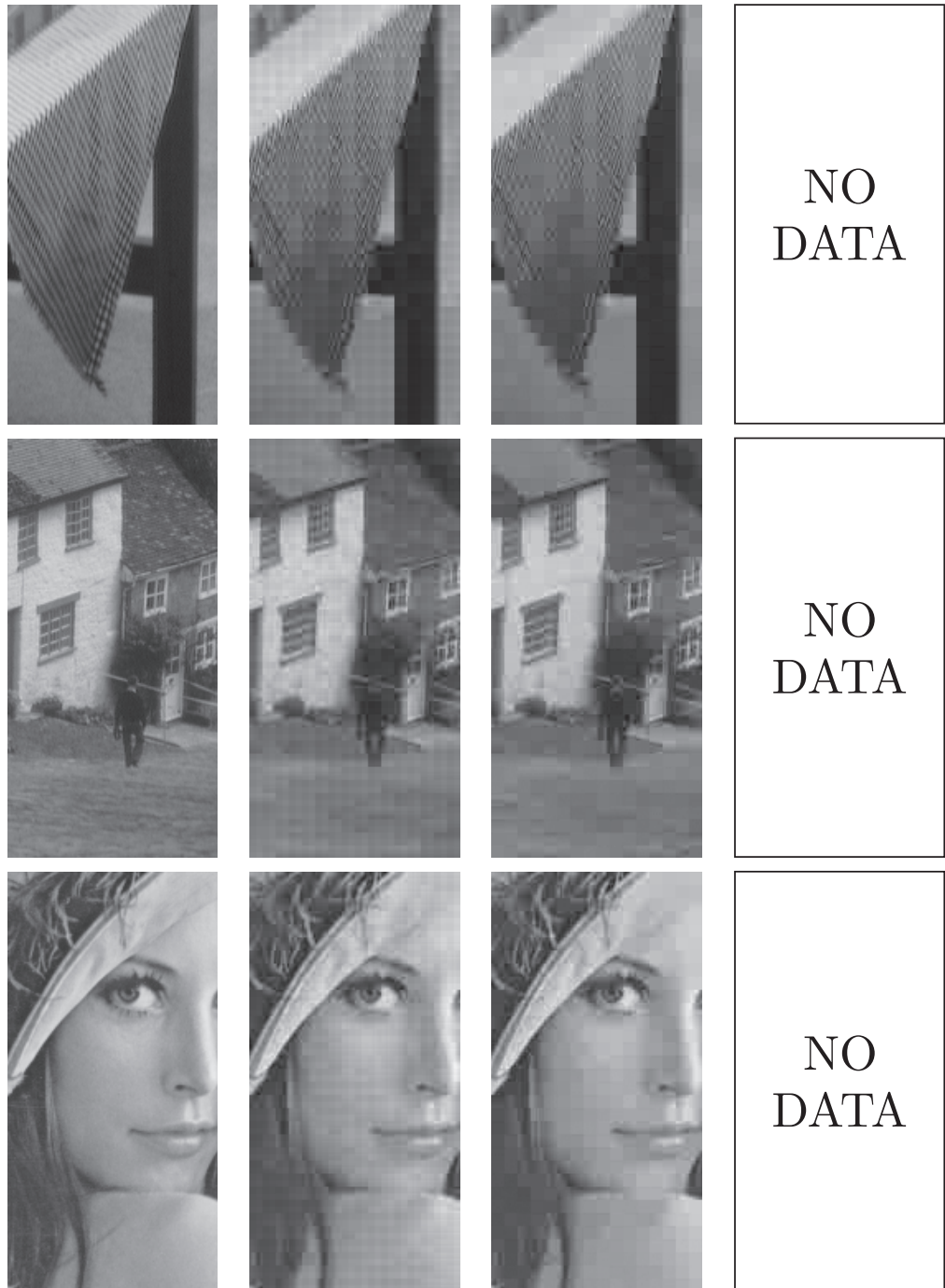


図 6.9 3 ビット語長割当・低ビットレート符号化時における “Barbara” , “Goldhill” , “Lena” の拡大画像 (0.25[bpp]): 左から原画像, 3 章, 4 章, 5 章

表 6.7 送受信側で異なる DCT を用いたロッキー画像符号化結果 (PSNR[dB])

		整数 DCT	通常の DCT		通常の DCT	整数 DCT	
テスト 画像	ビット レート	提案法			提案法		
		3 章	4 章	5 章	3 章	4 章	5 章
Barbara	0.25[bpp]	26.95	26.94	26.95	26.94	26.93	26.94
	0.50[bpp]	30.69	30.68	30.70	30.68	30.66	30.69
	1.00[bpp]	36.04	35.99	36.07	35.99	35.90	36.04
	全ビット	50.37	47.74	55.82	49.79	47.42	54.61
Goldhill	0.25[bpp]	29.37	29.37	29.38	29.36	29.35	29.37
	0.50[bpp]	31.98	31.95	31.99	31.96	31.93	31.97
	1.00[bpp]	35.36	35.30	35.40	35.31	35.22	35.36
	全ビット	50.39	47.69	55.83	49.83	47.39	54.60
Lena	0.25[bpp]	31.87	31.86	31.88	31.85	31.82	31.86
	0.50[bpp]	35.57	35.52	35.59	35.54	35.46	35.56
	1.00[bpp]	39.10	38.92	39.21	39.03	38.82	39.14
	全ビット	50.35	47.77	55.83	49.80	47.45	54.60

