

学位論文 博士（工学）

多様場に対応するロバストデザイン

2010年度

慶應義塾大学大学院理工学研究科

加藤 健郎

目次

第 1 章 序論	(1)
1.1 研究背景	1
1.1.1 多様場の概念	1
1.1.2 ロバストデザインの現状と課題	6
1.2 研究目的と本論文の構成	8
第 2 章 既存のロバストデザイン法の体系的分類	(11)
2.1 緒言	11
2.2 実験に基づくロバストデザイン法	11
2.2.1 実験に基づくロバストデザイン法の必要性と手順	12
2.2.2 品質工学の概要	14
2.2.3 実験に基づく手法の概要	20
2.3 シミュレーションに基づくロバストデザイン法	24
2.3.1 シミュレーションに基づくロバストデザイン法の必要性と手順	24
2.3.2 目的関数を用いる手法の概要	26
2.3.3 制約関数を用いる手法の概要	39
2.4 既存のロバストデザイン法の体系的分類と課題の抽出	49
2.4.1 実験に基づくロバストデザイン法の分類基準の抽出	49
2.4.2 実験に基づくロバストデザイン法の選択方法の提示	49
2.4.3 シミュレーションに基づくロバストデザイン法の分類基準の抽出	51
2.4.4 シミュレーションに基づくロバストデザイン法の選択方法の提示	52
2.4.5 既存のロバストデザイン法の選択方法と課題の抽出	54
2.5 事例適用	55
2.5.1 公共用シートの座面高さの決定問題	56
2.5.2 公共用シートのバックアングルの決定問題	61
2.6 結言	67

第 3 章 複数の目的関数に対応するロバストデザイン法の提案.....	(69)
3.1 緒言	69
3.2 複数の目的関数に対応するロバストデザイン法	69
3.2.1 複数の目的関数に対応する必要性	69
3.2.2 ロバスト指標	70
3.2.3 重み付きロバスト指標	73
3.3 事例適用	79
3.3.1 公共用シートのクッションアングルの決定問題	79
3.3.2 目標特性の重要度を考慮した公共用シートのクッションアングルの決定問題	95
3.4 結言	99
第 4 章 可変制御因子に対応するロバストデザイン法の提案	(101)
4.1 緒言	101
4.2 可変制御因子に対応するロバストデザイン法	101
4.2.1 可変制御因子に対応する必要性	101
4.2.2 可変制御因子対応型ロバスト指標	103
4.2.3 最適可変域導出方法	105
4.3 事例適用	126
4.3.1 ディスクブレーキのばねたわみ量の決定問題	126
4.3.2 公共用シートのクッションアングル可変域の決定問題	134
4.4 結言	139
第 5 章 提案手法の追加によるロバストデザイン法の体系的再分類.....	(141)
5.1 緒言	141
5.2 提案手法の分類基準の抽出	141
5.3 提案手法を包含したロバストデザイン法の選択方法の提示	142
5.4 結言	144
第 6 章 結論	(145)
6.1 本研究の成果	145
6.2 今後の展望	147

目次

謝辭	149
參考文獻	151
著者論文目錄	157

記号表

c	: 制約特性
Δc	: 制御因子および誤差因子のばらつきに伴う制約特性のばらつきの最大量
c_a	: デザインにより定められる制約特性の許容値
C	: 組合せの集合
$\text{Cov}(x_i, x_j)$: 制御因子間の共分散
D	: 原点から実行可能領域内の点への長さ
D_{\min}	: 原点から実行可能領域内の点への長さの最小値
D_0	: デザインにより定められた原点から実行可能領域内の点への長さの許容値
E	: 期待値
f, F	: 目的関数
g, G	: 制約関数
J	: ヤコビ行列
M_{LR}	: LR ファジィ数
MVP	: 生産変動パターン
n_{dep}	: 従属な可変制御因子の評価点個数
n_{ind}	: 独立な可変制御因子の評価点個数
N	: 可変制御因子の数
N_{dep}	: 可変制御因子間に存在する従属関係の数
O	: ランダウの記号
p_l	: 下限パーセンタイル
p_u	: 上限パーセンタイル
$p(y)$: 目標特性の変動の確率密度関数
$p(x, z)$: 制御因子および誤差因子の変動の確率密度関数
P	: 許容範囲を満たす確率
P_l	: 許容範囲を満たす確率の許容下限値
R	: ロバスト指標
R_A	: 可変制御因子対応型ロバスト指標
R_{Al}	: 可変制御因子対応型ロバスト指標の下限許容値
R_W	: 重み付きロバスト指標
S_f	: 実行可能領域 (2次元)
SI	: Sensitivity Index

記号表

S_m	:	一般平均の変動
t	:	可変制御因子
t_a	:	デザイナーが選択する最も可変域を小さくしたい可変制御因子
t_{arb}	:	可変制御因子の任意の値
t_l	:	可変制御因子の下限値
t_u	:	可変制御因子の上限値
t^*	:	可変制御因子の初期点
t^+	:	目標特性を増加させる可変制御因子
t^-	:	目標特性を減少させる可変制御因子
$[t_l, t_u]$:	可変域
$[t_l, t_u]_{opt}$:	最適可変域
var	:	変動
V_f	:	実行可能領域 (3次元)
V_e	:	誤差分散
w	:	目標特性の重み
W	:	誤差因子の水準の出現確率
w_l	:	目標特性の重み関数の許容下限値
w_u	:	目標特性の重み関数の許容上限値
w_τ	:	目標特性の重み関数の最大値
$w(y)$:	目標特性の重み関数
x	:	制御因子
\mathbf{X}	:	制御因子におけるばらつきの大きさのベクトル
x_l	:	制御因子の下限値
x_u	:	制御因子の上限値
$x_{(p_l)}$:	制御因子の下限パーセンタイル
$x_{(p_u)}$:	制御因子の上限パーセンタイル
x^+	:	目標特性を増加させる制御因子
x^-	:	目標特性を減少させる制御因子
Δx	:	制御因子のばらつきの大きさ
x^L	:	LR ファジィ数における左 (負) 方向へのばらつきの大きさ
x^R	:	LR ファジィ数における右 (正) 方向へのばらつきの大きさ
y	:	目標特性 (人工物の機能)
\mathbf{Y}	:	目標特性におけるばらつきの大きさのベクトル
\mathbf{Y}_u	:	目標特性におけるばらつきの大きさのベクトルの許容上限値
y_l	:	目標特性の許容下限値
y_u	:	目標特性の許容上限値

記号表

Δy	: 目標特性のばらつきの大きさ
z	: 誤差因子
z_l	: 誤差因子の下限值
z_u	: 誤差因子の上限値
Δz	: 誤差因子のばらつきの大きさ
z^+	: 目標特性を増加させる誤差因子
z^-	: 目標特性を減少させる誤差因子
Γ	: ガンマ関数
η_S, η_L, η_N	: SN 比 (望小特性, 望大特性, 望目特性)
η_{Se}	: 感度
α	: 目標特性の平均値と SI 間の重み
β	: 制御因子および誤差因子の各ばらつきに対する重要度
$\chi^2(n, \alpha)$: 自由度 n , 有意確率 α における χ^2 分布の値
λ	: 固有値
μ_c	: 制約特性の平均値
μ_x	: 制御因子の平均値
μ_y	: 目標特性の平均値
μ_{yl}	: 目標特性の平均値の許容下限値
μ_{yu}	: 目標特性の平均値の許容上限値
μ_z	: 誤差因子の平均値
σ_c	: 制約特性の標準偏差
σ_x	: 制御因子の標準偏差
σ_y	: 目標特性の標準偏差
σ_z	: 誤差因子の標準偏差
\sum	: 分散共分散行列
τ	: 目標特性の目標値

(以下, デザイン事例で用いた記号)

D_{disk}	: ディスクローター直径
F_h	: 座骨結節点における尻滑り力の水平成分
F_{HS}	: 尻滑り力
$F_{HS\tau}$: 尻滑り力の目標値
F_n	: 節番号 n の節に作用する力
F_v	: 座骨結節点における尻滑り力の垂直成分
H	: 座面先端高さ
$H_{(\text{Eggert})}$: Eggert らの指標により導出した最適シート高さ
$H_{(\text{Ramana})}$: Ramakrishnan らの指標により導出した最適シート高さ
$H_{(\mu)}$: 平均値により導出した最適シート高さ

記号表

k	:	ばね定数
l_{def}	:	ばねのたわみ量
l_{na}	:	節番号 n の重心比
l_{nb}	:	1-節番号 n の重心比
l_m	:	骨盤節と腰椎節の合成の重心比 (腰部伸展姿勢)
l_m'	:	骨盤節と腰椎節の合成の重心比 (腰部屈曲姿勢)
L	:	身長
L_h	:	座位殿転子距離
L_n	:	節番号 n の節長
M	:	体重
M_n	:	節番号 n の節質量
n_{sp}	:	ばね個数
n_{su}	:	ブレーキパッド (制動面) の個数
T	:	制動トルク
κ	:	摩擦係数
θ_{Ab}	:	アブドメンアングル
θ_{An}	:	アングルアングル
$\theta_{\text{An}\tau}$:	アングルアングルの目標値
θ_{B}	:	バックアングル
$\theta_{\text{B(SN)}}$:	Taguchi の指標により導出した最適バックアングル
$\theta_{\text{B}(\mu)}$:	平均値により導出した最適バックアングル
θ_{C}	:	クッションアングル
$\theta_{\text{C(R)}}$:	ロバスト指標により導出した最適クッションアングル
$\theta_{\text{C(R}_w)}$:	重みつきロバスト指標により導出した最適クッションアングル
$\theta_{\text{C(Widdle)}}$:	Widdle の手法により導出した最適クッションアングル
$\theta_{\text{C}(\mu)}$:	平均値により導出した最適クッションアングル
θ_{Hi}	:	ヒップアングル
θ_{T}	:	トルソーアングル

第1章

序論

1.1 研究背景

1.1.1 多様場の概念

人工物デザインにおいて、概念・基本デザインを行うデザイナーや基本・詳細デザインを行う工学設計者（以下、両者を合わせてデザイナーと称する）は、流行や社会情勢から法規やコストに至るまで、人工物（デザイン対象）に関わる様々な要素を考慮する必要がある。デザイン論において、デザイン対象に関わる要素および要素間の関係は「場」と称される。デザインは、図 1-1 に示すように、デザイン対象とそれを取り巻く「場」の関係性によって生じる機能の最適化を目指す行為である (Matsuoka 2010)。ここで、本論文で述べる「場」は、物理学において用いられるスカラー場やベクトル場のような「場 (Field)」とは異なり、使用者や使用環境のように、デザイナーが設けた当該デザインの条件を意味する。このため、「場」の英訳は Condition が相当する。すなわち、図 1-1 に示した「場」は、デザイナーによって定められた、当該デザインにおいて考慮する要素群を示している。なお、要素群とは要素および要素間の関係を表す。

従来的人工物デザインは、産業革命以降の旺盛な民需に対応するため、平均的なヒトの特性や限定された環境の特性などの、平均的な「場」(以下、平均場と称する) を考慮して行われてきた。しかしながら、近年、使用者のニーズの多様化や市場のグローバル化に伴い、考慮すべき「場」は多様化している。例えば、椅子のデザインにおいては、図 1-2 に示すように、従来は平均的な体格や着座姿勢を考慮した平均場においてデザインしていたのに対して、近年では多様な体格や着座姿勢を考慮した多様な場（以下、多様場と称する）においてデザインすることが多くなってきている。ここで、多様場は、要素間の関係性を多様化させる質的な多様場と、各要素を量的にばらつかせる量的な多様場から構成される。例えば、座面の体圧分布を分散させ、使用者の座り心地を向上させる椅子のデザインを考えた場合、使用者の体格（身長、体重など）のばらつきは体圧分布の量的なばらつきに影響することか

量的な多様場に相当する。一方、使用者の着座姿勢は臀部を前方に移動させたり、足を組むなどにより異なる体圧分布の形を生むことから質的な多様場に相当する。このような多様場において、要求される機能を的確に実現することは難しい。このため、デザインの現場では、上述した2つの多様場を適切に考慮し、多様場において最適な機能を実現するためのデザイン法が望まれている。

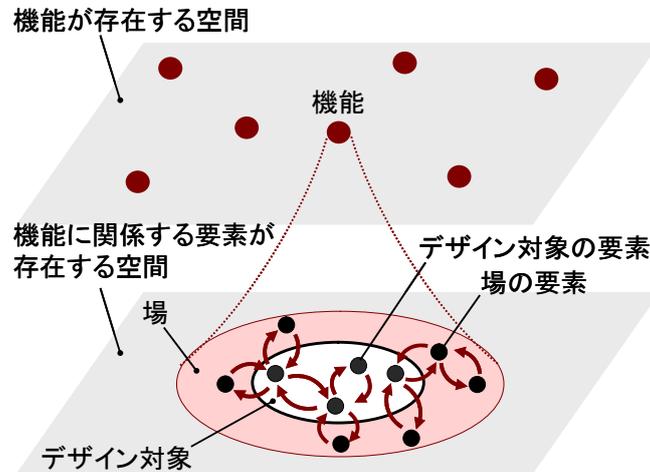
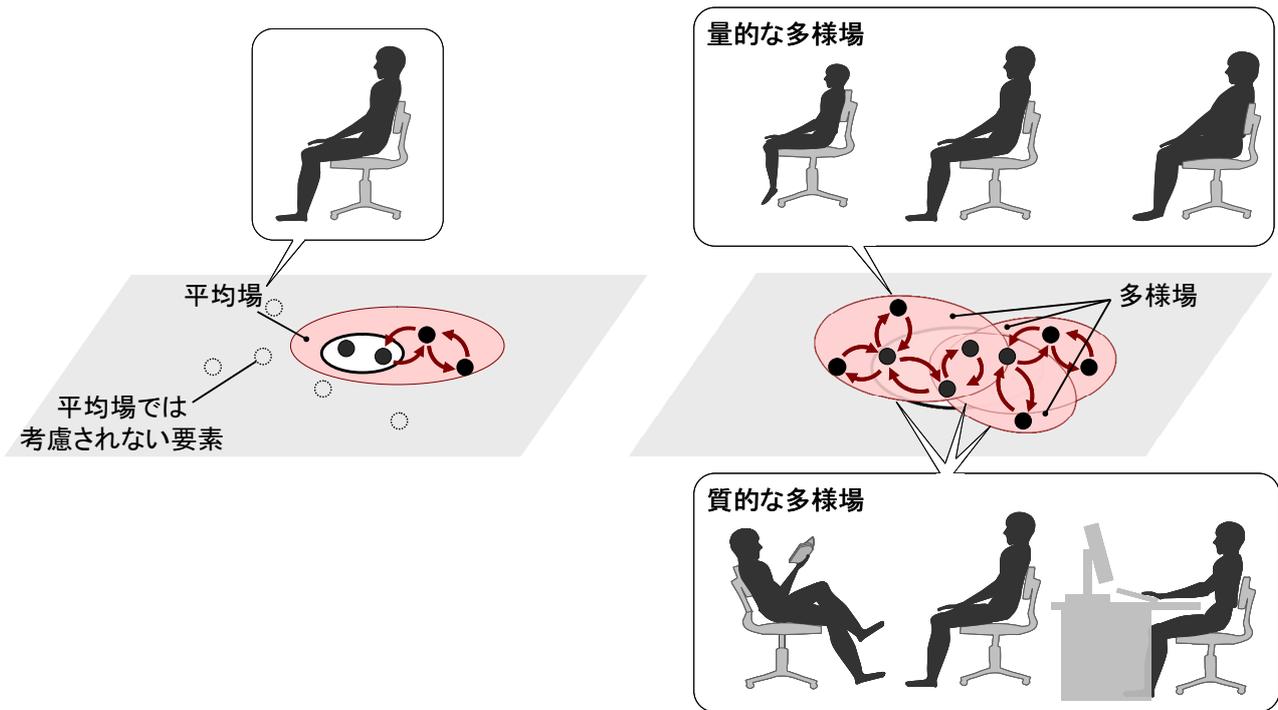


図 1-1 デザインにおける場



(a) 平均場を考慮した椅子のデザイン

(b) 多様場を考慮した椅子のデザイン

図 1-2 平均場と多様場

上述した課題を、デザイン問題として表現すると以下のようなになる。まず、量的な多様場は、図 1-3 に示すように、人工物の機能に相当する目標特性（デザイン目標を適切に表現する特性） y に影響を与える要素で構成され、それらのなかには量的なばらつきを有する要素が存在する。ここで、要素は、デザイナーが制御可能な制御因子 x と、デザイナーが制御不可能な誤差因子 z から構成される。さらに、前者のなかには量的なばらつき Δx を有するものとそうでないものがある。一方、後者はばらつき Δz が無ければただの定数となり目標特性に影響しないため、ばらつきを有する因子に限定される。簡略化のために、目標特性 y が 1 つ（単目的）かつ望大特性（大きいほど機能として優れる特性）であると仮定すると、量的な多様場を有するデザイン問題は、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} \\ & \text{to maximize } y = f(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{z}) \\ & (\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_{n_x}\}, \mathbf{z} = \{z_1, z_2, \dots, z_{n_z}\}, \Delta \mathbf{x} \in \{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_{n_x}\}, \Delta \mathbf{z} = \{\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_{n_z}\}) \end{aligned} \quad (1-1)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{x}$ と $\Delta \mathbf{z}$ は各因子のばらつきを表し、 n_x と n_z はそれぞれ、制御因子と誤差因子の個数を表す。一方、質的な多様場は、図 1-4 のように、目標特性 y と制御因子 \mathbf{x} および誤差因子 \mathbf{z} の関係（目的関数 f ）が多様性を有する（複数存在する）。ここで、同図は、上述した量的な多様場と混同しないように、量的なばらつきのない制御因子のみで表現している。先程と同様に、単目的かつ望大特性を仮定すると、質的な多様場を有するデザイン問題は、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} \\ & \text{to maximize } y_i = f(\mathbf{x}_i) \\ & (i = 1, 2, \dots, n_f, \mathbf{x}_i \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n_x}\}) \end{aligned} \quad (1-2)$$

ここで、 n_f は目的関数の個数を表す。また、 y_i は目標特性が複数存在することではなく、複数の目的関数から算出される目標特性の各値を表している。

以上のことから、多様場に対応するデザイン問題は、図 1-5 のように、量的な多様場と質的な多様場の双方を考慮した次式のようなデザイン問題として、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} \\ & \text{to maximize } y_i = f(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i, \Delta \mathbf{x}_i, \Delta \mathbf{z}_i) \\ & \left(\begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n_f, \mathbf{x}_i \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n_x}\}, \mathbf{z}_i \in \{z_1, z_2, \dots, z_{n_z}\}, \\ \Delta \mathbf{x}_i \in \{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_{n_x}\}, \Delta \mathbf{z}_i \in \{\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_{n_z}\} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (1-3)$$

ここで、 n_f は目的関数の個数を表す。 $\Delta \mathbf{x}$ と $\Delta \mathbf{z}$ はそれぞれ、制御因子と誤差因子の量的なばらつきを表す。

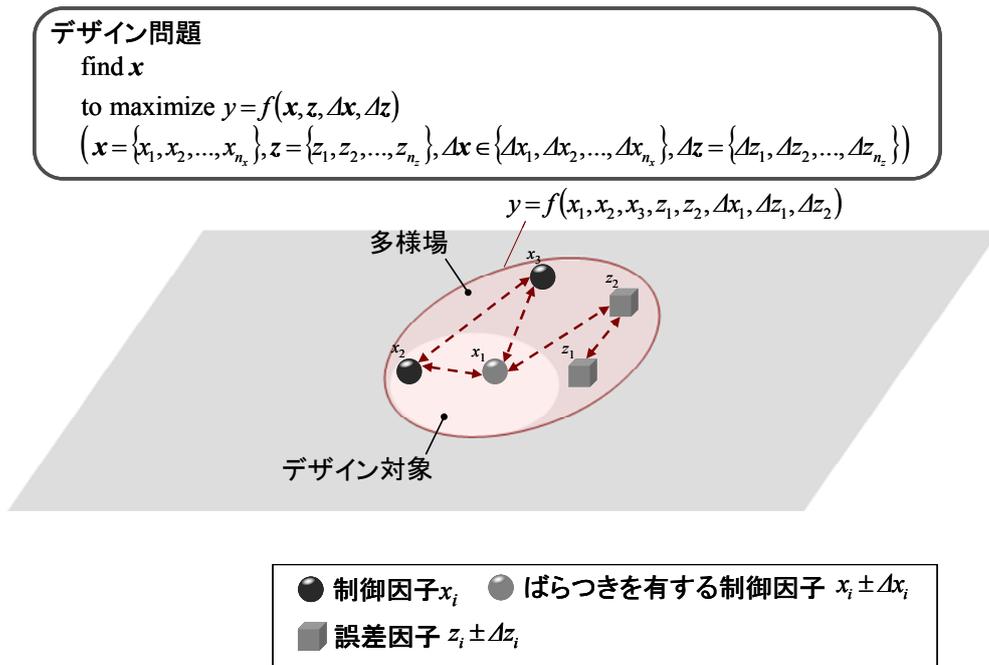


図 1-3 量的な多様場の概念図

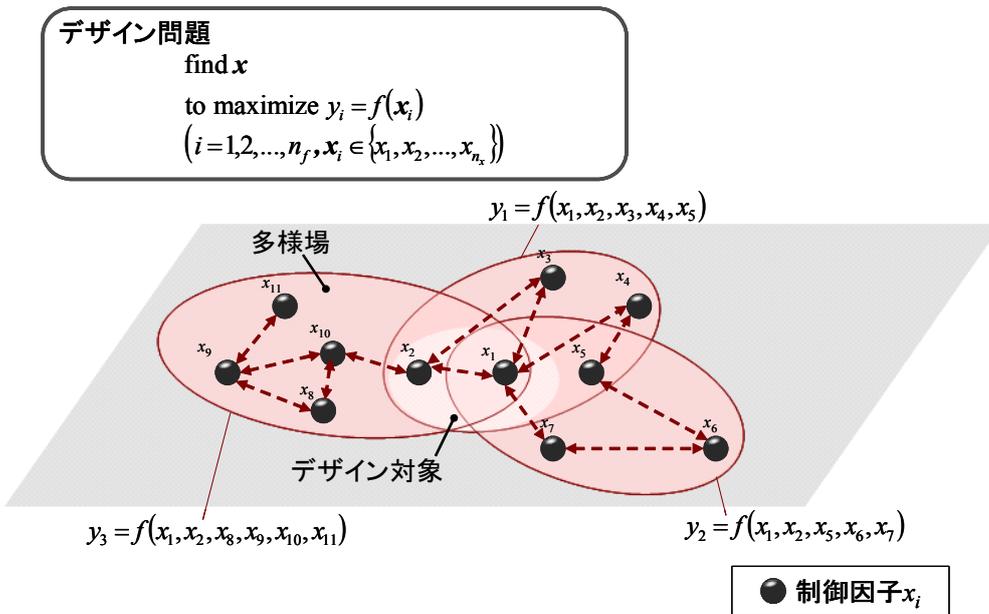


図 1-4 質的な多様場の概念図

量的な多様場に対応するための方策として、ロバストデザインが提唱されている。ロバスト(Robust)とは、「頑強な」や「頑丈な」と翻訳されるが、ロバストデザインにおいては頑強な機能，すなわち機能の安定性を意味する。また、ロバストデザインとは、寸法，材料，および周囲温度など，人工物の特性のばらつきや人工物を取り巻く「場」の多様性を考慮し，それらに対する人工物の機能をロバストにするためのデザイン方法論である。以下に，ロバストデザインの現状と課題について述べる。

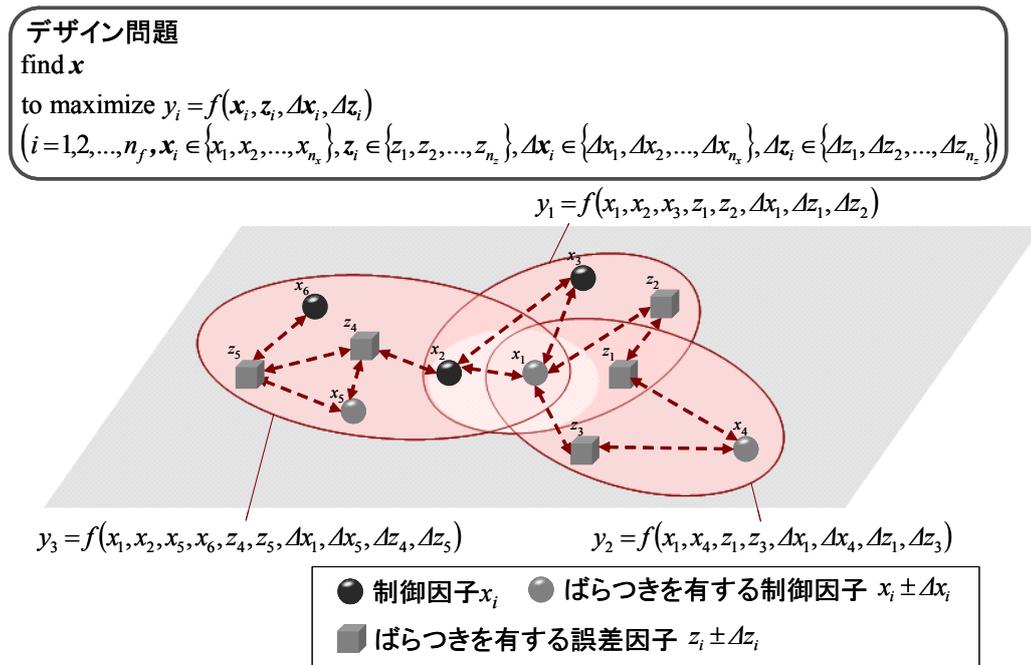


図 1-5 量的および質的な多様場の概念図

1.1.2 ロバストデザインの現状と課題

前項では、多様場の概念を示し、量的な多様場に対応する方策として、ロバストデザインの必要性を示した。本項では、ロバストデザインの現状と課題を示し、本研究における課題を明確化する。

ロバストデザインに用いられる手法（以下、ロバストデザイン法と称する）の歴史は、図 1-6 に示すように、1920 年代に誕生した実験計画法(田口 1976, 永田 2000, 松本 2005, 松岡 2006)から発展した品質工学(Byrne 1986, Kackar 1986, 田口 1988a, 1988b, Taguchi 1993, 松岡 2006)をベースとする手法と、1940 年代に誕生した数理計画法(渡辺 1974, 相吉 1990, 山川 1993, 2003)から発展した計算工学をベースとする手法の 2 つの流れに大別できる。前者は、1970 年代後半に田口によって提案されたパラメータ設計(田口 1976)とその周辺の手法であり、本手法はロバストデザインの起源とされている。近年では、パラメータ設計において考慮しない因子の従属関係や水準間の出現確率の違いを導入した Yu らの手法(Yu 1993, 1998a)やそれを応用したデザイン事例(Matsuoka 2000)が報告されるなど、パラメータ設計を一部変更した手法が提案されている。一方、後者は、計算工学における最適化理論を利用した手法である。本手法は、計算機の普及とその高性能化により最適化法に関する研究が盛んに行われた 1980 年代後半に多く提案された。近年では、遺伝的アルゴリズムを用いた Gunawan らの手法(Gunawan 2004)など、発見的手法を応用した手法が提案されている。上述した 2 種類のロバストデザイン法は、実験と数値シミュレーション（以下、シミュレーションと称する）で区別することができた。しかし、近年の CAD・CAE の普及や、コスト削減・作業効率化のため、人工物デザインにおけるシミュレーションの必要性が高まっていることから、前者のロバストデザインの分野においてもシミュレーションを用いた適用事例が多く見られるようになり、両者を明確に区別するのは難しくなっている。

上述した既存のロバストデザイン法においては体系的な研究が殆ど為されていないため、それらの手法の使い分けや適用条件は明確になっていない(加藤 2005a, Kato 2005, 中塚 2006)。よって、量的な多様場に対応するためには、既存の手法の適用範囲を明確化する必要がある。さらに、その結果、既存の手法が対応できないデザイン問題が存在するならば、それに対応するロバストデザイン法の構築が必要である。また、既存の手法の多くは、前項で述べた量的な多様場に主眼を置いており、質的な多様場（複数の目的関数の共存）に対応することは難しい。このため、複数の目的関数に対応するロバストデザイン法の構築が必要といえる。さらに、既存の手法は、目標特性のばらつきを最小限に抑えるように、制御因子を一定値（ロ

バスト最適解)に定める。しかし、多様場を考慮するデザイン問題においては、目標特性のばらつきが大きくなるが多いため、導出されたロバスト最適解においても、目標特性のばらつきが許容範囲を大きく超え、ロバスト性が確保されないことがある。このような場合、デザイナーは、人工物に可変機構を設けることによりロバスト性を確保する。可変機構とは、椅子の背もたれ角度や座面高さの調整機構などのように、製品デザイン時において制御因子となる背もたれ角度や座面高さを、製品使用時において使用者が調整できるようにする機構である。しかし、既存の手法においては、このような可変機構による調整を想定していないため、デザイナーは同法を用いてロバスト最適解を導出することができない。よって、多様場に対応するロバストデザイン法の構築のためには、可変機構により調整される制御因子（可変制御因子）を用いるロバストデザイン法の構築が必要といえる。

以上に述べたように、多様場に対応するデザイン法を構築するためには、以下に示す4つの課題がある。

- ・ 既存の手法における適用範囲の明確化と、既存の手法が対応できないデザイン問題の抽出および同問題に対応可能なロバストデザイン法の構築。
- ・ 複数の目的関数に対応するロバストデザイン法の構築。
- ・ 可変制御因子に対応するロバストデザイン法の構築。
- ・ 上記2つの手法を包含するロバストデザイン法の適用範囲の明確化

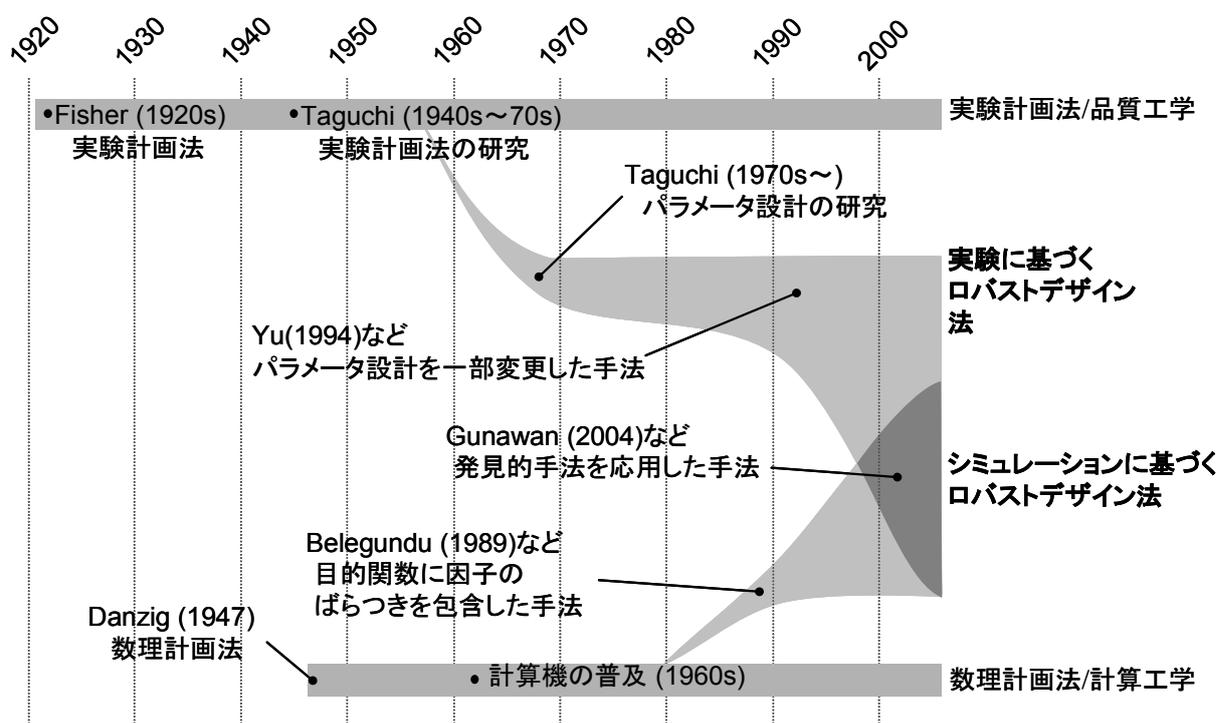


図 1-6 ロバストデザイン法の系譜

1.2 研究目的と本論文の構成

本研究では、多様場に対応するロバストデザイン法の構築を目的とする。その方法として、まず、既存のロバストデザイン法の特徴を整理し、体系的分類を行うことにより、既存の手法の適用範囲を明確化するとともに、構築を必要とするロバストデザイン法の要件を抽出する。次に、それら要件を満たし、質的な多様場（共存する複数の目的関数）に対応するロバストデザイン法を構築する。さらに、同要件を満たし、可変制御因子に対応するロバストデザイン法を構築する。最後に、提案手法を加えたロバストデザイン法の体系的分類を再度行い、提案手法を包含するロバストデザイン法の選択方法を構築する。

上述した内容に基づく本研究のフローチャートを図 1-7 に示すとともに、第 2 章以降の構成を以下に示す。

第 2 章では、既存のロバストデザイン法における体系的分類、それに基づく既存の手法における選択方法の事例適用、および構築を必要とするロバストデザイン法の要件について述べる。

第 3 章では、第 2 章で抽出された要件を満たし、質的な多様場（共存する複数の目的関数）に対応するロバストデザイン法の提案とその事例適用について述べる。

第 4 章では、第 2 章で抽出された要件を満たし、可変制御因子に対応するロバストデザイン法の提案とその事例適用について述べる。

第 5 章では、第 3 章および第 4 章で述べた手法を加えたロバストデザイン法の体系的再分類と、提案手法を包含するロバストデザイン法の選択方法の構築について述べる。

第 6 章では、各章で得られた内容を総括し、本研究の成果および将来の展望について述べる。

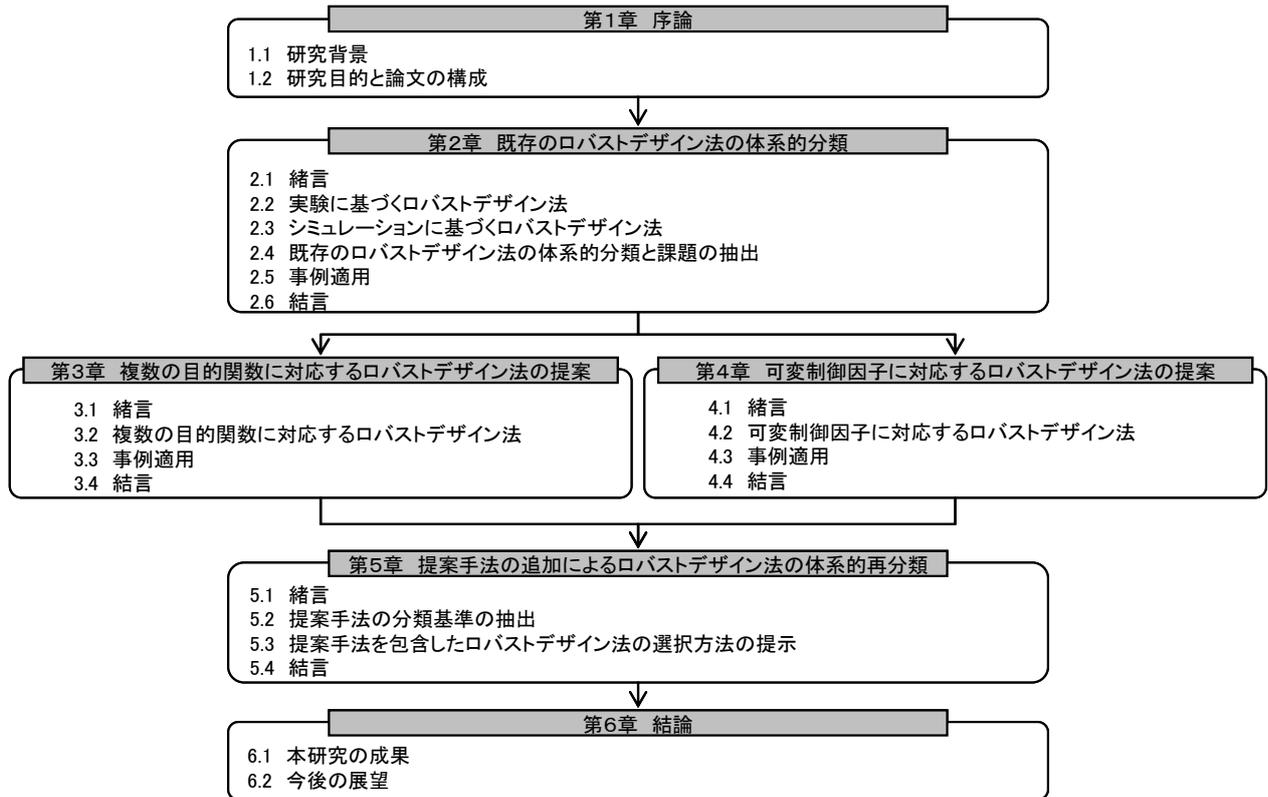


図 1-7 研究のフローチャート

1 章 序論

第2章

既存のロバストデザイン法の体系的分類

2.1 緒言

本章では，既存のロバストデザイン法の体系的分類を行う．既存のロバストデザイン法の調査範囲は，同法の主要な研究学会である米国機械学会（ASME）の ASME Journal of Mechanical Design に 2008 年までに掲載されたロバストデザインに関する全ての論文と，それが引用する Engineering Optimization，日本機械学会論文集，米国品質学会（ASQ）の文献である．

まず，既存のロバストデザイン法を，デザイン実務の観点から，実験に基づくロバストデザイン法とシミュレーションに基づくロバストデザイン法に大別し，各デザイン法の概要を述べる．ここで，本研究で述べるシミュレーションに基づくロバストデザイン法は，目的関数が明確であり，それを用いてシミュレーションを行う手法とする．例えば，椅子のデザインにおける，フレームの曲げ応力などのように関数式が明確な場合はシミュレーションに基づくロバストデザイン法を，座り心地などのように関数式が不明確な場合は，実験に基づくロバストデザイン法を用いる．なお，応答局面法などにより近似的に導出した目的関数を用いるシミュレーションは対象とするが，それら目的関数を導出するための手法は対象としない．

次に，既存のロバストデザイン法を目的関数やばらつきを有する因子などの特徴に基づき体系的に分類し，それらの分類基準に基づく既存のロバストデザイン法の選択方法を提示する．

最後に，提示した選択方法を事例適用することにより，その有用性を検証する．

2.2 実験に基づくロバストデザイン法

本節では，実験に基づくロバストデザイン法の概要として，実験に基づく手法の必要性和各手法の概要について述べる．

2.2.1 実験に基づくロバストデザイン法の必要性と手順

本項では、実験に基づくロバストデザイン法の必要性と手順について述べる。

(1) 実験に基づくロバストデザイン法の必要性

従来のデザインは、試作と評価を繰り返すことにより、実験的に行うことが多かった。一方、近年では、シミュレーションの解析技術が発展しており(伊藤 2006)、効率性向上を目的として、シミュレーションを用いたデザインが数多く行われている。しかし、シミュレーションにおいて性能が良い製品ができたとしても、それを実際に製作し、実験により検証するまでは、本当に良い製品であるか判断できない。このため、実験に基づくロバストデザイン法は、ロバストデザインを行ううえで、必要不可欠な手法であるといえる。

実験に基づくロバストデザイン法の利点は、以下の2点である。

- ・実験計画法をベースとするため、実験の試行と分析を効率的に行える。
- ・目的関数の導出が困難であり、シミュレーションを行うことができないデザイン問題に対しても適用できる。

(2) 実験に基づくロバストデザイン法の手順

実験に基づくロバストデザイン法は、図 2-1 のように、実験データの採取、最適条件の決定の順に行われる。

まず、実験データの採取においては、目標特性に影響を与える因子それぞれに水準値を設け、それらの組合せに対する実験を行うことにより、目標特性のデータを得る。ここで、因子には制御因子と誤差因子がある。例えば、多様な使用者のための公共用シートのデザインにおいては、座り心地が目標特性、シートの寸法が制御因子、使用者の体格が誤差因子のようになる。また、図 2-2 のような直交表と呼ばれるツールを用いることにより、最小限の因子の組合せ数(実験条件の個数)で、因子が目標特性に与える影響を評価することができる。なお、制御因子がわりつけられる直交表は内側直交表、誤差因子のばらつき(本論文では制御因子もばらつくことを想定するため、制御因子のばらつきも含む)がわりつけられる直交表は外側直交表と呼ばれる。つまり、内側・外側両直交表に図 2-2 の直交表を用いた場合、 $18 \times 18 = 324$ 個の実験データを採取することとなる。

次に、採取したデータを統計的に解析し、目標特性が最もロバストとなる制御因子の組合せ(最適条件)を選出する。例えば、次式のように、目標特性のデータと目標値との差や、目標特性のデータのばらつきを算出する。

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \tau) \quad (2-1)$$

$$\sum_{i=1}^n \left| y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i) \right| \quad (2-2)$$

ここで、 y は目標特性、 τ は目標特性の目標値、 n は実験数を表す。そして、これらの2目的を考慮することにより、最適な制御因子の組合せ \mathbf{x}_0 を次式のように選出する。

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x}_0 \\ & \text{to minimize } \sum_{i=1}^n |y_i - \tau|, \sum_{i=1}^n \left| y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i) \right| \end{aligned} \quad (2-3)$$

ここで、 $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ は制御因子のベクトルを表す。

このように、目標特性のデータを用いて最適条件を選出する手法は、これまでに数多く提案されている。しかし、これらの手法は、2段階設計を行うことや、各因子のばらつきの分布型や独立性などを仮定したうえで提案されており、いかなるデザイン問題に対しても適用できる万能な手法とはなり得ていない。このため、これらの手法をデザイン問題に適用する際には、デザイナーが適切な手法を選択する必要がある。