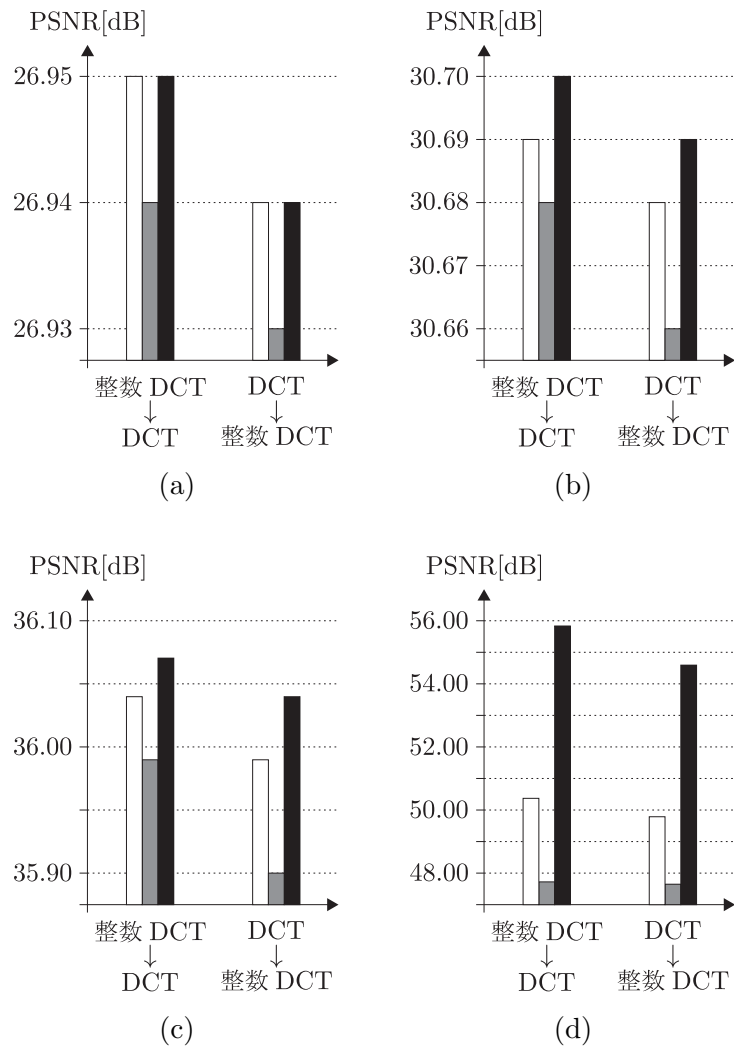


図 6.10 送受信側で異なる DCT を用いたロッキー画像符号化結果 (テスト画像: “Barbara”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章): (a) 0.25[bpp], (b) 0.50[bpp], (c) 1.00[bpp], (d) 全ビット

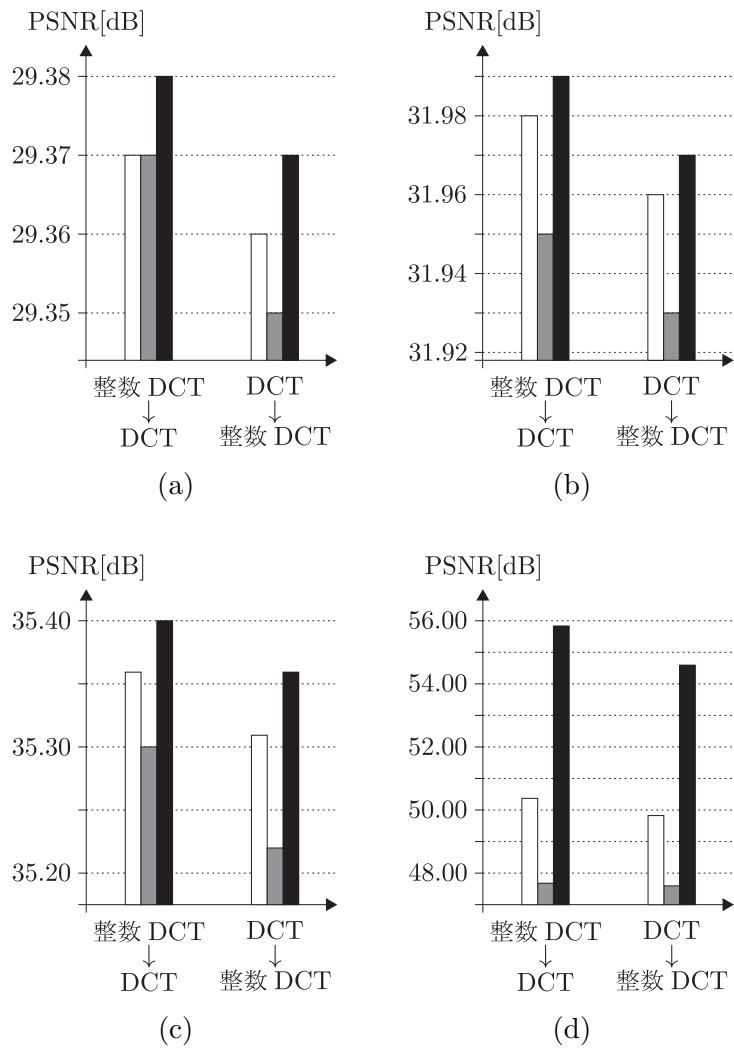


図 6.11 送受信側で異なる DCT を用いたロッシー画像符号化結果 (テスト画像: “Goldhill”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章): (a) 0.25[bpp], (b) 0.50[bpp], (c) 1.00[bpp], (d) 全ビット