なお、実験に基づく手法は、いくつかの目標特性のデータを算出し、それらを統計的に解析するものであり、目標特性の算出方法は限定されない。このため、本手法は、実験データにもシミュレーションデータにも対応可能である。ただし、目的関数が明確になっているデザイン問題においては、2.3項で述べるシミュレーションに基づく手法の方が適切である。これは、目的関数の単調性や微分値などを用いることにより、効率的にロバスト最適解を導出できるためである。

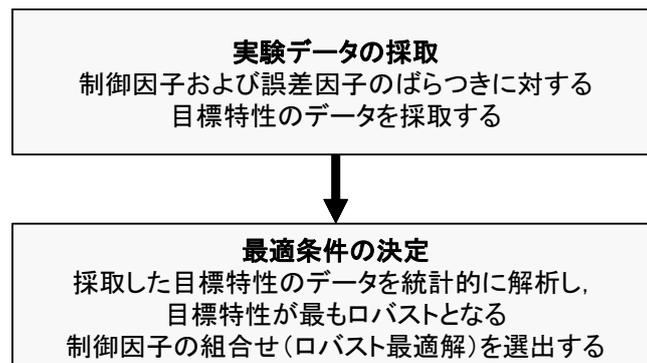


図 2-1 実験に基づくロバスト設計法の手順

		因子の数								y
		1	2	3	4	5	6	7	8	
実験数	1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_1
	2	1	1	2	2	2	2	2	2	y_2
	3	1	1	3	3	3	3	3	3	y_3
	4	1	2	1	1	2	2	3	3	y_4
	5	1	2	2	2	3	3	1	1	y_5
	6	1	2	3	3	1	1	2	2	y_6
	7	1	3	1	2	1	3	2	3	y_7
	8	1	3	2	3	2	1	3	1	y_8
	9	1	3	3	1	3	2	1	2	y_9
	10	2	1	1	3	3	2	2	1	y_{10}
	11	2	1	2	1	1	3	3	2	y_{11}
	12	2	1	3	2	2	1	1	3	y_{12}
	13	2	2	1	2	3	1	3	2	y_{13}
	14	2	2	2	3	1	2	1	3	y_{14}
	15	2	2	3	1	2	3	2	1	y_{15}
	16	2	3	1	3	2	3	1	2	y_{16}
	17	2	3	2	1	3	1	2	3	y_{17}
	18	2	3	3	2	1	2	3	1	y_{18}

実験値

図 2-2 直交表による実験値の導出

2.2.2 品質工学の概要

本項では、ロバストデザイン法の基礎的な事柄を示すため、品質工学(Byrne 1986, Kackar 1986, 田口 1988a, 1988b, Taguchi 1993, 松岡 2006)について述べる。まず、品質工学の概要を述べ、次に、ロバストデザイン法の起源として多くの研究者に影響を与えたパラメータ設計について述べる。最後に、パラメータ設計において機能のロバスト性を評価する SN 比の詳細について述べる。

(1) 品質工学

品質問題の大部分は、使用者の使用条件や環境条件のばらつき、および使用している部品・材料のばらつきによって発生する。品質工学は、このような様々なばらつきに対して機能のロバスト性を効率よく実現することを目的とした方法論であり、田口により確立された。品質工学は、大きく分けてパラメータ設計、許容差設計、オンライン品質工学、および MT 法という 4 分野で構成される。次項では、ロバストデザインの起源となったパラメータ設計について説明する。

(2) パラメータ設計

パラメータ設計とは、電気設計、機械設計、およびプロセス設計などにおいて、意図した出力値を得るために、材質・形状・寸法・電圧・回路素子の定数などの設計パラメータの水準値を、ばらつきに対して機能のロバスト性を高める最適な値に決めるデザイン方法である。ここで、一般にパラメータ設計で用いられる設計パラメータという語句は、制御因子と同じ意味であるため、以降、制御因子という語句を用いる。同様に、機能という語句は、目標特性と同じ意味であるため、以降、目標特性という語句を用いる。以下に、パラメータ設計の手順を、直交表によるデータの採取、2段階設計法による最適条件の選定、および確認実験の順に説明する。

(a) 直交表によるデータの採取

パラメータ設計では、制御因子を選定し、その水準を設定することで目標特性におけるロバスト性の向上を目指す。しかし、取り上げる制御因子の目標特性に対する効果は、実験を行うことで始めてわかるものであり、適切な制御因子のみをあらかじめ選択するのは困難である。このため、実験では多数の制御因子を取り上げ、それらを同時に評価することが一般的であり、その結果、実験回数が膨大になることが多い。そこで、パラメータ設計では、制御因子の数が多の場合においても少ない実験回数で因子単独の効果を的確に評価できる直交表実験を行う。なお、パラメータ設計では、交互作用の影響を受けない強い主効果を持つ制御因子により、目標特性をロバストにするため、交互作用を考慮しない混合系直交表と呼ばれる直交表を用いる。

(b) 2段階設計法による最適条件の選定

パラメータ設計では、一般に、2段階設計を行う。2段階設計とは、図 2-3 のように、第1段階で非線形の制御因子を用いてシステムの出力の安定性を向上させ、第2段階で線形の制御因子を用いて出力を目標値へ調整する設計である。2段階設計においては、第1段階で目標特性のロバスト性を評価する SN 比を用い、第2段階で出力の平均値の大きさを評価する感度を用いる。ここで、SN 比はその値が大きいほど目標特性のロバスト性が向上するため、第1段階では、水準に対する SN 比の変化が大きい図 2-3(a) のような制御因子の水準を、SN 比が大きい水準に設定する。第2段階では、水準に対する SN 比の変化が小さく、感度の変化が大きい図 2-3(b) のような制御因子を用いて、目標特性を目標値に調整する。ここで、このような制御因子を、特に調整因子と呼ぶ。

具体的には、各因子の水準ごとに SN 比と感度を算出し、それらをプロットした要因効果図をもとに最適条件を決定する。例えば、7 因子 2 水準のデザイン問題に

おける要因効果図が図 2-4 のようになった場合，第 1 段階では，全ての因子の水準を，SN 比が大きくなる水準 ($A_2, B_2, C_1, D_1, E_1, F_2, G_2$) に設定する．ここでは特に，因子 B と因子 E をそれぞれ B_2 と E_1 にすることで目標特性が大きく改善される．第 2 段階では，SN 比への影響が小さく，感度への影響が大きい因子 A や因子 F の水準を変えることで，SN 比を大きく変化させないまま，目標特性の平均値を目標値に調整する．

(c) 確認実験

パラメータ設計は，因子の主効果のみに着目し，制御因子間の交互作用は考慮しない．このため，本手法により得られた最適条件を設定して，製品を作ったとしても，因子間の交互作用により SN 比や感度の改善効果が得られない場合がある．そこで，パラメータ設計においては，最適条件の決定後，確認実験を実施しなければならない．一般に，計算による推定での差と確認実験での差が $\pm 3\text{db}$ の間に入っていれば再現性があるとされている．なお，再現性が悪い場合は，目標特性と因子間の関係性を見直す必要があり，評価する目標特性や取り上げる因子を変える必要がある．

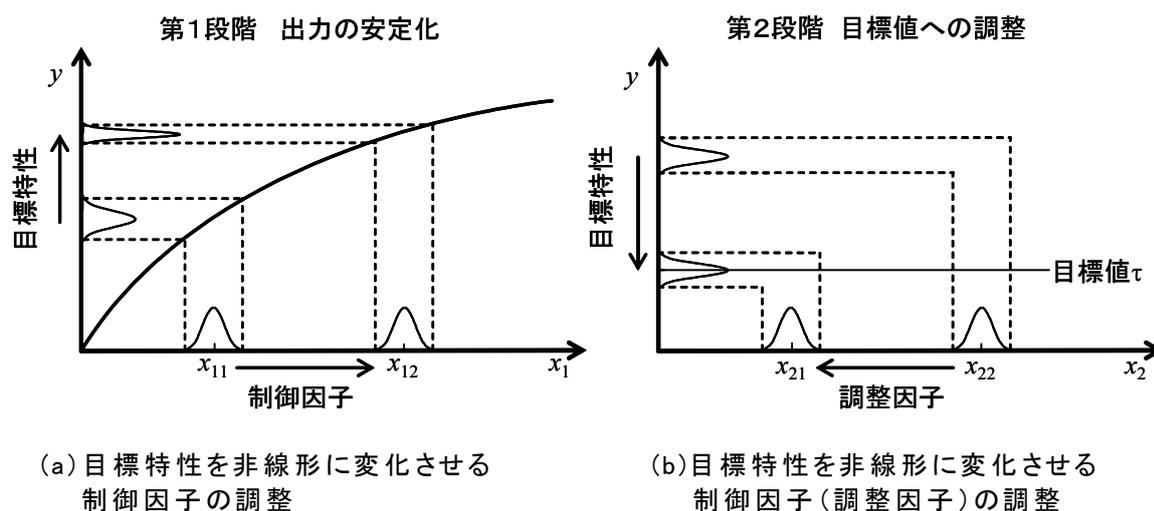


図 2-3 2 段階設計法の概念図

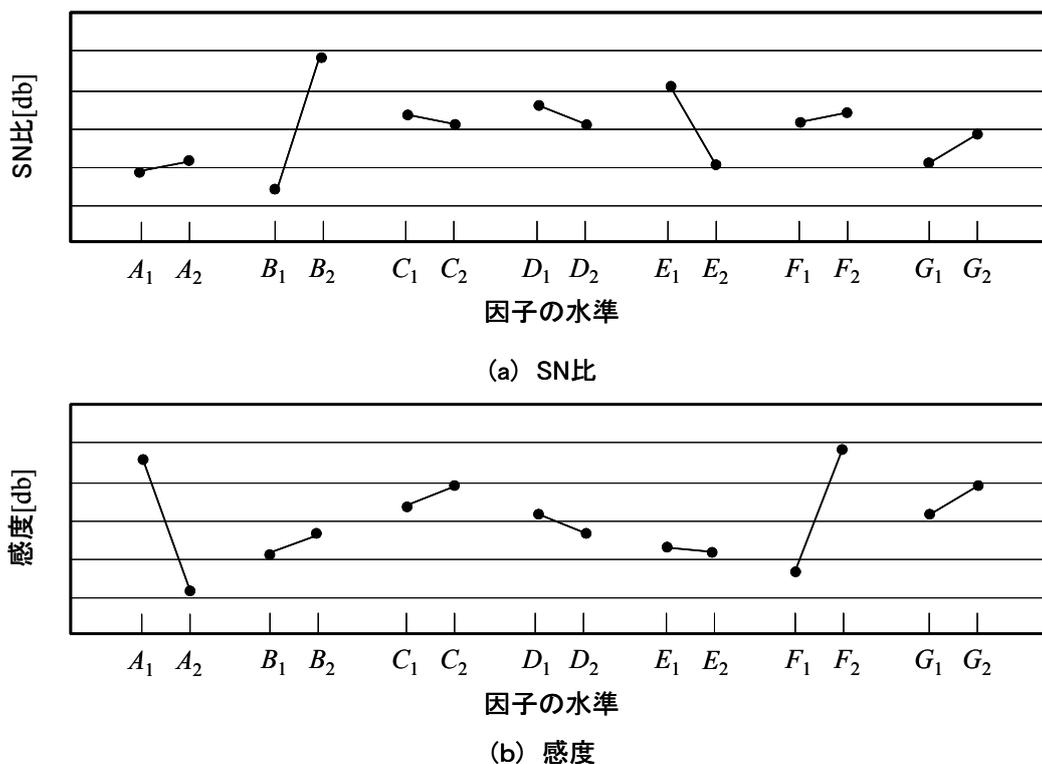


図 2-4 SN比と感度の要因効果図

(3) SN比

SN比は、目標特性のばらつきを有効成分 S (目標特性の大きさ) と有害成分 N (ばらつきの大きさ) に分解し、その比を対数表記することにより求められる。ここで、対数をとる理由は、SN比を加減算可能とする (加法性を得る) ことにより、改善効果を容易に分析できるようにするためである。例えば、ある因子による改善効果は、同因子におけるSN比の水準別平均の差として表現することができ、さらに、複数の因子による改善効果も、各因子におけるSN比の水準別平均の差の和算として表現することができる。また、SN比の単位 (デシベル) は、通信分野で用いられる「dB」ではなく、「db」と表記することで通信分野と区別している。

SN比により評価される目標特性には、静特性と動特性がある。静特性とは、入力に応じて出力が一定であることが望ましい特性であり、一方、動特性とは、入力に応じて出力が変化することが望ましい特性である。動特性を扱うロバストデザイン法はパラメータ設計のみであり、シミュレーションに基づく手法などその他の手法は静特性のみを扱うことから、本研究では、静特性のロバストデザインを対象としている。このため、ここでは、静特性に関するSN比を説明する。なお、

静特性は、さらに、望小特性、望大特性、および望目特性に大別できる。ここで、目標特性が望小（大）の場合は、SN比がばらつきの最小化と目標特性の最小（大）化を同時に行うため、第2段階を行う必要はない。一方、望目特性の場合は感度を用いた第2段階を行う必要がある。以下に各特性におけるSN比の算出方法を示す。また、望目特性においては、感度の算出方法も示す。

(a) 望小特性のSN比

望小特性とは、非負で小さいほど良い特性で、弊害項目を評価する場合などに用いる。望小特性においては、目標特性のばらつきを抑えて、平均値を小さくするのが望ましいため、SN比は次式で表される。

$$\eta_s = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] \quad (2-4)$$

ここで、 n は目標特性のサンプル数を表す。また、 $\log X$ は X の常用対数を表し、以降も同様に底の記載を省略する。望小特性におけるSN比の期待値は次式のように表せる。

$$\begin{aligned} E(\eta_s) &= -10 \log \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p(y) dy \\ &= -10 \log \int_{-\infty}^{\infty} (y - \mu_y + \mu_y)^2 p(y) dy \\ &= -10 \log \left[\int_{-\infty}^{\infty} (y - \mu_y)^2 p(y) dy + \mu_y^2 \int_{-\infty}^{\infty} p(y) dy \right] \\ &= -10 \log [\sigma_y^2 + \mu_y^2] \end{aligned} \quad (2-5)$$

ここで、 μ_y は目標特性の平均値を表し、 σ_y は標準偏差を表す。式(2-5)から目標特性が望小特性の場合、SN比を大きくすることにより、目標特性の平均値および標準偏差が小さくなることがわかる。つまり、望小特性のSN比は、安定性と平均値を同時に評価しているため、望小特性のデザイン問題においては感度を算出して第2段階を行う必要がない。

(b) 望大特性のSN比

望大特性とは、非負で大きいほど良い特性で、強度や剛性などの物性を評価する場合などに用いる。望大特性においては、目標特性のばらつきを抑えて、平均値を大きくするのが望ましいため、SN比は次式で表される。

$$\eta_L = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right] \quad (2-6)$$

また、望大特性におけるSN比の期待値は次式のように表せる。

$$\begin{aligned}
E(\eta_L) &= -10 \log \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{y^2} p(y) dy \\
&= -10 \log \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(y - \mu_y + \mu_y)^2} p(y) dy \\
&= -10 \log \frac{1}{\mu_y^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{y - \mu_y}{\mu_y}\right)^{-2} p(y) dy \\
&\approx -10 \log \frac{1}{\mu_y^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 - \frac{2(y - \mu_y)}{\mu_y} + \frac{3(y - \mu_y)^2}{\mu_y^2} + \dots\right] p(y) dy \\
&\approx -10 \log \left[\frac{1}{\mu_y^2} \left(1 + \frac{3\sigma_y^2}{\mu_y^2}\right) \right] \tag{2-7}
\end{aligned}$$

式(2-7)から目標特性が望大特性の場合、SN比を大きくすることにより、目標特性の平均値が大きく、標準偏差が小さくなることがわかる。つまり、望大特性のSN比も、安定性と平均値を同時に評価しているため、感度を算出する第2段階を行う必要がない。

(c) 望目特性のSN比

望目特性とは、非負の目標値が望ましい特性で、寸法、硬度、濃度などの目標値がある物性を評価する場合などに用いる。望目特性においては、目標特性のばらつきを抑えて、出力を目標値に合致させるのが望ましいため、SN比は次式で表される。

$$\eta_N = 10 \log \left[\frac{S_m - V_e}{nV_e} \right] \tag{2-8}$$

ここで、 S_m は一般平均の変動を表し、 V_e は誤差分散を表す。これらは次式のように算出できる。

$$S_m = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \tag{2-9}$$

$$V_e = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - S_m \right) \tag{2-10}$$

また、一般平均の変動および誤差分散の期待値は次式のように表せる。

$$\begin{aligned}
E(S_m) &= E\left[\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2\right] = \frac{1}{n} E\left[\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^n y_i^2\right] + \frac{1}{n} E\left[\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n y_j y_k\right] \quad (j \neq k) \\
&= \frac{1}{n} \{n(\mu_y^2 + \sigma_y^2)\} + \frac{1}{n} \{n(n-1)\mu_y^2\} \\
&= n\mu_y^2 + \sigma_y^2
\end{aligned} \tag{2-11}$$

$$\begin{aligned}
E(V_e) &= E\left[\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - S_m\right)\right] \\
&= \frac{n}{n-1} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p(y) dy - \frac{1}{n-1} E(S_m) \\
&= \frac{1}{n-1} [n(\sigma_y^2 + \mu_y^2) - (\sigma_y^2 + n\mu_y^2)] \\
&= \sigma_y^2
\end{aligned} \tag{2-12}$$

したがって、望目特性における SN 比の期待値は次式のように表せる。

$$E(\eta_N) = 10 \log \frac{\mu_y^2}{\sigma_y^2} \tag{2-13}$$

式(2-13)より、目標特性が望目特性の場合、SN 比を最大化することにより、平均値に対するばらつきは小さくなるが、目標特性が目標値へ近づかないことがわかる。このため、次式に表す感度を用いて平均値を目標値に近づける必要がある。

$$\eta_{sc} = 10 \log \mu_y^2 \tag{2-14}$$

2.2.3 実験に基づく手法の概要

本項では、実験に基づくロバストデザイン法に包含される各手法の概要について述べる。

(1) SN 比と感度を用いる手法

(a) Taguchi の手法（品質工学のパラメータ設計）

Taguchi が提案した手法は、前項で詳しく述べた品質工学であり、SN 比を用いてロバスト性の評価を行う。まず、望小特性のロバストデザイン問題は次式のような SN 比 η_s の最大化問題となる。

$$\text{maximize} \quad \eta_s = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] \tag{2-15}$$

次に、望大特性のロバストデザイン問題は次式のような SN 比 η_L の最大化問題とな

る。

$$\text{maximize} \quad \eta_L = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right] \quad (2-16)$$

最後に、望目特性のロバストデザイン問題は次式のような SN 比 η_N の最大化と感度による目標値への調整の 2 段階設計問題となる。

$$\text{maximize} \quad \eta_N = 10 \log \left[\frac{S_m - V_e}{nV_e} \right] \quad (2-17)$$

$$\text{minimize} \quad |\tau - \mu_y| \quad (\eta_{sc} = 10 \log \mu_y^2) \quad (2-18)$$

Taguchi の手法は、制御因子および誤差因子における水準の出現確率を同等に評価するため、各因子のばらつきが一様分布かつ独立性を有している場合において、適切なロバスト性の評価を行うことができる。また、本手法は、望目特性のロバストデザイン問題においては、SN 比と感度を用いた 2 段階設計を行う。その場合、調整因子が必要となる。

(b) Otto らの手法

Otto らは、タグチメソッドにおいて均一と考えられていた誤差因子のばらつき(本論文では制御因子もばらつくことを想定するため、制御因子のばらつきも含む)の出現確率を用いたロバスト性評価を行う方法を提案した(Otto 1993)。具体的には、外側直交表に割り付けられた制御因子および誤差因子のばらつきにおける各水準の出現確率を設定し、それを用いて SN 比を算出しロバスト性の評価を行う。次式に、Otto らが提案した望小特性における SN 比の算出方法を示す。

$$\eta_s = -10 \log \sum_{i=1}^n W_i y_i^2 \quad (2-19)$$

ここで、 n は制御因子および誤差因子におけるばらつきの組合せの数を表す。 W は上記ばらつきの組合せの出現確率を表す。なお、望大特性、望目特性においても同様に SN 比を算出して行う。

Otto らの手法は、因子における水準の出現確率を考慮できることから、因子が一様分布を有する場合だけでなく、正規分布を有する場合においても適切なロバスト性の評価を行うことができる。また、各因子のばらつきにおける組合せの出現確率を設定することにより、因子間の従属関係を表現することができる。なお、本手法は、Taguchi の手法と同様に、望目特性のロバストデザイン問題においては、SN 比と感度を用いた 2 段階設計を行う。その場合、調整因子が必要となる。

(2) 平均値と標準偏差を用いる手法

(a) Sundaresan らの手法

Sundaresan らは、制御因子および誤差因子におけるばらつきの最大値および最小値の組合せに対する目標特性を算出し、ロバスト性を評価する手法を提案した (Sundaresan 1991). 具体的には、算出した目標特性から SI (Sensitivity Index) と呼ばれる測度を次式のように算出する.

$$SI = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2} \quad (2-20)$$

ここで、 n は制御因子および誤差因子の組合せの数を表す. この SI と目標特性の平均値の線形和を用いて、望小特性のロバストデザイン問題を、次式のような最小化問題として定式化した.

$$\text{minimize} \quad \alpha\mu_y + (1-\alpha)SI \quad (2-21)$$

ここで、 α は目標特性の平均値と SI 間の重みを表し、デザイナーにより決定される.

例えば 2 つの制御因子 x_1, x_2 が標準偏差 σ_1, σ_2 を有するデザイン問題においては、ばらつきの最大値および最小値の組合せは、図 2-5 に示すように 4 通りになる. これより、 SI は次式のように表せる

$$SI = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (y_i - \mu_y)^2} \quad (2-22)$$

なお、制御因子および誤差因子の数が多くなり、ばらつきの最大値および最小値の組合せ数が多くなる場合は、直交表を用いて計算の効率化をはかる. 本手法においては、ばらつきの最大値および最小値をわりつけるため、2 水準系直交表が用いられる. また、式(2-21)において目標特性の平均値 μ_y を評価するため、式(2-20)の μ_y は省略することも可能である. Sundaresan らは、ばらつきを有する因子が 2 個より多い場合は、省略するように定式化している.

Sundaresan らの手法は、目標特性の平均値とばらつきの度合いを表す SI を用いた 2 目的最適化を行うため、目標特性が望目特性の場合においても、Taguchi の手法のように 2 段階設計を行わない. その他の特徴は、Taguchi の手法と同様である.

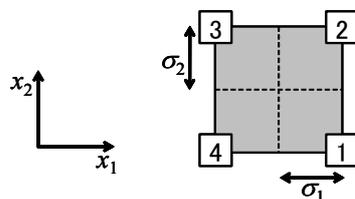


図 2-5 因子におけるばらつきの最大・最小値の組合せの例

(b) Yu らの手法

Yu らは、制御因子および誤差因子の水準の組合せの出現確率を図 2-6 のように考慮することにより、Sundaresan らの手法を拡張した(Yu 1993, 1998a). 具体的には、目標特性の平均値と SI を次式のように算出する.

$$\mu_y = \sum_{i=1}^{m^n} W_i y_i \quad (2-23)$$

$$SI = \sqrt{\sum_{i=1}^{m^n} W_i (y_i - \mu_y)^2} \quad (2-24)$$

ここで、 m は制御因子および誤差因子のばらつきの水準数、 n は制御因子および誤差因子の数、 W_i は制御因子および誤差因子における水準の組合せの出現確率を表している. これにより、Sundaresan らと同様に目標特性の平均値と標準偏差の線形和を用いて、望小特性のロバストデザイン問題を次式のような最小化問題として定式化した.

$$\text{minimize} \quad \alpha\mu_y + (1-\alpha)SI \quad (2-25)$$

Yu らの手法は、因子における水準の出現確率を考慮できることから、因子が一様分布を有する場合だけでなく、正規分布を有する場合においても適切なロバスト性の評価を行うことができる. また、各因子のばらつきにおける組合せの出現確率を設定することにより、因子間の従属関係を表現することができる. なお、本手法は、Sundaresan らの手法と同様に 2 段階設計を行わない.

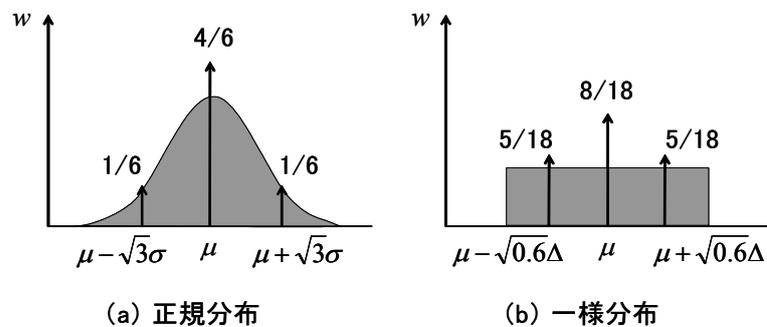


図 2-6 制御因子の水準の出現確率の例

2.3 シミュレーションに基づくロバストデザイン法

本節では、シミュレーションに基づくロバストデザイン法の概要として、同法の必要性と同法に包含される各手法の概要について述べる。本研究では、同デザイン法を、目的関数を用いる手法と制約関数を用いる手法に大別し、それぞれについて概要を述べる。ここで、本論文における目的関数とは、デザイン対象の機能を表す関数であり、その関数値には最適値が存在する。一方、制約関数とは、制御因子の実行可能領域を表す関数であり、最適値は存在せず（または設定せず）許容範囲のみが存在する特性の関数である。

2.3.1 シミュレーションに基づくロバストデザイン法の必要性と手順

(1) シミュレーションに基づくロバストデザイン法の必要性

シミュレーションとは、実際の現象を模擬することにより、その現象の解析や予測を行う方法であり、時間、コスト、実験（検証）の危険などを軽減することから、様々な分野において、その重要性が指摘されている(永田 2000)。ロバストデザインにおいても、その重要性は認められており、最近では、ロバストデザインの代表格である品質工学においても、シミュレーションを用いた事例が数多く挙げられるなど、ロバストデザインの主流となりつつある。なお、2.1 項で述べたように、本研究で述べるシミュレーションは、目的関数を用いて行うシミュレーションとし、目的関数が明確でない（実験的な）シミュレーションは対象外としている。

シミュレーションに基づくロバストデザイン法の利点は、実験に基づくロバストデザイン法のように、目標特性の値を得るために実験を行うのではなく、目的関数を用いたシミュレーションを行うため、デザインに要する時間や費用を大幅に軽減できることである。

(2) シミュレーションに基づくロバストデザイン法の手順

シミュレーションに基づくロバストデザイン法は、図 2-7 のように、モデリング、ロバストモデリング、ロバスト最適化の順に行われる。

まず、モデリングにおいては、力学、電磁気学、化学などにもとづく物理法則や多変量解析、応答曲面法などのモデリング手法を用いて、目標特性と制約特性（制約条件を有する特性）を制御因子および誤差因子で表現し、次式に示すような、一般的な最適デザイン問題として定式化する。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && y=f(\mathbf{x},\mathbf{z}) \\ & \text{subject to} && c_j = g_j(\mathbf{x},\mathbf{z}) \leq 0 \quad (j=1 \sim k) \end{aligned} \tag{2-26}$$

ここで、 y は目標特性、 c は制約特性、 x は制御因子のベクトル、 z は誤差因子のベクトル、 $f(x,z)$ は目的関数、 $g_j(x,z)$ は制約関数、 k は制約条件の数を表す。なお、シミュレーションに基づくロバストデザイン法の目標特性は、前節の実験に基づくロバストデザイン法で述べた実験データではなく、目的関数の値であり、同様に制約特性も制約関数の値である。

次に、ロバストデリングにおいては、制御因子および誤差因子のばらつきを考慮して、目的関数および制約関数を変換し、次式のように定式化する。

$$\begin{aligned} & \text{maximize } F(x) \\ & \text{subject to } G_j(x) \leq 0 \quad (j=1 \sim l) \end{aligned} \quad (2-27)$$

ここで、 $F(x)$ 、 $G_j(x)$ は変換後の目的関数および制約関数、 l は制約条件の数を表す。このように、制御因子および誤差因子のばらつきを考慮して、目的関数および制約関数をリモデリングする手法は、これまでに数多く提案されている。しかし、これらの手法は、デザイン問題における目的関数および制約関数の微分可能性や、制御因子および誤差因子の分布型などを仮定したうえで提案されており、いかなるデザイン問題に対しても適用できる万能な手法とはなり得ていない。このため、これらの手法をデザイン問題に適用する際には、適切な手法を選択する必要がある。

最後に、ロバスト最適化においては、ロバストモデリングした関数に適切に対応する最適化法を用いることにより、ロバスト最適解を導出する。なお、ここで、ロバストモデリングせずに通常最適化法により導出されるデザイン解を最適解と称し、ロバスト最適解と区別することとする。

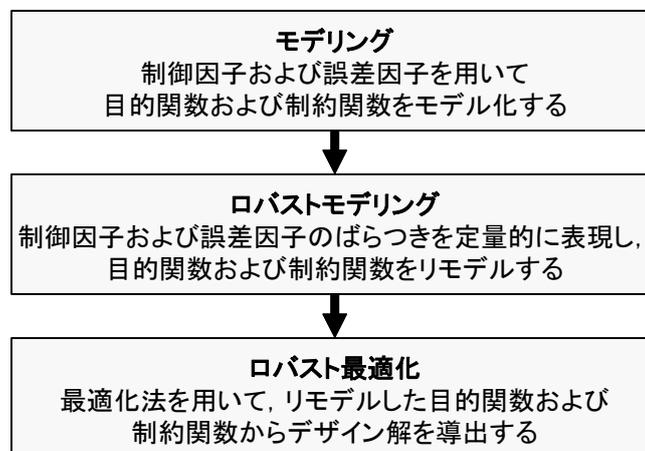


図 2-7 シミュレーションに基づくロバストデザイン法の手順

2.3.2 目的関数を用いる手法の概要

本項では、まず目的関数を用いる手法の概要について述べる。なお、本項で挙げる各手法の記述は、変数の記号や式の形を一部変形させることにより、他の手法と比較しやすくしている。

(1) 目的関数を用いる手法

制御因子および誤差因子のばらつきに伴い、目標特性はばらつく。これにより、従来の最適化法による最適解のように制御因子および誤差因子のばらつきを考慮せずに導出されたデザイン解は、目標特性が目標値から大きくばらつき、要求される機能を満足できないことがある。このため、目標特性のばらつきができるだけ小さくなるような制御因子を適切に決定する必要がある。このような問題に対して、目的関数を用いる手法は、目的関数の性質を利用して図 2-8(a)のように、制御因子のばらつきによる目標特性のばらつきが最小になるようなデザイン解を導出したり、図 2-8(b)のように、誤差因子のばらつきによる目標特性のばらつきが最小になるようなデザイン解を導出したりできるように、目的関数のリモデリングを行う。

目的関数を用いる手法は数多く提案されている。以下に、まず、ばらつきを有する因子の最大・最小値を用いてリモデリングを行う手法について述べ、次に、ばらつきを有する因子のばらつきの大きさまたは平均値・標準偏差を用いる手法、そして、目標特性の確率分布（以下、目標特性分布と称する）を用いる手法、最後に、ばらつきを有する多数の因子におけるばらつきの大きさの行列を用いる手法について述べる。

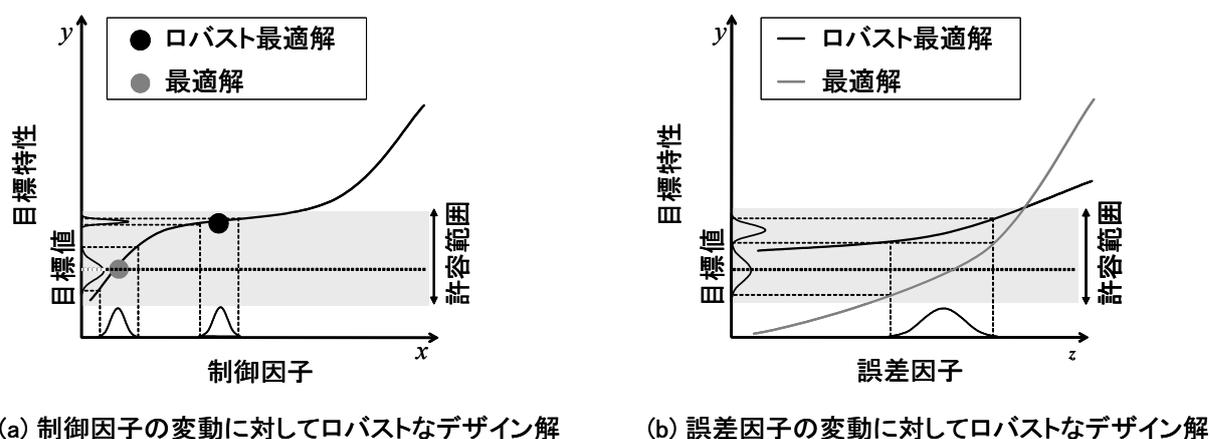


図 2-8 目的関数を用いるロバストデザイン法によるロバスト最適解の概念図

(2) 因子のばらつきの最大・最小値を用いる手法

(a) Wilde らの手法

Wilde らは、目標特性のばらつきの最大値および最小値を導出し、その範囲を最小化する手法を提案した(Wilde 1990, Wilde 1992). Wilde らの手法においては、目的関数が単調性を有すると仮定されている. 例えば制御因子の増加に対して目的関数が単調増加する場合、図 2-9(a)のように、目標特性は制御因子のばらつきの最大値において最大となる. 一方、制御因子の増加に対して目的関数が単調減少する場合、図 2-9(b)のように、目標特性は制御因子のばらつきの最小値において最大となる. このような目的関数を仮定することにより、目標特性の最大値 y_u および最小値 y_l を、制御因子および誤差因子の最大値および最小値の関数値として次式のように算出できる.

$$y_u = f(\mathbf{x}_u^+, \mathbf{x}_l^-, \mathbf{z}_u^+, \mathbf{z}_l^-) \quad (2-28)$$

$$y_l = f(\mathbf{x}_l^+, \mathbf{x}_u^-, \mathbf{z}_l^+, \mathbf{z}_u^-) \quad (2-29)$$

ここで、 \mathbf{x}^+ および \mathbf{z}^+ は目標特性を単調増加させる制御因子および誤差因子を表し、 \mathbf{x}^- および \mathbf{z}^- は目標特性を単調減少させる制御因子および誤差因子を表し、 \mathbf{x}_u および \mathbf{x}_l は制御因子の最大値および最小値、 \mathbf{z}_u および \mathbf{z}_l は誤差因子の最大値および最小値を表している.

以上のことから、Wilde らは単調性を有する目的関数における目標特性の最大・最小値と目標値の差の絶対値を用いて、望み特性のロバストデザイン問題を次式のような最適化問題として定式化した.

$$\text{minimize} \quad |y_u - \tau| + |\tau - y_l| \quad (2-30)$$

Wilde らの手法は、目的関数の単調性を仮定し、制御因子および誤差因子のばらつきの上限值および下限値を用いるため、目的関数が微分不可能かつ単調性を有し、因子のばらつきが一様分布である場合において、適切なロバスト性評価を行うことができる. なお、本手法は、目的関数が微分可能である場合にも対応できるが、その場合は、目的関数の微分値を用いた Belegundu らの手法を用いた方が計算量が少なくなるため適当である.

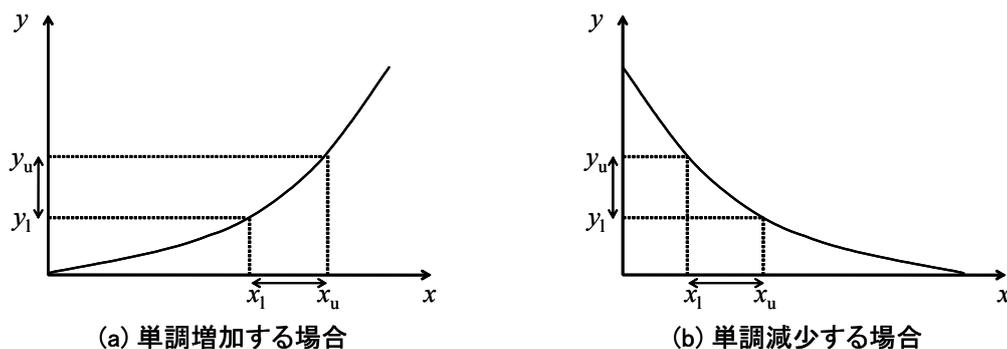


図 2-9 単調性を有する目的関数

(b) Arakawa らの手法

Arakawa らは、制御因子および誤差因子を LR ファジィ数で表し、それらのばらつき大きさに伴う目標特性のばらつき大きさをファジィ演算により導出し、評価する手法を提案した(Arakawa 1995, 荒川 1999, 2001). LR ファジィ数とは、図 2-10 のように、ある基準値において左 (Left) 右 (Right) に異なるメンバーシップ関数が定義されるファジィ数のことであり、平均値 μ と左右の広がりを表すパラメータ α および β を用いて次式のように記述される.

$$M_{LR} = (\mu, \alpha, \beta)_{LR} \quad (2-31)$$

この LR ファジィ数を用いることにより、左右で大きさが異なるばらつきを表すことができる. 例えば、図 2-11 のような丸棒のデザイン問題においては、正規分布のように左右のばらつき大きさが等しく与えられる図 2-11(a) のようなばらつきだけでなく、左右のばらつき大きさが異なる図 2-11(b) のようなばらつきを表すことができる. しかし、LR ファジィ数は、演算後のメンバーシップ関数の形が変わらないため、目的関数が非線形性を有する場合や目的関数が複数存在する場合など、制御因子および誤差因子の分布型と目標特性の分布型が異なるような場合には適切にロバスト性を評価できない.

Arakawa らは、目標特性のロバスト性を満たしたうえで、制御因子のばらつき大きさを最大化することも考慮し、①目標特性の最小化、②制御因子および誤差因子のばらつきに伴う目標特性のばらつきの最小化、③制御因子における実行可能領域の最大化 の 3 つの目的関数を有する多目的問題として、望小特性のロバストデザイン問題を次式のように定式化した.

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} && f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \\
& \text{minimize} && f_x^R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^L, \mathbf{x}^R, \mathbf{z}) = \sum_{i \in \partial f / \partial x_i > 0} \frac{\partial f}{\partial x_i} x_i^R - \sum_{i \in \partial f / \partial x_i < 0} \frac{\partial f}{\partial x_i} x_i^L \\
& && f_z^R(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{z}^L, \mathbf{z}^R) = \sum_{i \in \partial f / \partial z_i > 0} \frac{\partial f}{\partial z_i} z_i^R - \sum_{i \in \partial f / \partial z_i < 0} \frac{\partial f}{\partial z_i} z_i^L \\
& \text{maximize} && \mathbf{x}^L + \mathbf{x}^R
\end{aligned} \tag{2-32}$$

ここで、上付き文字の L や R は、LR ファジィ数におけるパラメータを表している。例えば、 x^L および x^R は LR ファジィ数における左（負）方向および右（正）方向へのばらつきの大きさを表している。

Arakawa らの手法は、目的関数の微分値と LR ファジィ数を用いるため、目的関数が微分可能かつ線形近似可能で、制御因子および誤差因子のばらつきが左右非対称の場合に適切なロバスト性評価を行うことができる。なお、本手法は、因子のばらつきが左右非対称でない場合にも対応できるが、その場合は、目的関数の微分値を用いた Belegundu らの手法を用いた方が計算量が少なくなるため適当である。

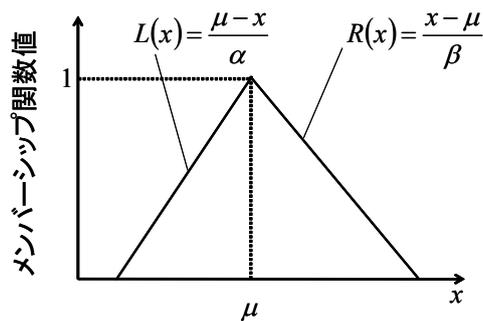


図 2-10 LR ファジィ数 $M_{LR} = (\mu, \alpha, \beta)_{LR}$ の例

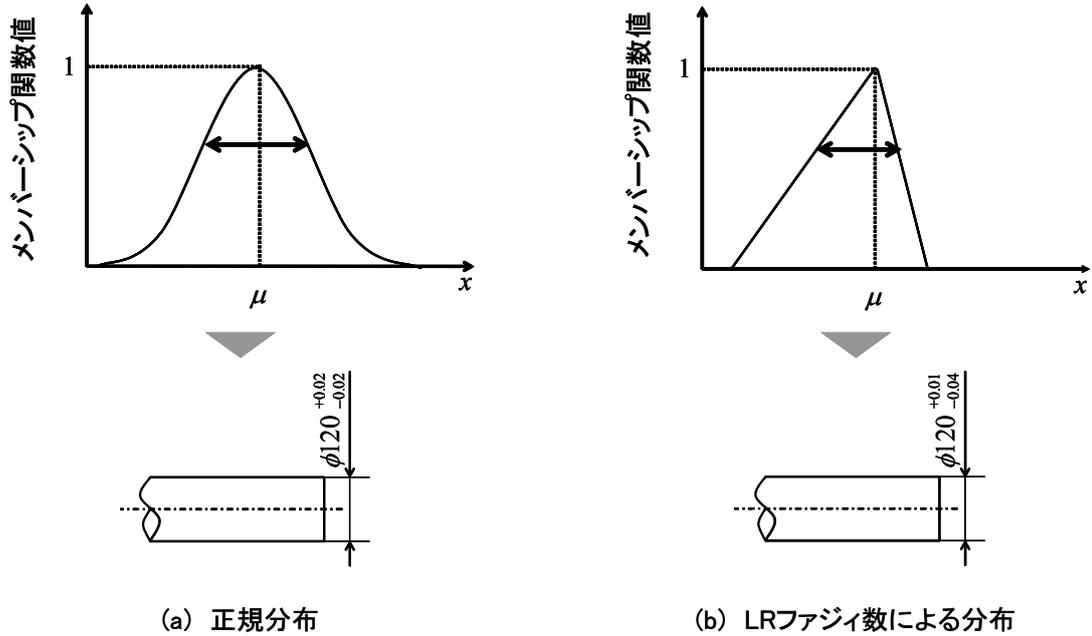


図 2-11 LR ファジィ数に対応するばらつきと正規分布のばらつきの違い

(3) 因子のばらつきの大きさまたは平均値・標準偏差を用いる手法

(a) Belegundu らの手法

Belegundu らは、制御因子および誤差因子のばらつきの大きさに伴う目標特性のばらつきの大きさを算出し、その最小化を行うことにより、ロバスト性を向上する手法を提案した(Belegundu 1989, 1992). 具体的には、制御因子および誤差因子のばらつきの大きさが微小である場合、目的関数の線形性を仮定して、目標特性のばらつきの大きさを、因子のばらつきの大きさと目的関数の微分値を用いて次式のように近似する.

$$\Delta y \approx \sum_{i=1}^{n_x} \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial x_i} \Delta x_i + \sum_{j=1}^{n_z} \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_j} \Delta z_j \quad (2-33)$$

ここで、 l は制御因子の数、 m は誤差因子の数、 Δy は目標特性のばらつきの大きさ、 Δx は制御因子のばらつきの大きさ、 Δz は誤差因子のばらつきの大きさを表す. そして、目標特性が一定の許容範囲に入ることを条件に、算出した目標特性におけるばらつきの大きさの最小化問題として、望目特性のロバストデザイン問題を、次式のように定式化した.