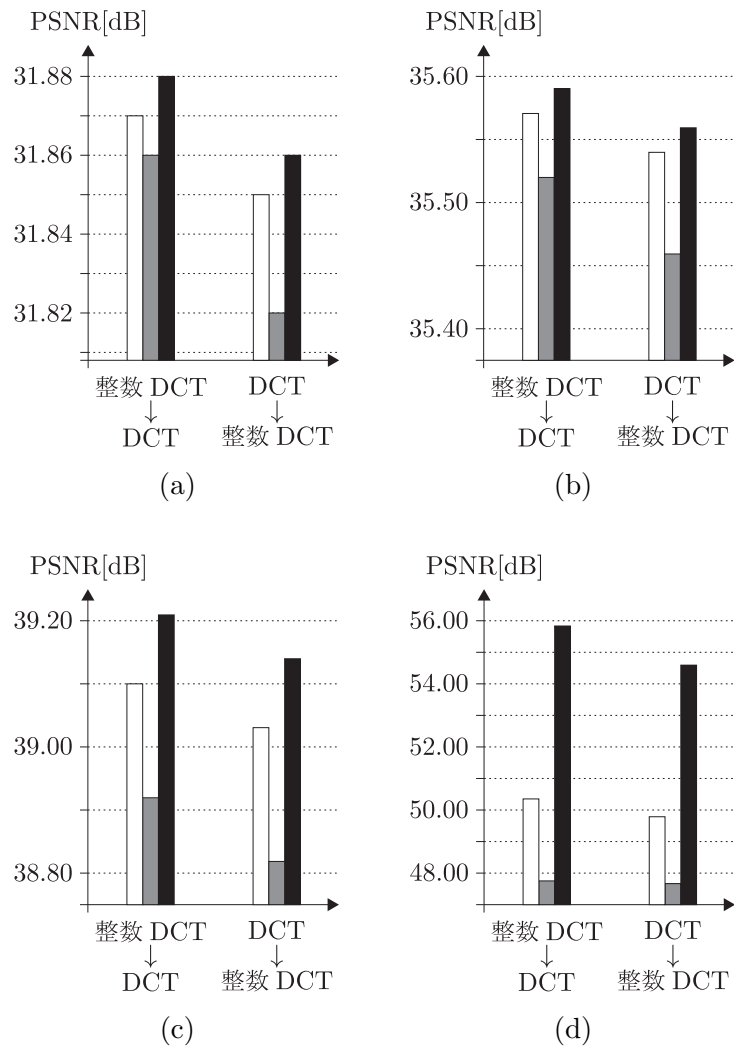


図 6.12 送受信側で異なる DCT を用いたロッキー画像符号化結果 (テスト画像: “Lena”, 白: 3 章, グレー: 4 章, 黒: 5 章): (a) 0.25[bpp], (b) 0.50[bpp], (c) 1.00[bpp], (d) 全ビット

第 7 章

結論

本論文では、様々なリフティング構造を用いたより実用的な整数 DCT の実現法を提案し、ロッシー・ロスレス統合画像符号化へ応用し、その優位性を示した。

本論文は以下に示す従来の 3 つの問題点を解決した。

1. 分割サイズ：分割サイズが固定されている
2. 有限語長化：リフティング係数有限語長化時に符号化性能が低下する
3. 互換性：DCT との互換性が欠如する

3 章では、上記の問題点 1. について解決した。ハール変換, DCT-II, DCT-IV, DST-II 及び DST-IV のブロックリフティング分解を提案し、それを用いて M 点整数 DCT (分割サイズが M ($M = 2^n, n \in \mathbb{N}$) である) を実現した。世界標準規格である JPEG では 8 点 DCT が用いられているが、DCT は分割サイズによりその性能が変わるため、状況によって異なる分割サイズを持つ DCT を用いることが望ましい。また、ブロックリフティングはロスレス画像符号化の効率向上に影響するラウンディング処理の統合に適しており、ラウンディング数の大幅な削減を行え、分割サイズ増加に伴うラウンディング誤差を極力抑えることができ、統合画像符号化において従来法よりも高品質且つ高圧縮な変換符号化を期待できる。実際のシミュレーションにおいて、従来法と同じ一般的な分割サイズ 8 の場合はほぼ同等の性能を示した。また分割サイズ 8 のみに限らず任意分割サイズ M へと容易に拡張することのできる構造を持っており、分割サイズを 16 に拡張することでより高品質且つ高圧縮な変換符号化を実現できた。分割サイズを変えると JPEG との互換性は失われるが、様々なアプリケーション (画像解析や音声処理など) でその効果が期待できる。

4 章では、上記の問題点 2. について解決した。整数 DCT をソフトウェア/ハードウェアで実現する際、低コスト化や高速化などを考慮し、各リフティング係数にあるビット (有限語長) を割り当てる、つまり理論値を無理数から有理数に近似する必要がある。割り当てる語長が短い (低ビットである) ほど、低コスト且つ高速になる。しかしながら、短語長割当・低ビットレート符号化時に従来の整数 DCT を用いた画像符号化を行った場合、DCT の優れたフィルタ特性の 1 つであるレギュラリティが損なわれ、チェス盤歪みが発生する。そこでリフティング係数の短語長割当时においても、構造的にレギュラ

リティを有する整数 DCT を提案した．提案する整数 DCT は，前処理部に正規化整数 WHT を用いて実現される． $(\pm \log_2 M)$ ビット以上の語長割当において，提案する M 点正規化整数 WHT は構造的にレギュラリティを有するため，最終的に得られる整数 DCT もまたレギュラリティを有する．提案する整数 DCT は従来の整数 DCT よりも短語長割当の統合画像符号化に適し，全てのリフティング係数に短語長割当を行っても良好な性能を示した．

5 章では，上記の問題点 3. について解決した．整数 DCT を構成するリフティング構造及びラウンディング処理は統合画像符号化を行うために不可欠な技術であるが，そのために起こる 2 つの互換性問題がある．1 つは設計における互換性の欠如，もう 1 つが DCT 変換係数における互換性の欠如である．そこで統合画像符号化に適用可能であり，JPEG との高い互換性を有する整数 DCT の一実現法を提案した．提案する整数 DCT は，DCT / IDCT を直接リフティングすることによって実現でき，整数 DCT のソフトウェア / ハードウェアの再設計を行わずとも，既存の DCT を用いて統合画像符号化用エンコーダ及びデコーダを得ることができ，設計における互換性を保っていると言える．また，処理過程におけるラウンディング処理を減らし，出力を限りなく DCT に近付けることで，変換係数における互換性を保つことができる．実現時に付加情報を必要とするがその容量は極僅かである．結果として，提案する整数 DCT はシミュレーションにおいて，従来法よりも優れた性能を示した．また，受信側と送信側で既存の DCT と整数 DCT とで違う変換を用いた際も良好な性能を示し，JPEG との高い互換性を有することを示した．これにより，現存する JPEG ロッシーデータを従来のデコーダとほぼ同等に画像復元したり，逆に提案する整数 DCT によるエンコーダで圧縮したデータを既存の JPEG デコーダで画像復元することもできる．

しかし 6 章で考察したように，本論文では各提案法が各問題を解決したに過ぎない．ただし，たとえば，4 章の整数 DCT と 5 章の整数 DCT を（現状では技術的問題により不可能であるが，仮に）完全に組み合わせることができるならば，現段階における従来法の抱える全ての問題を一挙に解決できることになる．この一例のように，本論文はより高性能且つより柔軟性を有する整数 DCT の更なる可能性を示すことができたと言え，欠かせない基盤技術として整数 DCT の今後の発展に貢献すると予想できる．そして，JPEG2000 で成し得なかった本当の意味での統合画像符号化の実現及びその普及が期待できる．また本論文では一般的なリフティングベースフィルタバンク（LBFB）で培われた技術を整数 DCT へ応用した成果が時に存在しているが，逆に本論文の技術を LBFB へ応用することで更なる技術発展が望めるため，LBFB 自体を広く深く研究する必要がある．一方で符号化法によってもその性能が変化するため，符号化法についても検討されたい．動画像への適用ともなれば，更に多くの問題点が浮上してくることは容易に想像できる．本論文で示した整数 DCT の新たな実現法が，統合画像符号化を始めとした様々なデジタル信号処理技術の分野を拓き，多くの実用的未来技術の発展に繋がることを願って，本論文を結ぶ．

参考文献

- [1] ISO/IEC 10918-1, *Information technology - Digital compression and coding of continuous-tone still images Requirements and Guidelines*.
- [2] ISO/IEC 15444-1, *Information technology - JPEG 2000 image coding system: Core coding system*.
- [3] ISO/IEC 11172-3, *Information technology - Coding of moving pictures and associated audio for digital storage media at up to 1.5 Mbit/s, Part 3: Audio*.
- [4] ISO/IEC 13818-7, *Information technology - Generic coding of moving picture and associated audio, Part 7: Advanced Audio Coding*.
- [5] ISO/IEC 14496-3, *Information technology - Coding of audio-visual objects - Part 3: Audio*.
- [6] ISO/IEC 14496-2, *Information technology - Coding of audio-visual objects - Part 2: Visual*.
- [7] ISO/IEC 14496-10, *Information technology - Coding of audio-visual objects - Part 10: Advanced Video Coding*.
- [8] M. J. Weinberger, G. Seroussi, and G. Sapiro, "LOCO-I: A low complexity, context-based, lossless image compression algorithm," in *Proc. of DCC'96*, Snowbird, UT, Mar.-Apr. 1996.
- [9] ISO/IEC 14495-1, *Information technology - Lossless and near-lossless compression of continuous-tone still images: Baseline*.
- [10] X. Wu and N. Memon, "Context-based, adaptive, lossless image coding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, no. 4, pp. 437–444, Apr. 1997.
- [11] S. Liang and R. M. Rangayyan, "A segmentation-based lossless image coding method for high-resolution medical image compression," *IEEE Trans. Med. Imaging*, vol. 16, no. 3, pp. 301–307, June 1997.
- [12] J. Mielikainen and P. Toivanen, "Clustered DPCM for the lossless compression of hyperspectral images," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 41, no. 12, pp. 2943–2946, Dec. 2003.
- [13] L. J. Kau and Y. P. Lin, "Adaptive lossless image coding using least squares optimization with edge-look-ahead," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 52, no.

- 11, pp. 751–755, Nov. 2005.
- [14] J. A. Robinson, “Adaptive prediction trees for image compression,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 15, no. 8, pp. 2131–2145, Aug. 2006.
- [15] L. J. Kau and Y. P. Lin, “Least-squares-based switching structure for lossless image coding,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 54, no. 7, pp. 1529–1541, July 2007.
- [16] J. Takada, S. Senda, H. Hihara, M. Hamai, T. Oshima, and S. Hagino, “A fast progressive lossless image compression method for space and satellite images,” in *Proc. of IGARSS '07*, Barcelona, Spain, July 2007.
- [17] S. Andriani and G. Calvagno, “Lossless compression of color sequences using optimal linear prediction theory,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 17, no. 11, pp. 2102–2111, Nov. 2008.
- [18] V. Sanchez, P. Nasiopoulos, and R. Abugharbieh, “Novel lossless fMRI image compression based on motion compensation and customized entropy coding,” *IEEE Trans. Info. Technol. Biomed.*, vol. 13, no. 4, pp. 645–655, July 2009.
- [19] X. O. Zhao and Z. H. He, “Lossless image compression using super-spatial structure prediction,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 17, no. 4, pp. 383–386, Apr. 2010.
- [20] K. R. Rao and P. Yip, *Discrete Cosine Transform Algorithms*, Academic Press, 1990.
- [21] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1992.
- [22] H. S. Malvar and D. H. Staelin, “The LOT: Transform coding without blocking effects,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 37, no. 4, pp. 553–559, Apr. 1989.
- [23] A. K. Soman, P. P. Vaidyanathan, and T. Q. Nguyen, “Linear-phase paraunitary filter banks: Theory, factorizations and applications,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, pp. 3480–3496, Dec. 1993.
- [24] R. L. de Queiroz, T. Q. Nguyen, and K. R. Rao, “The GenLOT: Generalized linear-phase lapped orthogonal transform,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 44, no. 3, pp. 497–507, Mar. 1996.
- [25] H. S. Malvar, “Biorthogonal and nonuniform lapped transforms for transform coding with reduced blocking and ringing artifacts,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 46, no. 4, pp. 1043–1053, Apr. 1998.
- [26] T. Nagai and M. Ikehara, “Fast LOT with unequal length basis functions: Realization and application in subband image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E82-A, no. 5, pp. 825–834, May 1999.