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \left| \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial x_i} \right| \Bigg|_{y_l \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq y_u} , \\ & \left| \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_j} \right| \Bigg|_{y_l \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq y_u} \end{aligned} \quad (2-34)$$

ここで、 y_l は目標特性の許容下限値、 y_u は目標特性の許容上限値を表す。式(2-34)より、このデザイン問題は制御因子および誤差因子の数だけ目的を有する多目的最適化問題となる。そこで、Belegundu らは、制御因子および誤差因子の各ばらつきの大きさに対する重要度 β を乗じた線形和をとることにより、単目的最適化問題として次式のように定式化した。

$$\text{minimize} \quad \left\{ \sum_{i=1}^{n_x} \beta_i \left| \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial x_i} \right| + \sum_{j=1}^{n_z} \beta_j \left| \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_j} \right| \right\} \Bigg|_{y_l \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq y_u} \quad (2-35)$$

Belegundu らの手法によって導出されたロバスト最適解は、図 2-12 のように、目標特性分布の平均値が目標値から離れる（ただし許容範囲は超えない）ものの、ばらつきの小さいロバストなデザイン解となる。なお、本手法は因子のばらつきの大きさを用いるため、同図における目標特性分布は、一様分布として表現している。

Belegundu らの手法は、目的関数の微分値と制御因子および誤差因子のばらつきの大きさを用いることから、目的関数が微分可能かつ線形近似可能であり、因子のばらつきが一様分布を有する場合において適切なロバスト性評価を行うことができる。なお、本手法は、各因子におけるばらつきの独立性を仮定しているため、因子のばらつきが従属関係を有する場合には対応できない。

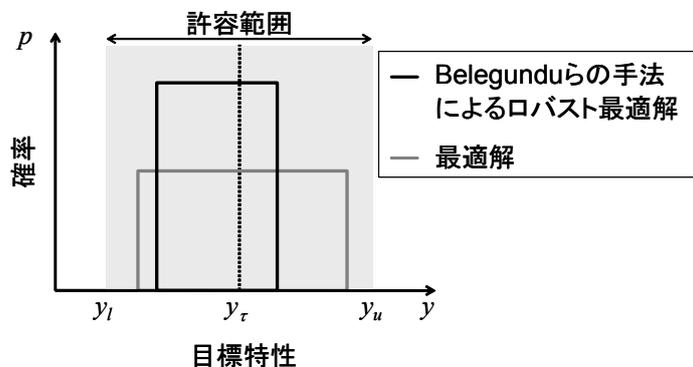


図 2-12 Belegundu らの手法によるロバスト最適解の概念図

(b) Ramakrishnan らの手法

Ramakrishnan らは、目的関数を制御因子および誤差因子において Taylor 展開することにより、目標特性の平均値と標準偏差を算出し、これらの2目的最適化を行うことにより、ロバスト性を向上する手法を提案した(Ramakrishnan 1994, 1996). 具体的には、まず、制御因子および誤差因子の平均値において Taylor 展開を行い、目的関数を次式のように近似する.

$$\begin{aligned}
f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \approx & f(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z) + \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) (x_i - \mu_{xi}) + \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial f}{\partial z_i} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) (z_i - \mu_{zi}) + \\
& \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_x} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) (x_i - \mu_{xi})(x_j - \mu_{xj}) + \\
& \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_z} \sum_{j=1}^{n_z} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z_i \partial z_j} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) (z_i - \mu_{zi})(z_j - \mu_{zj})
\end{aligned} \tag{2-36}$$

ここで、 $\boldsymbol{\mu}_x = \{\mu_{x1}, \mu_{x2}, \dots, \mu_{xn_x}\}^T$ は制御因子の平均値のベクトル、 $\boldsymbol{\mu}_z = \{\mu_{z1}, \mu_{z2}, \dots, \mu_{zn_z}\}^T$ は誤差因子の平均値のベクトルを表す. また、目標特性の平均値と分散は次式のように表せる.

$$\mu_y = E[f(\mathbf{x}, \mathbf{z})] \tag{2-37}$$

$$\sigma_y^2 = E\{[f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E\{f(\mathbf{x}, \mathbf{z})\}]^2\} \tag{2-38}$$

ここで、 μ_y は目標特性の平均値を表し、 σ_y は目標特性の標準偏差を表す. なお、制御因子および誤差因子におけるばらつきの独立性を仮定すると、各共分散 $\text{Cov}(x_i, x_j)$, $\text{Cov}(z_i, z_j)$ が 0 となるため、次式が成り立つ.

$$\sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_x} E[(x_i - \mu_{xi})(x_j - \mu_{xj})] = \sum_{i=1}^{n_x} E[(x_i - \mu_{xi})^2] = \sigma_{xi}^2 \tag{2-39}$$

$$\sum_{i=1}^{n_z} \sum_{j=1}^{n_z} E[(z_i - \mu_{zi})(z_j - \mu_{zj})] = \sum_{i=1}^{n_z} E[(z_i - \mu_{zi})^2] = \sigma_{zi}^2 \tag{2-40}$$

これより、目標特性の平均値と分散は次式のように導出できる.

$$\mu_y = E[f(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = f(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) \sigma_{xi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z_i^2} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) \sigma_{zi}^2 \tag{2-41}$$

$$\sigma_y^2 = E\{[f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E\{f(\mathbf{x}, \mathbf{z})\}]^2\} = \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right)^2 \sigma_{xi}^2 + \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial f}{\partial z_i} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right)^2 \sigma_{zi}^2 \tag{2-42}$$

ここで、 σ_{xi} は制御因子の標準偏差、 σ_{zi} は誤差因子の標準偏差を表す. これにより

Ramakrishnan らは、望目特性のロバストデザイン問題を、目標特性の平均値が許容範囲を満たしたうえで、目標特性の標準偏差を最小化する単目的最適化問題として次式のように定式化した。

$$\text{minimize} \quad \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{n_x} \left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\mu_x, \mu_z} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{i=1}^{n_z} \left(\left. \frac{\partial f}{\partial z_i} \right|_{\mu_x, \mu_z} \right)^2 \sigma_{z_i}^2 \quad \left| \mu_{y_l} \leq \mu_y \leq \mu_{y_u} \right. \quad (2-43)$$

ここで、 μ_{y_l} は目標特性における平均値の許容下限値、 μ_{y_u} は目標特性における平均値の許容上限値を表す。Ramakrishnan らの手法によって導出されたロバスト最適解は、図 2-13 のように、目標特性分布の平均値が目標値から離れる（ただし許容範囲は超えない）ものの、ばらつきの小さいロバストなデザイン解となる。

Ramakrishnan らの手法は、目的関数の微分値と制御因子および誤差因子の標準偏差を用いることから、目的関数が微分可能かつ線形近似可能であり、因子のばらつきが正規分布を有する場合において適切なロバスト性評価を行うことができる。なお、本手法は、各因子におけるばらつきの独立性を仮定しているため、因子のばらつきが従属関係を有する場合には対応できない。

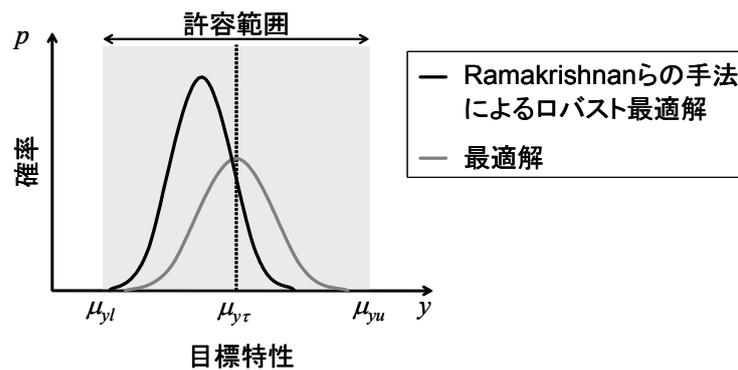


図 2-13 Ramakrishnan らの手法によるロバスト最適解の概念図

(4) 目標特性の確率分布を用いる手法

目標特性の確率分布を用いる手法として、Eggert らの手法(Eggert 1990, 1991, 1993)が挙げられる。Eggert らは、Ramakrishnan らの手法と同様に、制約特性におけるばらつきの平均値および標準偏差を算出し、それを特定の分布の確率密度関数に代入することにより、制約条件を満たす確率を算出・評価し、制約関数を用いる手法を提案した。この手法は、制約特性のロバスト性評価のみならず、目標特性のロバスト性評価にも用いることができることから、本研究では、目的関数を用いる手法としても挙げることにする。なお、Eggert らが提案した制約条件のロバスト性評価に関しては、2.3.3 項の制約関数を用いるロバストデザイン法において述べる。

Eggert らの手法においては、まず、Ramakrishnan らの手法と同様に、Taylor 展開を用いて目的関数を近似し、制御因子および誤差因子におけるばらつきの独立性を仮定することにより、目標特性の平均値と分散を次式のように算出する。

$$\mu_y = E[f(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = f(\mu_x, \mu_z) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \Big|_{\mu_x, \mu_z} \right) \sigma_{x_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z_i^2} \Big|_{\mu_x, \mu_z} \right) \sigma_{z_i}^2 \quad (2-44)$$

$$\sigma_y^2 = E\{[f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E\{f(\mathbf{x}, \mathbf{z})\}]^2\} = \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{\mu_x, \mu_z} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial f}{\partial z_i} \Big|_{\mu_x, \mu_z} \right)^2 \sigma_{z_i}^2 \quad (2-45)$$

次に、目標特性の分布型を仮定し、その確率密度関数に、算出した平均値および標準偏差を代入することにより、目標特性が許容範囲内に含まれる確率を算出する。例えば、目標特性が正規分布を有すると仮定すると、目標特性が許容範囲内に含まれる確率は次式のように算出できる。

$$P(y_l \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq y_u) = P(a^*_{l1} \leq a \leq a^*_{u1}) = \int_{a^*_{l1}}^{a^*_{u1}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) da$$

$$\left(a^*_{l1} = -\frac{f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - \mu_y}{\sigma_y} = -\frac{y_l - \mu_y}{\sigma_y}, a^*_{u1} = -\frac{y_u - \mu_y}{\sigma_y} \right) \quad (2-46)$$

以上のことから、Eggert らは、ロバストデザイン問題を、許容範囲を満たす確率 P の最大化問題として次式のように定式化している。

$$\text{maximize } P \quad (2-47)$$

Eggert らの手法は、デザイナーが定めた確率密度関数を用いることで、正規分布や一様分布以外の目標特性分布を適切に評価できる。このため、目的関数が線形近似不可能なデザイン問題に対応できるものの、確率密度関数が既知であるようなデザイン問題でなければ対応できない。また、目的関数の微分値と制御因子および誤差因子の標準偏差を用いるため、目的関数が微分不可能であり、因子のばらつきが正

規分布を有する場合において、適切なロバスト性評価を行うことができる。なお、本手法は、各因子におけるばらつきの独立性を仮定しているため、因子のばらつきが従属関係を有する場合には対応できない。

(5) 多数の因子におけるばらつきの大きさの行列を用いる手法

(a) Zhu らの手法

リンク機構のデザイン問題においては、様々な到達点（目標特性）に届くようにリンクの回転角度や長さ（制御因子）を求める。このように、リンクや歯車などのような機構デザインにおいては、多くのユニットが連動するため、多数の同一単位の因子を同時に扱うことが多い。そこで Zhu らは、目標特性および制御因子を行列で表現することにより、同一単位の因子におけるばらつきの大きさの許容範囲を算出し、ロバスト性を評価する手法を提案した(Zhu 2001)。具体的には、まず、目標特性と制御因子におけるばらつきの大きさの関係を線形関係と仮定し、目標特性のばらつきの大きさを、ヤコビ行列を用いて次式のように近似する。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{J}\mathbf{X} \quad (2-48)$$

ここで、 $\mathbf{J} = \partial(y_1, y_2, \dots, y_m) / \partial(x_1, x_2, \dots, x_n)$ はヤコビ行列、 $\mathbf{Y} = \{\Delta y_1, \Delta y_2, \dots, \Delta y_m\}^T$ は目標特性におけるばらつきの大きさのベクトル、 $\mathbf{X} = \{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n\}^T$ は制御因子におけるばらつきの大きさのベクトルを表し、 m と n は目標特性および制御因子の個数を表している。これにより、目標特性におけるばらつきの大きさは式(2-48)のノルムとして次式のように表現できる。

$$\|\mathbf{Y}\|_2^2 = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_m^2 = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = \mathbf{X}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{X} \quad (2-49)$$

ここで、下付き文字の2は \mathbf{Y} のフロベニウスノルム（Frobenius Norm：成分の自乗和の平方根）を表している。ここで、式(2-49)における行列 $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ の固有値と固有ベクトルを用いて、式(2-49)は次式のように変形できる。

$$\|\mathbf{Y}\|_2^2 = \mathbf{X}^T \mathbf{D} \mathbf{X} = \lambda_1 \Delta x_1^2 + \lambda_2 \Delta x_2^2 + \dots + \lambda_n \Delta x_n^2 \quad (\mathbf{X}' = \mathbf{C}^T \mathbf{X}) \quad (2-50)$$

ここで、上式の変形は特異値分解を用いて説明できるが、本論文では省略する。なお、 $\mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ は行列 $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ の固有値 λ を対角成分に持つ対角行列、 $\mathbf{C} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n]$ は行列 $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ の固有ベクトルを表す。なお、固有ベクトルとは一次変換により方向の変わらない（大きさは固有値倍となる）ベクトルのことである。例えば、図2-14左図のような表現行列 \mathbf{A} による線形写像において、図2-14右図のように基底を固有ベクトルにすることで、線形写像における関係性を簡潔に表現することができる。この固有値と固有ベクトルを用いて特異値分解により変形された式(2-50)は、 n 次の楕円となり、この楕円球の体積を用いて実行可能領域を次式のように定

義できる。

$$V_f = \left\{ \lambda_1 \Delta x_1'^2 + \lambda_2 \Delta x_2'^2 + \dots + \lambda_n \Delta x_n'^2 \leq \|\mathbf{Y}_u\|_2^2 \right\} \quad (2-51)$$

ここで、 V_f は実行可能領域、 \mathbf{Y}_u は目標特性におけるばらつきの大きさの許容上限を表す。この楕円の体積を最大化することにより、許容できる制御因子のばらつきを最大化し、ロバスト性を向上することができる。このため、Zhuらは、ロバストデザイン問題を、許容できる制御因子のばらつきを表す楕円の最大化問題として次式のように定式化した。

$$\text{maximize} \quad V_f = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)} \prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{\|\mathbf{Y}_u\|_2^2}{\lambda_i}} \quad (2-52)$$

ここで、 V_f は楕円球（実行可能領域）の体積、 $\sqrt{\|\mathbf{Y}_u\|_2^2/\lambda_i}$ は楕円の軸の長さ、 Γ はガンマ関数を表している。ガンマ関数とは、階乗を実数や複素数に一般化した関数であり、変数が整数や半整数（整数に1/2を加えた数）の場合、次式のような性質を有する。

$$\begin{aligned} \Gamma(1) &= 1 \\ \Gamma(a) &= (a-1)! \\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) &= \sqrt{\pi} \\ \Gamma\left(a + \frac{1}{2}\right) &= \frac{(2a)! \sqrt{\pi}}{a! 2^{2a}} \end{aligned} \quad (2-53)$$

ここで、 a は自然数を表す。例えば式(2-52)において $n=2$ の場合、式の値は図2-15のような楕円の面積（ $V_f = \pi \Delta x_1' \Delta x_2'$ ）となる。

Zhuらの手法は、目標特性をロバスト化する制御因子の値、つまりロバスト最適解を導出するというより、いくつか存在する解候補からロバスト最適解を選択するという意味合いが強い。また、本手法は、実行可能領域の導出に目的関数の微分値を用いることから、目的関数が微分可能である場合に対応する。さらに、複数の制御因子および誤差因子が構成する実行可能領域の大きさをロバスト性を評価するため、全因子の単位が同一である必要があり、その場合には効率的にロバスト性を評価できる。なお、本手法は、各因子におけるばらつきの独立性を仮定しているため、因子のばらつきが従属関係を有する場合には対応できない。

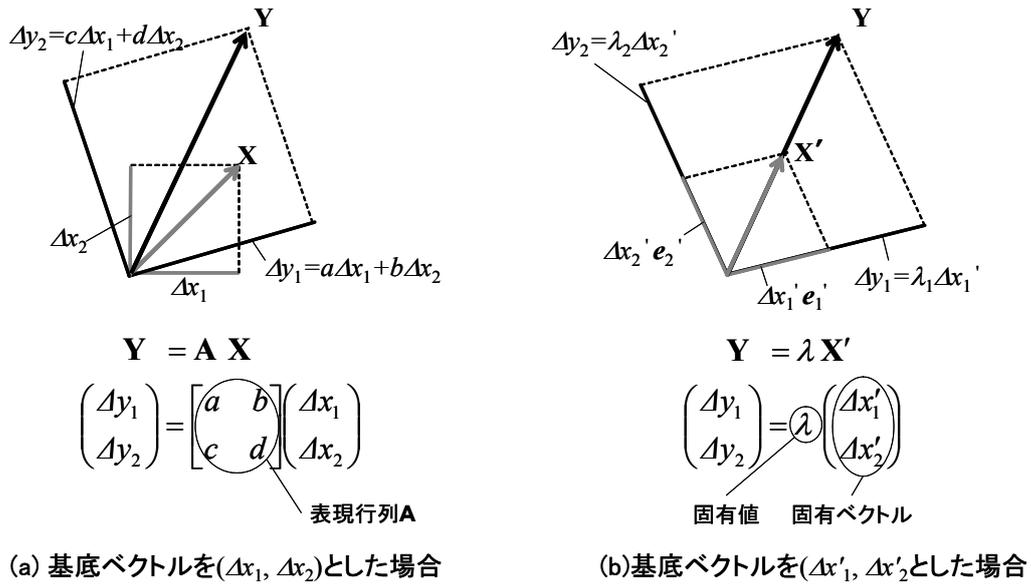


図 2-14 固有値・固有ベクトルを用いた線形写像の概念図

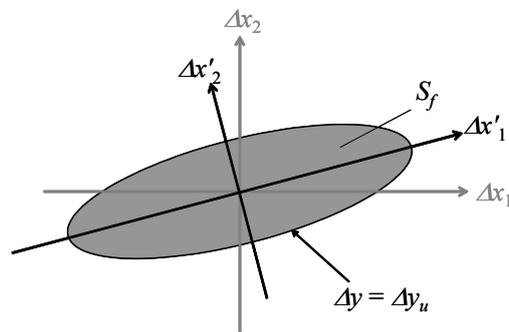


図 2-15 制御因子の実行可能領域 ($n=2$)

(b) Gunawan らの手法

Gunawan らは Zhu らの手法を応用し、目的関数が不連続なデザイン問題に対しても適用可能な手法を提案した(Gunawan 2004). 具体的には、Zhu らの手法と同様に誤差因子のばらつきにおける実行可能領域を次式のように定義した.

$$S_f = \{ \Delta z; \Delta y^2 \leq \Delta y_u^2 \} \tag{2-54}$$

この実行可能領域の境界における任意の点から原点までの距離は、次式のように導出できる.

$$\text{minimize } D = \left[\sum_{i=1}^{n_z} (\Delta z_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left| [f(\mathbf{x}, \mathbf{z} + \Delta \mathbf{z}) - f(\mathbf{x}, \mathbf{z})]^2 = \Delta y_u^2 \right. \tag{2-55}$$

ここで、 D は原点から実行可能領域内の点への長さを表している。また後ろの条件

式は、 D を求める際に選ぶ点が発行可能領域の境界に接することを意味している。式(2-55)における D の最小値 D_{\min} は、図 2-16 のような原点を中心とした発行可能領域の内接円の半径となる。よって、 D_{\min} を用いてロバスト性を評価することにより、発行可能領域の大きさだけでは判断できないロバスト性を評価することができる。例えば図 2-17 のような S_{fA} と S_{fB} の 2 つの発行可能領域が与えられた場合、 S_{fA} の方が大きくロバスト性が高いようにみえるが、実際は図中の矢印のばらつき方向における発行可能領域の大きさからも明らかなように、 S_{fA} のロバスト性は S_{fB} より低いといえる。これより、原点から発行可能領域の境界に接する点までの長さの最小値を用いたロバスト性評価が有効であることがわかる。さらに、原点から発行可能領域の境界までの長さを、発見的手法(渡辺 1974, 相吉 1990, 山川 1993, 2003)を用いて導出することにより、誤差因子と目標特性の関係が不連続で発行可能領域の大きさが分からない場合においても、ロバスト性の評価を行うことができる。

以上より、Gunawan らは、望目特性のロバストデザイン問題を、原点から発行可能領域の境界までの長さの最小値が、デザイナーの決める一定値 D_0 以上を満たしたうえで、目標特性と目標値における差の最小化問題として次式のように定式化した。

$$\text{minimize } f(x, z) - \tau \mid D \geq D_0 \quad (2-56)$$

Gunawan らの手法は、Zhu らの手法と同様に、複数の制御因子および誤差因子が構成する発行可能領域の大きさをロバスト性を評価するため、全因子の単位が同一である必要があり、その場合には効率的にロバスト性を評価できる。さらに、発見的手法を用いることにより、目的関数が微分不可能な場合にも対応できる。なお、本手法は、各因子におけるばらつきの独立性を仮定しているため、因子のばらつきが従属関係を有する場合には対応できない。

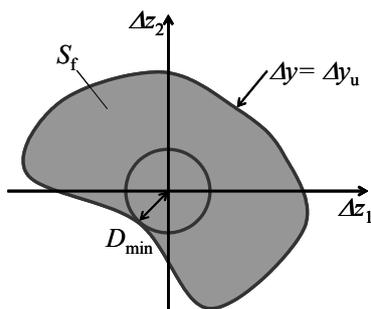


図 2-16 原点から発行可能領域の境界までの長さの最小値

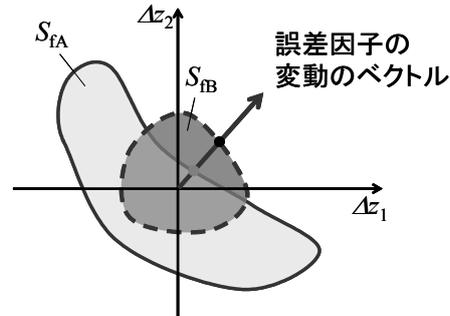


図 2-17 実行可能領域の大きさとロバスト性の関係

2.3.3 制約関数を用いる手法の概要

本項では、まず制約関数を用いる手法の概要について述べる。なお、ここで挙げる各手法の記述は、変数の記号や式の形を一部変形させることにより、他の手法と比較しやすくしている。

(1) 制約関数を用いる手法

制約条件を用いた最適化を行う場合、最適解は、活性な制約条件の交点に存在する。このため、図 2-18 のように、制御因子や誤差因子のばらつきに伴い、最適解がばらつき、実行可能領域を外れることがある。そこで、あらかじめ制御因子および誤差因子のばらつきを考慮して制約条件を厳しく設定し、制御因子および誤差因子がばらついても元の制約条件を満たすロバストなデザイン解を導出する必要がある。このような問題に対して、制約関数を用いる手法は、制御因子および誤差因子のばらつきから制約関数の値である制約特性のばらつきを算出し、そのばらつきの大きさ分だけ制約条件が厳しくなるように制約関数のリモデリングを行う。

制約関数を用いる手法は数多く提案されている。以下に、まず、因子のばらつきの最大・最小値を用いて制約条件の設定を行う手法について述べ、次に、因子のばらつきの大きさまたは平均値・標準偏差を用いる手法、最後に、制約特性の確率分布を用いる手法について述べる。

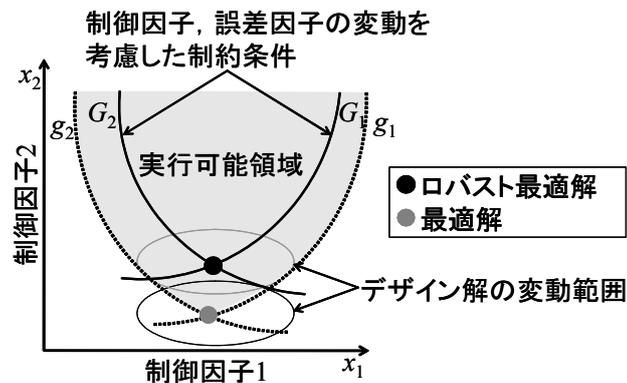


図 2-18 制約関数を用いるロバストデザイン法によるロバスト最適解の概念図

(2) 因子のばらつきの最大・最小値を用いる手法

(a) Sundaresan らの手法

Sundaresan らは制約関数の単調性を仮定し、図 2-19 のように制御因子および誤差因子のばらつきの最大量の集合が、実行可能領域を満たすような制約条件を決定する方法を提案した(Sundaresan 1993). 具体的には、最悪状況下の端点の集合を次のように表す.

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} : \mathbf{x} \in S \mid \mathbf{x} = \mathbf{x}_l, \mathbf{x} = \mathbf{x}_u \\ \mathbf{z} : \mathbf{z} \in S \mid \mathbf{z} = \mathbf{z}_l, \mathbf{z} = \mathbf{z}_u \end{array} \right\} \quad (2-57)$$

ここで、 $C(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ は制御因子および誤差因子のばらつきの最大量の集合を表す. 式(2-57)より、Sundaresan らは、ばらつきを考慮した制約条件を次式のように定式化している.

$$\text{subject to } g_j(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq 0 \quad (\mathbf{x}, \mathbf{z} \in C(\mathbf{x}, \mathbf{z})) \quad (2-58)$$

ここで、式(2-58)は、制御因子および誤差因子のばらつきの上限值および下限値の集合に含まれる全ての因子の組合せにおいて、元の制約条件を満足する制約条件を意味している.

Sundaresan らの手法は、目的関数の単調性を仮定し、制御因子および誤差因子のばらつきの上・下限値を用いるため、目的関数が微分不可能かつ単調性を有し、因子のばらつきが一様分布を有する場合において、適切な制約条件を導出できる. なお、本手法は、制約関数が微分可能である場合にも対応できるが、その場合は、制約関数の微分値を用いた Parkinson らの手法を用いた方が計算量が少なくなるため適当である.

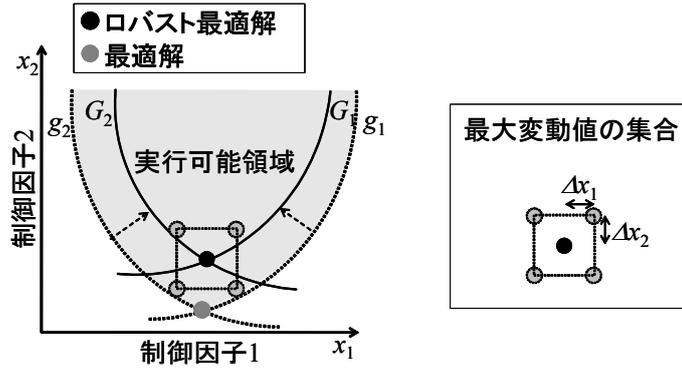


図 2-19 Sundaresan らの手法によるロバスト最適解の概念図

(b) Arakawa らの手法

Arakawa らは、2.3.2 項で述べた目標特性に対応する手法と同様に、制御因子および誤差因子を LR ファジィ数で表し、それらのばらつきに伴う制約特性のばらつきの大きさをファジィ演算により算出・評価する手法を提案した(Arakawa 1995, 荒川 1999, 2001). ここで、LR ファジィ数とは、ある基準値において左 (Left) 右 (Right) に異なる型関数が定義されるファジィ数のことであり、詳細の説明は 2.3.2 項を参照されたい。

Arakawa らにより定式化された制約条件は、次式のように表せる。

$$\text{subject to } g_j(x, z) - c_{ja} \leq 0 \tag{2-59}$$

$$\text{subject to } g_j(x, z) - c_{ja} + \sum_{i \in \frac{\partial g}{\partial x_i} > 0} \frac{\partial g}{\partial x_i} x_i^R - \sum_{i \in \frac{\partial g}{\partial x_i} < 0} \frac{\partial g}{\partial x_i} x_i^L + \sum_{i \in \frac{\partial g}{\partial z_i} > 0} \frac{\partial g}{\partial z_i} z_i^R - \sum_{i \in \frac{\partial g}{\partial z_i} < 0} \frac{\partial g}{\partial z_i} z_i^L - c_{ja}^R \leq 0 \tag{2-60}$$

ここで、 c_{ja} はデザイナーにより定められる制約特性の許容値、上付き文字の L や R は、LR ファジィ数におけるパラメータを表している。まず、式(2-59)は、ばらつきを考慮する以前の制約条件を表している。このようなばらつきを考慮しない元の制約条件は、前述した Sundaresan らの手法においてそうだったように、ばらつきを考慮した制約条件より緩くなるため、一般的に省略される。しかし、本手法においては、式(2-59)における制約条件の許容値がばらつくように定義しているため、元の制約条件は省略していない。この詳細に関しては、式(2-60)の説明の後に述べる。式(2-60)は、元の制約条件に、LR ファジィ数を用いて表した制御因子、誤差因子、および制約条件の許容値のばらつきを加えた制約条件である。具体的には、第 3 項から第 6

項において、制御因子および誤差因子のばらつきに伴う制約特性のばらつきが表され、第7項において、制約条件の許容値のばらつきが表されている。前者のばらつきは、Sundaresan らの手法において用いられたものと同様であるが、後者のばらつきはそれとは異なり、制約条件を緩くするように作用している。これは、Arakawa らが、許容範囲を厳しめに設定しており、ある程度制約を破ることが許される制約条件を想定しているためである。これより、Arakawa らによる制約条件においては、式(2-60)を制約条件に用いることにより、図 2-20 のように、制約を大きく超えることがないようにしているのである。

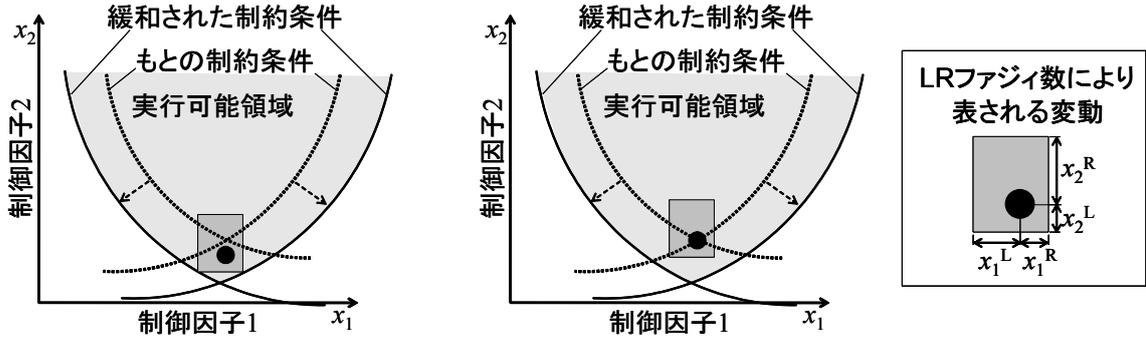
上記のような制約条件に関する定義の違いは、各手法を比較するうえで適切でないため、本書における制約条件は、Sundaresan らの手法や後述する Parkinson らの手法などにおける定義と同様に、「制約を破ることが許されない制約条件」と定義することにする。

制約条件を上記のように定義すると、Arakawa らによる制約条件は、次式のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} & g_j(x, z) + \sum_{i \in \frac{\partial g}{\partial x_i} > 0} \frac{\partial g}{\partial x_i} x_i^R - \sum_{i \in \frac{\partial g}{\partial x_i} < 0} \frac{\partial g}{\partial x_i} x_i^L + \\ \text{subject to} & \sum_{i \in \frac{\partial g}{\partial z_i} > 0} \frac{\partial g}{\partial z_i} z_i^R - \sum_{i \in \frac{\partial g}{\partial z_i} < 0} \frac{\partial g}{\partial z_i} z_i^L \leq 0 \end{aligned} \quad (2-61)$$

式(2-61)より、Arakawa らの手法は、図 2-21 のように、LR ファジィ数を用いて表された左右非対称のばらつきの大きさ分だけ制約条件を厳しく設定する。

Arakawa らの手法は、制約関数の微分値と LR ファジィ数を用いるため、制約関数が微分可能で、因子のばらつきが左右非対称の場合において、適切な制約条件を導出できる。なお、本手法は、左右非対称でない場合にも対応できるが、その場合は、制約関数の微分値を用いた Parkinson らの手法を用いた方が計算量が少なくなるため適当である。



(a) 元の制約条件がない場合 (b) 元の制約条件がある場合

図 2-20 Arakawa らの手法における制約条件の緩和の概念図

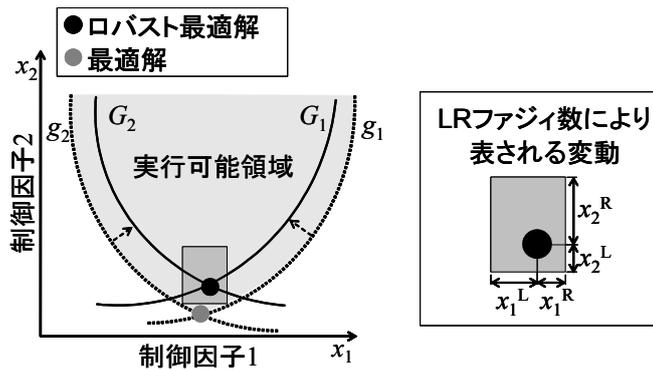


図 2-21 Arakawa らの手法によるロバスト最適解の概念図

(3) 因子のばらつきの大きさまたは平均値・標準偏差を用いる手法

(a) Parkinson らの手法

Parkinson らは、制御因子および誤差因子のばらつきの大きさを、確定的解析 (Worst Case Analysis), 確率的解析 (Statistical Analysis) の各視点から捉え、確定的なばらつきおよび確率的なばらつきに伴う制約特性のばらつきの最大量においても、実行可能領域を満たすロバスト最適解を導出するための制約条件を決定する方法を提案した (Parkinson 1993, 1995 Emch 1994). 各手法について以下に述べる.

① Parkinson らの手法 (1) : 確定的解析

確定的解析においては、制御因子および誤差因子のばらつきが一様分布を有するとして確定的に捉え、その確定的ばらつきが最大となる条件 (Worst Case) においても、ロバスト最適解が実行可能領域を満足するように、図 2-22 のような制約条件を設定する. 具体的には、制約特性のばらつきの最大量分だけもとの制約条件を厳しく設定し、次式のような制約条件を設ける.

$$\text{subject to } c_j + \Delta c_j \leq 0 \tag{2-62}$$

ここで、 Δc_j は制御因子および誤差因子のばらつきに伴う制約特性のばらつきの最大量を表しており、制約関数の線形性を仮定することにより、Taylor 展開を用いて次式のように近似できる。

$$\Delta c_j \approx \sum_{i=1}^{n_x} \left| \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \Delta x_i \right| + \sum_{i=1}^{n_z} \left| \frac{\partial g_j}{\partial z_i} \Delta z_i \right| \quad (2-63)$$

② Parkinson らの手法 (2) : 確率的解析

確率的解析においては、制御因子や誤差因子のばらつきを正規分布と仮定することにより確率的に捉え、パラメータ k と標準偏差の積によって与えられる確率的なばらつきにおいても、ロバスト最適解が実行可能領域を満足するように、図 2-22 のような制約条件を設定する。具体的には、確定的解析の場合と同様に制約条件の確率的なばらつきの分だけ、もとの制約条件を厳しく設定し、次式のような制約条件を設ける。

$$\text{subject to} \quad c_j + k\sigma_{c_j} \leq 0 \quad (2-64)$$

ここで、 k はデザイナーにより定められる比例定数を表しており、この値を大きく設定するほど制約条件は厳しくなり、ロバスト最適解が実行可能領域を満たす確率は表 2-1 のように大きくなる。また、 $\sigma_{g_j}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ は制御因子および誤差因子のばらつきに伴う制約特性の標準偏差を表しており、制約関数の線形性を仮定することにより、Taylor 展開を用いて次式のように近似できる。

$$\sigma_{g_j}^2(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \approx \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial g_j}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial g_j}{\partial z_i} \sigma_{z_i} \right)^2 \quad (2-65)$$

Parkinson らの手法(1)は、因子のばらつきを一様分布と仮定し、制御因子および誤差因子のばらつきの最大量と制約関数の微分値を用いてロバスト性の評価を行うことから、因子のばらつきが一様分布であり、制約関数が微分可能かつ線形近似可能である場合において適切な制約条件を導出できる。なお、本手法は、各因子におけるばらつきの独立性を仮定しているため、因子のばらつきが従属関係を有する場合には対応できない。

Parkinson らの手法(2)は、制御因子および誤差因子のばらつきを正規分布と仮定し、因子の標準偏差を用いることから、因子のばらつきが正規分布を有する場合において適切な制約条件を導出できる。その他の特徴は、Parkinson らの手法(1)と同様である。

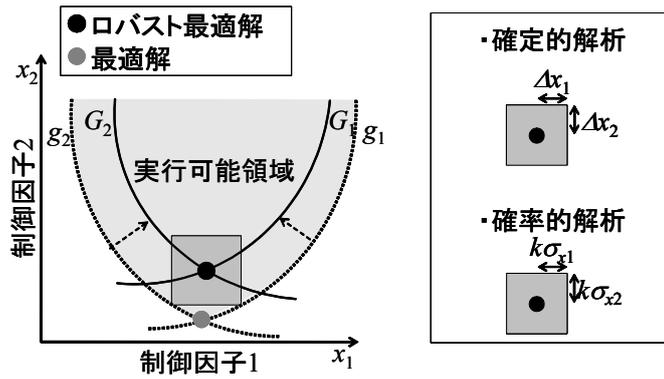


図 2-22 Parkinson らの手法によるロバスト最適解の概念図

表 2-1 デザイン解が実行可能を満たす確率

パラメータ:k	実行可能領域を満たす確率(片側)	実行可能領域を満たす確率(両側)
1	84.13	68.26
2	97.73	95.44
3	99.87	99.74
4	99.99	99.99

(4) 制約特性の確率分布を用いる手法

(a) Eggert らの手法

Eggert らは、2.3.2 項(4)で紹介した手法と同様に、ばらつきの平均値および標準偏差を、特定の分布の確率密度関数に代入することにより、制約特性が許容範囲を満たす確率を算出・評価し、制約条件を決定する手法を提案した(Eggert 1990, 1991, 1993). 具体的には、まず、Ramakrishnan らの手法と同様に、Taylor 展開を用いて、制約関数を次式のように近似する.

$$\begin{aligned}
 g(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \approx & g(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z) + \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) (x_i - \mu_{xi}) + \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial g}{\partial z_i} \Big|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) (z_i - \mu_{zi}) + \\
 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_x} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) (x_i - \mu_{xi})(x_j - \mu_{xj}) + \\
 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_z} \sum_{j=1}^{n_z} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z_i \partial z_j} \Big|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) (z_i - \mu_{zi})(z_j - \mu_{zj})
 \end{aligned} \tag{2-66}$$

ここで、 $\boldsymbol{\mu}_x = \{\mu_{x1}, \mu_{x2}, \dots, \mu_{xn_x}\}^T$ は制御因子の平均値のベクトル、 $\boldsymbol{\mu}_z = \{\mu_{z1}, \mu_{z2}, \dots, \mu_{zn_z}\}^T$ は誤差因子の平均値のベクトルを表している。これにより、制約特性の平均値と分散

は次式のように表せる.

$$\mu_c = E[g(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = g(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z) \quad (2-67)$$

$$\sigma_c^2 = E\{g(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E\{g(\mathbf{x}, \mathbf{z})\}\}^2 \quad (2-68)$$

ここで, μ_c は制約特性の平均値を表し, σ_c は制約特性の標準偏差を表す. なお, 制御因子および誤差因子におけるばらつきの独立性を仮定すると, 共分散 $\text{Cov}(x_i, x_j)$, $\text{Cov}(z_i, z_j)$ が 0 となるため, 次式が成り立つ.

$$E[(x_i - \mu_{xi})(x_j - \mu_{xj})] = \sigma_{xi}^2 \quad (2-69)$$

$$E[(z_i - \mu_{zi})(z_j - \mu_{zj})] = \sigma_{zi}^2 \quad (2-70)$$

これより, 制約特性の平均値と分散は次式のように導出できる.

$$\mu_c = E[g(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = g(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) \sigma_{xi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z_i^2} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right) \sigma_{zi}^2 \quad (2-71)$$

$$\sigma_c^2 = E\{g(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E[g(\mathbf{x}, \mathbf{z})]\}^2 = \sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right)^2 \sigma_{xi}^2 + \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial g}{\partial z_i} \bigg|_{\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\mu}_z} \right)^2 \sigma_{zi}^2 \quad (2-72)$$

次に制約関数値の分布型を仮定し, 平均値および標準偏差を代入することにより, 制約条件が満たされる確率, つまり制約特性が許容範囲を満たす確率を計算する. 例えば, 制約特性が正規分布を有すると仮定すると, 制約条件が満たされる確率は次式のように算出できる.

$$P(g(x) \leq 0) = P(a \leq a^*) = \int_{-\infty}^{a^*} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) da$$

$$\left(a^* = -\frac{g(x) - \mu_g}{\sigma_g} = -\frac{0 - \mu_g}{\sigma_g} = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \right) \quad (2-73)$$

さらに Eggert らは, 制約関数が複数存在する場合, 各制約関数における確率の積をとることにより, 制約特性が許容範囲を満たす確率 P を, 次式のように算出している.

$$P = \prod_{j=1}^l P(g_j(x) \leq 0) \quad (2-74)$$

ここで, l は制約関数の個数を表す.