- [27] T. D. Tran, M. Ikehara, and T. Q. Nguyen, “Linear phase paraunitary filter bank with filters of different lengths and its application in image compression,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 47, no. 10, pp. 2730–2744, Oct. 1999.
- [28] T. D. Tran, R. L. de Queiroz, and T. Q. Nguyen, “Linear-phase perfect reconstruction filter bank: Lattice structure, design, and application in image coding,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 48, no. 1, pp. 133–147, Jan. 2000.
- [29] W. Asano, T. Takeuchi, and M. Ikehara, “Filterbanks for less ringing artifacts,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J84-A, no. 5, pp. 576–585, May 2001.
- [30] X. Gao, T. Q. Nguyen, and G. Strang, “On factorization of M -channel paraunitary filterbanks,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 7, pp. 1433–1446, July 2001.
- [31] K. Isogimi, T. Horibe, and M. Ikehara, “Design of 2-D filter banks based on 1-dimensional lattice structure,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J84-A, no. 8, pp. 999–1006, Aug. 2001.
- [32] S. Oraintara, T. D. Tran, P. N. Heller, and T. Q. Nguyen, “Lattice structure for regular paraunitary linear-phase filterbanks and m -band orthogonal symmetric wavelets,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 11, pp. 2659–2672, Nov. 2001.
- [33] T. Uto, T. Inoue, and M. Ikehara, “Signal extension for orthogonal filterbanks and its application to image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J86-A, no. 3, pp. 199–206, Mar. 2003.
- [34] J. Liang, T. D. Tran, and R. L. de Queiroz, “DCT-based general structure for linear-phase paraunitary filterbanks,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 6, pp. 1572–1580, June 2003.
- [35] Y. Kobayashi, M. Kawada, and M. Ikehara, “Generalized linear-phase paraunitary nonuniform filter banks,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J86-A, no. 6, pp. 638–645, June 2003.
- [36] L. Gan and K. K. Ma, “On simplified order-one factorizations of paraunitary filterbanks,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, no. 3, pp. 674–686, Mar. 2004.
- [37] A. Ochi, Y. Kobayashi, and M. Ikehara, “Design of generalized linear-phase paraunitary filterbanks with zeros at mirror frequencies,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J87-A, no. 4, pp. 483–491, Apr. 2004.
- [38] Y. Kobayashi and M. Ikehara, “New lattice structure of M -channel paraunitary filterbanks,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J87-A, no. 4, pp. 492–499, Apr. 2004.
- [39] T. Oka, T. Uto, and M. Ikehara, “Image coding using M -channel paraunitary

- filterbanks — design with regularity and signal extension method —,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J87-A, no. 5, pp. 597–605, May 2004.
- [40] A. Saito, T. Urushibara, and M. Ikehara, “Design of generalized filter banks with unequal-length and its application of image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E87-A, no. 7, pp. 1756–1764, July 2004.
- [41] L. Gan and K. K. Ma, “On minimal lattice factorizations of symmetric-antisymmetric multifilterbanks,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 2, pp. 606–621, Feb. 2005.
- [42] Y. Tanaka, A. Ochi, and M. Ikehara, “A non-expansive convolution for nonlinear-phase paraunitary filter banks and its application in image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J88-A, no. 7, pp. 814–821, July 2005.
- [43] Y. Tanaka, A. Ochi, and M. Ikehara, “Design of unequal-length linear-phase filter banks without redundancy,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J88-A, no. 9, pp. 1035–1044, Sep. 2005.
- [44] J. Liang, C. Tu, and T. D. Tran, “Optimal block boundary pre/postfiltering for wavelet-based image and video compression,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 14, no. 12, pp. 2151–2158, Dec. 2005.
- [45] L. Gan, C. Tu, J. Liang, T. D. Tran, and K. K. Ma, “Undersampled boundary pre-/postfilters for low bit-rate DCT-based block coders,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 2, pp. 428–441, Feb. 2007.
- [46] T. Uto, T. Oka, and M. Ikehara, “ M -channel nonlinear phase filter banks in image compression: structure, design, and signal extension,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 4, pp. 1339–1351, Apr. 2007.
- [47] R. Eslami and H. Radha, “A new family of nonredundant transforms using hybrid wavelets and directional filter banks,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 4, pp. 1152–1167, Apr. 2007.
- [48] V. Velisavljevic, B. Beferull-Lozano, and M. Vetterli, “Space-frequency quantization for image compression with directionlets,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 7, pp. 1761–1773, July 2007.
- [49] K. O. Cheng, N. F. Law, and W. C. Siu, “A novel fast and reduced redundancy structure for multiscale directional filter banks,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 8, pp. 2058–2068, Aug. 2007.
- [50] Y. Tanaka and M. Ikehara, “First-order linear-phase filter banks with regularity constraints for efficient image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J91-A, no. 2, pp. 192–201, Feb. 2008.
- [51] D. Kunz, “An orientation-selective orthogonal lapped transform,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 17, no. 8, pp. 1313–1322, Aug. 2008.

- [52] J. Yang, Y. Wang, W. Xu, and Q. Dai, “Image coding using dual-tree discrete wavelet transform,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 17, no. 9, pp. 1555–1569, Sep. 2008.
- [53] Y. Tanaka, M. Ikehara, and T. Q. Nguyen, “Multiresolution image representation using combined 2-D and 1-D directional filter banks,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 18, no. 2, pp. 269–280, Feb. 2009.
- [54] S. Kyochi, S. Higaki, Y. Tanaka, and M. Ikehara, “A bottom-up design approach of critically sampled contourlet transform for efficient image representation,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E92-A, no. 3, pp. 762–771, Mar. 2009.
- [55] A. Adachi, S. Muramatsu, and H. Kikuchi, “Constraints of second-order vanishing moments on lattice structures for non-separable orthogonal symmetric wavelets,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E92-A, no. 3, pp. 788–797, Mar. 2009.
- [56] T. Uto, M. Ikehara, and K. Ohue, “A novel design of regular cosine-modulated filter banks for image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E92-A, no. 7, pp. 1633–1641, July 2009.
- [57] Y. Tanaka, M. Hasegawa, S. Kato, M. Ikehara, and T. Q. Nguyen, “Adaptive directional wavelet transform based on directional prefiltering,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 19, no. 4, pp. 934–945, Apr. 2010.
- [58] W. Sweldens, “The lifting scheme: A new philosophy in biorthogonal wavelet constructions,” in *Proc. of SPIE 2569*, 1995.
- [59] W. Sweldens, “The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets,” *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, vol. 3, no. 2, pp. 186–200, Apr. 1996.
- [60] W. Sweldens, “The lifting scheme: A construction of second generation wavelets,” *SIAM J. Math. Anal.*, vol. 29, no. 2, pp. 511–546, 1997.
- [61] K. Komatsu and K. Sezaki, “Design of lossless block transforms and filter banks for image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E82-A, no. 8, pp. 1656–1664, Aug. 1999.
- [62] T. D. Tran, “The LiftLT: fast lapped transforms via lifting steps,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 7, no. 6, pp. 145–148, June 2000.
- [63] N. V. Boulgouris, D. Tzovaras, and M. G. Strintzis, “Lossless image compression based on optimal prediction, adaptive lifting, and conditional arithmetic coding,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 10, no. 1, pp. 1–14, Jan. 2001.
- [64] M. Okuda, S. K. Mitra, M. Ikehara, and S. Takahashi, “Filter banks with non-linear lifting steps for lossless image compression,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E84-A, no. 3, pp. 797–801, May 2001.

- [65] S. Chokchaitam, M. Iwahashi, P. Zavorsky, and N. Kambayashi, “Integrated lossy and lossless image coding based on lossless wavelet transform and lossy-lossless multi-channel prediction,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E84-A, no. 5, pp. 1326–1338, May 2001.
- [66] T. Uto, Y. Kouno, M. Okuda, M. Ikehara, and S. Takahashi, “Lossless transforms and lossy transforms using IIR filters and their application to image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J84-A, no. 7, pp. 893–900, July 2001.
- [67] P. Hao and Q. Shi, “Matrix factorizations for reversible integer mapping,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 10, pp. 2314–2324, Oct. 2001.
- [68] M. Kawada and M. Ikehara, “Generalized lapped biorthogonal transforms using lifting steps,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J85-A, no. 3, pp. 282–289, Mar. 2002.
- [69] M. Ikehara, T. D. Tran, and T. Q. Nguyen, “A family of lapped regular transformswith integer coefficients,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 4, pp. 834–841, Apr. 2002.
- [70] T. D. Tran, “ M -channel linear phase perfect reconstruction filter bank with rational coefficients,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 49, no. 7, pp. 914–927, July 2002.
- [71] W. C. Fong, S. C. Chan, A. Nallanathan, and K. L. Ho, “Integer lapped transforms and their applications to image coding,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 11, no. 10, pp. 1152–1159, Oct. 2002.
- [72] T. D. Tran, J. Liang, and C. Tu, “Lapped transform via time-domain pre- and post-filtering,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 6, no. 6, pp. 1557–1571, June 2003.
- [73] Y. J. Chen and K. S. Amaratunga, “ M -channel lifting factorization of perfect reconstruction filter banks and reversible M -band wavelet transforms,” *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 50, no. 12, pp. 963–976, Dec. 2003.
- [74] S. Oraintara, T. D. Tran, and T. Q. Nguyen, “A class of regular biorthogonal linear-phase filterbanks: Theory, structure, and application in image coding,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 12, pp. 3220–3235, Dec. 2003.
- [75] Jr. R. L. Claypoole, G. M. Davis, W. Sweldens, and R. G. Baraniuk, “Nonlinear wavelet transforms for image coding via lifting,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 12, no. 12, pp. 1449–1459, Dec. 2003.
- [76] W. Dai and T. D. Tran, “Regularity-constrained pre- and post-filtering for block DCT-based systems,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 10, pp. 2568–2581, Oct. 2003.
- [77] M. Delgermaa, M. Iwahashi, S. Ishii, and N. Kambayashi, “ N stage non-