以上により Eggert らは, 制約条件を次式のように定式化している.

$$\text{subject to } P > P_1 \quad (2-75)$$

ここで, P_1 は制約特性が許容範囲を満たす確率の許容下限値を表す.

Eggert らの手法は、デザイナーが定めた確率密度関数を用いることで、正規分布や一様分布以外の制約特性分布を適切に評価できる。このため、制約関数が線形近似不可能なデザイン問題に対応できるものの、確率密度関数が既知であるようなデザイン問題でなければ対応できない。また、制約関数の微分値と制御因子および誤差因子の標準偏差を用いるため、制約関数が微分不可能であり、因子のばらつきが正規分布を有する場合において、適切な制約条件を導出できる。なお、本手法は、各因子のばらつきの独立性を仮定しているため、因子のばらつきが従属関係を有する場合には対応できない。

(b) Yu らの手法

Yu らは、Parkinson らの手法および Sundaresan らの手法において一様分布と仮定されていた制御因子および誤差因子のばらつきについて、それらの分布型を考慮できるように拡張した(Yu 1994, 1998b)。これは、図 2-23 に示すように、制御因子および誤差因子のばらつきの分布型を考慮した場合、デザイン解のばらつきの範囲は球や楕円体となり、一様分布を仮定した場合の立方体や直方体と比較して、より適切な制約条件を導出できるためである。そこで、Yu らは制御因子および誤差因子のばらつきの分布型を考慮したデザイン解のばらつきの範囲を生産ばらつきパターン(Manufacturing Variation Pattern) *MVP* と称し、これが図 2-24 のように、元の制約条件を満たすような制約条件を次式のように定式化した。

$$\text{subject to } g_j(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq 0 \quad (\mathbf{x}, \mathbf{z} \in MVP(1-\alpha)) \quad (2-76)$$

ここで、 α はデザイナーが定める確率を表し、 $MVP(1-\alpha)$ は $1-\alpha$ の確率で、その範囲にばらつきが収まることを表す。つまり、この式は、制御因子および誤差因子のばらつきに基づく制約特性のばらつきが、 $1-\alpha$ の確率で制約条件 $g_j(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq 0$ を満足するという制約条件を表している。また $MVP(1-\alpha)$ を表す楕円体は次式のように表せる。

$$(\mathbf{X} - \mathbf{M})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{X} - \mathbf{M}) \leq \chi^2_{(n, \alpha)} \quad (2-77)$$

ここで、 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_{n_x}, z_1, z_2, \dots, z_{n_z}]$, $\mathbf{M} = [\mu_{x1}, \mu_{x2}, \dots, \mu_{x_{n_x}}, \mu_{z1}, \mu_{z2}, \dots, \mu_{z_{n_z}}]$, $n = n_x + n_z$ であり、 Σ は分散共分散行列、 $\chi^2_{(n, \alpha)}$ は自由度 n 、有意確率 α における χ^2 分布の値を表す。例えば、各制御因子および誤差因子が独立性を有する（共分散の値が 0 である）場合には、式(2-77)は次式のようになる。

$$\sum_{i=1}^{n_x} \left(\frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \right)^2 + \sum_{j=1}^{n_z} \left(\frac{z_j - \mu_{z_j}}{\sigma_{z_j}} \right)^2 \leq \chi^2_{(n, \alpha)} \quad (2-78)$$

一方、各制御因子および誤差因子が独立でない（共分散の値が 0 でない）場合に

は、分散共分散行列における固有ベクトルの方向に傾いた図 2-25 のような楕円となり、次式に基づいて軸を変換する必要がある。

$$X = M + [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]A \quad (2-79)$$

ここで、 λ は分散共分散行列の固有値を表し、 $A=[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$ は固有ベクトルを表す。

Yu らの手法は、制御因子および誤差因子のばらつきの分布型として一様分布と正規分布の双方に対応できることに加え、それらの因子のばらつきにおける従属性を考慮するため、因子の分布が一様分布と正規分布の双方に対応し、さらに従属性を有する場合に対応できる。また、本手法は、確率を用いるため、制約特性の分布型を仮定しないので、制約関数が非線形性を有する場合に対応できる。そして、制約関数の微分値も必要としないため、制約関数が微分不可能な場合にも対応できる。

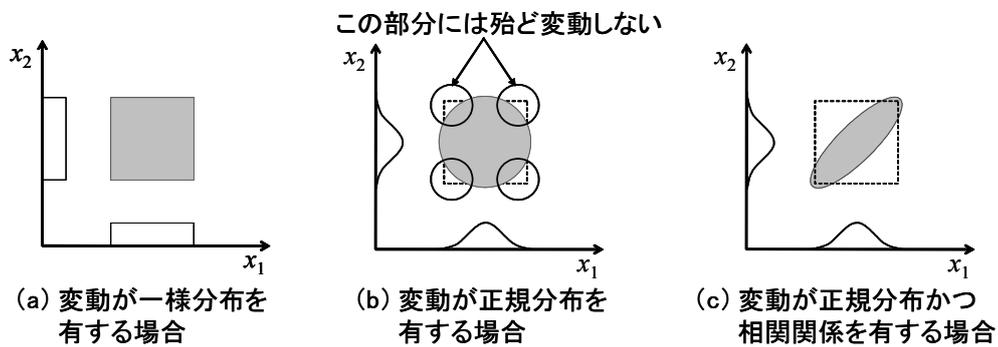


図 2-23 ばらつきの分布型や相関関係に伴うばらつきの変化

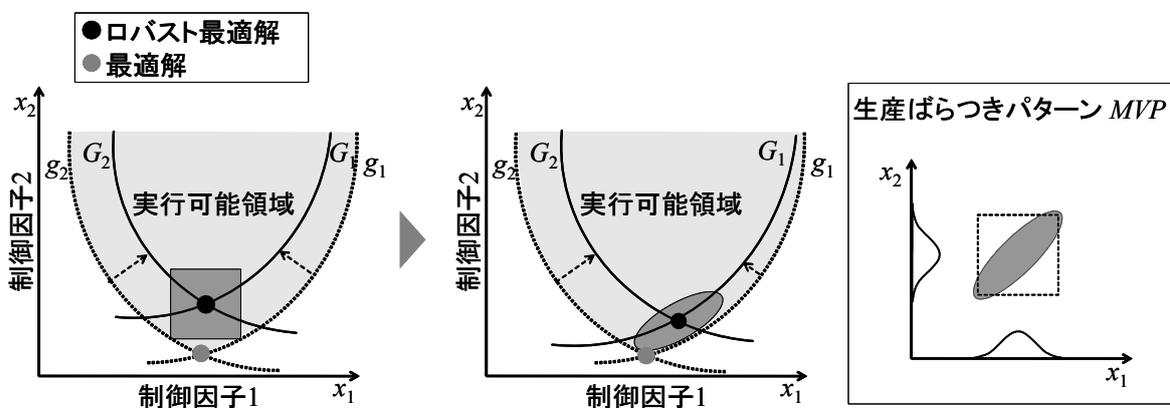


図 2-24 Yu らの手法によるロバスト最適解の概念図

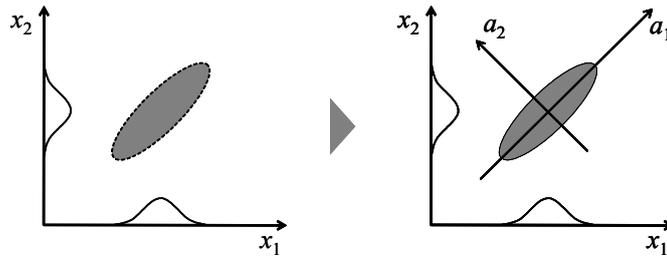


図 2-25 因子の従属性を考慮したデザイン解のばらつき

2.4 既存のロバストデザイン法の体系的分類と課題の抽出

本節では、実験に基づくロバストデザイン法およびシミュレーションに基づくロバストデザイン法の特徴から分類基準を抽出し、同デザイン法の分類を行う。

2.4.1 実験に基づくロバストデザイン法の分類基準の抽出

本研究では、実験に基づくロバストデザイン法として、以下に示す手法を挙げた。

- (1) Taguchi の手法：SN 比を用いた目標特性のばらつきの最小化と、調整因子を用いた目標値への調整の 2 段階設計を行う手法
- (2) Otto らの手法：Taguchi の手法に、制御因子および誤差因子間の従属関係を考慮した出現確率を付加した手法
- (3) Sundaresan らの手法：Taguchi の手法における 2 段階設計を、平均値と標準偏差の線形和として定式化することで、1 段階設計として扱う手法
- (4) Yu らの手法：Sundaresan らの手法に、制御因子および誤差因子間の従属関係を考慮した出現確率を付加した手法

これらの手法の特徴から、「調整因子の数」、「因子の分布型」、「因子間の独立・従属性」の分類基準を抽出した。ここで、因子とは、ばらつきを有するを有する制御因子および誤差因子のことである。

2.4.2 実験に基づくロバストデザイン法の選択方法の提示

実験に基づくロバストデザイン法と、その分類基準であるデザイン問題の特徴を表 2-2 のように対応させた。同表において、ロバストデザイン法とデザイン問題の特徴の交差する位置に「1」がある場合、それらの手法がそれらの特徴に対応可能であることを示している。一方、ロバストデザイン法とデザイン問題の特徴の交差す

る位置に記載がない場合、対応不可能であることを示している。

同表を用いることにより、デザイナーは、デザイン問題の特徴から、適切なロバストデザイン法を選択することが可能となる。

表 2-2 実験に基づくロバストデザイン法の分類表

デザイン問題の特徴		手法	実験に基づく手法			
			Taguchiの手法	Ottoらの手法	Sundaresanらの手法	Yuらの手法
因子の特徴	因子の分布型	左右対称な一様分布	1	1	1	1
		左右非対称な一様分布	1	1	1	1
		正規分布		1		1
	因子間の独立・従属性	独立	1	1	1	1
		従属		1		1
	調整因子の数	0個	1*	1*	1	1
1個		1	1	1	1	

1*: 目標特性が望目特性の場合は適用不可能

2.4.3 シミュレーションに基づくロバストデザイン法の分類基準の抽出

本研究では、目的関数を用いるロバストデザイン法として、以下に示す手法を挙げた。

- (1) Ramakrishnan らの手法：因子間の独立性を仮定することにより、目的関数の微分値と制御因子および誤差因子の平均値および標準偏差から目標特性の平均値と標準偏差を算出することでロバスト性を評価する手法
- (2) Belegundu らの手法：因子間の独立性を仮定することにより、目的関数の微分値と制御因子および誤差因子のばらつきの大きさから目標特性のばらつきの大きさを算出することでロバスト性を評価する手法
- (3) Arakawa らの手法：因子間の独立性を仮定することにより、ファジィ数で表した左右非対称な制御因子および誤差因子のばらつきの大きさと目的関数の微分値から目標特性のばらつきの大きさを算出することでロバスト性を評価する手法
- (4) Wilde の手法：因子間の独立性と目的関数の単調性を仮定することにより、制御因子および誤差因子の最大値または最小値から目標特性のばらつきの大きさを算出することでロバスト性を評価する手法
- (5) Zhu らの手法：因子間の独立性を仮定することにより、行列を用いて制御因子および誤差因子の実行可能領域を表現し、同一単位の因子を多数有する目標特性のロバスト性を評価する手法
- (6) Gunawan らの手法：Zhu らの手法を微分不可能なデザイン問題に対応できるように拡張した手法
- (7) Eggert らの手法：因子間の独立性を仮定することにより、目的関数の微分値と制御因子および誤差因子の平均値および標準偏差から目標特性の平均値と標準偏差を算出し、それらの値と、デザイナーが定めた目標特性分布（確率密度関数）から、目標特性が許容範囲を満たす確率を算出することで、目標特性のロバスト性を評価する手法

これらの手法の特徴から、「目的関数の微分可能性」、「目的関数の単調性」、「因子の分布型」、「因子の単位の同一性」、「因子間の独立・従属性」、および「目標特性の分布型」の分類基準を抽出した。

さらに、制約関数を用いるロバストデザイン法として、以下に示す手法を挙げた。

- (1) Parkinson らの手法(1)：因子間の独立性を仮定することにより，制約関数の微分値と制御因子および誤差因子のばらつきの最大量から算出した制約特性のばらつきの大きさ分だけ厳しい制約条件を設定する手法
- (2) Parkinson らの手法(2)：因子間の独立性を仮定することにより，制約関数の微分値と制御因子および誤差因子の平均値および標準偏差から算出した制約特性のばらつきの大きさ分だけ厳しい制約条件を設定する手法
- (3) Arakawa らの手法：因子間の独立性を仮定することにより，ファジィ数で表した左右非対称な制御因子および誤差因子のばらつきの大きさと制約関数の微分値から算出した制約特性のばらつきの大きさ分だけ厳しい制約条件を設定する手法
- (4) Sundaresan らの手法：因子間の独立性を仮定することにより，制約関数の単調性を利用して制御因子および誤差因子におけるばらつきの上・下限値から算出した制約特性のばらつきの大きさ分だけ厳しい制約条件を設定する手法
- (5) Eggert らの手法：目的関数を用いる手法で述べた手法と同様に，因子間の独立性を仮定することにより，制約関数の微分値と制御因子および誤差因子の平均値および標準偏差から制約特性の平均値と標準偏差を算出し，それらの値と，デザイナーが定めた制約特性分布（確率密度関数）から，制約特性が制約条件を満たす確率を算出することで，目標特性のロバスト性を評価する手法
- (6) Yu の手法：制御因子および誤差因子の分布型や因子間の従属関係から制約特性が一定確率以内でばらつく範囲を導出することで，その範囲の大きさ分だけ厳しい制約条件を設定する手法

これらの手法の特徴から，「制約関数の微分可能性」，「制約関数の単調性」，「因子の分布型」，および「因子間の独立・従属性」の分類基準を抽出した。

2.4.4 シミュレーションに基づくロバストデザイン法の選択方法の提示

シミュレーションに基づくロバストデザイン法と，その分類基準であるデザイン問題の特徴を表 2-3 のように対応させた。同表において，ロバストデザイン法とデザイン問題の特徴の交差する位置に「1」がある場合，それらの手法がそれらの特徴に対応可能であることを示している。一方，ロバストデザイン法とデザイン問題の特徴の交差する位置に記載がない場合，対応不可能であることを示している。さらに，ロバストデザイン法とデザイン問題の特徴の交差する位置に「/」がある場合，それらの特徴が，それらの手法に関する選択基準とならないことを示している。

同表を用いることにより，デザイナーは，デザイン問題の特徴から，適切なロバストデザイン法を選択することが可能となる．

表 2-3 シミュレーションに基づくロバストデザイン法の分類表

デザイン問題の特徴		シミュレーションに基づく手法																				
		目的関数を用いる手法						制約関数を用いる手法														
		Belegunduらの手法	Ramakrishnanらの手法	Arakawaらの手法	Wildeの手法	Zhuらの手法	Gunawanらの手法	Eggertらの手法	Parkinsonらの手法(1)	Parkinsonらの手法(2)	Arakawaらの手法	Sundaresanらの手法	Eggertらの手法	Yuらの手法								
		手法	手法	手法	手法	手法	手法	手法	手法	手法	手法	手法	手法									
関数の特徴	関数の微分可能・不可能性	微分可能	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	関数の単調性 (関数が微分不可能な場合のみ選択する)	微分不可能				1	1															
目標特性の特徴	目標特性の分布型	単調増加(減少)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		非単調増加(減少)						1	1													
		一様分布(分布を考慮しない)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
因子の特徴	因子の分布型	正規分布		1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		非正規分布(確率密度関数が既知)								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		左右対称な一様分布	1		1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	因子間の独立・従属性	左右非対称な一様分布			1	1							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		正規分布		1						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		独立	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
因子の単位	従属																				1	
	同一単位	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		非同単位	1	1	1	1				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

2.4.5 既存のロバストデザイン法の選択方法と課題の抽出

前項までに示した実験に基づくロバストデザイン法と、前項で作成したシミュレーションに基づくロバストデザイン法をまとめて、既存のロバストデザイン法の選択方法を表 2-4 のように作成した。同表より、目的関数を用いる手法において、因子間に従属性がある場合に対応する手法が存在しないことが分かる。これより、既存の手法による対応が難しく新たに構築が必要なロバストデザイン法の要件として、「因子間の従属性」が抽出された。

表 2-4 ロバストデザイン法の分類表

デザイン問題の特徴		手法	シミュレーションに基づく手法																	
			実験に基づく手法				目的関数を用いる手法							制約関数を用いる手法						
			Taguchiの手法	Ottoらの手法	Sundaresanらの手法	Yuらの手法	Belegunduらの手法	Ramakrishnanらの手法	Arakawaらの手法	Wildeの手法	Zhuらの手法	Gunawanらの手法	Eggertらの手法	Parkinsonらの手法(1)	Parkinsonらの手法(2)	Arakawaらの手法	Sundaresanらの手法	Eggertらの手法	Yuらの手法	
関数の特徴	関数の微分可能・不可能性	微分可能	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		微分不可能																		
関数の特徴	関数の単調性 (関数が微分不可能な場合のみ選択する)	単調増加(減少)							1		1							1		
		非単調増加(減少)										1							1	
目標特性の特徴	目標特性の分布型	一様分布(分布を考慮しない)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		正規分布						1					1							
		非正規分布(確率密度関数が既知)											1							
因子の特徴	因子の分布型	左右対称な一様分布	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		左右非対称な一様分布	1	1	1	1			1	1						1	1		1	
		正規分布		1		1		1					1		1				1	1
	因子間の独立・従属性	独立	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		従属		1		1														1
	因子の単位	同一単位	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
非同一単位		1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	
調整因子の数	0個	1*	1*	1	1															
	1個	1	1	1	1															

1*: 目標特性が望み特性の場合は適用不可能

2.5 事例適用

本節では、提案した選択方法の有用性を検証するために事例適用した、公共用シートのデザイン問題について述べる。なお、シートデザインにおいては、本論文で挙げる特性以外にも、評価すべき特性が数多く存在する。しかし、本論文における適用事例は、提案した選択方法の有効性検証を目的とするため、同法の適用に合致する以下の3つの特性を抽出することにより、デザイン問題を簡略化している。

公共用シートは、様々な体格の使用者が様々な着座姿勢をとりながら使用する。しかし、従来のシートの多くは、平均的な体格や一般的な着座姿勢を想定してデザインされており、それらと大きく異なる体格や着座姿勢で使用された場合、座り心地や疲労感などの機能が極端に低下することがある。このため、体格や着座姿勢のばらつきに対して機能低下が起こりにくいシートが求められている。そこで、本研究においては、ロバストデザイン法を公共用シートデザインに適用することにより、体格や着座姿勢のばらつきに対してロバストなシートの実現を目標とした。なお、具体的には、90%の使用者の体格や着座姿勢が満足することをデザイン目標とした。

本デザイン問題は、問題の簡略化のため、図 2-26 に示すように、座面高さ H 、バックアングル θ_B 、クッションアングル θ_C の3点の決定問題とし、以下のような手順で行うこととした。まず、多様な使用者の下腿部分が無理のない姿勢をとれる座面高さを決定する。次に、多様な使用者の上半身が心地良い姿勢をとれるバックアングルを決定する。最後に、多様な使用者の臀部に、クッション前方への力が発生しにくいクッションアングルを決定する。なお、クッションアングルの決定問題は、目的関数が複数存在し、かつ、因子間に従属性があるため、既存の手法を適用できない。このため、本デザイン問題は、上記課題に対応する手法の提案部分（3章）で述べることとする。

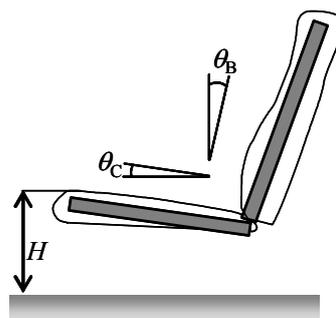


図 2-26 デザイン対象

2.5.1 公共用シートの座面高さの決定問題

(1) デザイン目標の決定

座面高さ H は、使用者の下腿の状態を決定する重要な要因である。例えば、座面高さが高すぎると図 2-27(a)のように、アングルが小さくなり、心地よい関節可動域を超えるほか、足が地面から離れることにより、大腿部がシートクッションから圧迫され、ロングフライト血栓症を引き起こすこともある。一方、座面高さが低すぎると図 2-27(b)のように、アングルが大きくなりすぎ、心地よい関節可動域を超えることがある。そこで、本デザイン問題におけるデザイン目標は、適切な座面高さを決定することとした。

(2) 目標特性，制御因子，および誤差因子の決定

座面高さは、前述したように、目標特性のアングルを変化させ、デザイナーにより制御可能である。一方、使用者の下腿節の長さ（下腿長）のばらつきはアングルを変化させるものの、デザイナーにより制御不可能である。このため、本デザイン問題においては、アングルを目標特性、座面高さを制御因子、使用者の下腿長を誤差因子とした。

(3) 目的関数の決定

目標特性であるアングルは物理量であり、モデル化することができる。このため、本デザイン問題においては、アングルと座面高さの関係を図 2-28 のようにモデル化し、目的関数を次式のように導出した。

$$\theta_{An} = \sin^{-1}\left(\frac{H}{L_1}\right) \quad (2-80)$$

ここで、 θ_{An} はアングル、 H は座面高さ、 L_1 は下腿長を表す。ここで、人が安楽に感じるアングルの範囲は、過去の研究(Matsuoka 1988, 2001)より、 95° から 130° と設定し、アングルの目標値 $\theta_{An,r}$ はその中央値 (112.5°) と設定した。また、下腿長は、人体の下腿部に靴底の高さ 0.03m を加えた、大腿骨外側上顆から靴底までの長さとした。下腿長の平均値および標準偏差は、日本人の体格の実測データ(生命工業科学技術研究所 1996)に基づき、平均値を 0.43m 、標準偏差を 0.024m とした。

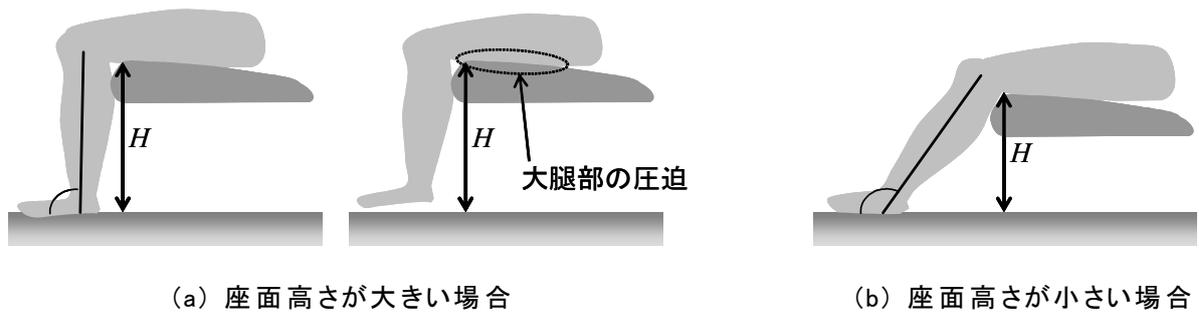


図 2-27 座面高さ と 下腿の状態

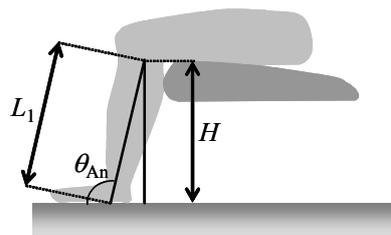


図 2-28 アンクルアングルと座面高さの関係

(4) ロバストデザイン法の選択およびロバスト性評価指標の算出

本章で提示したロバストデザイン法の選択指針に基づき、ロバストデザイン法を選択する。本デザイン問題においては、目的関数が存在するため、シミュレーションに基づく手法のなかから選択する。本デザイン問題における目的関数は、微分可能である。また、目的関数は単数であり、かつ複雑ではないため、目標特性は正規分布を考慮すれば十分と考えられる。さらに、ばらつきを有する因子の分布型は正規分布であり、その個数は1個であるため因子間に従属性はなく、因子の単位も同一である。以上のことから、本デザイン問題に用いるロバストデザイン法として、図 2-29 のように、Ramakrishnan らの手法および Eggert らの手法を選択した。

デザイン問題の特徴		選択された手法														
		シミュレーションに基づく手法														
		目的関数を用いる手法					制約関数を用いる手法									
		手法	Belegunduらの手法	Ramakrishnanらの手法	Arakawaらの手法	Wildesの手法	Zhuらの手法	Gunawanらの手法	Eggertらの手法	Parkinsonらの手法(1)	Parkinsonらの手法(2)	Arakawaらの手法	Sundaresanらの手法	Eggertらの手法	Yuらの手法	
関数の特徴	関数の微分可能・不可能性	微分可能	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		微分不可能				1										
関数の特徴	関数の単調性 (関数が微分不可能な場合のみ選択する)	単調増加(減少)				1		1							1	
		非単調増加(減少)						1								1
目標特性の特徴	目標特性の分布型	一様分布(分布を考慮しない)	1	1	1	1	1	1	1	1						
		正規分布		1						1						
		非正規分布(確率密度関数が既知)								1						
因子の特徴	因子の分布型	左右対称な一様分布	1		1	1	1	1		1		1	1	1	1	
		左右非対称な一様分布			1	1							1	1		1
		正規分布		1						1		1				1
	因子間の独立・従属性	独立	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		従属														1
	因子の単位	同一単位	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
非同一単位		1	1	1	1				1	1	1	1	1	1	1	

図 2-29 座面高さの決定問題に用いるロバストデザイン法の選択

Ramakrishnan らの手法は、制御因子および誤差因子の平均値および標準偏差と、目的関数の 1 階・2 階微分の値を用いてロバスト最適解を導出する。まず、誤差因子である下腿長の平均値および標準偏差は、前述したとおり 0.45m, 0.020m である。一方、目的関数の 1 階微分値は、次式のように表せる。

$$\frac{\partial \theta_{An}}{\partial L_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{H}{L_1}\right)^2}} \left(-\frac{H}{L_1^2} \right) = -\frac{1}{\sqrt{\frac{L_1^4}{H^2} - L_1^2}} \quad (2-81)$$

また、2 階微分値は、次式のように表せる。

$$\frac{\partial^2 \theta_{An}}{\partial L_1^2} = \frac{1}{\left(\frac{L_1^4}{H^2} - L_1^2\right)^{3/2}} \left(\frac{4L_1^3}{H^2} - 2L_1 \right) \quad (2-82)$$

以上のことから、Ramakrishnan らの手法におけるロバスト性評価指標に用いる目標特性の分散は次式のように表せる。

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial \theta_{An}}{\partial L_1} \right)^2 \sigma_z^2 = \frac{\sigma_z^2}{\frac{L_\mu^4}{H^2} - L_\mu^2} = \frac{(0.024)^2}{\frac{(0.43)^4}{H^2} - (0.43)^2} \quad (2-83)$$

また，目標特性の平均値は次式のように表せる．

$$\begin{aligned}
\mu_y &= f(\mu_x, \mu_z) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \theta_{An}}{\partial L_1^2} \right)^2 \sigma_z^2 \\
&= \sin^{-1} \left(\frac{H}{L_1} \right) + \frac{\sigma_z^2}{2 \left(\frac{L_1^4}{H^2} - L_1^2 \right)^{3/2}} \left(\frac{4L_1^3}{H^2} - 2L_1 \right) \\
&= \sin^{-1} \left(\frac{H}{0.43} \right) + \frac{(0.024)^2}{2 \left(\frac{(0.43)^4}{H^2} - (0.43)^2 \right)^{3/2}} \left(\frac{4(0.43)^3}{H^2} - 2(0.43) \right)
\end{aligned} \tag{2-84}$$

ここで，Ramakrishnan らの手法においては，目標特性における平均値の許容範囲を設定する必要がある．本研究においては，90%の使用者が満足することを想定しているため， 1.5σ （正規分布の片側確率で93%相当）が許容範囲内に入ることを想定し，次式のように許容範囲（許容上限および下限）を設定した．

$$\mu_{y_u} = \left(\frac{y_u + y_l}{2} \right) + \left(y_u - \frac{y_u + y_l}{2} - 1.5\sigma_y \right) = \theta_{Anr} + (y_u - \theta_{Anr} - 1.5\sigma_y) \tag{2-85}$$

$$\mu_{y_l} = \left(\frac{y_u + y_l}{2} \right) - \left(\frac{y_u + y_l}{2} - y_l - 1.5\sigma_y \right) = \theta_{Anr} - (\theta_{Anr} - y_l - 1.5\sigma_y) \tag{2-86}$$

Eggert らの手法は，Ramakrishnan らの手法と同様に，制御因子および誤差因子の平均値および標準偏差と，目的関数の1階および2階微分の値を用いて，目標特性の分散および平均値を算出する．そして，デザイナーにより定められた目標特性の確率密度関数，算出した分散と平均値，および目標特性の許容範囲を用いて，目標特性が許容範囲を満たす確率を算出し，ロバスト性を評価する．まず，目標特性の平均値および標準偏差は，式(2-83)および式(2-84)のように算出した．次に，算出した目標特性の平均値および標準偏差を用いて，目標特性が許容範囲を満たす確率を次式のように算出した．

$$\begin{aligned}
P(y_l \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq y_u) &= P(a^*_l \leq a \leq a^*_u) = \int_{a^*_l}^{a^*_u} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) da \\
\left(a^*_l = -\frac{f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - \mu_y}{\sigma_y} = -\frac{y_l - \mu_y}{\sigma_y}, a^*_u = -\frac{y_u - \mu_y}{\sigma_y} \right)
\end{aligned} \tag{2-87}$$

ここで，目標特性分布は，正規分布を仮定した．

(5) ロバスト最適結果

Ramakrishnan らの手法および Eggert らの手法により導出したロバスト最適解と、誤差因子のばらつきを考慮せず、誤差因子の平均値から算出した目標特性の平均値と目標値の距離を評価して導出したデザイン解を表 2-5 のように導出した。また、各デザイン解における目標特性分布を、モンテカルロ法により導出し、図 2-30 のように比較した。同図より、Ramakrishnan らの手法によるロバスト最適解 $H_{(Rama)}$ および Eggert らの手法によるロバスト最適解 $H_{(Eggert)}$ は、平均値を用いたデザイン解 $H_{(\mu)}$ と比較して、平均値が目標値から遠ざかるものの、ばらつきの少ないロバストなデザイン解であることがわかる。また、Eggert らの評価指標によると目標特性が許容範囲を満たす確率は、得られた 3 個のデザイン解において目標値である 0.90 (90%) を超えていることが分かる。以上のことから、本研究では、得られた 3 個のデザイン解のなかで、最もばらつきの大きさが小さい、Ramakrishnan らの手法によるロバスト最適解を採用することとした。

表 2-5 各デザイン解（シート高さ）と評価指標の値

ロバスト性 評価指標 デザイン解 [m]	Ramakrishnan の評価指標 (σ の大きさ)	Eggertの評価指標 (許容範囲を満たす確率)	平均値 [°]
$H_{(Rama)}=0.38$	0.64	0.955	118
$H_{(Eggert)}=0.39$	0.83	0.965	115
$H_{(\mu)}=0.42$	1.15	0.959	112

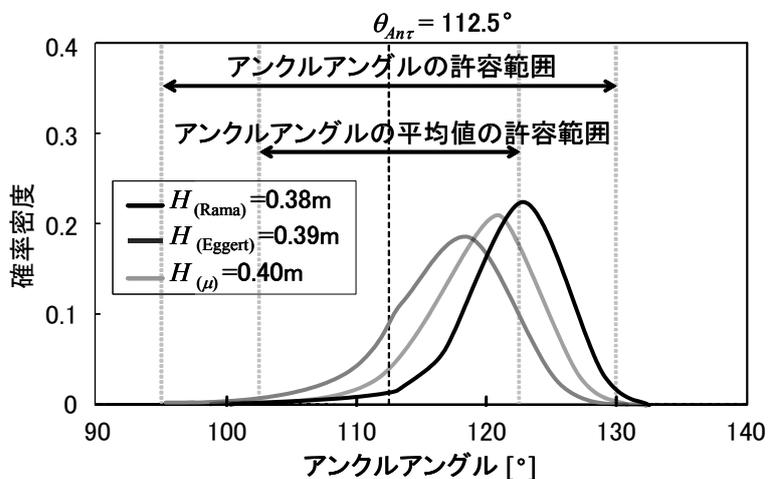


図 2-30 各デザイン解におけるアンクルアングルの分布

2.5.2 公共用シートのバックアングルの決定問題

(1) デザイン目標の決定

バックアングル θ_B は、使用者の上半身の状態を決定する重要な要因である。例えば、バックアングルの変化により、図 2-31 のように、使用者のヒップアングル θ_{Hi} やシートバックにかかる体圧分布は変化し、座り心地に大きく影響することが、過去の研究(Matsuoka 1988)からも明らかになっている。そこで、本デザイン問題におけるデザイン目標は、快適な座り心地を確保するバックアングルを決定することとした。

(2) 目標特性，制御因子，および誤差因子の決定

バックアングル θ_B は、前述したように、使用者のヒップアングル θ_{Hi} やシートにかかる体圧分布を変化させることにより、目標特性の座り心地に影響を与え、デザイナーにより制御可能である。一方、使用者の体格のばらつきや着座姿勢のばらつきはシートにかかる体圧分布を変化させるものの、デザイナーにより制御不可能である。このため、本デザイン問題においては、座り心地を目標特性、バックアングルを制御因子、使用者の体格および着座姿勢を誤差因子とした。

座り心地に影響するヒップアングルに関しては、過去の研究(加藤 2005)により、座り心地のよい領域 ($\theta_{Hi} > 100$) が明確になっており、目的関数を用いたシミュレーションが可能である。しかし、体圧分布に関しては、過去の研究(Matsuoka 1988)より、シートに対して広く分散するほど座り心地がよくなることは分かっているものの、どのような位置に、どのように分散するのがよいかは明確になっていない。そこで、本研究では、シートバックにおける座り心地の官能評価実験を行い、最適なバックアングルを決定することとした。

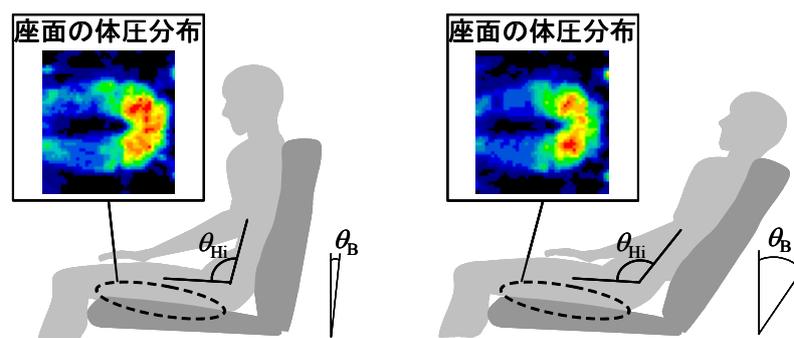


図 2-31 バックアングルの変化によるヒップアングルと体圧分布の変化

(3) 実験条件の決定

座り心地の官能評価実験における実験条件を以下のように設定した。

まず、被験者の体格は、日本人成人男性の身長および体重の平均値および標準偏差のデータ（身長：平均値 1.71m，標準偏差 0.06m，体重：平均値 63.3kg，標準偏差 8.28kg）（生命工業科学技術研究所 1996）を用いて，平均値と，平均値 $\pm\sqrt{1.5}\times$ 標準偏差の計 3 水準の組合せのうち，身長が最も低く体重が最も重い水準と身長が最も高く体重が最も軽い 2 水準を除いた，表 2-6 に示す 7 水準とした。

次に，被験者がとる着座姿勢として，標準姿勢と尻滑り姿勢の 2 種類を挙げた。ここで，標準姿勢とは，使用者ができるだけ臀部を奥に入れ，腰部がシートバックにあたるように座る着座姿勢である。尻滑り姿勢とは，臀部を前に出し骨盤を回転させ，骨盤と腰椎をシートバックから浮かせた状態で座る着座姿勢である。なお，尻滑り姿勢は骨盤と腰椎を伸ばした姿勢（以下，腰部伸展姿勢と称する）と骨盤と腰椎を曲げた姿勢（以下，腰部屈曲姿勢と称する）に大別できる（斉藤 1997）。以上のことから，本実験における着座姿勢の水準を，表 2-7 のように設定した。

最後に，実験に用いるシートは，現行の鉄道車両用シート（ハツカリ R485 系）とし，シートクッションは，地面に対して水平に固定し，バックアングルの水準は，表 2-8 のように設定した。また，評価項目を座り心地の良さとし，着座してから分後に，SD 法（5 段階尺度）による評価を行った。

表 2-6 被験者体格の水準

		体重 [kg]		
		53.2	63.3	73.4
身長 [m]	1.637	水準1	水準6	
	1.714	水準4	水準2	水準5
	1.796		水準7	水準3

表 2-7 被験者着座姿勢の水準

標準姿勢	腰部屈曲姿勢	腰部伸展姿勢
水準1	水準2	水準3

表 2-8 実験用シートのクッションアングルおよびバックアングルの水準

		バックアングル [°]		
		25	30	35
クッションアングル [°]	0	水準1	水準2	水準3

(4) 実験結果

官能評価実験の結果を表 2-9 に示す.

表 2-9 官能評価実験データ

(a) 体格水準 1 から 4 のデータ

体格	バック アングル	着座姿勢	官能評価値
水準1	水準1	水準1	2
水準1	水準1	水準2	3
水準1	水準1	水準3	4
水準1	水準2	水準1	3
水準1	水準2	水準2	1
水準1	水準2	水準3	2
水準1	水準3	水準1	3
水準1	水準3	水準2	1
水準1	水準3	水準3	4
水準2	水準1	水準1	2
水準2	水準1	水準2	4
水準2	水準1	水準3	2
水準2	水準2	水準1	3
水準2	水準2	水準2	2
水準2	水準2	水準3	1
水準2	水準3	水準1	3
水準2	水準3	水準2	4
水準2	水準3	水準3	2
水準3	水準1	水準1	2
水準3	水準1	水準2	5
水準3	水準1	水準3	1
水準3	水準2	水準1	4
水準3	水準2	水準2	4
水準3	水準2	水準3	2
水準3	水準3	水準1	4
水準3	水準3	水準2	3
水準3	水準3	水準3	3
水準4	水準1	水準1	3
水準4	水準1	水準2	3
水準4	水準1	水準3	3
水準4	水準2	水準1	2
水準4	水準2	水準2	4
水準4	水準2	水準3	3
水準4	水準3	水準1	3
水準4	水準3	水準2	4
水準4	水準3	水準3	2

(b) 体格水準 5 から 7 のデータ

体格	バック アングル	着座姿勢	官能評価値
水準5	水準1	水準1	2
水準5	水準1	水準2	4
水準5	水準1	水準3	5
水準5	水準2	水準1	4
水準5	水準2	水準2	2
水準5	水準2	水準3	3
水準5	水準3	水準1	5
水準5	水準3	水準2	2
水準5	水準3	水準3	2
水準6	水準1	水準1	2
水準6	水準1	水準2	2
水準6	水準1	水準3	3
水準6	水準2	水準1	2
水準6	水準2	水準2	4
水準6	水準2	水準3	4
水準6	水準3	水準1	3
水準6	水準3	水準2	4
水準6	水準3	水準3	3
水準7	水準1	水準1	1
水準7	水準1	水準2	5
水準7	水準1	水準3	2
水準7	水準2	水準1	2
水準7	水準2	水準2	4
水準7	水準2	水準3	1
水準7	水準3	水準1	2
水準7	水準3	水準2	4
水準7	水準3	水準3	1

(5) ロバストデザイン法の選択およびロバスト性評価指標の算出

官能評価実験の値は、各被験者の感覚に基づく評価値であり、被験者間の相対的な評価ではない。このため、被験者の出現確率を用いて重み付けした場合、被験者間の評価のばらつきが必要以上に大きくなる場合がある。このため、本デザイン問題では、誤差因子である身長と体重のばらつきの分布を一様分布とし、それらの独立性を仮定した。また、官能評価値は、座り心地が良いほど低い値をとるように設定したため、目標特性は望小特性であり、調整因子の有無は選択に影響しない。以上のことから、図 2-32 のように本章で提示したロバストデザイン法の選択指針に基づき、本デザイン問題に用いるロバストデザイン法として、Taguchi の手法を選択した。なお、Sundaresan らの手法を適用しても同様の結果となるため、本実験では適用していない。Taguchi の手法においては、望小特性のロバストデザイン問題に対して、目標特性の実験値 y_i から、SN 比 η_s を次式のように算出し、評価する。

$$\text{maximize } \eta_s = -10 \log \frac{1}{n} (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2) \quad (2-88)$$

ここで、 n は実験数を表す。

選択されたデザイン問題の特徴			選択された手法			
			実験に基づく手法			
デザイン問題の特徴			Taguchi の手法	Otto らの手法	Sundaresan らの手法	Yu らの手法
因子の特徴	因子の分布型	左右対称な一様分布	1	1	1	1
		左右非対称な一様分布	1	1	1	1
		正規分布		1		1
	因子間の独立・従属性	独立	1	1	1	1
		従属		1		1
	調整因子の数	0個	1*	1*	1	1
1個		1	1	1	1	

1*: 目標特性が望目特性の場合は適用不可能

図 2-32 バックアングルの決定問題に用いるロバストデザイン法の選択

(6) ロバスト最適結果

本デザイン問題においては、Taguchiの手法により評価したロバスト最適解(以下、 $\theta_{B(SN)}$ と記載する)と、誤差因子のばらつきを考慮せず平均的な水準(身長: 平均値1.71m, 体重: 63.3kg, 着座姿勢: 標準姿勢)により評価したデザイン解(以下、 $\theta_{B(\mu)}$ と記載する)を表2-10のように導出した。同表より、着座姿勢や体格のばらつきを考慮した $\theta_{B(SN)}$ は、 $\theta_{B(\mu)}$ と比較して大きな値になっていることがわかる。

これらのデザイン解を比較するため、図2-33から図2-35に、各バックアングルに対する各着座姿勢・体格の水準別平均を示した。この結果、図2-34と図2-35より、各体格において、バックアングルの変化に対する座り心地への影響はあまり変わらないことがわかる。一方、図2-33より、各着座姿勢において、バックアングルの変化に対する座り心地への影響が大きく異なっていることがわかる。これは、バックアングルの増加により、「頭部に近い部分の支持が不足し座り心地が悪くなること」と、「ヒップアングルが大きくなり座り心地が良くなること」の2つが原因だと考えられる。つまり、図2-36のように、頭部に近い部分がシートに支えられない標準姿勢を評価した場合、バックアングルの増加に伴い座り心地が低減したのに対し、頭部に近い部分が支えられる尻滑り姿勢を評価した場合、前述した頭部の支持不足がやや解消され、バックアングルの増加に伴いヒップアングルが大きくなり座り心地が増加したと考えられる。このため、標準姿勢のみを評価した $\theta_{B(\mu)}$ と比較して、標準姿勢と尻滑り姿勢を考慮した $\theta_{B(SN)}$ は、やや高いバックアングルの値となったと考えられる。このように、 $\theta_{B(SN)}$ は着座姿勢や体格のばらつきに対してロバストなデザイン解であることがわかる。

表2-10 各デザイン解(バックアングル)と評価指標の値

ロバスト性 評価指標 デザイン解[°]	Taguchi の評価指標	平均値
$\theta_{B(\mu)}=25$	-9.83	1.43
$\theta_{B(SN)}=30$	-9.31	2.57
参考値($\theta_B=35$)	-9.92	3.57

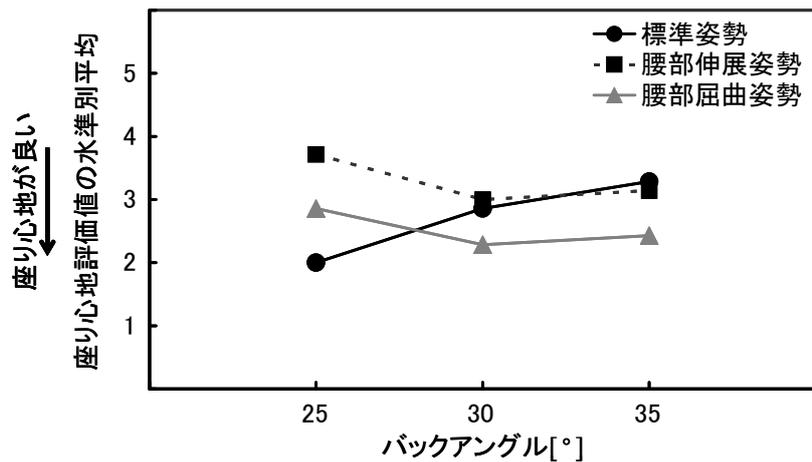


図 2-33 各着座姿勢水準における座り心地評価値の平均値

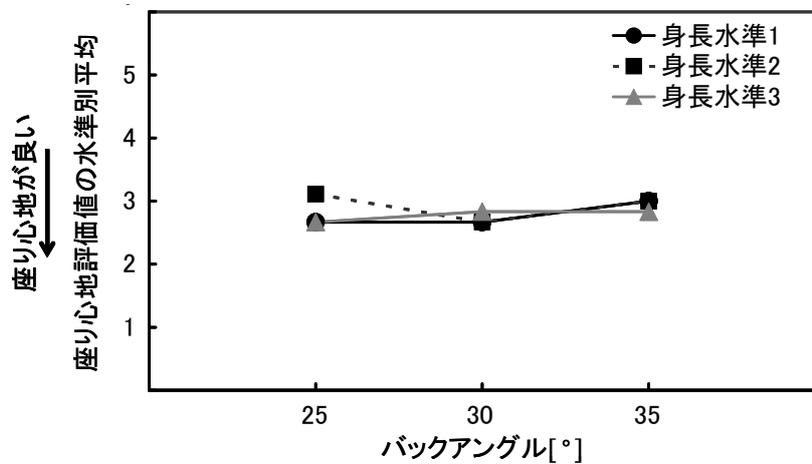


図 2-34 各身長水準における座り心地評価値の平均値

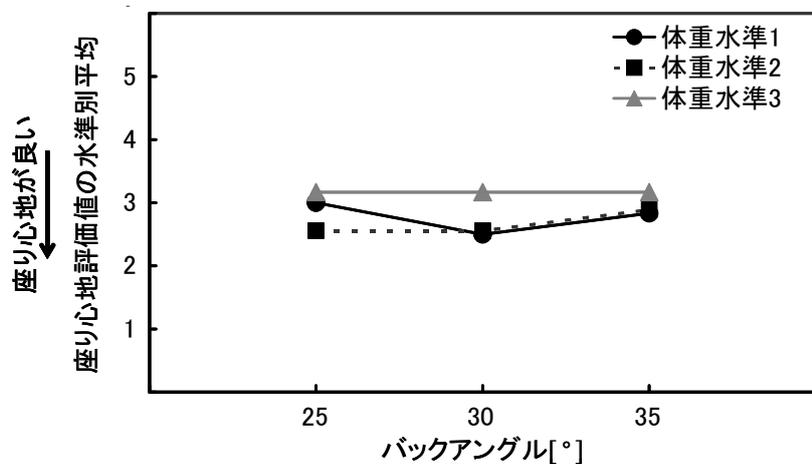


図 2-35 各体重水準における座り心地評価値の平均値

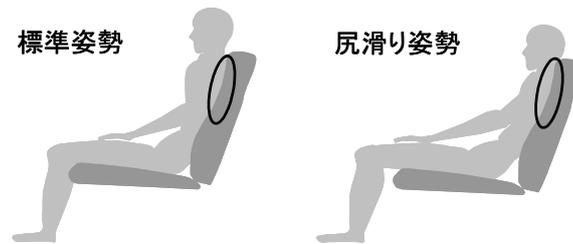


図 2-36 標準姿勢と尻滑り姿勢における頭部位置の比較

2.6 結言

本章では、既存のロバストデザイン法の体系的分類を行うことにより、まず、以下の分類基準が得られた。

(1)実験に基づく手法の分類基準

- ・ 因子の分布型
- ・ 因子間の独立・従属性
- ・ 調整因子の数

(2)シミュレーションに基づく手法（目的関数を用いる手法）の分類基準

- ・ 目的関数の微分可能性
- ・ 目的関数の単調性
- ・ 因子の分布型
- ・ 因子の単位の同一性
- ・ 因子間の独立・従属性
- ・ 目標特性の分布型

(3)シミュレーションに基づく手法（制約関数を用いる手法）の分類基準

- ・ 制約関数の微分可能性
- ・ 制約関数の単調性
- ・ 因子の分布型
- ・ 因子間の独立・従属性

次に、これらの分類基準に基づいて、既存の手法の選択方法を提示し、多様な使用者を想定した公共用シートのデザイン事例に適用した。その結果、本選択方法により、適切なロバストデザイン法が選択されることが確認され、上述した分類基準に基づく本選択方法の有用性が示された。

さらに、上述した分類基準に基づいて、既存の手法による対応が難しく新たに構築が必要なロバストデザイン法の要件として、「因子間の従属性」が抽出された。

以上により、既存の手法の適用範囲を明確化するとともに、提案する手法において、「因子間の従属性」に対応する必要性を示した。

第3章

複数の目的関数に対応するロバストデザイン法の提案

3.1 緒言

第2章において、既存の手法による対応が難しく新たに構築が必要なロバストデザイン法の要件として、因子の従属性を抽出した。本章では、その要件を満たし、かつ、第1章で述べた複数の目的関数に対応するロバストデザイン法について述べる。まず、本手法の必要性について述べる。次に、本手法におけるロバスト性評価指標について述べる。最後に、本手法の事例適用と有効性検証について述べる。

3.2 複数の目的関数に対応するロバストデザイン法

本節では、複数の目的関数に対応するロバストデザイン法の概要として、同デザイン法の必要性と、同デザイン法におけるロバスト性評価指標について述べる。

3.2.1 複数の目的関数に対応する必要性

第1章で述べたように、多様場を考慮するデザイン問題においては、量的な多様場と質的な多様場が存在する。前者は、目標特性に影響を与える制御因子や誤差因子のばらつきに相当し、後者は、それらの関係性を表す複数の目的関数の共存に相当する。本項では、既存の手法が複数の目的関数に対応できないことを説明することにより、複数の目的関数に対応するロバストデザイン法の必要性を示す。

既存のロバストデザイン法の多くは、図 3-1(a)のように目的関数の線形性を仮定することにより、ばらつきを有する因子における正規分布や一様分布のばらつきがそのままの形状で目標特性のばらつきに写像されると仮定する。これにより、少ない計算量で近似的にロバスト最適解を導出する。しかし、実際のデザイン問題においては、目的関数が非線形となることにより、目標特性のばらつきが非正規分布となり、上述した近似が大きな誤差を生むことがある。

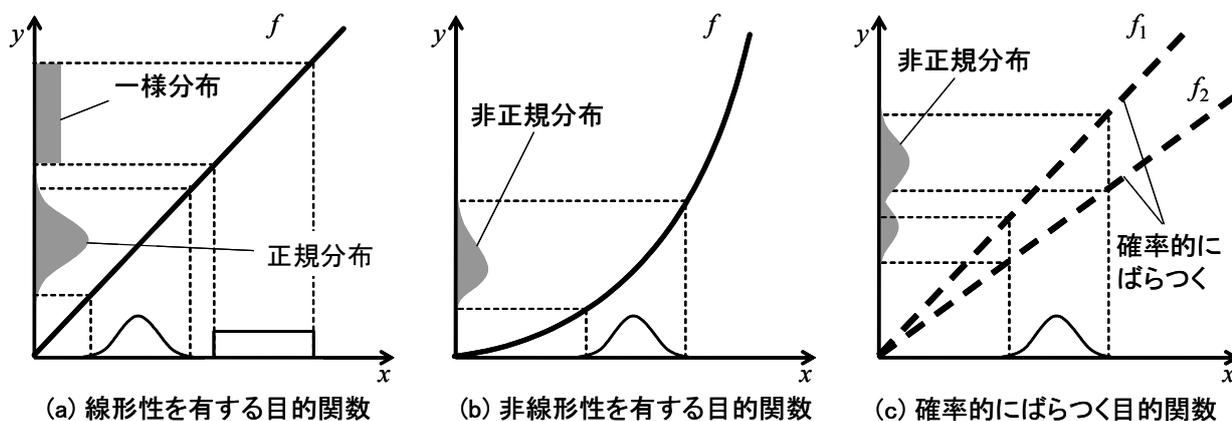


図 3-1 目的関数の変化による目標特性の分布の変化

例えば，図 3-1(b)のように非線形性を有する目的関数が存在する場合，目標特性の分布は非正規分布となる．しかし，同図に示された分布は正規分布と類似しているため，目標特性分布を正規分布として近似的に評価できることに加え， χ^2 分布や対数分布などの分布に対応可能な Eggert の手法を用いれば適切な評価が可能である．

これに対して，複数の目的関数が共存するような場合，目標特性分布は，複数の分布の重ね合せとなるため，図 3-1(c)のように多峰性を有する非正規分布となる．この場合，目標特性分布は正規分布などの確率密度関数が既知の分布と大きく異なり，Eggert の手法を用いて評価することも難しい．以上のことから，複数の目的関数に対応するロバストデザイン法においては，多峰性分布の目標特性を適切に評価可能なロバスト性評価指標が必要であると考えられる．

そこで，本研究では複数の目的関数に対応するロバストデザイン法構築のため，多峰性分布の目標特性に対応するロバスト性評価指標を以下のように提案した．

3.2.2 ロバスト指標

本節では，複数の目的関数に対応するロバストデザイン法のロバスト性評価指標（以下，ロバスト指標 R と称する）について述べる．本評価指標は，前項で述べたように多峰性分布の目標特性に対応するとともに，第 2 章で述べた因子の従属性に対応する必要がある．

既存のロバストデザイン法における評価指標の多くは，目標特性のばらつきの平均値と標準偏差を用いるため，目標特性がその平均値と標準偏差によって一意に定まる正規分布を有する場合においては有効であるものの，目標特性がその平均値と標準偏差によって一意に定まらない非正規分布（多峰性分布を含む）を有する場合

においては，ロバスト性を適切に評価できない．そこで，目標特性の確率密度関数を考慮することにより，非正規分布の目標特性のロバスト性を適切に評価するロバスト指標を提案した(Kato 2005, 加藤 2005a, 2005b, 2007)．以下に，ロバスト指標の概念，算出方法，およびその計算量について述べる．

(1) ロバスト指標の概念

ロバスト指標 R は，図 3-2 に示すように，目標特性が許容範囲を満たす確率であり，目標特性の確率密度関数を許容範囲で積分することにより，次式のように定義される．

$$R = \int_{y_1}^{y_u} p(y) dy \quad (3-1)$$

ここで， y_u および y_1 は，目標特性の許容上限値および許容下限値を表し， $p(y)$ は目標特性の確率密度関数を表す．ロバスト指標は，目標特性が許容範囲を満たす確率であり，目標特性のばらつきの最小化を行うための評価指標といえる．なお，目標特性の許容範囲は，人間工学，生理学，機械力学など，様々な観点からデザイン対象を検討したうえで決定する必要がある．

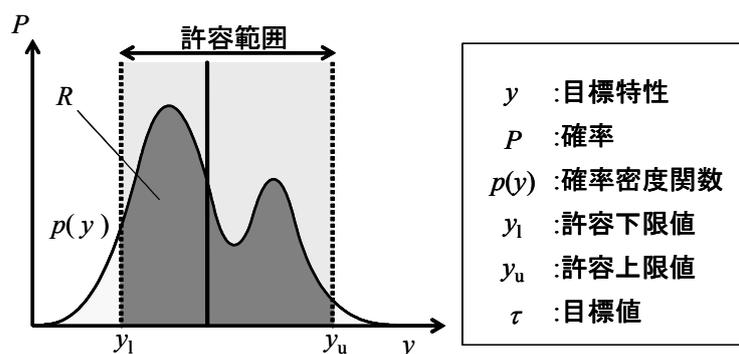


図 3-2 ロバスト指標の概念

(2) ロバスト指標の算出方法

ロバスト指標 R を表す式(3-1)は、制御因子 ($\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_{n_x})$) および誤差因子 ($\mathbf{z}=(z_1, z_2, \dots, z_{n_z})$) の重積分として次式のように表せる。

$$R = \int_A p(\mathbf{x}, \mathbf{z}) d\mathbf{x} d\mathbf{z} \quad (3-2)$$

ここで、 A は $y_l \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq y_u$ を満たす \mathbf{x}, \mathbf{z} 空間内の領域を表す。なお、式(3-2)のような重積分の計算は、一般に累次積分として行う。しかし、式(3-1)における積分範囲は、制御因子および誤差因子からなる多変数関数であり、この関数には常に陰関数が存在するとは限らない。このため、式(3-2)における積分範囲が明らかにならない場合があり、上述した計算方法を行うのは難しい。このため、本研究では、乱数を用いたシミュレーションを繰り返し行うモンテカルロ法(津田 1969, 戸川 1980)を用いてロバスト指標を算出することとした。具体的には、まず、制御因子および誤差因子のばらつきの範囲において、ばらつきの確率密度関数に基づいて同因子の組合せのサンプルを発生させる。次に、発生させた各サンプルに対する目標特性を算出し、その値が許容範囲内の場合は 1、それ以外は 0 とする。最後に、それらの合計を乱数のサンプル数で除す。つまりロバスト指標は、次式のように算出される。

$$R = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s M_i \quad (3-3)$$

ここで、 M_i は次式のように表される。

$$M_i = \begin{cases} 1 & (y_l \leq f(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i) \leq y_u) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3-4)$$

ここで、 s はサンプル数を表す。

ロバスト指標は目標特性が許容範囲を満たす確率であり、目標特性分布の形状を評価できるため、目的関数が複数存在する場合に生じる多峰性分布に対応できる。また、モンテカルロ法を用いるため、目的関数の微分可能性、因子の分布型や単位の同一性、および因子間におけるばらつきの独立性を仮定しないことがわかる。以上のことから、本評価指標は、第 2 章にて分類基準として挙げた全てのデザイン問題の特徴に対応可能といえる。

(3) モンテカルロ法に要する計算量

モンテカルロ法に用いるサンプル数 s は、ロバスト指標 R の精度に影響する。このため、サンプル数は一定値以上を確保する必要がある。以下に、ロバスト指標の誤差とサンプル数の関係を述べる。ロバスト指標の誤差は、ロバスト指標の

変動の平方根，つまり標準偏差として定義される(津田 1969)．ここで，ロバスト指標の変動は，式(3-3)より次式のように求められる．

$$\begin{aligned} \text{var } R &= \text{var} \frac{\sum_{i=1}^s M(x_i, z_i)}{s} \\ &= \frac{s}{s^2} \text{var} M(x, z) \\ &= \frac{R - R^2}{s} \\ &\left(\begin{array}{l} \because \text{var}[aM] = a^2 \text{var}[M], \\ \text{var}[M_1 + M_2] = \text{var}[M_1] + \text{var}[M_2] \text{ (cov}(M_1, M_2) = 0), \\ \text{var} M(x, z) = E[M^2] - (E[M])^2 = R - R^2 \end{array} \right) \end{aligned} \quad (3-5)$$

式(3-5)の平方根をとることにより，サンプル数に対するロバスト指標の標準偏差は次式となり，サンプル数の平方根に反比例することがわかる．

$$\sqrt{\frac{R - R^2}{s}} \in O(s^{-0.5}) \quad (3-6)$$

ここで， O はランダウの記号である．なお， $\sqrt{R - R^2}$ は， $0 \leq R \leq 1$ において最大値 0.5 となるため，ロバスト指標の精度を 0.01 まで保証する（標準偏差 0.005 以内となる）ためには，サンプル数が 10000 個以上必要となる．以上に述べたように，モンテカルロ法に要する計算量はばらつきを有する因子の個数に因らない．このため，因子の数が多いたデザイン問題においても対応可能である．一方で，ロバスト指標算出の度に 10000 回以上の計算が必要となるため，他の手法と比較して，計算量の増大が懸念される．しかし，近年の計算機の進歩は著しく，上述した程度の計算量の増大が手法適用の障害となることは考えにくい．

3.2.3 重み付きロバスト指標

前項で述べたロバスト指標 R は，目標特性が許容範囲を満たすか否かのみを評価するため，許容範囲内の目標特性を同等に評価する指標といえる．しかし，多くのデザイン問題においては，目標特性に目標値があるため，同じ許容範囲内でも，許容範囲の境界付近と目標値付近とでは重要度が異なる（許容範囲の境界付近よりも目標値付近の目標特性をより高く評価すべきである）．そこで，目標特性のばらつきと，目標特性の目標値への近さを示す重要度の 2 目的を評価する重み付きロバスト指標 R_w を提案した(Kato 2005, 加藤 2005b)．以下に，重み付きロバスト指標の概念，算出方法，および同指標に用いる重み関数の設定方法について述べる．

(1) 重み付きロバスト指標の概念

重み付きロバスト指標 R_w は、ロバスト指標 R に目標特性の重要度評価を付加したロバスト性評価指標である。具体的には、図 3-3 に示すように、目標特性の各値の重要度を重み関数 $w(y)$ として表現し、この重要度と目標特性の確率密度関数の積を許容範囲で積分した値であり、次式のように定義される。

$$R_w = \int_{y_l}^{y_u} w(y)p(y)dy \quad (3-7)$$

重み付きロバスト指標は、目標特性が許容範囲を満たす確率に加えて、目標特性の各値における重要度を評価する指標であり、目標特性におけるばらつきの最小化と重要度の最大化の 2 目的最適化を行うための評価指標といえる。

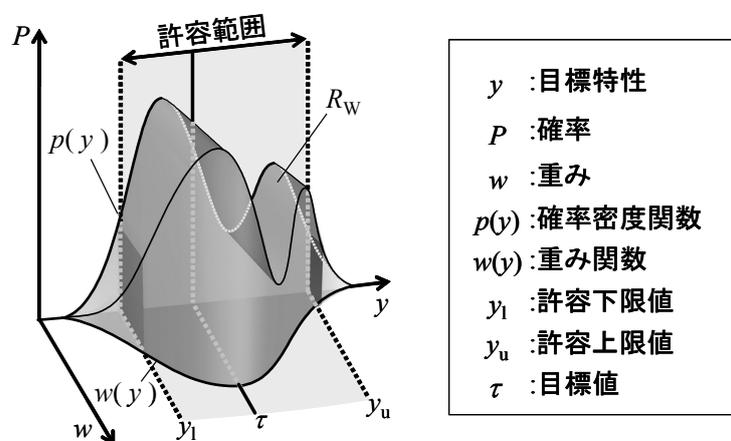


図 3-3 重み付きロバスト指標の概念

(2) 重み付きロバスト指標の算出方法

重み付きロバスト指標 R_w を表す式(3-7)は、制御因子および誤差因子の重積分として次式のように表せる。

$$R_w = \int_A w\{f(\mathbf{x}, \mathbf{z})\}p(\mathbf{x}, \mathbf{z})d\mathbf{x}d\mathbf{z} \quad (3-8)$$

ここで、 A は $y_l \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq y_u$ を満たす \mathbf{x}, \mathbf{z} 空間内の領域を表す。式(3-8)における積分範囲は、ロバスト指標 R と同様の理由から明らかにならない場合がある。このため、重み付きロバスト指標もモンテカルロ法を用いて算出する。具体的には、まず、制御因子および誤差因子のばらつきの範囲において、ばらつきの確率密度関数に基づいて同因子の組合せのサンプルを発生させる。次に、発生させた各サンプルに対する目標特性を算出し、その値が許容範囲内の場合は $w(y)$ 、それ以外は 0 とする。最後に、それらの合計を乱数のサンプル数で除す。つまり重み付きロバスト指標は、次式のように算出される。

$$R_w = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s M_i \quad (3-9)$$

ここで、 M_i は次式のように表される。

$$M_i = \begin{cases} w(y) & (y_l \leq f(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i) \leq y_u) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3-10)$$

(3) 重み関数の設定方法

重み付きロバスト指標 R_w に用いられる重み関数 $w(y)$ の設定方法について、目標特性の性質ごとに説明する。

(a) 目標特性が望小特性の場合

望小特性とは、目標特性の値が小さいほどよいとされる特性である。望小特性における重み関数の値は、図 3-4 のように、目標特性が大きいほど 0 に近づく（重要度は低くなる）ため、 $w(\infty)=0$ と $w'(\infty)=0$ の条件が成り立つ。ここで、重み関数の $y = \infty$ における Taylor 展開は、目標特性の逆数を用いて、次式のように表せる。

$$w(y) = w(\infty) + \frac{w'(\infty)}{y} + \frac{w''(\infty)}{2!y^2} + \dots \quad (3-11)$$

式(3-11)の3次以降の項を省略し、 $w(\infty)=0$ と $w'(\infty)=0$ の条件を代入することにより、重み関数は次式のように表せる。

$$w(y) \approx \frac{K}{y^2} \quad (K = w_u y_u^2) \quad (3-12)$$

ここで、 K は比例定数であり、目標特性の許容上限値 y_u とその際の重み w_u により決定される。

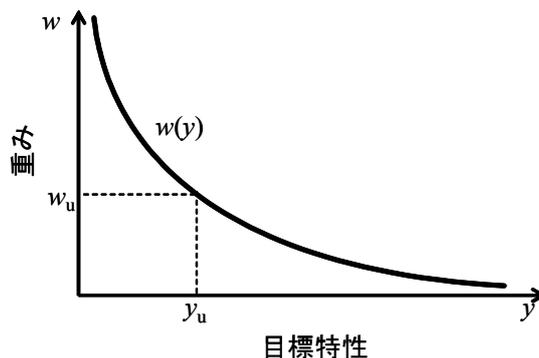


図 3-4 望小特性における重み関数

(b) 目標特性が望大特性の場合

望大特性とは、目標特性の値が大きいほどよいとされる性質である。望大特性における重み関数の値は、図 3-5 のように目標特性が小さいほど 0 に近づくため、0 を最小値とする多くのデザイン問題においては $w(0)=0$ と $w'(0)=0$ の条件が成り立つ。ここで、重み関数の Maclaurin 展開は、次式のように表せる。

$$w(y) = w(0) + \frac{w'(0)y}{1!} + \frac{w''(0)y^2}{2!} + \dots \quad (3-13)$$

式(3-13)の 3 次以降の項を省略し、 $w(0)=0$ と $w'(0)=0$ の条件を代入することにより、重み関数は次式のように表せる。

$$w(y) \approx Ky^2 \quad \left(K = \frac{w_1}{y_1^2} \right) \quad (3-14)$$

ここで、 K は比例定数であり、目標特性の許容下限値 y_1 とその際の重み w_1 により決定される。

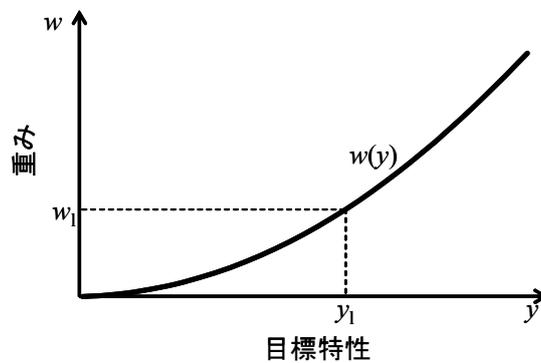


図 3-5 望大特性における重み関数

(c) 目標特性が望目特性の場合

望目特性とは、目標特性の値がある一定値（目標値）に近づくほどよいとされる性質である。望目特性における重み関数の値は、図 3-6 のように目標特性が目標値 τ をとる場合に最大値 w_τ となり、目標値から正負両方向へ変化するほど重みは減少するため、 $w(\tau)=w_\tau$ と $w'(\tau)=0$ の条件が成り立つ。ここで、重み関数の $y=\tau$ における Taylor 展開は、次式のように表せる。

$$w(y) = w(\tau) + \frac{w'(\tau)(y-\tau)}{1!} + \frac{w''(\tau)(y-\tau)^2}{2!} + \dots \quad (3-15)$$

式(3-15)の 3 次以降の項を省略し、 $w(\tau)=w_\tau$ と $w'(\tau)=0$ の条件を代入することにより、重み関数は次式のように表せる。

$$w(y) \approx K(y-\tau)^2 + w_\tau \quad \left(\begin{array}{l} K = \frac{w_l - w_\tau}{(y_l - \tau)^2} \quad (y_l \leq y \leq \tau) \\ K = \frac{w_u - w_\tau}{(y_u - \tau)^2} \quad (\tau \leq y \leq y_u) \end{array} \right) \quad (3-16)$$

ここで、 K は比例定数であり、目標特性の許容上限値 y_u とその際の重み w_u 、許容下限値 y_l とその際の重み w_l 、および目標特性の目標値 τ とその際の重み w_τ により決定される。

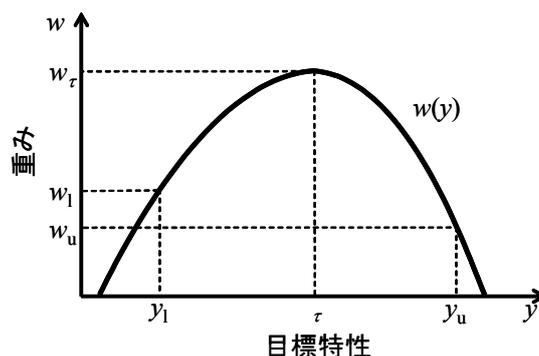


図 3-6 望目特性における重み関数

3.3 事例適用

本節では、前節で述べたロバストデザイン法における2つのロバスト性評価指標を適用したデザイン事例について述べる。

3.3.1 公共用シートのクッションアングルの決定問題

本項では、3.2.2項で述べたロバスト指標 R の有効性検証のため、同指標のシートデザインへの適用について述べる。

(1) デザイン目標の決定

クッションアングル θ_c は、使用者の全身の状態を決める重要な要因であり、座り心地の向上や安楽姿勢確保のために適切な値に決定する必要がある。なかでも、クッションアングルの重要な役割として、着座における不快感の原因として挙げられる尻滑り力 F_{HS} の抑制が挙げられる(matsuoka 2000, 松岡 2001)。ここで、尻滑り力とは、上半身と下半身の質量における力学的な不釣り合いにより臀部に発生する力である。以上のことから、本デザイン問題におけるデザイン目標は、尻滑り力を低減するクッションアングルを決定することとした。

(2) 目標特性、制御因子、および誤差因子の決定

クッションアングルは、前述したように、目標特性の尻滑り力を変化させ、デザイナーにより制御可能である。一方、使用者の体格や着座姿勢のばらつきは尻滑り力を変化させるものの、デザイナーにより制御不可能である。このため、本デザイン問題においては、尻滑り力を目標特性、クッションアングルを制御因子、使用者の体格および着座姿勢を誤差因子とした。

(3) 目的関数の決定

目標特性である尻滑り力は物理量であり、モデル化することができる。このため、本デザイン問題においては、人体およびシートのモデル化を行い、目標特性である尻滑り力を算出する目的関数を以下のように導出した。

(a) 人体モデルの構築

着座時における人体は、シートバックとシートクッションにより体幹背面、臀部、大腿下面を支持され、床により足底部を支持される。そして、人体各部は、人体と接触する座面や床からの反力を受ける。このような着座姿勢における人体の特徴は、人体矢状面において顕著に表れる。このため、本研究では、人体およびシートの矢

状面を対象として検討することとした。

① 人体モデルの節分割点

尻滑り力を算出するため，人体を，胸郭節，腰椎節，骨盤節，大腿節，および下腿節の5つのリンクに分割し，着座姿勢をモデル化した。また，これらの節番号と各節長を，表3-1のように定義した。各節の詳細について以下に述べる。

表 3-1 各説番号と各節長の定義

節名	節番号	節長の記号	節長の定義
胸郭節	5	L_5	第1胸椎から第10胸椎までの長さ
腰椎節	4	L_4	第10胸椎から第3腰椎までの長さ
骨盤節	3	L_3	第3腰椎から転子点までの長さ
大腿節	2	L_2	転子点から大腿骨外側上顆までの長さ
下腿節	1	L_1	足底をつけた床面から膝の裏にある 大腿二頭筋の腱までの長さ

I) 胸郭節

第1胸椎から第10胸椎は、図3-7のように肋骨と胸骨によって閉鎖構造になっており、胸郭を構成する。この閉鎖構造のため、これらの椎体は運動を規制され、運動量はきわめて微少である。そこで、第1胸椎から第10胸椎と肋骨・胸骨からなる胸郭を1つの節とし、胸郭節とした。また、頭部、頸部、および上肢の姿勢は、静的モデルを想定しているため、尻滑り力に大きく影響しないと考え、節質量の形で胸郭節に複合した。

II) 腰椎節

腰椎と胸椎の中で可動範囲の大きい脊椎は、第10胸椎と第11胸椎の間である。また、腰椎の湾曲は、腰椎の中間である第2腰椎と第3腰椎付近で最も大きくなる。したがって、今回のモデルでは可動部分の大きい脊椎を関節とし、第11胸椎、12胸椎、および第1腰椎から第3腰椎までを1つの節とみなし腰椎節とした。

III) 骨盤節

骨盤は、仙骨、尾骨、および寛骨が完全に結合して構成されているため、ほとんど変形しない。また、腰椎節で設定した関節は第2腰椎と第3腰椎の間であるため、第3腰椎から大腿骨と骨盤のつなぎ目である転子点までを骨盤節とした。

IV) 大腿節

大腿骨は1つの骨でできており、変形はごく微少である。このため、転子点から大腿骨外側上顆までを大腿節とした。

V) 下腿節

下腿部に靴底の高さを加え、大腿骨外側上顆から靴底までを下腿節とした。また、足は着座して自然な状態を想定し、そのため尻滑り力に影響しないものと考え、節質量の形で下腿節に複合した。なお、靴底は、30mmとした。

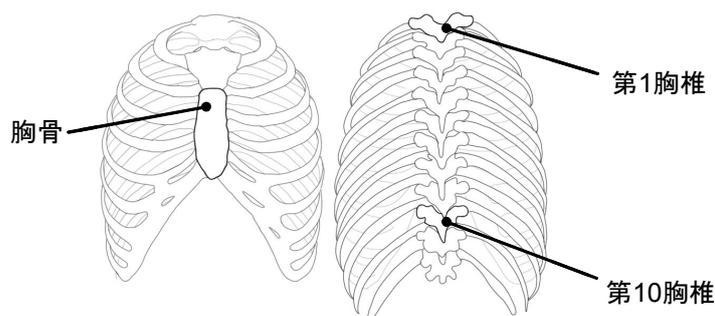


図 3-7 胸郭の形状

② 各人体アングル

①において設定した，人体モデルの節分割点におけるアングルを表 3-2，図 3-8 のように定義した．

まず，体幹の人体アングルとして，胸郭節と腰椎節間のアングルをトルソーアングル θ_T ，腰椎節と骨盤節間のアングルをアブドメンアングル θ_{Ab} と定義した．次に，下腿と大腿の人体アングルとして，骨盤節と大腿節間のアングルをヒップアングル θ_{Hi} ，さらに，下腿節と床間のアングルをアングルアングル θ_{An} と定義した．

表 3-2 人体アングルの定義

各アングルの名称	記号	定義
アングルアングル	θ_{An}	地面の水平面と下腿節の挟角
ヒップアングル	θ_{Hi}	大腿節と骨盤節の挟角
アブドメンアングル	θ_{Ab}	骨盤節と腰椎節の挟角
トルソーアングル	θ_T	腰椎節と胸郭節の挟角

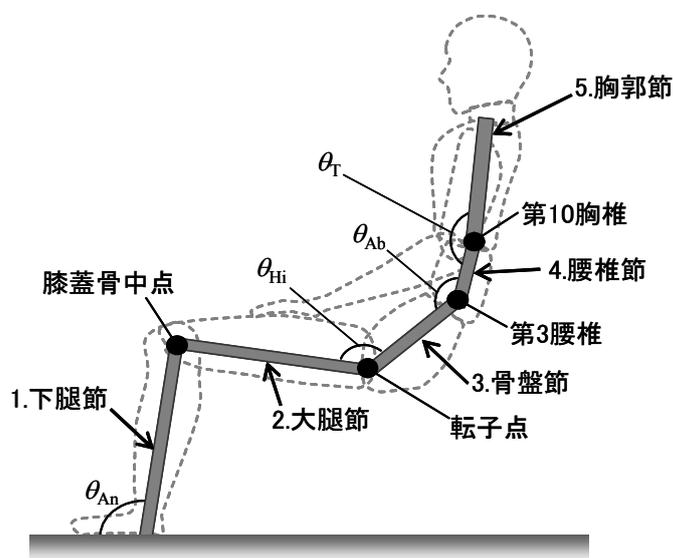


図 3-8 人体アングル

③ 各節の重心比

各節の重さを分割するためには各節の重心比が必要である。そこで、過去の人体計測(生命工学工業技術研究所 1996)で得られた値を参考にして、各節の重心比を表 3-3 のように設定した。ここで、腰部屈曲姿勢における腰椎節および骨盤節の合成重心比は、腰椎節長および骨盤節長により変化するため、それらの関数として設定している。なお、重心比は、図 3-9 に示すように、各節における人体上部の端点から重心までの距離が各節長に占める比率として表記している。

表 3-3 各節の重心比

節名	記号	重心比
胸郭節	l_{5a}	0.35
腰椎節	l_{4a}	0.51
骨盤節	l_{3a}	0.11
大腿節	l_{2a}	0.43
下腿節	l_{1a}	0.61
腰椎節および骨盤節(腰部伸展姿勢)	l_{ma}	0.33
腰椎節および骨盤節(腰部屈曲姿勢)	l_{mb}	$-0.61(\text{骨盤節長} + \text{腰椎節長}) + 0.58$

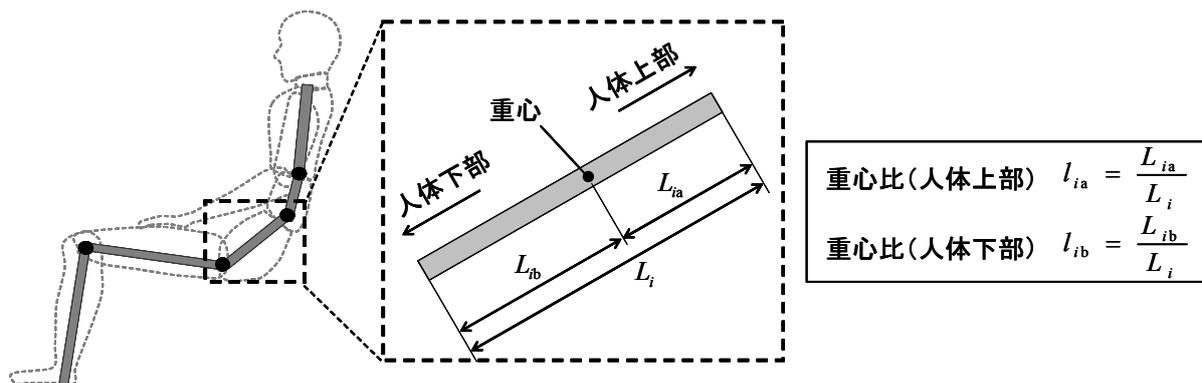


図 3-9 重心比の定義

④ 各節の寸法

各節の寸法は、表 3-4 に示した日本人の体格の実測データ(生命工業科学技術研究所 1996)より、次式を用いて算出した。

$$\text{脊柱長} = \text{座位胸骨上縁高} - \text{座位上後腸骨棘高} \quad (3-17)$$

$$\text{胸郭節長} = \text{脊柱長} \times (1 - 0.502) \quad (3-18)$$

$$\text{腰椎節長} = \text{脊柱長} \times 0.502 \times 0.643 \quad (3-19)$$

$$\text{脊柱長の一部} = \text{脊柱長} \times 0.502 \times (1 - 0.643) \quad (3-20)$$

$$\text{骨盤節長} = \left\{ (\text{座位上後腸骨棘高} + \text{脊柱長の一部})^2 + (\text{座位殿転子距離})^2 \right\}^{0.5} \quad (3-21)$$

$$\text{大腿節長} = \text{座位殿外側上顆距離} - \text{座位殿転子距離} \quad (3-22)$$

$$\text{下腿節長} = \text{座位膝窩高} + \text{靴底の厚さ} \quad (3-23)$$

ここで、式中にある主要な人体寸法を図 3-10 に示すとともに、算出した各節長の平均値を表 3-5 に示す。ここで、座位胸骨上縁高とは、座位の状態、座面から胸骨上点までの高さであり、座位上後腸棘高とは、座位の状態、座面から上後腸骨棘が最も後方に突出している点までの高さである。また、座位殿転子距離とは、座位の状態、臀部後縁から転子点までの矢状面に平行な水平距離であり、座位転子高とは、座面から転子点までの高さである。さらに、座位殿外側上顆距離とは、臀部後縁から大腿骨外側上顆が最も外側に突出している点までの矢状面に平行な水平距離であり、座位膝関節高とは、足底をつけた底面から大腿骨外側上顆が最も腓側に突出している点までの高さである。

本研究においては、尻滑り力の算出に必要な人体寸法と身長との回帰式を導出し、身長から各人体寸法を推定した。ここで、身長と各人体寸法の回帰式は、それらの平均値と標準偏差に基づいてばらつかせたデータを用いて導出した。ここで、導出した各回帰式を表 3-6 に示す。

表 3-4 人体各部位の寸法

人体各部寸法の名称	平均値[mm]	標準偏差[mm]
座位胸骨上縁高	574.1	31.52
座位上後腸骨棘高	151.8	15.58
座位殿転子距離	104.6	26.35
座位転子高	70.8	7.31
座位殿外側上顆距離	514.8	26.58
座位膝窩高	404.1	24.34