- separable two dimensional wavelet transform for reduction of rounding error,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J87-A, no. 4, pp. 470–482, Apr. 2004.
- [78] Y. J. Chen, S. Orintara, and K. S. Amaratunga, “Dyadic-based factorizations for regular paraunitary filterbanks and M -band orthogonal wavelets with structural vanishing moments,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 1, pp. 193–207, Jan. 2005.
- [79] Y. J. Chen, S. Orintara, and K. S. Amaratunga, “Theory and factorization for a class of structurally regular biorthogonal filter banks,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 2, pp. 691–700, Feb. 2006.
- [80] T. Suzuki, Y. Tanaka, and M. Ikehara, “Lifting-based paraunitary filterbanks for lossy/lossless image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J89-A, no. 11, pp. 950–959, Nov. 2006.
- [81] W. Ding, F. Wu, X. Wu, and S. Li, “Adaptive directional lifting-based wavelet transform for image coding,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 2, pp. 416–427, Feb. 2007.
- [82] H. Xu, J. Xu, and F. Wu, “Lifting-based directional DCT-like transform for image coding,” *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 17, no. 10, pp. 1325–1335, Oct. 2007.
- [83] S. Iwamura, Y. Tanaka, and M. Ikehara, “Block lifting factorization based biorthogonal filter banks and its application for lossy-to-lossless image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J91-A, no. 12, pp. 1181–1189, Dec. 2008.
- [84] L. Wang, J. Wu, L. Jiao, and G. Shi, “Lossy-to-lossless hyperspectral image compression based on multiplierless reversible integer TDLT/KLT,” *IEEE Geosci. Remote Sens., Lett.*, vol. 6, no. 3, pp. 587–591, July 2009.
- [85] T. Suzuki and M. Ikehara, “ M -channel parallel lifting-based perfect reconstruction filter banks,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J92-A, no. 10, pp. 659–668, Oct. 2009.
- [86] J. Xu, F. Wu, J. Liang, and W. Zhang, “Directional lapped transforms for image coding,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 19, no. 1, pp. 85–97, Jan. 2010.
- [87] M. Iwahashi and H. Kiya, “A new lifting structure of non separable 2D DWT with compatibility to JPEG 2000,” in *Proc. of ICASSP’10*, Dallas, TX, Mar. 2010.
- [88] T. Suzuki and M. Ikehara, “ M -channel paraunitary filter banks based on direct lifting structure of building block and its inverse transform for lossless-to-lossy image coding,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E93-A, no. 8, pp. –, Aug. 2010, in press.

- [89] M. Vetterli and J. Kovacevic, *Wavelets and Subband Coding*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.
- [90] G. Strang and T. Nguyen, *Wavelets and Filter Banks*, Wellesley-Cambridge Press, 1996.
- [91] C. Burrus, R. Gopinath, and H. Guo, *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1998.
- [92] R. Calderbank, I. Daubechies, W. Sweldens, and B. L. Yeo, “Lossless image compression using integer to integer wavelet transforms,” in *Proc. of ICIP*, Washington, D.C., 1997.
- [93] K. Komatsu and K. Sezaki, “Reversible discrete cosine transform,” in *Proc. of ICASSP’98*, Seattle, WA, May 1998.
- [94] S. Fukuma, K. Ohyama, M. Iwahashi, and N. Kambayashi, “Lossless 8-point fast discrete cosine transform using lossless Hadamard transform,” Tech. Rep. of IEICE, DSP99-103, Oct. 1999.
- [95] Y. J. Chen, S. Oraintara, and T. Q. Nguyen, “Integer discrete cosine transform (IntDCT),” in *Proc. of 2nd ICICS’99*, Singapore, Dec. 1999, Invited paper.
- [96] T. D. Tran, “The BinDCT: fast multiplierless approximation of the DCT,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 7, no. 6, pp. 141–144, June 2000.
- [97] J. Liang and T. D. Tran, “Fast multiplierless approximations of the DCT with the lifting scheme,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 12, pp. 3032–3044, Dec. 2001.
- [98] S. Chokchaitam and M. Iwahashi, “Lossless, near-lossless and lossy adaptive coding based on the lossless DCT,” in *Proc. of ISCAS’02*, Scottsdale, AZ, May 2002.
- [99] Y. J. Chen, S. Oraintara, T. D. Tran, K. Amaratunga, and T. Q. Nguyen, “Multiplierless approximation of transforms with adder constraint,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 9, no. 11, pp. 344–347, Nov. 2002.
- [100] K. Komatsu and K. Sezaki, “Nonseparable 2D lossless transform based on multiplier-free lossless WHT,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E86-A, no. 2, pp. 497–503, Feb. 2003.
- [101] M. Iwahashi, O. Nishida, S. Chokchaitam, and N. Kambayashi, “Optimum word length allocation for multipliers of integer DCT,” in *Proc. of ISCAS’03*, Bangkok, Thailand, May 2003.
- [102] O. Nishida, M. Iwahashi, and N. Kambayashi, “A word length allocation method for multipliers of the lossless DCT,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J86-A, no. 6, pp. 694–702, June 2003.
- [103] S. Chokchaitam, M. Iwahashi, and N. Kambayashi, “Optimum word length allo-