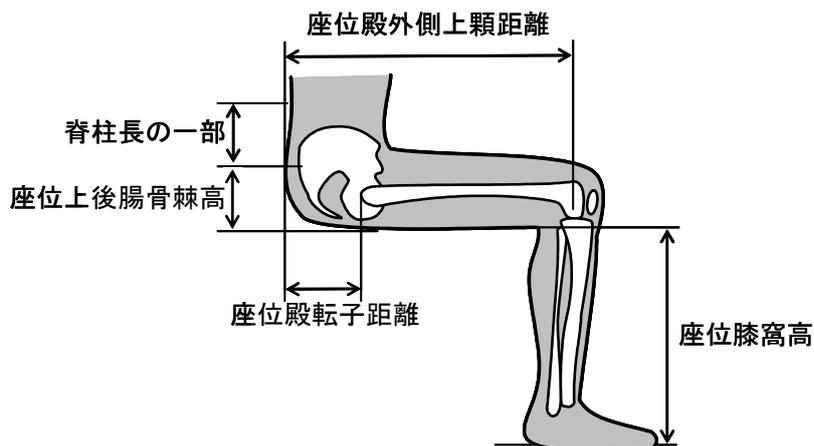


図 3-10 人体各部位の長さ

表 3-5 算出した各節長の平均値

節長名	記号	平均値[mm]
胸郭節長	L_5	218.6
腰椎節長	L_4	141.7
骨盤節長	L_3	265.8
大腿節長	L_2	400.7
下腿節長	L_1	448.9
身長	L	1714.0

表 3-6 算出した身長と各人体寸法の回帰式

人体寸法[mm]	回帰式
胸郭節長 L_5	$L_5 = 0.0939L - 0.0549$
腰椎節長 L_4	$L_4 = 0.0609L + 0.0356$
骨盤節長 L_3	$L_3 = 0.3274L - 0.2908$
大腿節長 L_2	$L_2 = 0.0027L + 0.4057$
下腿節長 L_1	$L_1 = 0.2880L - 0.0424$
座位殿転子距離 L_h	$L_h = 0.3118L - 0.4113$

⑤ 各節の質量

各節の質量は、日本人の体重の実測データ(生命工業科学技術研究所 1996)に、文献(Winter 1990)に記載された質量比を乗じることにより算出した。平均体重における各節の質量および質量比を表 3-7 に示す。

表 3-7 人体各部位の質量

節質量名	記号	平均値[kg]	質量比
胸郭節質量	M_5	20.95	0.36
腰椎節質量	M_4	10.20	0.18
骨盤節質量	M_3	8.25	0.14
大腿節質量	M_2	11.62	0.20
下腿節質量	M_1	7.09	0.12
体重	M	58.10	1.00

(b) シートモデルの構築

本研究におけるシートモデルは、外力が加わっても形状・位置・角度は変化しないシートバックとシートクッションの剛体リンクモデルとして、図 3-11 のように構築した。ここで、座面高さは、2.5.1 項で導出されたロバスト最適解 (0.39m) とし、バックアングルは、2.5.2 項で導出されたロバスト最適解 (30°) とした。

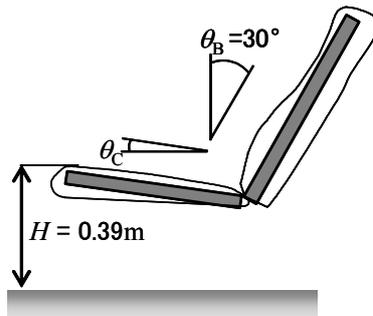


図 3-11 シートモデル

(c) 人体－シートモデルの構築

(a)と(b)において，人体モデルとシートモデルを構築した．ここでは，着座姿勢，支持点，およびその間に発生する摩擦抵抗力について定義し，人体－シートモデルを構築する．

① 着座姿勢の定義と支持点の設定

本デザイン問題においては，標準姿勢，腰部伸展姿勢，および腰部屈曲姿勢の3つの着座姿勢を定義し，3種類の人体－シートモデルを構築した．

まず，標準姿勢として，第3腰椎がシートバックにあたるような姿勢を定義した．ここで，シートバックの支持点は第1胸椎点，第10胸椎点，および第3腰椎点とし，シートクッションの支持点は転子点とし，床面の支持点は下腿節の端点とした．これらの5箇所の支持点で標準姿勢の人体－シートモデルを図3-12のように構築した．次に，尻滑り姿勢として，転子点の位置を標準姿勢から100mm前方に移動した姿勢を定義した．ここで，シートバックの支持点は，第1胸椎点と第10胸椎点とした．また，シートクッションの支持点と下腿節が床面と接地する点は標準姿勢と同様に設定し，第3腰椎点を除いた計4箇所の支持点で尻滑り姿勢の人体－シートモデルを図3-13と図3-14のように構築した．ここで，各姿勢における下腿節は，踏ん張りのない自然な状態を想定している．また，各図中の F と矢印は，各節に働く力と方向を示している．なお，定義した3種類の着座姿勢は，過去の着座姿勢に関する研究(斉藤 1997)を参考にし，標準姿勢，腰部伸展姿勢，腰部屈曲姿勢に対して3:1:6の割合でばらつくこととした．

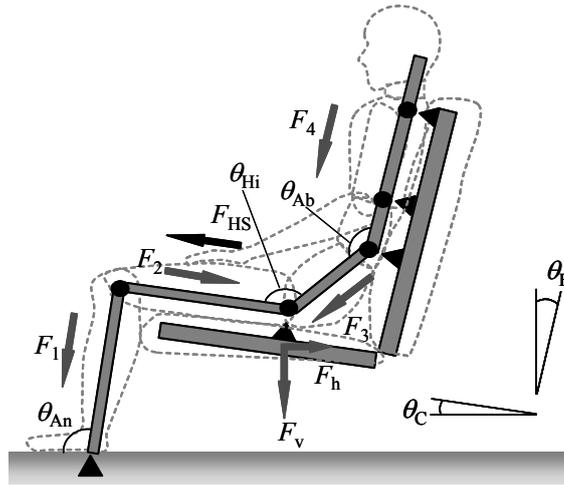


図 3-12 標準姿勢における人体-シートモデル

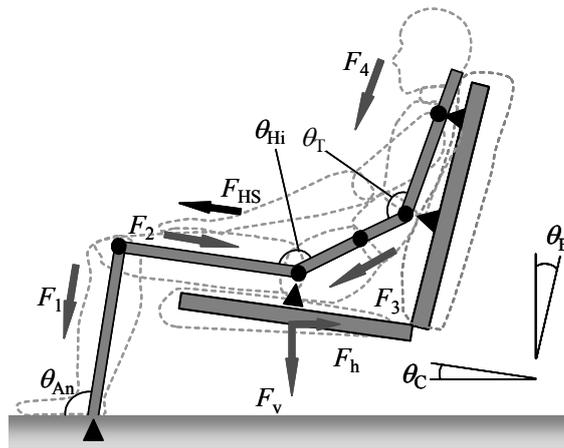


図 3-13 腰部伸展姿勢における人体-シートモデル

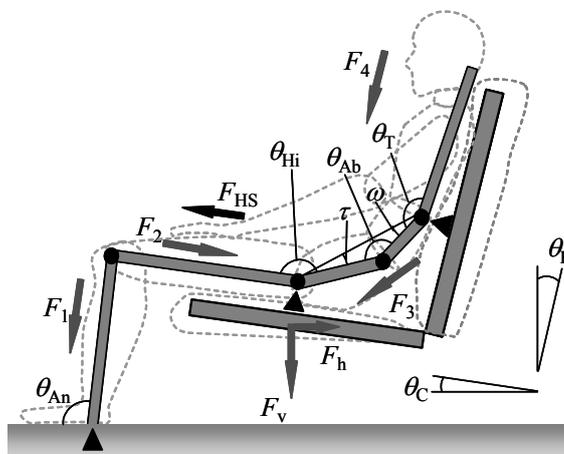


図 3-14 腰部屈曲姿勢における人体-シートモデル

② 人体とシート間の摩擦係数

人体とシートバックおよびシートクッションの接触部分には、人体各節の質量により発生する力の垂直成分に摩擦係数 κ を乗じた摩擦力が生じる。本デザイン問題においては、様々な繊維の摩擦に関する資料(斉藤 1997)を参考にし、シートバックおよびシートクッションの摩擦係数を 0.3 と設定した。

③ 人体アングルの推定

アングル θ_{An} 、アブドメンアングル θ_{Ab} 、ヒップアングル θ_{Hi} 、およびトルソーアングル θ_T は、以下のように算出した。

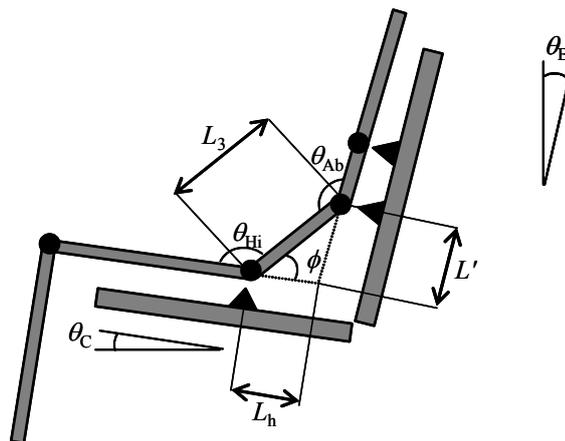
I) アンクルアングルの推定

アンクルアングルは、3.2 節でも示したように、次式のように推定できる。

$$\theta_{An} = \sin^{-1}\left(\frac{H}{L_1}\right) \quad (3-24)$$

II) アブドメンアングル、ヒップアングル、トルソーアングルの推定

図 3-15 から図 3-17 に示すように、アブドメンアングル、ヒップアングル、およびトルソーアングルは、バックアングル θ_B 、クッションアングル θ_C 、クッションの一番奥からヒップポイントまでの距離 L_h 、骨盤節長 L_3 、および腰椎節長 L_4 を用いて推定した。ここで、クッションの一番奥からヒップポイントまでの距離 L_h は座位殿転子距離であり、表 3-6 に示した回帰式により推定した。



$$L' = L_h \cos(90 + \theta_B - \theta_C) + \sqrt{L_h^2 \cos^2(90 + \theta_B - \theta_C) - (L_h^2 - L_3^2)}$$

$$\phi = \sin^{-1}\{L' \sin(90 + \theta_B - \theta_C)\}$$

$$L'' = \frac{L'}{L_3}$$

$$\theta_{Hi} = 180 - \phi$$

$$\theta_{Ab} = \phi + 90 + \theta_B - \theta_C$$

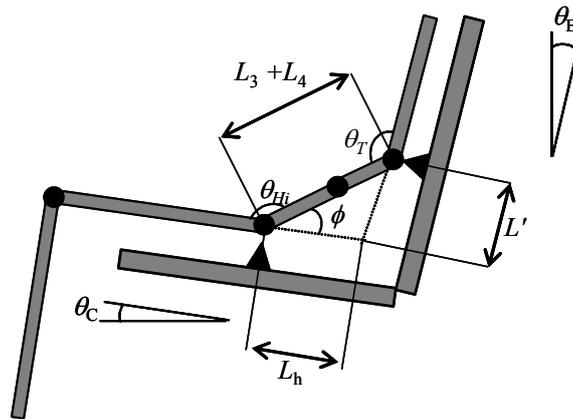
{

L_3 : 骨盤節の長さ

L_h : 座位殿転子距離

L' : クッションの一番奥から第3腰椎点までの距離

図 3-15 標準姿勢における各人体アングル



$$L' = L_h \cos(90 + \theta_B - \theta_C) + \sqrt{L_h^2 \cos^2(90 + \theta_B - \theta_C) - (L_h^2 - (L_3 + L_4)^2)}$$

$$\phi = \sin^{-1}\{L'' \sin(90 + \theta_B - \theta_C)\}$$

$$L'' = \frac{L'}{L_3 + L_4}$$

$$\theta_{Hi} = 180 - \phi$$

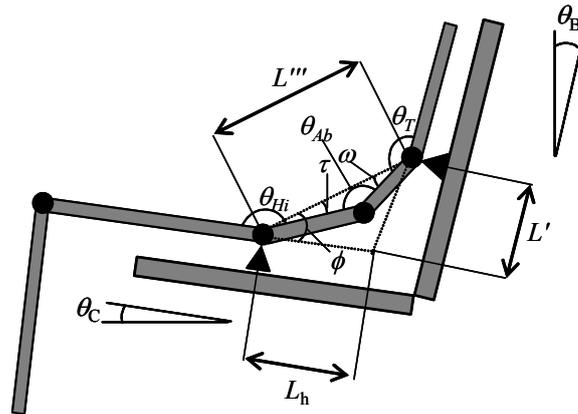
$$\theta_T = \phi + 90 + \theta_B - \theta_C$$

L_3 : 骨盤節の長さ

L_4 : 腹部節の長さ

L' : クッションの一番奥から第10胸椎点までの距離

図 3-16 腰部伸展姿勢における各人体アングル



$$L''' = \sqrt{L_3^2 + L_4^2 - 2L_3L_4 \cos(180 - 24)}$$

$$L' = L_h \cos(90 + \theta_B - \theta_C) + \sqrt{L_h^2 \cos^2(90 + \theta_B - \theta_C) - (L_h^2 - (L''')^2)}$$

$$\phi = \sin^{-1}\{L'' \sin(90 + \theta_B - \theta_C)\}$$

$$L'' = \frac{L'}{L''}$$

$$\theta_{Hi} = 180 - \phi + \tau$$

$$\theta_T = \phi + 90 + \theta_B - \theta_C + \omega$$

L''' = 転子点と第10胸椎点の直線距離

τ : 骨盤節と L'' の間の角

ω : 腰椎節と L'' の間の角

図 3-17 腰部屈曲姿勢における各人体アングル

(d) 尻滑り力推定式の導出

(c)において構築した人体-シートモデルに基づく尻滑り力推定式を、以下のように導出した。ここで、各節に働く力 F_i の方向は、図 3-12 から図 3-14 に示した矢印の方向と同じであり、正の値で表している。

まず、標準姿勢における尻滑り力推定式を次式のように導出した。

$$\begin{aligned}
 F_{HS} &= -F_h \cos \theta_C - F_v \sin \theta_C - \kappa(-F_h \sin \theta_C + F_v \cos \theta_C) \\
 &\left(\begin{aligned}
 F_1 &= \frac{-F_2 \cos \theta_C}{\cos \theta_{An}} \\
 F_2 &= \frac{M_1 l_{1b} g + M_2 l_{2a} g}{\sin \theta_C - \cos \theta_C \tan \theta_{An}} \\
 F_3 &= \frac{F_4 + (M_4 l_{4a} g + M_3 l_{3b} g)(\cos \theta_B - \kappa \sin \theta_B)}{-\cos \theta_{Ab} + \kappa \sin \theta_{Ab}} \\
 F_4 &= (M_5 g + M_4 l_{4b} g)(\cos \theta_B - \kappa \sin \theta_B) \\
 F_h &= F_2 \cos \theta_C - F_3 \cos(\theta_{Hi} + \theta_C) \\
 F_v &= F_2 \sin \theta_C + F_3 \sin(\theta_{Hi} - \theta_C) + M_2 l_{2b} g + M_3 l_{3a} g
 \end{aligned} \right) \quad (3-25)
 \end{aligned}$$

ここで、 l_{ia} は表 3-3 に示した各節の重心比、 l_{ib} は 1 と l_{ia} の差、 κ は摩擦係数を表す。

次に、腰部伸展姿勢における尻滑り力推定式を次式のように導出した。

$$\begin{aligned}
 F_{HS} &= -F_h \cos \theta_C - F_v \sin \theta_C - \kappa(-F_h \sin \theta_C + F_v \cos \theta_C) \\
 &\left(\begin{aligned}
 F_1 &= \frac{-F_2 \cos \theta_C}{\cos \theta_{An}} \\
 F_2 &= \frac{M_1 l_{1b} g + M_2 l_{2a} g}{\sin \theta_C - \cos \theta_C \tan \theta_{An}} \\
 F_3 &= \frac{F_4 + (M_5 l_{5a} g + (M_3 + M_4) l_{mb} g)(\cos \theta_B - \kappa \sin \theta_B)}{-\cos \theta_T + \kappa \sin \theta_T} \\
 F_4 &= M_5 l_{5b} g (\cos \theta_B - \kappa \sin \theta_B) \\
 F_h &= F_2 \cos \theta_C + F_3 \cos(\theta_{Hi} + \theta_C) \\
 F_v &= F_2 \sin \theta_C + F_3 \sin(\theta_{Hi} + \theta_C) + M_2 l_{2b} g + (M_3 + M_4) l_{ma} g
 \end{aligned} \right) \quad (3-26)
 \end{aligned}$$

ここで、 l_m は腰部伸展姿勢における l_3 と l_4 の合成重心比を表す。

最後に、腰部屈曲姿勢における尻滑り力推定式を次式のように導出した。

$$\begin{aligned}
 F_{HS} &= -F_h \cos \theta_C - F_v \sin \theta_C - \kappa(-F_h \sin \theta_C + F_v \cos \theta_C) \\
 &\left(\begin{aligned}
 F_1 &= \frac{-F_2 \cos \theta_C}{\cos \theta_{An}} \\
 F_2 &= \frac{M_1 l_{1b} g + M_2 l_{2a} g}{\sin \theta_C - \cos \theta_C \tan \theta_{An}} \\
 F_3 &= \frac{F_4 + (M_5 l_{5a} g + (M_3 + M_4) l_{mb} g)(\cos \theta_B - \kappa \sin \theta_B)}{-\cos(\theta_T - \omega) + \kappa \sin(\theta_T - \omega)} \\
 F_4 &= M_5 l_{5b} g (\cos \theta_B - \kappa \sin \theta_B) \\
 F_h &= F_2 \cos \theta_C + F_3 \cos(\theta_{Hi} + \theta_C - \tau) \\
 F_v &= F_2 \sin \theta_C + F_3 \sin(\theta_{Hi} + \theta_C - \tau) + M_2 l_{2b} g + (M_3 + M_4) l_{m'a} g
 \end{aligned} \right) \quad (3-27)
 \end{aligned}$$

ここで、 l_m' は腰部屈曲姿勢における l_3 と l_4 の合成重心比を表す。

(4) ロバストデザイン法の選択およびロバスト性評価指標の算出

本デザイン問題に適用するロバストデザイン法を選択する。本デザイン問題においては、目的関数が複数存在するため目標特性が多峰性分布となり、正規分布と大きく異なることが考えられる。さらに、同目的関数は、微分不可能かつ非単調性を有する。また、本デザイン問題の誤差因子である身長と体重は従属関係を有する。以上のことから、第2章で述べた既存のロバストデザイン法を本デザイン問題に適用することは難しい。このため、本章で提案した手法を選択することとした。本研究では、提案手法と従来手法の比較を行うため、Wilde らの手法を用いたロバスト最適解も導出することとした。同手法を選択した理由は、微分不可能なデザイン問題に対応できる2つの手法（Wilde らの手法と Gunawan らの手法）のうち、変動因子の単位が同一でないデザイン問題にも適用できるためである。しかし、目的関数の非単調性、非正規分布の目標特性、因子の正規分布、および因子間の従属性に対応できないため、算出したロバスト性に誤差が生じ、適切なロバスト最適解が導出できないと考えられる。

提案した手法は、制御因子および誤差因子のばらつきを表す値として、平均値、標準偏差、さらに各因子間に交互作用（相関関係）があれば、その関係式も用いる。また、確率を算出するための目標特性の許容範囲を用いる。さらに、目的関数が複数存在する場合においては、その出現確率を用いる。本デザイン問題においては、制御因子であるクッションアングルのばらつきは微小であるため、考慮しないこととした。そこで、まず、誤差因子である身長および体重の平均値、標準偏差は、日本人の体格の実測データ(生命工学工業技術研究所 1996)に基づき、身長の平均値を 1.65m、標準偏差を 0.08m、体重の平均値を 58.1kg、標準偏差を 9.09kg とした。また、誤差因子の身長と体重は相関関係を有しているとし、身長と体重は、相関係数 0.308 の2次元正規分布に従うこととした。次に、尻滑り力に関する許容範囲は、図 3-18 に示した過去の5段階 SD 法による尻滑り力の官能評価実験の結果(松岡 2001, Kato 2005)において、評価値(尻滑り力を感じないほど大きくなる値)の平均値が4を超えた-10N から 20N と設定した。最後に、本デザイン問題における目的関数は、各着座姿勢における尻滑り力推定式であり、その出現確率は前述したように、標準姿勢、腰部伸展姿勢、腰部屈曲姿勢に対し 3:1:6 とした。

以上により、提案したロバスト指標 R は、モンテカルロ法を用いて算出した。具体的には、まず、誤差因子である体格のばらつきとして、身長と体重の組合せのサ

サンプルを 10000 個発生させた。次に、各サンプルを各着座姿勢の目的関数に代入し、各姿勢の尻滑り力を算出した。さらに、許容範囲内のサンプル数を全サンプル数で除すことにより各着座姿勢のロバスト指標を算出した。最後に、各着座姿勢のロバスト指標に、各着座姿勢の出現確率を乗じ、それらを足し合わせることで、ロバスト指標を算出した。

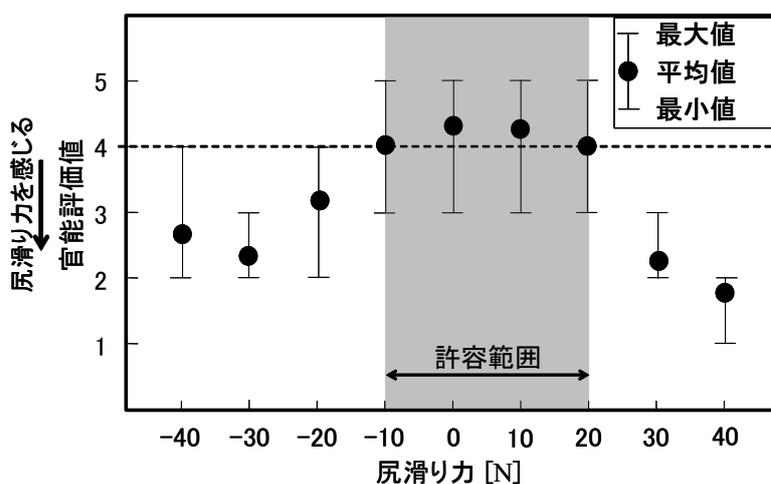


図 3-18 尻滑り力に関する官能評価結果

(5) 結果および考察

ロバスト指標 R を用いて導出したロバスト最適解（以下， $\theta_{C(R)}$ と記載する），平均値と標準偏差から算出する Wilde らのロバスト性評価指標を用いて導出したデザイン解（以下， $\theta_{C(Wilde)}$ と記載する），および目標特性のばらつきを考慮せず目標特性の平均値のみを用いて導出したデザイン解（以下， $\theta_{C(\mu)}$ と記載する）を表 3-8 のように比較した．また，各デザイン解における目標特性分布を図 3-19 のように比較した．表 3-8 より， $\theta_{C(R)}$ が， $\theta_{C(Wilde)}$ および $\theta_{C(\mu)}$ と比べ，目標特性分布を適切に評価するロバスト指標の値が 55%および 7%向上しており，高いロバスト性を有するデザイン解であることが確認された．このことは，図 3-19 において $\theta_{C(R)}$ の分布が $\theta_{C(Wilde)}$ と $\theta_{C(\mu)}$ の分布と比較して，許容範囲内により多く含まれていることから確認できる．また， $\theta_{C(Wilde)}$ のロバスト指標および重み付きロバスト指標は， $\theta_{C(\mu)}$ よりさらに低い値となった．これにより，従来のロバストデザイン法は，デザイン問題の特徴によっては，ロバスト性を劣化させる場合があることが確認され，本章で提案したロバスト指標の有効性が確認された．

表 3-8 各デザイン解（クッションアングル）と評価指標の値

デザイン解 [°]	ロバスト性評価指標		平均値 [N]
	ロバスト指標	Wildeの指標	
$\theta_{C(R)} = 17.9$	0.87	16.22	1.21
$\theta_{C(Wilde)} = 19.2$	0.32	15.01	-6.00
$\theta_{C(\mu)} = 18.1$	0.80	15.97	0.11

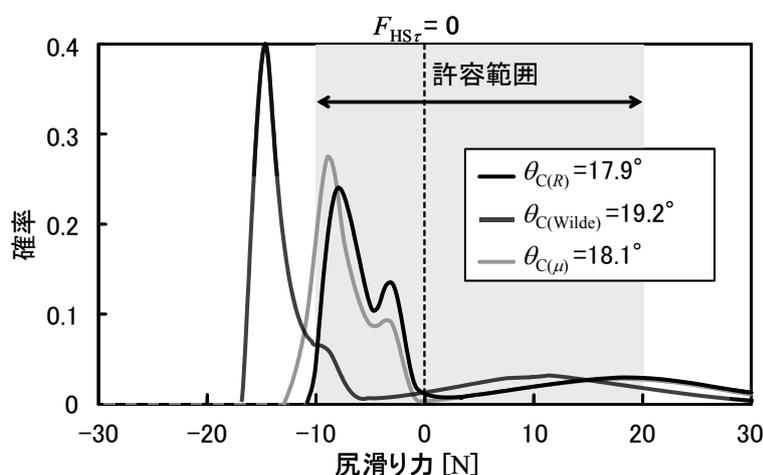


図 3-19 各デザイン解における尻滑り力の分布

3.3.2 目標特性の重要度を考慮した公共用シートのクッションアングルの決定問題

本項では、3.2.3 項で述べた重み付きロバスト指標 R_w の有効性検証のため、同指標のシートデザインへの適用について述べる。

(1) デザイン目標の決定

3.3.1 項と同様であるため、省略する。

(2) 目標特性，制御因子，および誤差因子の決定

3.3.1 項と同様であるため、省略する。

(3) 目的関数の決定

3.3.1 項と同様であるため、省略する。

(4) ロバストデザイン法の選択およびロバスト性評価指標の算出

重み付きロバスト指標 R_w の算出には、重み関数の導出が必要となる。本研究では、目標特性である尻滑り力の重み関数を、3.3.1 項の(4)で述べた官能評価実験結果から導出することとした。具体的には、図 3-20 のように同実験において評価が最も高い(尻滑り力を最も感じない)0N を重みの最大評価値 5 とし、許容上限値 20N および許容下限値 -10N において許容下限の評価値 4 をとるような重み関数を次式のように導出した。

$$w(y) = \begin{cases} -0.01y^2 + 5 & (y \leq 0) \\ -0.0025y^2 + 5 & (y > 0) \end{cases} \quad (3-28)$$

以上により、提案した重み付きロバスト指標 R_w は、モンテカルロ法を用いて算出した。算出方法は、3.2.1 項に示したものとほぼ同様であり、式(3-4)と式(3-10)の違いのように、目標特性が許容範囲を満たす場合において、1 ではなく重み関数の値 $w(y)$ を用いる。

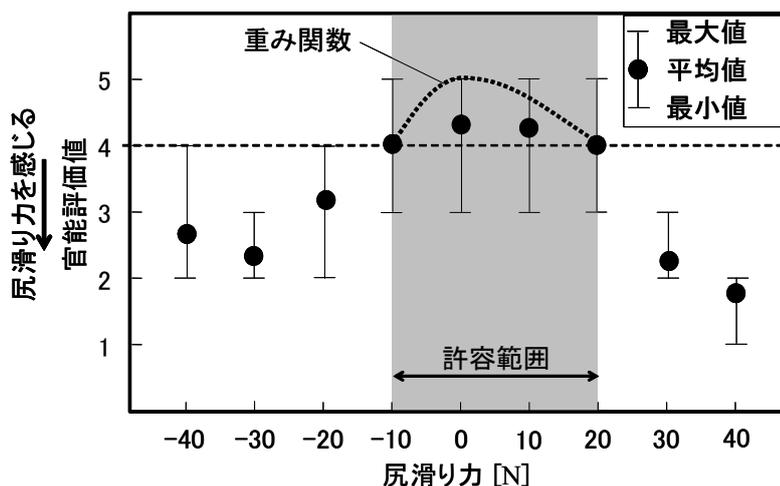


図 3-20 尻滑り力に関する官能評価結果と重み関数

(5) 結果および考察

ロバスト指標 R_w を用いて導出したロバスト最適解（以下、 $\theta_{C(R_w)}$ と記載する）と、3.3.1項で導出したロバスト指標 R を用いて導出したロバスト最適解（以下、 $\theta_{C(R)}$ ）、Wilde らのロバスト性評価指標を用いて導出したデザイン解（以下、 $\theta_{C(Wilde)}$ と記載する）、および目標特性の平均値のみを用いて導出したデザイン解（以下、 $\theta_{C(\mu)}$ と記載する）を表 3-9 のように比較した。また、各デザイン解における目標特性分布を図 3-21 のように比較した。表 3-9 より、 $\theta_{C(R)}$ と $\theta_{C(R_w)}$ が、 $\theta_{C(Wilde)}$ および $\theta_{C(\mu)}$ と比べ、ロバスト指標の値が 5~7% 程度向上しており、高いロバスト性を有するデザイン解であることが確認された。このことは、図 3-21 において $\theta_{C(R)}$ と $\theta_{C(R_w)}$ の分布が $\theta_{C(Wilde)}$ と $\theta_{C(\mu)}$ の分布と比較して、許容範囲内により多く含まれていることから確認できる。以上のことから、本章で提案した重み付きロバスト指標は、ロバスト指標と同等のロバスト性を確保することが確認され、同指標の有効性及びに複数の目的関数に対応するロバストデザイン法の有効性が確認された。

さらに、本研究では、提案した指標と従来の指標をより詳細に比較するため、許容範囲を目標値 ($F_{HS\tau}=0N$) から正負両方向へ 25N まで均一に変化させた場合において、各デザイン解のロバスト指標を図 3-22 のように比較した。この結果、 $\theta_{C(R)}$ および $\theta_{C(R_w)}$ のロバスト指標と、 $\theta_{C(Wilde)}$ および $\theta_{C(\mu)}$ とのロバスト指標の差が最も大きくなったのは、許容範囲が 12N (-6N から 6N) の場合であり、許容範囲が大きくなるほど両者の差は小さくなることが確認された。まず、ロバスト指標の差が最も大きくなった、許容範囲が 10N の場合の目標特性分布を図 3-23 に示す。同図より、 $\theta_{C(Wilde)}$ および $\theta_{C(\mu)}$ においては、許容範囲内に分布の山を配置できていないのに対し、 $\theta_{C(R)}$ および $\theta_{C(R_w)}$ においては、許容範囲内に分布の山を配置できているため、ロバス

ト指標が大きく異なったことがわかる。ただし、上記のようにロバスト指標を大きくすることがロバスト最適解であるとは言い難い。これは、許容範囲内に分布の山を配置することにより、その他の部分が許容範囲から大きく外れることが考えられるためである。すなわち、目標特性の許容範囲が分布に対して極端に小さい場合においては、提案手法の既存の手法に対する優位性を示すことができないといえる。

一方、ロバスト指標の差が最も小さくなった、許容範囲が $50N$ ($-25N$ から $25N$) の場合の目標特性分布を図 3-24 に示す。同図より、 $\theta_{C(R)}$ と $\theta_{C(R_w)}$ の分布を比較すると、双方とも殆どすべての分布が許容範囲に含まれているものの、 $\theta_{C(R_w)}$ の分布は分布の山が尻滑り力の目標値 ($F_{HSr}=0N$) に近づいているのがわかる。このため、 $\theta_{C(R_w)}$ の方が優れたデザイン解であると判断できる。このように、目標特性分布が小さく許容範囲を超えない場合においては、パレート解である $\theta_{C(R)}$ と $\theta_{C(R_w)}$ の分布を比較することにより、 $\theta_{C(R_w)}$ の優位性を明示できる可能性がある。

表 3-9 各デザイン解（クッションアングル）と評価指標の値

ロバスト性 評価指標 デザイン解 [°]	ロバスト指標	重み付き ロバスト指標	Wildeの指標	平均値 [N]
$\theta_{C(R)}=17.9$	0.87	3.95	16.22	1.21
$\theta_{C(R_w)}=17.6$	0.85	3.97	16.66	2.86
$\theta_{C(Wilde)}=19.2$	0.32	1.45	15.01	-6.00
$\theta_{C(\mu)}=18.1$	0.80	3.59	15.97	0.11

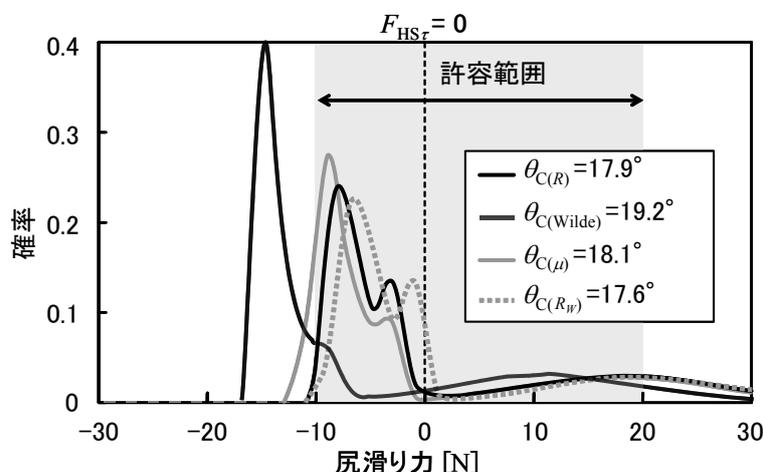


図 3-21 各デザイン解における尻滑り力の分布

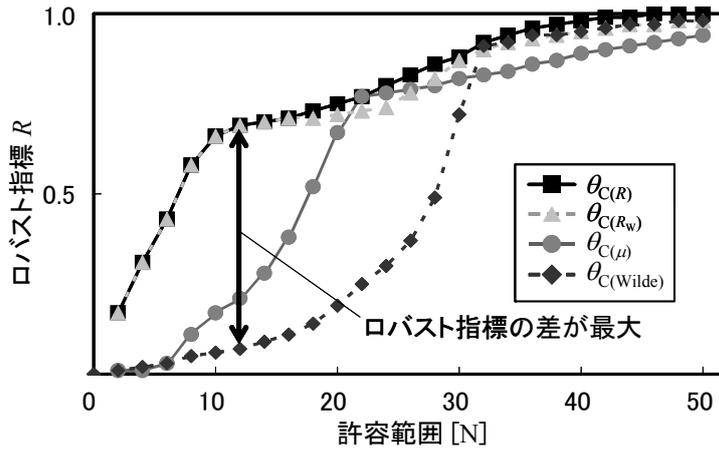


図 3-22 各デザイン解におけるロバスト指標の許容範囲に対する変化

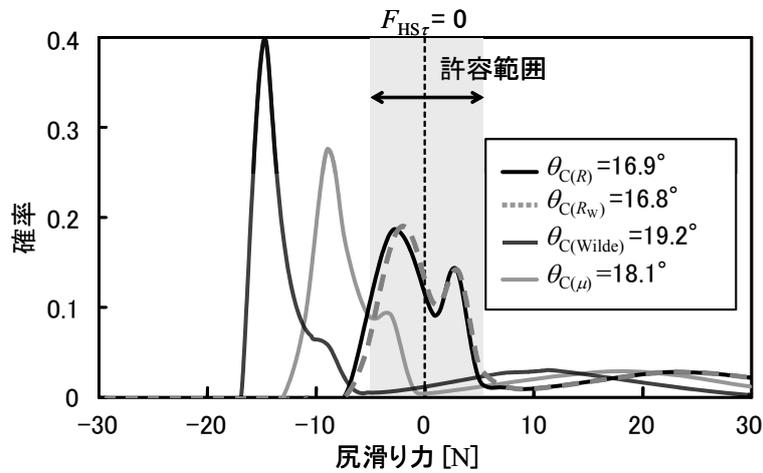


図 3-23 各デザイン解における尻滑り力の分布（許容範囲 [-5N, 5N]）

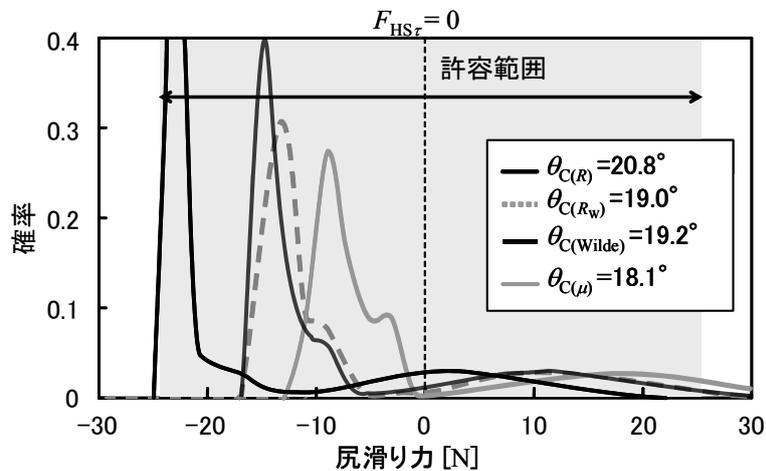


図 3-24 各デザイン解における尻滑り力の分布（許容範囲 [-25N, 25N]）

3.4 結言

本章では、複数の目的関数に対応する新たなロバスト性評価指標として、ロバスト指標、重み付きロバスト指標、およびそれらの算出方法を提案することにより、複数の目的関数に対応するロバストデザイン法を提案した。さらに、同デザイン法を、多様なユーザーのための公共用シートデザインに適用することにより、有効性を検証した。その結果、以下のことが示された。

- ・ 提案手法によるロバスト最適解は、従来手法によるロバスト最適解と比較して、目標特性が許容範囲を満たす確率が向上し、高いロバスト性を示した。これにより、提案手法の有効性が示された。
- ・ ロバスト指標および重み付きロバスト指標によるロバスト最適解は、目標特性が許容範囲を満たす確率と、目標特性の重要度におけるパレート解となる。しかし、許容範囲が目標特性分布に対して十分に大きい場合、重み付きロバスト指標によるロバスト最適解の分布は、ロバスト指標によるそれと比較して、目標値に近づくこととなる。このため、重み付きロバスト指標によるロバスト最適解が、パレート解であるロバスト指標によるそれよりも高いロバスト性を確保する可能性がある。
- ・ 提案手法によるロバスト最適解は、87%の場合（使用者と着座姿勢）を満足させることが示された。残りの13%の場合を満足させるため、可変機構により調整される制御因子（可変制御因子）の導入の必要性が示された。

第4章

可変制御因子に対応するロバストデザイン法の提案

4.1 緒言

第3章において、複数の目的関数に対応するロバストデザイン法を提案するとともに、事例適用により調整可能な制御因子導入の必要性を示した。本章では、可変制御因子に対応するロバストデザイン法について述べる。

まず、第3章までに述べたロバストデザイン法との違いと、可変制御因子に対応するロバストデザイン法の必要性について述べる。次に、可変制御因子に対応するロバスト性評価指標および最適可変域の導出方法について述べる。最後に、本手法の事例適用と有効性検証について述べる。

4.2 可変制御因子に対応するロバストデザイン法

本節では、可変制御因子に対応するロバストデザイン法の必要性と、同デザイン法におけるロバスト性評価指標および最適可変域の導出方法について述べる。

4.2.1 可変制御因子に対応する必要性

第3章で提案した複数の目的関数に対応するロバストデザイン法や従来手法は、可変機構を有するデザイン問題に適用できないという課題がある。可変機構とは、椅子における背もたれ角度や座面高さの調整機構などのように、製品デザイン時において制御因子となる背もたれ角度や座面高さを、製品使用時において使用者が調整できるようにする機構である。また、可変域とは、背もたれ角度や座面高さの可動範囲など、可変機構により使用者が調整できる制御因子の領域のことである。本機構は、製品のユーザビリティ向上や製品ラインアップの削減などを目的として、多くの製品に用いられている。

上述した可変機構を用いた場合とそうでない場合について、デザイン問題の観点から比較する。まず、図4-1のように目標特性分布に対して許容範囲が大きい場合は、十分なロバスト性を有するロバスト最適解 x_0 が導出できるため、可変機構

は必要ない。このため、前章までに述べたロバストデザイン法が対応可能である。一方、許容範囲が著しく小さい場合は、図 4-2(a)のように、前章までに述べたロバストデザイン法を用いてロバスト最適解 x_0 を導出したとしても、十分なロバスト性を獲得することができない。このような場合に可変機構を適用することにより、図 4-2(b)のように制御因子を x_0 から x_1 までの値に調整できるようにする。これにより、 x_0 の時に許容範囲に収まっていなかった目標特性分布が、 x_0 から x_1 までの調整の過程で許容範囲に収まり、ロバスト性を向上させることができる。ここで、可変域を大きくすれば、目標特性が許容範囲を満たす確率が増加するのは当然であるが、それに伴い部品点数が増加し、コスト増や故障率の増加を引き起こす可能性がある。このため、目標特性のロバスト性を確保したうえで、必要最小限の可変域を導出することが肝要である。

これに対して、前章までに述べた既存のロバストデザイン法は、製品デザイン後の使用者の調整を考慮せず、制御因子を固定値とみなしてロバスト性を評価している。すなわち、上述した可変機構の可変域決定に用いるようなロバスト性評価は対象としていない。なお、信号因子（複数の入力値を有する制御因子）を扱うタグチメソッドにおいても、入力（信号因子の水準）と出力（目標特性）の関係が安定することを評価する(田口 1988b)ため、上述した可変機構における可変域の評価は対象としていない。このように、可変機構のデザインに適用できるロバストデザイン法は存在しないため、同デザインに対する明確な基準は存在しない。これにより、現状では、デザイナーが余裕を見込んだ大きめの可変域を設定することが多く、コスト増や部品点数の増加が課題となっている。

以上のことから、可変機構を有するデザイン問題のロバスト性を適切に評価し、最適な可変域を導出するロバストデザイン法が必要であるといえる。

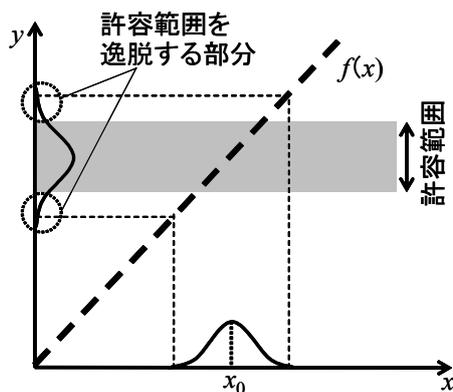


図 4-1 可変機構が不要なデザイン問題
(目標特性の許容範囲が大きいデザイン問題)

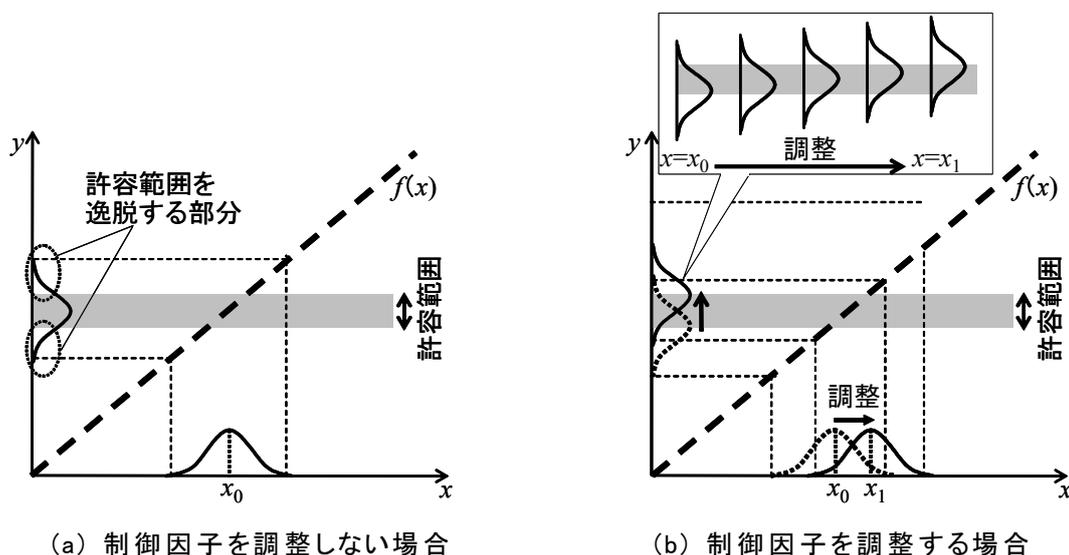


図 4-2 可変機構が必要なデザイン問題

(目標特性の許容範囲が小さいデザイン問題)

4.2.2 可変制御因子対応型ロバスト指標

本項では、可変制御因子を有するデザイン問題のロバスト性を適切に評価するロバスト性評価指標の概念とその算出方法について述べる。

(1) 可変制御因子対応型ロバスト指標の概念

可変機構は、使用者が制御因子の値を調整できるようにするものであり、その調整量は、製品デザイン時にデザイナーが定める。このため、同機構のデザイン問題における制御因子の性質は、既存のロバストデザインにおいて定義されている制御因子と異なる。そこで、本研究では、上述の因子を可変制御因子 t として新たに定義した。さらに、可変制御因子を用いるデザインの目標は、「可変制御因子 t の値が可変域 $[t_l, t_u]$ (使用者が調整可能な下限値 t_l から上限値 t_u の範囲) 内で変化するなかで、制御因子 x や誤差因子 z のばらつきの各組合せに対する目標特性の値が少なくとも 1 回ずつは許容範囲に入る」こととした。すなわち、誤差因子が使用者である場合、可変制御因子を調整することにより、全ての使用者が少なくとも 1 回は満足する (目標特性が許容範囲内に入る) ことをデザイン目標とした。このため、可変制御因子に対応するロバスト性評価指標 (以下、可変制御因子対応型ロバスト指標 R_A と称する) においては、制御因子や誤差因子のばらつきの各組合せに対する目標特性を評価する必要がある。よって、本研究では、それら因子のばらつきの各組合せを算出・評価することが可能な、第 3 章で述べたロバスト指

標 R (Kato 2005, 加藤 2005b)を応用し, 可変制御因子対応型ロバスト指標を定義した. 具体的には, 図 4-3 に示すように, 可変制御因子が取りうる各値 t_i に対する目標特性分布において, 許容範囲を満たす目標特性を構成する制御因子と誤差因子の組合せの各集合 $C_{t_i}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ における和集合が同因子の全組合せ (全集合) に占める割合を可変制御因子対応型ロバスト指標と定義した. 同指標の定義式は次式のようになる.

$$R_A = P \left[\bigcup_{i=1}^n \{ C_{t_i}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \mid y_1 \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t_i) \leq y_u \} \right] \quad (t_i \in [t_1, t_u]) \quad (4-1)$$

ここで, \mathbf{t} は複数の可変制御因子 (t_1, t_2, \dots, t_n) から構成されることを想定し, ベクトルで表記している. また, $P[A]$ は事象 A が起こる確率, n は可変制御因子が取り得る値 (以下, 調整値と称する) の個数を表す. さらに, 可変制御因子は連続値である (可変機構は可変制御因子を連続的に調整する) ことを想定するが, 可変制御因子対応型ロバスト指標の算出の際には離散的な調整値 t_i を代用する. これは, 実際の可変機構のなかには, 一定のピッチ間隔や複数の水準値を有するものなどのように, 離散的な調整を行うものが存在するためである. すなわち, 同指標算出に離散値を用いることで, 今後の研究において, 離散的な調整を行う可変機構も評価できるようにするためである. なお, 連続値を離散値で代用するため, デザイナは, 可変域 $[t_1, t_u]$ を十分に細かいピッチで区切った離散値 t_i を導出する必要がある.