- cation of integer DCT and its error analysis,” *Signal Process.: Image Commun.*, vol. 19, no. 6, pp. 465–478, July 2004.
- [104] S. Chokchaitam, M. Iwasahi, and S. Jitapanaku, “A new lossless-DCT for unified lossless/lossy image coding,” in *Proc. of MWSCAS’04*, Hiroshima, Japan, July 2004.
- [105] M. Iwahashi, K. Nakagawa, S. Chokchaitam, and Y. Tonomura, “Theoretical analysis on optimum word length assignment for integer DCT,” in *Proc. of ICIP’04*, Singapore, Oct. 2004.
- [106] M. Iwahashi and M. Ohnishi, “Analytical evaluation of integer DCT,” in *Proc. of ISCIT’04*, Sapporo, Japan, Oct. 2004.
- [107] M. Iwahashi, K. Nakagawa, and S. Chokchaitam N. Kambayashi, “Analysis on word length assignment for integer DCT considering colored spectrum,” in *Proc. of TENCON’04*, Chiang Mai, Thailand, Nov. 2004.
- [108] S. Chokchaitam, M. Iwahashi, and S. Jitapunkul, “A new unified lossless/lossy image compression based on a new Integer DCT,” *IEICE Trans. Inf. Syst.*, vol. E88-D, no. 2, pp. 403–413, Feb. 2005.
- [109] M. Iwahashi, D. K. Dang, M. Ohnishi, and S. Chokchaitam, “A new structure of integer DCT least sensitive to finite word length expression of multipliers,” in *Proc. of ICIP’05*, Genoa, Italy, Sep. 2005.
- [110] M. Primbs, “Worst-case error analysis of lifting-based fast DCT-algorithms,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 8, pp. 3211–3218, Aug. 2005.
- [111] S. Chokchaitam and M. Iwahashi, “A new optimum-word-length-assignment (OWLA) multiplierless integer DCT for unified lossless/lossy image coding,” in *Proc. of IWAIT’07*, Bangkok, Thailand, Jan. 2007.
- [112] Y. Tonomura, M. Ohnishi, and M. Iwahashi, “Determination of lifting direction of integer dct for low sensitivity,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. J91-A, no. 3, pp. 339–348, Mar. 2008.
- [113] A. Said and W. A. Pearlman, “A new, fast, and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees,” *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 6, no. 3, pp. 243–250, June 1996.
- [114] J. Shanks, “Computation of the fast Walsh-Fourier transform,” *IEEE Trans. Computers*, vol. C-18, no. 5, pp. 457–459, May 1969.
- [115] J. Manz, “A sequency-ordered fast Walsh transform,” *IEEE Trans. Audio and Electroacoust.*, vol. 20, no. 3, pp. 204–205, Aug. 1972.
- [116] J. W. Carl and R. V. Swartwood, “A hybrid Walsh transform computer,” *IEEE Trans. Computers*, vol. C-22, no. 7, pp. 669–672, July 1973.
- [117] H. Larsen, “An algorithm to compute the sequency ordered Walsh transform,”

- IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 24, no. 4, pp. 335–336, Aug. 1976.
- [118] K. Beauchamp, *Applications of Walsh and Related Functions*, Academic Press, 1984.
- [119] H. S. Malvar, “Lapped transforms for efficient transform/subband coding,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 38, no. 6, pp. 969–978, June 1990.
- [120] H. S. Malvar, “Fast algorithm for modulated lapped transform,” *Electron. Lett.*, vol. 27, no. 9, pp. 775–776, Apr. 1991.
- [121] H. S. Malvar, *Signal Processing with Lapped Transforms*, Norwood, MA: Artech House, 1992.
- [122] W. H. Chen, C. H. Smith, and S. C. Fralick, “A fast computational algorithm for the discrete cosine transform,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 25, no. 9, pp. 1004–1009, Sep. 1977.
- [123] Z. Wang, “Fast algorithms for the discrete W transform and for the discrete Fourier transform,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. ASSP-32, no. 4, pp. 803–816, Apr. 1984.
- [124] Z. Wang, “On computing the discrete Fourier and cosine transforms,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 33, no. 4, pp. 1341–1344, Apr. 1985.
- [125] X. Zixiang, K. Ramchandran, M. T. Orchard, and Z. Ya-Qin, “A comparative study of DCT- and wavelet-based image coding,” *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 9, no. 5, pp. 692–695, Aug. 1999.

謝辞

本研究は、著者が慶應義塾大学大学院 理工学研究科 博士課程に在籍中に行ったものであり、本研究を進めるにあたり、ご指導、ご助言を厚く賜った指導教授及び本論文の主査である慶應義塾大学 理工学部 池原 雅章 教授に深謝の意を表します。

ご多忙な中、本論文の副査を快く引き受けてくださり、ご丁寧なご助言を賜りました慶應義塾大学 理工学部 浜田 望 教授、岡田 英史 教授、田中 敏幸 教授に深謝申し上げます。

また本研究の一部は、慶應義塾大学大学院 情報・電気・電子分野 グローバル COE プログラム “アクセス空間支援基盤技術の高度国際連携” 及び独立行政法人 日本学術振興会特別研究員比奨励費の助成のもとに行われたものであり、これらの援助なくしては実を結ぶことができませんでした。この場を借りて、本グローバル COE プログラム拠点リーダー 大西 公平 教授、グループリーダー 斎藤 英雄 教授、山口 正泰 特別研究准教授を始めとする事業推進担当者の皆様、リサーチ・アシスタントの皆様、及び関係者の皆様に深く感謝致します。

更に、公私にわたり大変有益な御指導、ご助言に御尽力していただいた信州大学 工学部 白井 啓一郎 助教、宇都宮大学 工学部 田中 雄一 助教、日本放送協会 岩村 俊輔 氏、日本電信電話株式会社 京地 清介 氏、そして慶應義塾大学 理工学部 久保 亮吾 助教、同研究室 博士課程 三柴 数 氏、吉田 太一 氏を始めとする池原研究室の全ての諸兄に厚く御礼申し上げます。

最後になりましたが、陰ながら私の心の支えになってくれた両親と兄弟、そして、博士課程に入学することを承諾し、その後も常に私を応援してくれた妻 加奈子と、博士課程在籍中に生を受け、家庭に笑顔を届けてくれた娘 陽月に心より感謝します。