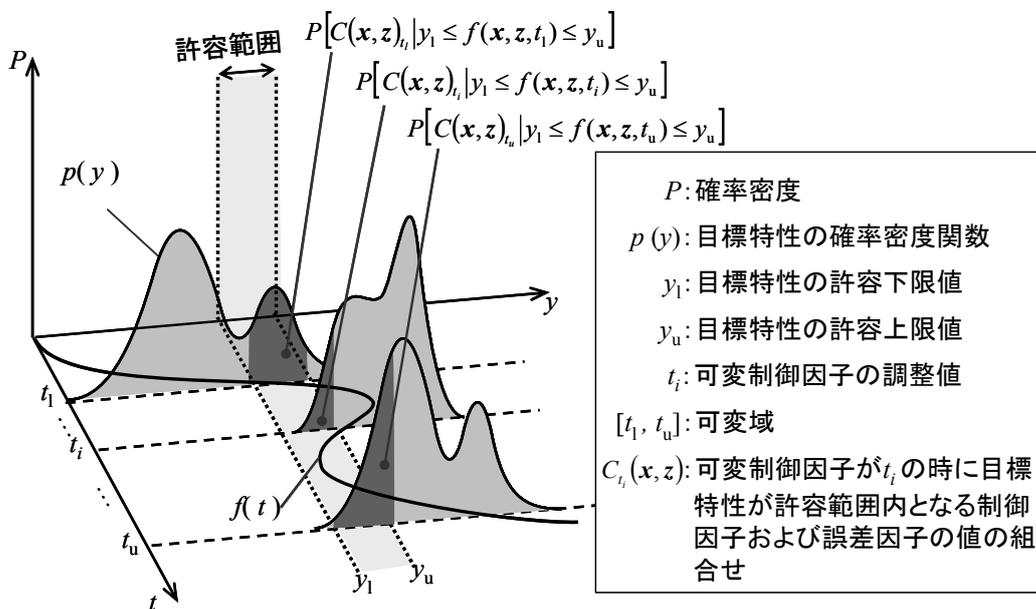


図 4-3 可変制御因子対応型ロバスト指標の概念図

(2) 可変制御因子に対応するロバスト性評価指標の算出方法

可変制御因子対応型ロバスト指標 R_A の算出においては、第3章で述べたロバスト指標 R と同様にモンテカルロ法を用いる。まず、制御因子および誤差因子のばらつきの確率密度関数に基づいて同因子の組合せのサンプルを発生させる。次に、発生させた各サンプルと、可変制御因子における全ての調整値の組合せに対する目標特性を算出し、各サンプル（制御因子および誤差因子の組合せ）において、許容範囲内の値となる目標特性が1個以上ある場合は1、それ以外は0とする。最後に、それらの合計をサンプル数 s （制御因子および誤差因子の組合せの個数）で除す。つまり、可変制御因子対応型ロバスト指標は、次式のように算出される。

$$R_A = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s M_i \quad (4-2)$$

ここで、 M_i は、次式のように表される。

$$M_i = \begin{cases} 1 & (\exists t \in [t_l, t_u]; y_l \leq f(x_i, z_i, t) \leq y_u) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4-3)$$

4.2.3 最適可変域導出方法

4.2.1 項で述べたように、既存のロバストデザイン法が導出するロバスト最適解が1つの値 x_0 であるのに対し、本章で提案するロバストデザイン法が導出するロバスト最適解は、 x_0 から x_1 までの領域（可変域）となる。よって、既存の手法と同様に一般的な最適化法を適用することができないため、最適な可変域の導出方法を提案する必要がある。本研究では、目的関数の単調性と、可変制御因子の個数に応じて3種類の最適可変域導出方法を提案した。

(1) 目的関数が単調増加または単調減少する場合の最適可変域導出方法（導出方法1）

目的関数が単調増加または単調減少する場合の最適可変域の導出方法（以下、可変域導出方法1と称する）について述べる。

可変制御因子の増加に対して目的関数が単調増加する場合、図4-4に示すように、任意の可変制御因子 t_1 と t_2 ($t_1 < t_2$) に対する目標特性において $y_1 < y_2$ が成り立つ。同様に、目的関数が単調減少する場合、 t_3 と t_4 ($t_3 < t_4$) に対する目標特性において $y_3 > y_4$ が成り立つ。すなわち、目的関数が単調増加または単調減少する場合には、可変制御因子の任意の2点に対する目標特性の大小関係の逆転は起こらない。よって、可変制御因子の大小関係と目標特性の大小関係は常に等しい。このため、可変機構対応型ロバスト指標 R_A は、各可変制御因子の上限値 t_u および下限値 t_l において、

目標特性が許容範囲を超える場合の制御因子および誤差因子の集合を、全集合から除いた集合を用いて表すことができる。例えば、図 4-5 に示すように、目的関数が可変制御因子に対して単調増加する場合、目標特性が許容範囲を超えるときの制御因子および誤差因子の集合は、以下の 2 つの集合の和集合となる。1 つは、可変制御因子を下限値にした場合において目標特性が許容上限 y_u を上回るときの制御因子および誤差因子の集合である。もう 1 つは、可変制御因子を上限値にした場合において目標特性が許容下限 y_l を下回るときの制御因子および誤差因子の集合である。このため、この和集合を全集合から除いた集合が全集合に占める割合が、可変機構対応型ロバスト指標となる。以上の内容に基づき、可変制御因子が複数ある場合を想定すると、可変機構対応型ロバスト指標は、次式のように表せる。

$$R_A = 1 - \left(P\left[C(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \mid f(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{t}_1^+, \mathbf{t}_u^-) > y_u \right] + P\left[C(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \mid f(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{t}_u^+, \mathbf{t}_1^-) < y_l \right] \right) \quad (4-4)$$

ここで、 t^+ および t^- はそれぞれ目標特性を単調増加および単調減少させる可変制御因子を表す。式(4-4)は、モンテカルロ法を用いて計算する。具体的には、まず、ロバスト指標の場合と同様に制御因子および誤差因子の組合せのサンプルを発生させる。次に、発生させた各サンプルと、可変制御因子の上（下）限値の組合せにおける目標特性を算出し、その値が目標特性の許容下（上）限を下（上）まわる場合は 1、それ以外は 0 とする。最後に、それらの合計をサンプル数で除す。この値と 1 との差をとることにより、可変機構対応型ロバスト指標は、次式のように算出される。

$$R_A = 1 - \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s M_i \quad (4-5)$$

ここで、 M_i は、次式のように表される。

$$M_i = \begin{cases} 1 & \left(\left\{ f(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{t}_u^+, \mathbf{t}_1^-) \right\} < y_l \right) \\ 1 & \left(\left\{ f(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{t}_1^+, \mathbf{t}_u^-) \right\} > y_u \right) \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases} \quad (4-6)$$

以上のことから、可変制御因子の下限値 t_l および上限値 t_u のみを用いて可変制御因子対応型ロバスト指標の算出が行えるため、可変域導出の際の計算量を低減することができる。

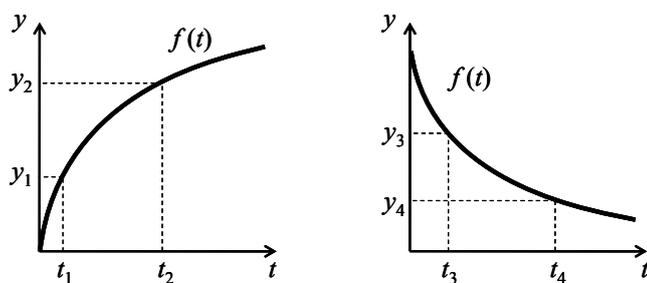


図 4-4 目的関数が単調増加または単調減少する場合における目標特性の大小関係

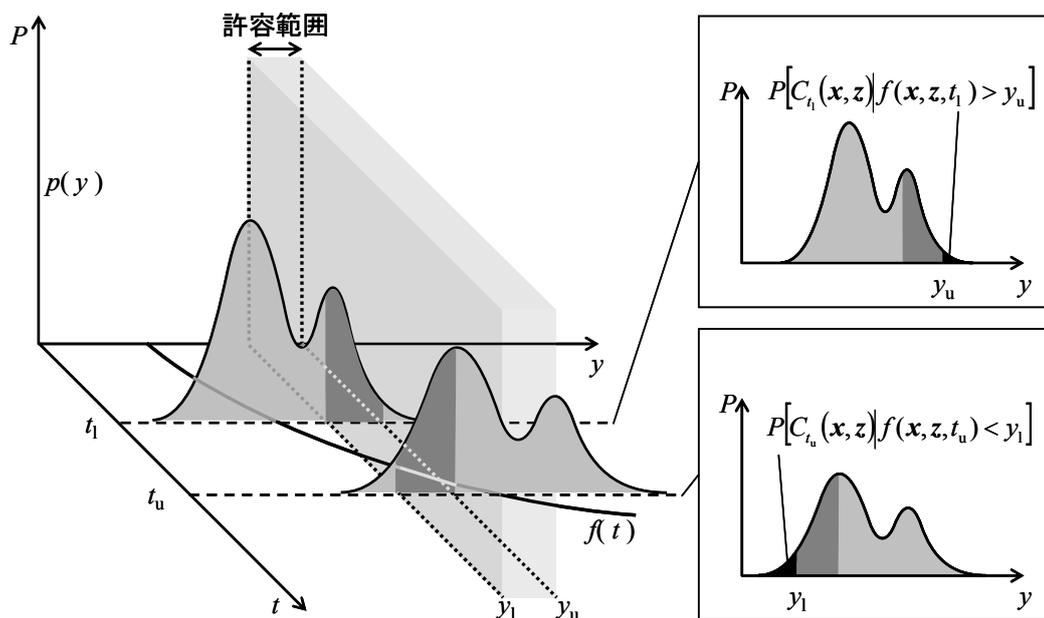


図 4-5 目的関数が単調増加または単調減少する場合における目標特性分布の変化

さらに、この考え方は、制御因子および誤差因子のばらつきにも適用可能である。すなわち、ばらつきを有する因子が1つであり、かつ、同因子に対して目的関数が単調増加・単調減少する場合には、同因子の任意の2点に対する目標特性の大小関係は変わらない。このため、ある1つの因子におけるばらつきの α パーセンタイルに対する目標特性は、目標特性のばらつきの α パーセンタイルと一致する。例えば、目的関数を単調増加させる1つの誤差因子がばらつきを有する場合、誤差因子のばらつきの5パーセンタイルと90パーセンタイルに対する目標特性は、それぞれ目標特性のばらつきの5パーセンタイルと90パーセンタイルとなる。このため、これら2つの目標特性が許容範囲を満たした場合、可変制御因子対応型ロバスト指標 R_A は、 $0.85 (1-0.05-(1-0.90))$ 以上の値になる。

以上の内容に基づく、可変域導出の手順は以下のようになる。まず、可変制御因

子対応型ロバスト指標の許容下限値 R_{Al} を設定し、その値から、制御因子および誤差因子のばらつきのパーセンタイルを定める。そして、そのパーセンタイルから算出される目標特性が、目標特性の許容上限値 y_u および下限値 y_l と一致するように、可変域の上限値 t_u および下限値 t_l を定める。これにより、ばらつきを有する因子のばらつき全てを考慮する必要がなくなり、計算量を低減できる。本内容を数式化すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 & \text{find } t_l \text{ and } t_u \\
 & \text{subject to } f(\mathbf{x}_{(p_u)}^+, \mathbf{x}_{(p_l)}^-, \mathbf{z}_{(p_u)}^+, \mathbf{z}_{(p_l)}^-, t_l^+, t_u^-) = y_u, \\
 & \quad f(\mathbf{x}_{(p_l)}^+, \mathbf{x}_{(p_u)}^-, \mathbf{z}_{(p_l)}^+, \mathbf{z}_{(p_u)}^-, t_u^+, t_l^-) = y_l, \\
 & \quad R_{Al} = p_u - p_l
 \end{aligned} \tag{4-7}$$

ここで、 p_u と p_l はそれぞれ上限パーセンタイルと下限パーセンタイルを表し、 $\mathbf{x}_{(p_u)}$ と $\mathbf{x}_{(p_l)}$ はそれぞれ制御因子の上限パーセンタイルと下限パーセンタイルを表す。すなわち、上式により算出された可変域 $[t_l, t_u]$ の可変制御因子対応型ロバスト指標は、 $(p_u - p_l)$ 以上になると考えられる。

以上に述べた可変域導出方法 1 により導出された可変域は、ばらつきを有する因子が 1 つである場合には適切であるものの、因子が複数あり、それらが互いに独立である場合には、必要以上に大きくなることがある。これは、因子が複数かつ独立にばらつく場合、因子の個数の増加に伴い、各因子に設定されたパーセンタイル値が同時に発生する確率が小さくなるためである。すなわち、上記の例で、5 パーセンタイル値以下の値と 95 パーセンタイル値以上の値が起こる確率は双方とも 0.05 であるが、独立な 2 つの因子が同時に上記の値になる確率は $0.05^2 = 0.0025$ となる。このため、結果として、可変制御因子対応型ロバスト指標の値が 0.90 以上の値となるのである。このように、因子が複数ある場合においては、可変制御因子対応型ロバスト指標の値（ロバスト性）は実際より低く見積もられるため、デザイン目標よりロバスト性の高い可変域が導出されることとなる。以上のことから、可変域に余裕があり、計算量を低減して可変域を導出するのであれば、上記導出方法が推奨される。しかし、可変域に余裕がなく、ロバスト性を適切に評価し、なるべく小さい可変域を導出する場合には、以下のような導出方法が必要となる。

まず、モンテカルロ法で目標特性を算出し、その 5 パーセンタイルと 95 パーセンタイルの目標特性を構成する各因子の組合せ $(\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(5)}$ と $(\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(95)}$ を抽出する。そして、それらに対する目標特性が、許容上限値 y_u および下限値 y_l と一致するような可変域の上限値 t_u および下限値 t_l を設定する。本内容を数式化すると、次式

のようになる.

$$\begin{aligned} f((\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(p_u)}, \mathbf{t}_1^+, \mathbf{t}_u^-) &= y_u \\ f((\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(p_l)}, \mathbf{t}_u^+, \mathbf{t}_1^-) &= y_l \end{aligned} \tag{4-8}$$

本研究では, 正確なロバスト性評価を行うことを優先し, 後者の導出方法を採用した. その詳細フローチャートを, 図 4-6 に示す. 具体的な手順を以下に示す.

Step1 可変制御因子対応型ロバスト指標 R_{Al} をデザイナーが設定する. そして, 計算に用いる上限および下限パーセンタイルを決定する. 例えば, 目標特性の90%以上が許容範囲に含まれる (可変制御因子対応型ロバスト指標の許容下限値 $R_{Al} = 0.90$ となる) ような可変域を導出する場合, 上限パーセンタイルおよび下限パーセンタイルは, 0.95 パーセンタイルおよび 0.05 パーセンタイルのように設定する.

Step2 モンテカルロ法を用いて, 制御因子と誤差因子の組合せとその目標特性を算出する. そして, Step1 で設定した目標特性の上限パーセンタイル $y_{(p_u)}$ と下限パーセンタイル $y_{(p_l)}$ を構成する各因子の組合せ $((\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(p_u)})$ と $((\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(p_l)})$ を抽出する.

Step3 Step2 で導出した制御因子と誤差因子の組合せ $((\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(p_u)})$ と $((\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(p_l)})$ を用いて, 式(4-8)を満たす可変域を最適可変域 $[\mathbf{t}_l, \mathbf{t}_u]_{opt}$ として導出する.

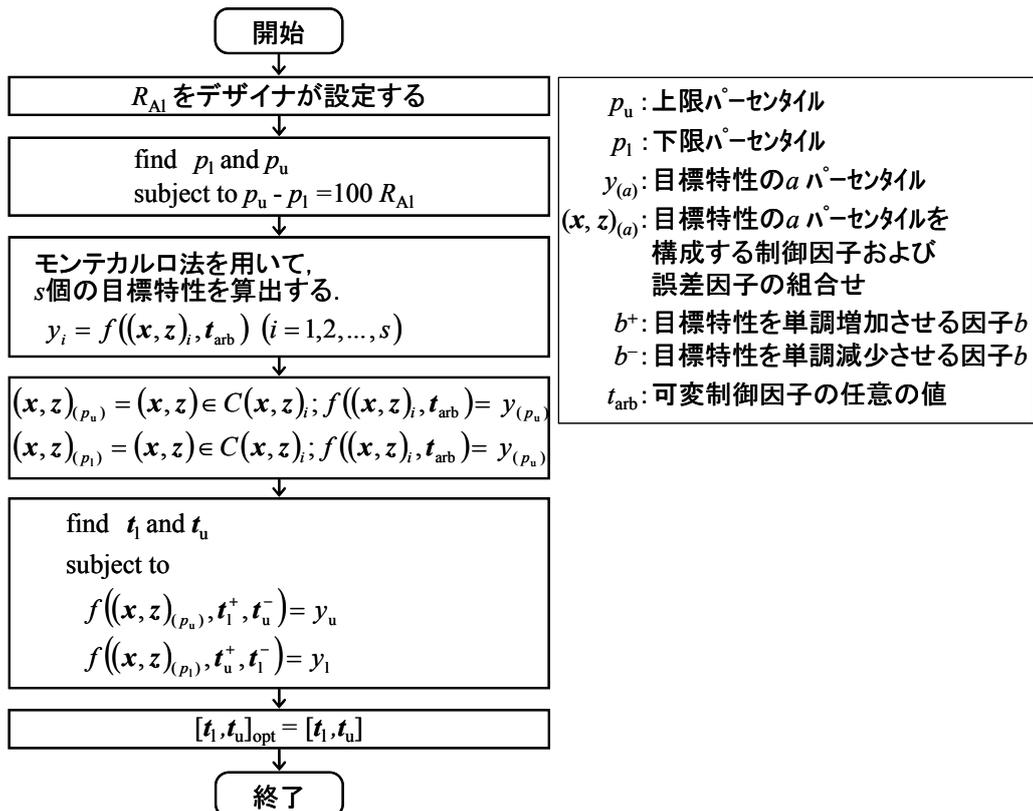


図 4-6 可変域導出方法 1 のフローチャート

(2) 目的関数が単調増加あるいは単調減少しない場合における最適可変域の導出方法 (導出方法 2 および 3)

本研究では、目的関数が単調増加または単調減少しない場合における最適可変域の導出方法を、可変制御因子が 1 つである場合と、同因子が複数ある場合に分けて 2 種類提案した。これは、可変制御因子の個数の増加が計算量の増大を招き、1 つのアルゴリズムで上記 2 つの場合に対応するのが困難なためである。詳細は、各導出方法の説明において述べる。

(a) 可変制御因子が 1 つである場合の最適可変域の導出方法 (導出方法 2)

目的関数が単調増加または単調減少せず、かつ、可変制御因子が 1 つである場合の最適可変域の導出方法 (以下、可変域導出方法 2 と称する) について述べる。可変制御因子に対して目的関数が単調増加あるいは単調減少しない場合、可変制御因子の任意の 2 点に対する目標特性の大小関係が一定ではない。すなわち、図 4-7 に示すように、可変制御因子 t_1 と t_2 ($t_1 < t_2$) に対する目標特性において $y_1 < y_2$ は成り立つものの、 t_3 と t_4 ($t_3 < t_4$) に対する目標特性において $y_3 < y_4$ は成り立たない。このため、可変域導出方法 1 のように、可変制御因子の上限値 t_u および下限値 t_l のみではなく、可変制御因子が取り得る全ての値を考慮する必要がある。以上のことは、制御因子および誤差因子に関しても同様であり、各因子のパーセンタイルとその目標特性のみで可変域を算出することはできない。このため、図 4-8 に示すように、各因子が取りうる値の全組合せに対して目標特性を算出し、評価する必要がある。よって、可変制御因子対応型ロバスト指標 R_A は、前項で述べた定義式と同様に、次式のように表せる。

$$R_A = P \left[\bigcup_{i=1}^n \{C_i(\mathbf{x}, \mathbf{z}) | y_1 \leq f(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t_i) \leq y_u\} \right] \quad (t_i \in [t_l, t_u]) \quad (4-9)$$

ここで、可変域導出方法 2 は可変制御因子が 1 つである場合を想定しているため、上式の可変制御因子はベクトルで表記されていない。

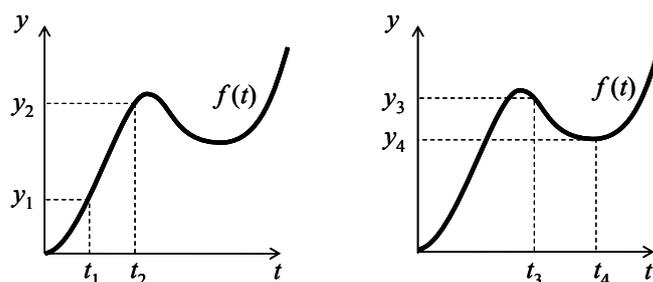


図 4-7 目的関数が単調増加または単調減少しない場合における目標特性の大小関係

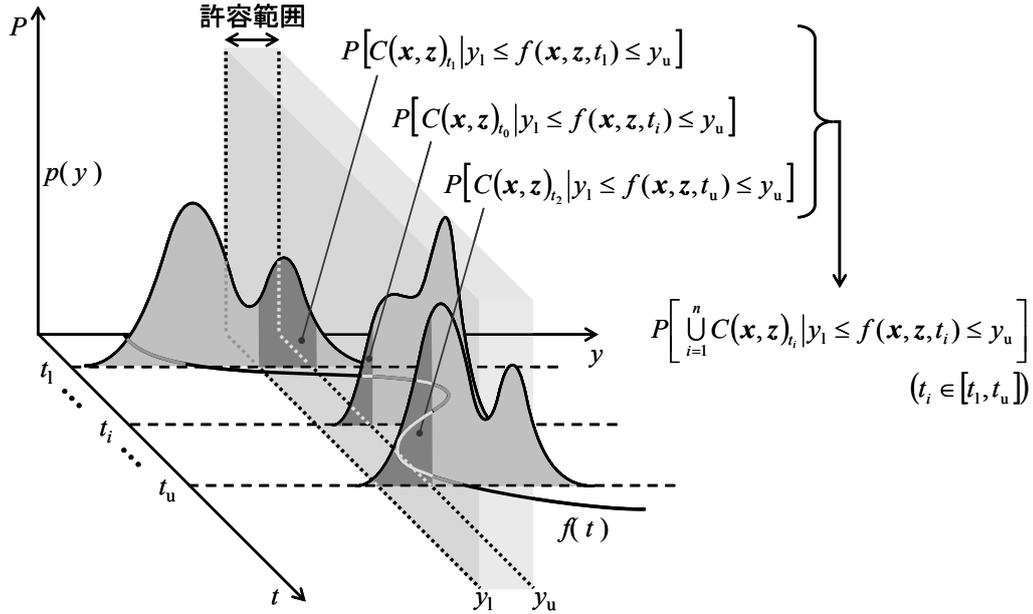


図 4-8 目的関数が単調増加または単調減少しない場合における目標特性分布の変化

以上に述べた可変制御因子対応型ロバスト指標の算出方法に基づく可変域導出方法 2 の詳細フローチャートを、図 4-9 に示す。可変域導出方法 2 は、可変制御因子対応型ロバスト指標が許容下限値 R_{A1} を満たすまで、可変域を徐々に広げていくアルゴリズムである。具体的な手順を以下に示す。

- Step1 可変制御因子対応型ロバスト指標 R_{A1} とステップ量 δ をデザイナーが設定する。そして、可変制御因子の初期値 $t^*_{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n^*$) をランダムに設定する。ここで、 $t^*_{(i)}$ は、 i 個目の初期値を表し、 n^* は初期値の個数を表す。
- Step2 Step1 で導出した初期値 $t^*_{(i)}$ または Step3 で採用した可変域から正方向へステップ量 δ だけ広げた可変域 $[t_{ij}, t_{uij} + \delta]$ と、負方向へステップ量 δ だけ広げた可変域 $[t_{ij} - \delta, t_{uij}]$ を求める。
- Step3 導出した 2 個の可変域に対する可変制御因子対応型ロバスト指標をそれぞれ算出し、同指標を大きく向上させる可変域を新しい可変域 $[t_{i(j+1)}, t_{ui(j+1)}]$ として選択する。ここで、 j は繰り返しの回数（可変域を広げた回数）を表す。なお、双方の可変域が同じだけ同指標を向上させるのであれば、正負両方向へステップ量 δ だけ広げた可変域 $[t_i - \delta, t_u + \delta]$ を新しい可変域とする。
- Step4 $R_A > R_{A1}$ となる可変域を、解候補の可変域 $[t_1, t_u]_{(i)}$ とする。 $R_A \leq R_{A1}$ となる場合は、Step2 へ戻る。
- Step5 Step2~4 を初期値の個数 n^* 回繰り返し行い、全ての初期点から解候補の可変域 $[t_1, t_u]_{(i)}$ とその大きさ $(t_u - t_1)_{(i)}$ を導出する。

Step6 Step5 で導出した解候補のなかから，次式のように最小の（最適な）可変域 $[t_l, t_u]_{\text{opt}}$ を求める．

$$\text{find } [t_l, t_u]_{\text{opt}}$$

$$\text{subject to } t_u - t_l = \min \{ (t_u - t_l)_{(i)} \} \quad (i = 1, 2, \dots, n^*) \quad (4-10)$$

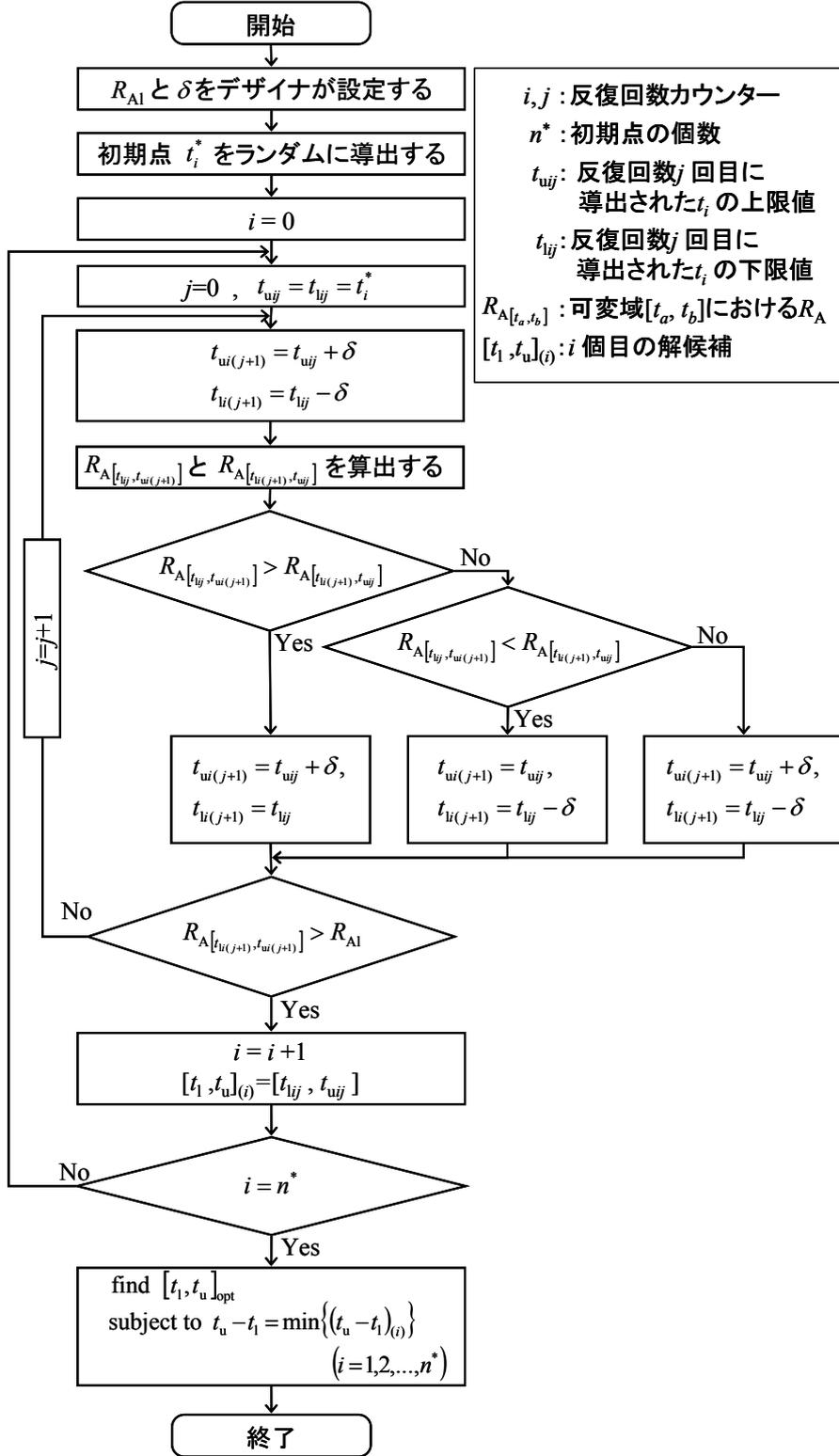


図 4-9 可変域導出方法 2 のフローチャート

(b) 可変制御因子が複数である場合の最適可変域の導出方法（導出方法 3）

目的関数が単調増加または単調減少せず、かつ、可変制御因子が複数である場合の最適可変域の導出方法（以下、可変域導出方法 3 と称する）について述べる。

複数の可変制御因子 t を有するデザイン問題においては、計算量が増大することにより、ロバスト最適解の導出が困難になる場合がある。ここでは、まず、同デザイン問題に必要な計算量について述べる。そして、同計算量の低減方法と、それを用いた可変域導出方法 3 について述べる。ここで、計算量とは、問題例の規模（パラメータ個数など問題を定義するための入力データのサイズ、以下 P と記載する）を基準として評価されるものであり、計算量が P の多項式オーダーより大きくなるアルゴリズムは、 P の増加に伴って計算量が急激に増加するため、実用的でないとされている(広中 2009, 久保 2009, 柳浦 2001)。すなわち、計算量は、 P の多項式オーダーと同等以下に抑える必要がある。可変域導出に関する計算量は、解探索とロバスト性評価における計算量に大別される。前者は、最適可変域の領域を導出（探索）するための計算量であり、後者は、探索した可変域のロバスト性を算出するための計算量である。

① 解探索における計算量

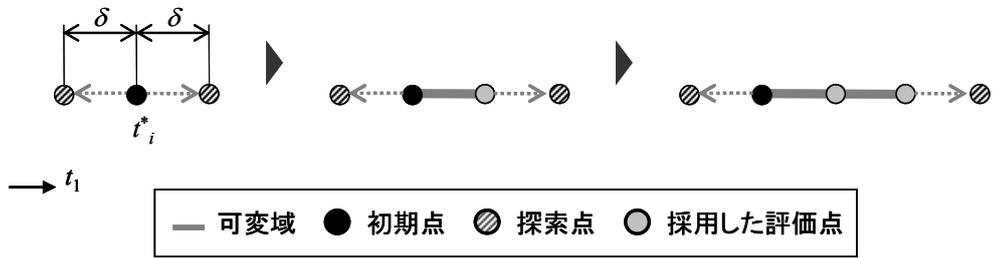
本研究では、まず、本項の(a)で述べた可変域導出方法 2 の応用を検討した。同導出方法は、一定のステップ量 δ ずつ可変域を増加させながら解探索する。因子が 1 個の場合においては、図 4-10(a)のように、可変域を大きくしても近傍の探索点の個数は 2 個のままで一定である。一方、可変制御因子が複数の場合においては、図 4-10(b)のように、可変域を大きくするほど、近傍の探索点の個数が増加する。このため、最適可変域より大幅に小さいステップ量を設定した場合には、最適可変域の導出が困難になる。よって、可変域を逐次的に広げていく方法とは異なる種類の最適可変域導出方法の提案が必要となる。

複数の可変制御因子 t を有するデザイン問題においては、可変域 $[t_l, t_u]$ がロバスト最適解として導出される。すなわち、本デザイン問題は、可変制御因子の実行可能領域内から、可変制御因子の下限値の組合せ t_l と上限値の組合せ t_u を導出する組合せ最適化問題となる。組合せ最適化問題に対応する代表的な手法として、全ての組合せを列挙する全列挙法が挙げられる。しかし、本手法を、本組合せ最適化問題に適用した場合、計算量が膨大になる。例えば、可変制御因子が N 個あり、 i 番目の可変制御因子において、可変域の上限・下限値として選択可能な値の数が n^{fes}_i 個あるとする。この場合、各 t_i において、 n^{fes}_i 個の調整値のなかから可変域の上限値と下限値を選ぶことになるため、考えられる可変域の数は次式左辺の

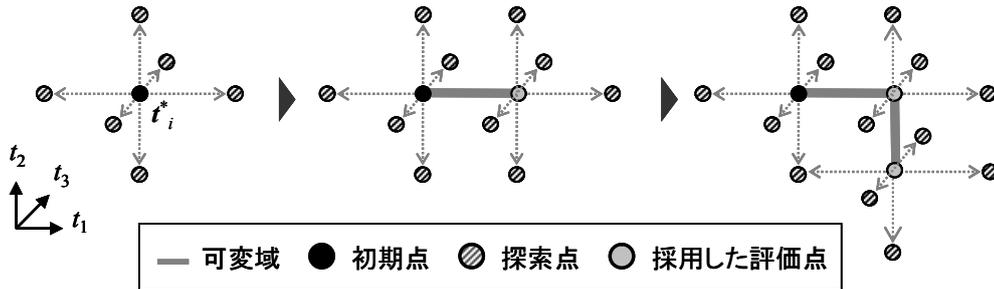
ようになり，全ての n_i^{fes} を n^{fes} と仮定すると，次式右辺のように近似できる．

$$\prod_{i=1}^N n_i^{\text{fes}} P_2 \approx \left\{ n^{\text{fes}} (n^{\text{fes}} - 1) \right\}^N \quad (4-11)$$

つまり，考え得る可変制御因子の上限・下限値の組合せを全てを列挙してロバスト最適解を探索する（列挙法を用いる）アルゴリズムは，可変制御因子の個数 N に対する指数時間アルゴリズム（計算量が入力サイズの指数関数で表現されるアルゴリズム）となる．このため，計算量が多項式オーダーより大きくなり，実用的なアルゴリズムとならない(広中 2009, 久保 2009, 柳浦 2001)．以上のことから，複数の可変制御因子を有するデザイン問題においては，計算量を低減する解探索方法が必要となる．



(a) 可変制御因子が 1 個の場合



(b) 可変制御因子が 3 個の場合

図 4-10 可変制御因子の数に対する可変域導出方法 2 の解探索

②ロバスト性評価における計算量

可変制御因子対応型ロバスト指標 R_A は式(4-1)のように算出されるため、同指標導出の計算量は、モンテカルロ法におけるサンプル数 s と、可変制御因子の調整値の個数 n との積となる。

まず、モンテカルロ法におけるサンプル数 s に関しては、3.2.2 項で述べたように、可変制御因子対応型ロバスト指標の精度を 0.01 まで保証する（標準偏差 0.005 以内となる）ために、10000 個以上のサンプル数が必要となる。このため、同指標算出の度に 10000 回以上の計算が必要となる。

次に、可変制御因子の調整値の個数に関しては、同因子間の関係性について考慮する必要がある。因子間の関係とは、各因子間が独立であるか従属であるかである。例えば、可変制御因子が 2 個の場合を考える。まず、これらの可変制御因子間の関係が従属である場合、片方の因子はもう片方の因子と連動するため、可変域は、図 4-11(a)のような曲線（もしくは線分）となる。一方、可変制御因子間の関係が独立である場合、双方の因子はそれぞれ自由に可動するため、これら因子の可変域は、図 4-11(b)のような矩形となる。ここで、因子間の関係が従属であるか、独立であるかについては、安全確保やコスト低減などの制約により、予め従属であることが既定されている場合と、デザイナーが独立か従属かを決められる場合がある。さらに、従属である場合には、その関係式がデザイン仕様によって既定されている場合と、デザイナーがその関係性を決められる場合がある。本研究では、デザイナーが独立か従属かを決められ、かつ、従属の関係性も決められるデザイン問題を想定する。本デザイン問題は、デザイナーが決められる要素が多く、複雑なデザイン問題であり、本デザイン問題に対応できれば、前述したその他の問題にも対応できることになる。

可変制御因子間の関係が独立である場合、同因子が取りうる調整値の組合せ数は、同因子の個数に応じて指数関数的に増加する。例えば、 N 個の可変制御因子があり、それぞれの調整値の個数が n 個である場合、調整値の組合せ数は n^N 個となる。つまり、本問題における解の組合せ個数は、可変制御因子の個数 N に対する多項式オーダーより大きくなるため、全ての調整値の組合せを列挙して評価する方法は実用的ではない。以上のことから、因子間の関係が独立である場合には、可変制御因子における全ての調整値の組合せについてロバスト性を評価するのではなく、それらのなかから抽出した一部の調整値の組合せ（以下、評価点と称する）を評価して効率化を図る必要がある。

一方、可変制御因子間の関係が従属である場合、従属関係にある全ての可変制

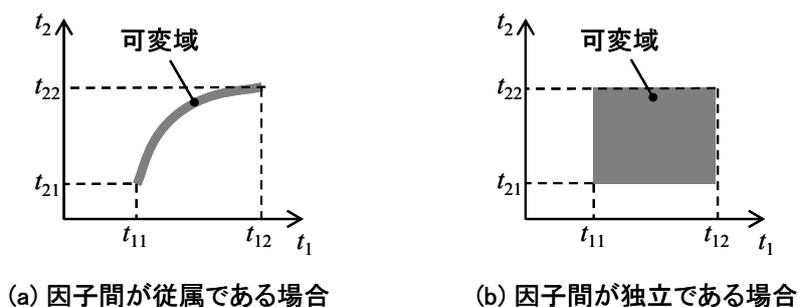


図 4-11 因子間が従属・独立である場合の可変制御因子

御因子が 1 個の可変制御因子に伴って変化すると考えられる．例えば，全ての因子間の関係が従属である場合，調整値に要する計算量は，可変制御因子が 1 個の場合と同等となる．しかし，従属である場合のみ全ての調整値の組合せを列挙して評価すると，そのロバスト性評価は独立である場合の評価と比べて高くなるといえる．このため，デザイナーが因子の関係性（独立か従属か）を決められるデザイン問題において，両者を対等に比較できない．以上のことから，本研究では，可変制御因子間の関係が従属である場合においても，抽出した評価点を用いてロバスト性評価を行うこととした．

③ 計算量低減の方法

①と②で述べたように，複数の可変制御因子における最適可変域導出方法においては，解探索とロバスト性評価における計算量を低減する必要がある．ここでは，双方の計算量を低減するための方法について述べる．

I) 解探索における計算量低減の方法

可変域導出方法 2 のように，可変域の拡大と評価を逐次的に行う解探索は，可変域の拡大に伴い計算量が増大するため，不適當である．そこで，本研究においては，可変域を拡大・評価するのではなく，可変域を繰返し無作為に導出・評価することで，計算量の増大を避けることとした．具体的には，遺伝的アルゴリズム（以下，GA と記載する）を適用し，適応度をロバスト性とすることで，可変域を繰返し導出・評価することとした．ここで，GA は，デザイン問題に依存しないアルゴリズムの記述が可能であるため，広範なデザイン問題に適用することができる．さらに，数多くの組合せ最適化問題に適用されており，その有効性が確認されている．以上のことから，本研究では，GA を用いて， N 個の可変制御因子 (t_1, t_2, \dots, t_N) における N 次元の実行可能領域から，可変域の端点となる 2 つの初期点 ($\mathbf{t}_{(1)}^* = (t_{1(1)}, t_{2(1)}, \dots, t_{N(1)})$ と $\mathbf{t}_{(2)}^* = (t_{1(2)}, t_{2(2)}, \dots, t_{N(2)})$) を導出し，それらを用いて可変域を設定することとした．

II) ロバスト性評価における計算量低減の方法

②で述べたように、調整値を全て列挙してロバスト性を評価する方法は、その計算量が可変制御因子の個数に対する多項式オーダーより大きくなるため、実用的ではない。そこで、本研究においては、調整値の組合せの一部を評価点として抽出し、ロバスト性評価を行うこととした。ここで、抽出する評価点は、②で述べたように因子間の関係が独立か従属かで異なる。そこで、可変制御因子間の関係が独立である場合と従属である場合の2種類の評価点抽出方法を提案した。

i) 可変制御因子間の関係が従属である場合の評価点抽出方法

N 個の可変制御因子間の関係が従属である場合、可変域は、上述した初期点を端点とする N 次元空間内の線分または曲線となる。本研究では、図 4-12 のように、2個の初期点 $\mathbf{t}^*_{(1)}$ と $\mathbf{t}^*_{(2)}$ を結ぶ線分上に評価点を設けることとした。なお、評価点の個数が2個（最低個数）の場合は、初期点が評価点となる。一方、評価点の個数が2個より多い場合は、可変域を等分するように評価点を設ける。従属な可変制御因子における評価点導出の手順を図 4-13 に示す。具体的な手順を以下に示す。

Step1 従属な可変制御因子の評価点の個数 n_{dep} を次式に基づいて設定する。

$$n_{\text{dep}} \in \{n_{\text{dep}} \mid n_{\text{dep}} = 2^{a-1} + 1 \text{ for some } a \in S\} \quad (4-12)$$

ここで、 S は自然数の集合を表す。また、式(4-12)は、上述したように可変域を等分していった場合の評価点個数である。

Step2 初期点を1番目、 n_{dep} 番目の評価点としてそれぞれ設定する。

$$\mathbf{t}_1 = \mathbf{t}^*_{(1)}, \mathbf{t}_{n_{\text{dep}}} = \mathbf{t}^*_{(2)} \quad (4-13)$$

ここで、 $n_{\text{dep}}=2$ であれば、手順は終了となる。一方、 $n_{\text{dep}}>2$ であれば、Step3を実施する。

Step3 評価点 \mathbf{t}_i ($i=2, 3, \dots, n_{\text{dep}}-1$)を次式に基づいて設定する。

$$\mathbf{t}_i = \mathbf{t}_1 + (i-1) \frac{\mathbf{t}_{n_{\text{dep}}} - \mathbf{t}_1}{n_{\text{dep}} - 1} \quad (i = 2, 3, \dots, n_{\text{dep}} - 1) \quad (4-14)$$

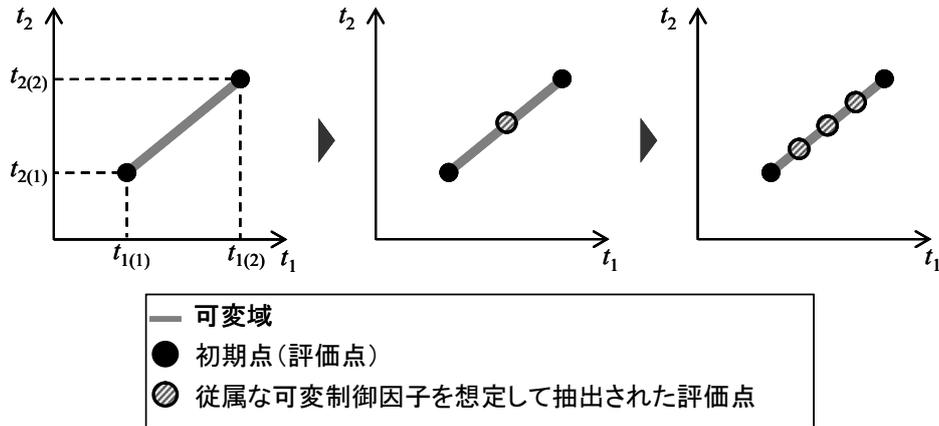


図 4-12 従属な可変制御因子における評価点

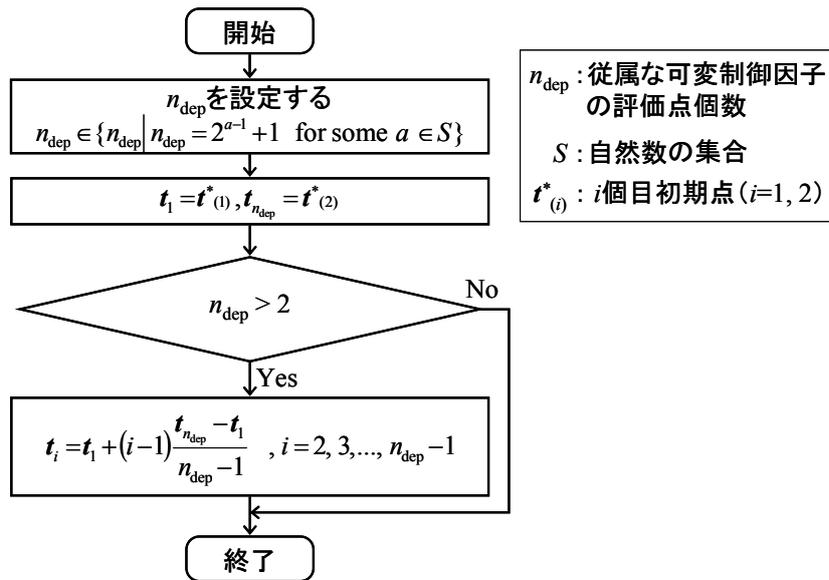


図 4-13 従属な可変制御因子における評価点の導出のフローチャート

ii) 可変制御因子間の関係が独立である場合の評価点抽出方法

N 個の可変制御因子間の関係が独立である場合、可変域は、上述した初期点を結ぶ線分を対角線とする N 次元の超矩形となる。本研究では、まず、因子間の関係が従属である場合と同様に、超矩形の対角線上の評価点を求め、その後、それら評価点の座標値（各可変制御因子の値）の全組合せを評価点とすることとした。例えば、図 4-14 左図のように可変制御因子が 2 個の場合、評価点は、2 次元空間内の 2 個の初期点における座標値の組合せとなり、 $2^2=4$ 個の評価点が抽出される。そして、より多くの評価点を抽出する場合は、図 4-14 中央図のように、まず、因子間の関係が従属である場合と同様に、初期点を結ぶ線分の中点を評価点として抽出する。そして、それら 3 個の評価点の座標値の全組合せである $3^2=9$ 個の評価

点を抽出する．同様に，図 4-14 右図のように，初期点を結ぶ線分上の評価点を増加させ，それらの座標の組合せから評価点を抽出する．

上述した評価点の抽出方法は全ての可変制御因子が独立な場合に適用できる．しかし，デザイン問題のなかには因子間の関係が独立である場合と従属である場合両方が存在することもある．そのような場合は，その因子を除く座標の組合せを評価点として抽出する．例えば，可変制御因子が 3 個，評価点が 3 個である場合，評価点は 3 次元空間内の 3 個の評価点における座標値の組合せとなるため，図 4-15 左図のように， 3^3 個=27 個の評価点が抽出される．ここで， t_2 と t_3 が従属である場合は，図 4-15 右図のように，従属関係を満たさない評価点を削除する．具体的には， t_a と t_b の関係が従属である場合，先に述べた因子間の関係が従属である場合の評価点抽出法と同様に， t_a と t_b の関係式を，2 個の初期点を結ぶ直線に設定する．これにより，図 4-16 のように， t_a の座標値は t_b の座標値から一意的に定まり，図 4-15 に示したように評価点が削除されることとなる．独立な可変制御因子における評価点導出の手順を図 4-17 に示す．具体的な手順を以下に示す．

Step1 独立な可変制御因子の評価点の個数 n_{ind} を次式に基づいて設定する．

$$n_{\text{ind}} = (n_{\text{dep}})^N \quad (4-15)$$

Step2 因子間の関係が従属である場合の評価点 t_i ($i = 1, 2, \dots, n_{\text{dep}}$) を，図 4-13 に基づいて抽出する．

Step3 Step2 で求めた評価点における全ての座標値の組合せから， t_i ($i = 1, 2, \dots, n_{\text{ind}}$) を次式に基づいて設定する．

$$t_i \in C(\mathbf{t}) = \left\{ \begin{array}{l} t_1 \in \{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{1n_{\text{dep}}}\}, t_2 \in \{t_{21}, t_{22}, \dots, t_{2n_{\text{dep}}}\}, \dots \\ t_N \in \{t_{N1}, t_{N2}, \dots, t_{Nn_{\text{dep}}}\} \end{array} \right\} \quad (4-16)$$

ここで， $N_{\text{dep}}=0$ であれば，手順は終了となる．一方， $N_{\text{dep}}>0$ であれば，Step4 を実施する．

Step4 従属関係にある可変制御因子を 1 つの（代表の）可変制御因子の値から一意的に定めるように設定する．具体的には， t_a と t_b の関係が従属である場合，次式に基づいて設定する．

$$t_i \in C(\mathbf{t}) = \left\{ \begin{array}{l} t_1 \in \{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{1n_{\text{dep}}}\}, t_2 \in \{t_{21}, t_{22}, \dots, t_{2n_{\text{dep}}}\}, \dots \\ t_a \in \{\alpha t_b + \beta\}, \dots, t_N \in \{t_{N1}, t_{N2}, \dots, t_{Nn_{\text{dep}}}\} \end{array} \right\} \quad (4-17)$$

ここで， α と β は，初期点を結んで得られる直線の式の傾きと切片を表し，次式で算出される．

$$\alpha = \frac{t_{a2} - t_{a1}}{t_{b2} - t_{b1}}, \quad \beta = t_{a1} - \alpha t_{b1} \quad (4-18)$$

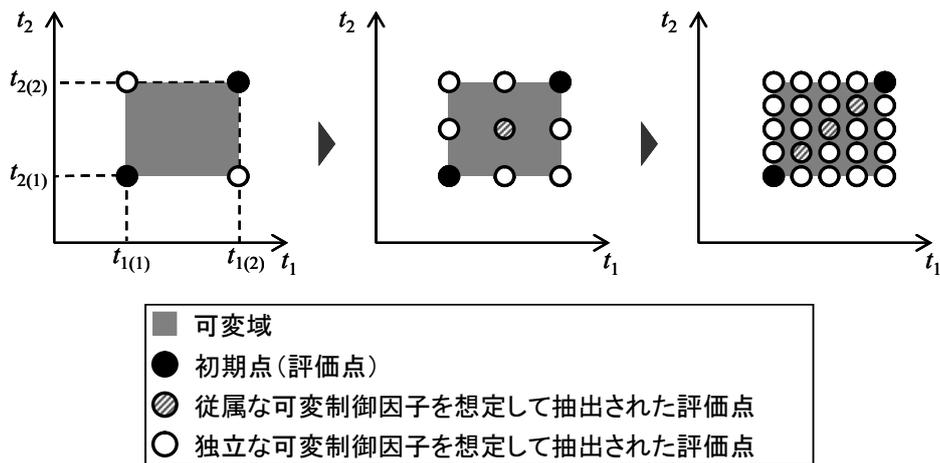


図 4-14 独立な可変制御因子における評価点

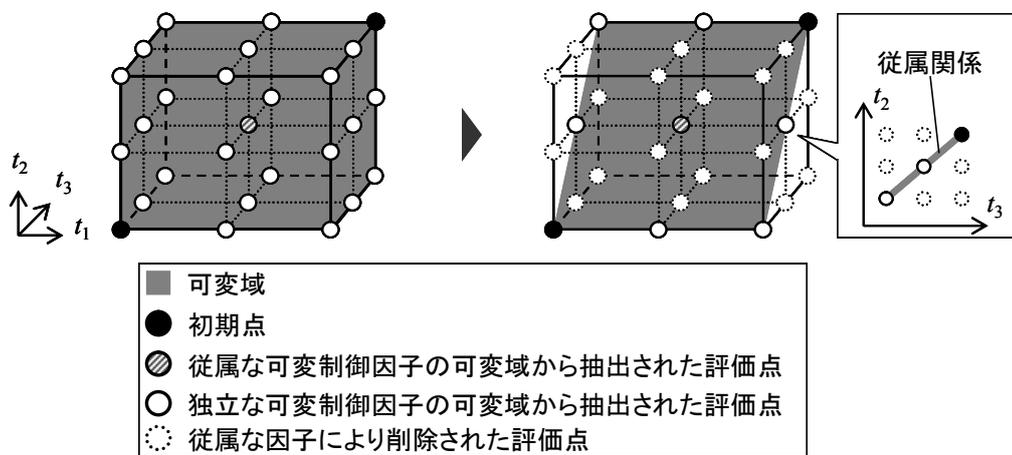


図 4-15 従属な可変制御因子における評価点の削減

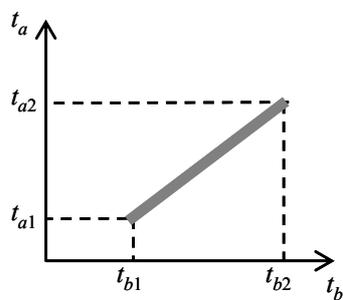


図 4-16 従属関係の直線定義

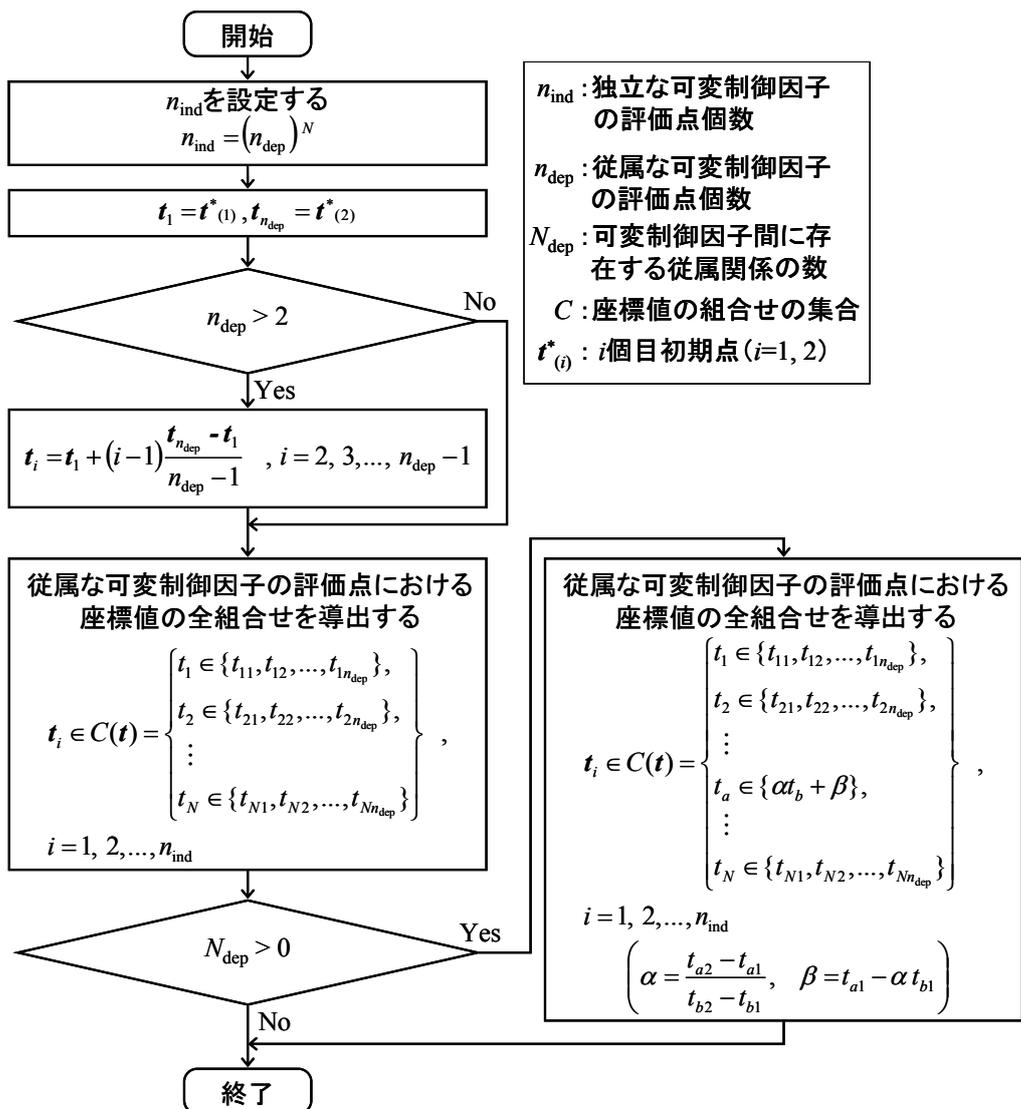


図 4-17 独立な可変制御因子における評価点の導出のフローチャート

Ⅲ) 複数の可変制御因子に対応する可変域導出手順

i), II) で述べた解探索方法と評価点抽出方法を用いた, 複数の可変制御因子に対応する最適可変域導出方法の手順を図 4-18 に示す. 本手順の詳細を以下に述べる.

- Step1** 可変制御因子対応型ロバスト指標 R_A の許容下限値 R_{Al} , 解候補の個数 n_{sc} , GA における解探索の最大繰返し数の個数 n_{imax} を設定する. そして, 各因子間の関係が従属であるか独立であるかをデザイナーが設定し, 評価点の初期個数を決める. ここで, 評価点の初期個数は, 前節で述べた評価点の抽出方法における最小個数 ($n_{dep} = 2, n_{ind} = 2^{N-N_{dep}}$) に設定し, 必要であれば徐々に増加させることとしている. これは, 適用するデザイン問題に応じて適切な(必要最小限の)個数の評価点でロバスト性を評価することにより, 計算量を低減するためである. また, 因子間の関係が従属であるか独立であるかが明確でない場合は, 両方のロバスト最適解(可変域)を導出して比較するのが望ましい.
- Step2** GA により 2 個の初期点 t_1^* と t_2^* を導出する. そして, 図 4-13 および図 4-17 の手順に基づいて導出した評価点 $t_1, t_2, \dots, t_{n_{dep}}$ (または $t_{n_{ind}}$) に対する可変制御因子対応型ロバスト指標を算出し, 同指標が許容下限値 R_{Al} より大きくなれば, その可変域を解候補とする. 一方, 同指標が許容下限値未満となれば, GA により再度初期点を導出して同様の評価を行う.
- Step3** 解候補が n_{sc} 個得られるまで, 上述した手順を繰返し行う. ここで, 最大繰返し数 n_{imax} までに解候補が得られなければ, 図 4-13 および図 4-17 の手順に基づいて評価点を α 個増加させて, 再度評価を行う.
- Step4** 可変域を最も小さくしたい可変制御因子 t_a をデザイナーが選択し, その可変域の大きさ $|t_{au} - t_{al}|$ が最小となる次式のような解候補を最適可変域とする.

$$\begin{aligned} & \text{find } [t_l, t_u]_{\text{opt}} \\ & \text{subject to } t_{au} - t_{al} = \min \left\{ \left| (t_{au} - t_{al})_{(i)} \right| \right\} \quad (i=1, 2, \dots, n_{sc}) \end{aligned} \quad (4-19)$$

本箇所に関しては, 全ての可変制御因子の大きさ $|t_u - t_l|$ を用いることも考えられる. しかしながら, 本研究では, 可変域の大きさに対する重要度が各可変制御因子で異なることを想定し, 最も重要な可変制御因子 1 個を選択することとした. なお, 本箇所に関しては, デザイナーがデザイン問題に応じて設定可能である. 例えば, 他の評価方法として, 各因子に重要度を設け, その線形和を評価値とする方法などが考えられる.

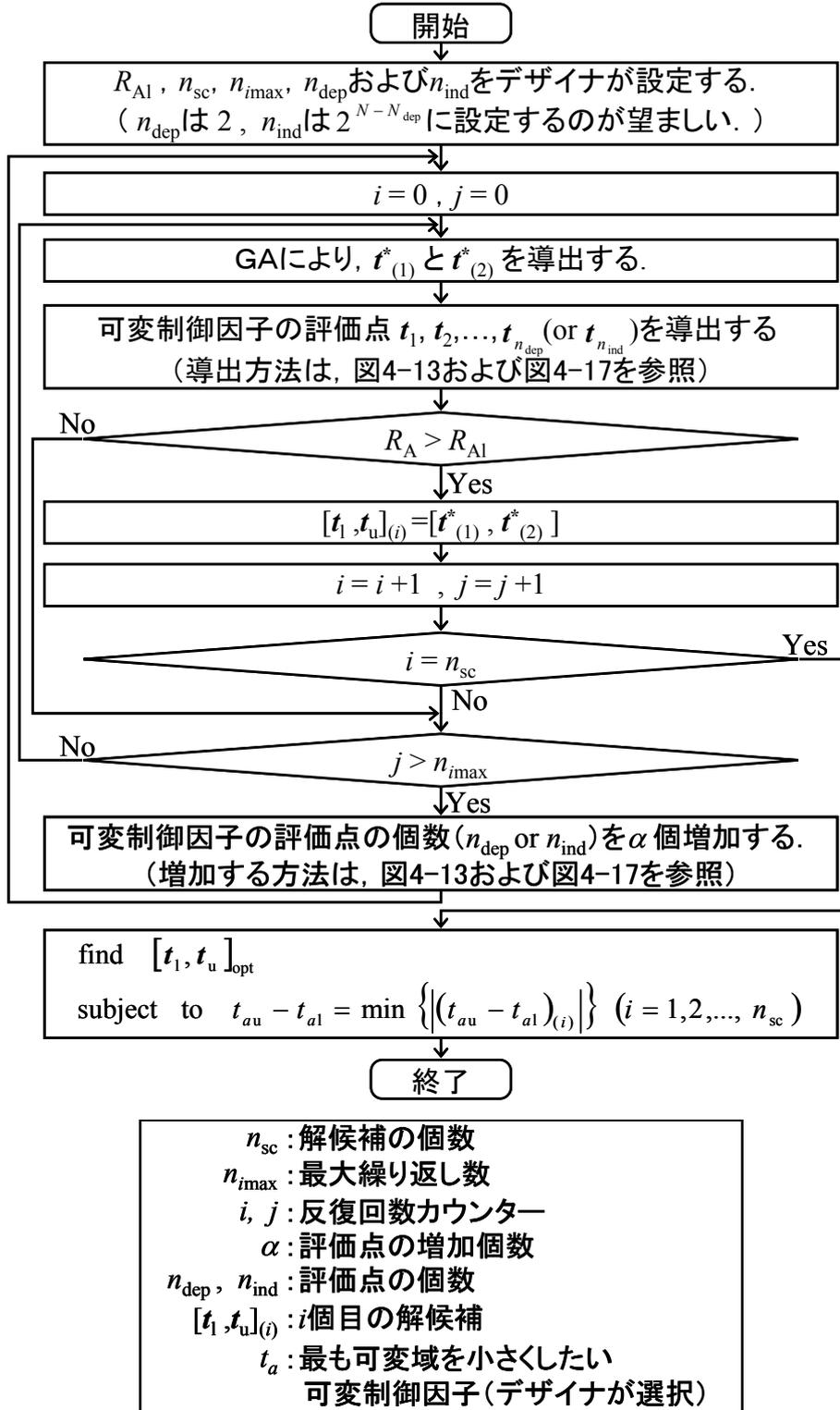


図 4-18 可変域導出方法 3 のフローチャート

(3) 最適可変域導出方法の使い分け方法

提案した3つの最適可変域導出方法の特徴を表4-1に示す。同表より、目標特性が単調であるデザイン問題においては、導出方法1を適用することにより、少ない計算量で（効率的に）可変域を導出することができる。一方、目標特性が非単調であるデザイン問題においては、導出方法1を適用できない。このため、導出方法1に比べて計算量が増加する導出方法2を適用することにより、可変域を導出することになる。ここで、可変制御因子の個数が2個以上であるデザイン問題においては、導出方法1および導出方法2を適用できない。このため、導出方法3を適用することになる。

表 4-1 最適可変域導出方法の特徴

デザイン問題の特徴		導出方法1	導出方法2	導出方法3
可変制御因子の個数	1個	適用可能	適用可能	適用可能
	2個以上	適用可能		適用可能
目的関数の単調性	単調	適用可能	適用可能	適用可能
	非単調		適用可能	適用可能

4.3 事例適用

本節では、前節で述べた可変制御因子に対応するロバストデザイン法を適用した2つのデザイン事例について述べる。

4.3.1 ディスクブレーキのばねたわみ量の決定問題

本項では、4.2 節で述べた可変制御因子に対応するロバストデザイン法を適用したディスクブレーキデザインについて述べる。なお、ディスクブレーキのデザインにおいては、本論文で挙げる特性以外にも、評価すべき特性が数多く存在する。しかし、本論文における適用事例は、提案したロバストデザイン法の有効性検証を目的とするため、同法の適用に合致する制動トルクを目標特性として抽出することにより、デザイン問題を簡略化している。

(1) デザイン目標の決定

ディスクブレーキは、コイルばねなどを用いて摩擦材（ブレーキパッド）を回転軸に設けられた円盤（ディスクローター）に押し当てることにより制動トルクを発生させる構造のブレーキである。図 4-19 にディスクブレーキの一例を示す。同図のブレーキにおいては、コイルケースとアーマチュア（可動鉄心）の間にコイルばねを設け、アーマチュアをディスクローター（のブレーキパッド部分）に押し付けることで制動力が発生する。図 4-19 に示した構造では、ブレーキパッドの両面が、アーマチュアとフランジプレートに挟まれるため、制動面は 2 面となる。

ディスクブレーキのデザインにおいては、ブレーキパッドとディスクローター間の摩擦係数やばね定数などのばらつきが、ブレーキ性能（制動トルク）に大きく影響する。このため、デザイナーは、これらのばらつきに対して、ブレーキ性能が安定的に発揮されるように、各パラメータを設定する必要がある。

本研究では、デザイン対象を、図 4-19 に示したディスクブレーキとし、ロバスト性評価測度の許容下限値 R_{Al} を 1.00 とした。つまり、デザインするディスクブレーキにおいては、100%の確率で安定した制動トルクを確保できる（制動トルクが許容範囲内となる）こととなる。

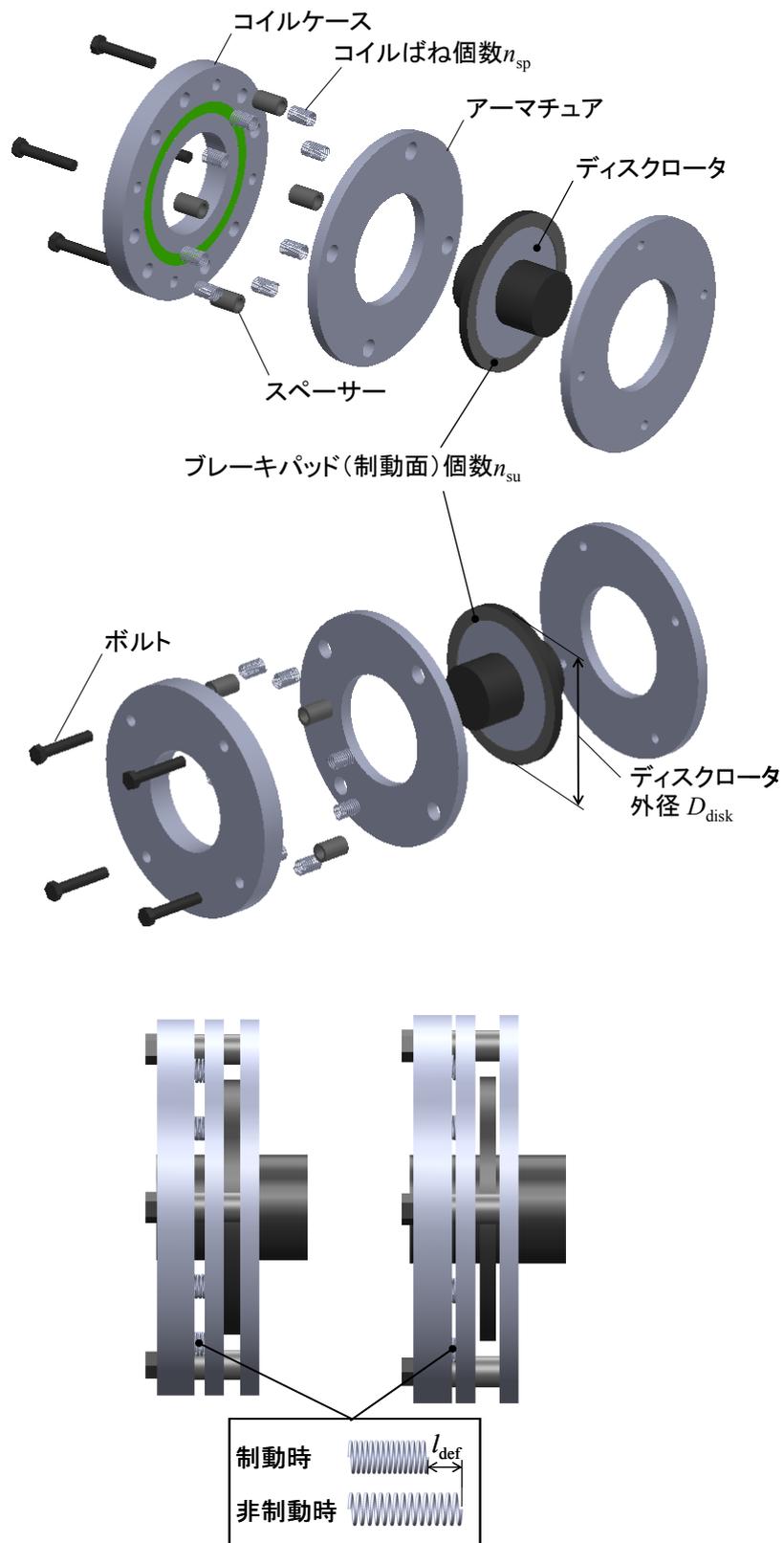


図 4-19 ディスクブレーキの構造

(2) 目標特性，制御因子，可変制御因子および誤差因子の決定

ブレーキの性能は制動力であるため，目標特性は制動トルク T とした．制動トルクは，回転機器を確実に停止させるため，一定値以上の値に設定する必要がある．一方で，制動トルクが大きすぎると，回転機器が過減速されることにより，機器の破損や（乗物の制動装置であれば）乗員の怪我につながるため，制動トルクは一定値以下に設定する必要がある．つまり，制動トルクは，一定の許容範囲を満たす必要がある．しかし，制動トルクに影響する制動面の摩擦係数は，ブレーキシューの材料やディスクローターの表面粗さのばらつきなどにより大きくばらつくことが知られている．さらに，ブレーキパッドを押し付けるばねの性能（ばね定数）も，材料のばらつきや製造誤差などにより大きくばらつく．このため，ディスクブレーキの多くは，ばねのたわみ量を調整できる機構となっている．ばねのたわみ量とは，図 4-19 に示したように，ばねの自然長とブレーキ釈放（制動）時のばねの長さの差である．本可変機構を用いることで，摩擦係数およびばね定数のばらつきや磨耗などにより低下した制動トルクを，許容範囲内へ調整することができる．

以上のことから本デザイン問題においては，目標特性を制動トルク T ，ばねのたわみ量 l_{def} を可変制御因子，ばね定数 k ，およびブレーキパッドとディスクローター間の摩擦係数 κ を誤差因子とした．ここで，ばねのたわみ量には， $0 \leq l_{\text{def}} \leq 20\text{mm}$ の制約条件を設けた．

さらに，本研究では，上記デザイン問題に可変制御因子を 1 つ追加したデザイン問題も検討することとした．具体的には，ばねのたわみ量に対してばね定数の値を変化させることができる非線形ばね（図 4-20）を用いることで，ばねのたわみ量 l_{def} とばね定数 k の双方を可変制御因子としたデザイン問題である．なお，非線形ばねは，ばねのたわみ量に対してばね定数が増加する特徴を有するため，ばねのたわみ量とばね定数との関係は従属であることとした．また，ばねのたわみ量およびばね定数には， $0 \leq l_{\text{def}} \leq 20\text{mm}$ および $2.0 \times 10^5 \text{ N/m} \leq k \leq 3.0 \times 10^5 \text{ N/m}$ の制約条件を設けた．

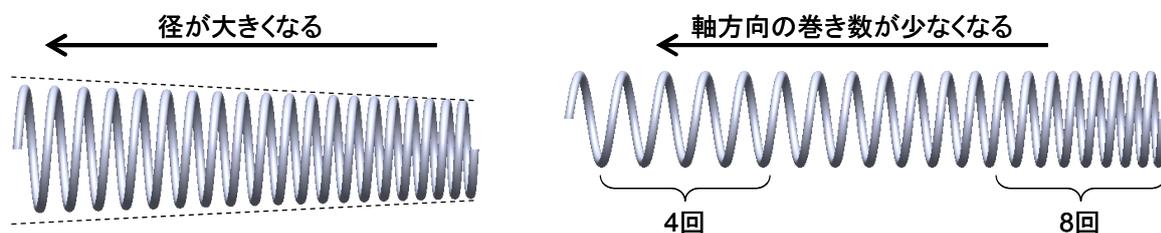


図 4-20 非線形ばねの例

(3) 目的関数の決定

制動トルクは、制動面に生じる摩擦力と、回転中心から摩擦力作用位置までの距離を乗じることで算出される。本研究では、制動面に生じる摩擦力を、コイルばねにより発生する垂直抗力と摩擦係数の積とし、回転中心から摩擦力作用位置までの距離をディスクローター半径とした。以上のことから、制動トルク（目標特性）と各因子との関係式である目的関数を、次式のように導出した。

$$T = (D_{\text{disk}}/2)n_{\text{sp}}n_{\text{su}}\kappa k l_{\text{def}} \quad (4-20)$$

ここで、 D_{disk} はディスクローター直径、 n_{sp} はばね個数、 n_{su} は制動面の個数、 l_{def} はブレーキ制動時のばねのたわみ量を表す。

本研究では、既存の製品の公差を参考に、目標特性の許容範囲を 1000Nm から 1200Nm までとした。また、ばね定数の平均値は市販のカタログより 2.23×10^5 N/m とし、標準偏差は、日本工業規格によるばね特性の許容差（±10%）を 3σ と仮定することにより、 $(0.1/3) \times 2.23 \times 10^5$ N/m とし、ばらつきの分布型は正規分布を想定した。さらに、摩擦係数のばらつきは、過去の知見(大浦 2008)に基づき、平均値 0.3 および標準偏差(0.1/3)の正規分布とした。そして、ディスクローター直径 D_{disk} は 300mm、ばね個数 n_{sp} は 6 個、ばね自然長 L は 50mm とした。

(4) ロバストデザイン法の決定

本デザイン問題は、可変制御因子を有するため、本章で提案した可変制御因子に対応するロバストデザイン法を用いた。さらに、本デザイン問題の目標特性であるブレーキトルク（目的関数）は、可変制御因子であるばねのたわみ量の増加に対して単調増加する。このため、可変域導出方法 1 を用いた。

(5) 結果および考察

本研究では、ばねのたわみ量 l_{def} のみを可変制御因子とするデザイン問題と、ばねのたわみ量 l_{def} およびばね定数 k を可変制御因子とするデザイン問題に対して、可変制御因子に対応するロバストデザイン法を適用した。以下にそれぞれの結果と考察を述べる。

(a) ばねのたわみ量のみを可変制御因子とする場合の結果および考察

本デザイン問題では、摩擦係数 κ およびばね定数 k の組合せのサンプルを 10000 個発生させ、それらに対する目標特性を算出した。そして、算出した目標特性の最大値および最小値を構成する摩擦係数およびばね定数の各組合せを次式のように抽

出した。

$$(\kappa, k)_{(100)}|y = y_{\max} = (0.42963, 239650) \quad (4-21)$$

$$(\kappa, k)_{(0.01)}|y = y_{\min} = (0.17863, 217370) \quad (4-22)$$

抽出した摩擦係数およびばね定数を用いて，式(4-8)に基づき，可変制御因子の上限值と下限値を次式のように導出した。

$$f((z_1, z_2)_{(100)}, t_1^+) = y_u \text{ より} \\ l_{\text{def}1} = \frac{T_u}{(D_{\text{Disk}}/2)n_{\text{sp}}n_{\text{su}}\kappa_u k_u} = \frac{1200}{0.15 \times 6 \times 2 \times 0.42963 \times 239650} = 0.0064 \quad (4-23)$$

$$f((z_1, z_2)_{(0.01)}, t_1^+) = y_l \text{ より} \\ l_{\text{def}u} = \frac{T_l}{(D_{\text{Disk}}/2)n_{\text{sp}}n_{\text{su}}\kappa_l k_l} = \frac{1000}{0.15 \times 6 \times 2 \times 0.17863 \times 217374} = 0.0144 \quad (4-24)$$

なお，導出方法 1 により導出された本可変域（ロバスト最適解）と，導出方法 2 および 3 により導出された可変域の比較を表 4-2 に示す。ここで，同表の計算量は，最適可変域を導出する際に目標特性を導出した回数である。例えば，モンテカルロ法により，可変制御因子対応型ロバスト指標 R_A を 1 回算出した場合，目標特性の算出回数は，調整値の個数に，モンテカルロ法のサンプル数（10000）を乗じた値となる。表 4-2 より，導出方法 1 により導出された可変域は最小となるとともに，同可変域を導出するための計算量も最小となっている。以上のことから，目的関数が単調増加・減少するデザイン問題において，導出方法 1 が優れることが確認できる。

導出方法 2 は，導出方法 1 の精度と同等に，0.1mm ずつ可変域を拡大して可変域を導出している。このため，導出方法 2 の可変域は，導出方法 1 と比較して，計算量は多くなるものの，導出した可変域の大きさは同等になるはずである。しかし，導出された可変域を比較すると，導出方法 2 の可変域が，導出方法 1 の可変域より大きくなっている。これは，可変域拡大のアルゴリズムに原因があると考えられる。例えば，図 4-21 のように，最適可変域 C-I（図中(i)）を導出することを考える。現在の可変域が可変域 C-G（図中(ii)）である場合，可変域 B-G と可変域 C-H に対するロバスト性評価を行い，ロバスト性が高くなる可変域を選択することになる。その際，両者のロバスト性が等しくなった場合は，可変域は両方向に拡大することになり，可変域 B-H（図中(iii)）が新しい可変域として更新される。このため，最終的には，可変域 B-I（図中(iv)）が導出されることとなり，必要以上に大きい可変域が導出されてしまうことになる。すなわち，導出方法 2 のアルゴリズムは，可

変域の導出後にその可変域を縮めるようなアルゴリズムを設けるなど、改善の余地があると考えられる。

導出方法3は、GAによりランダムに解探索を行うため、導出方法1や2よりも厳密な解探索を行うことができなかつたため、可変域の大きさが最も大きくなつたと考えられる。

表 4-2 各最適可変域導出方法におけるロバスト最適解（ばねたわみ量の可変域）

導出方法	ロバスト最適解(最適可変域) l_{def} [m]	R_A	計算量※[回]
導出方法1	[0.0064, 0.0144]	1.00	1.0×10^4
導出方法2	[0.0058, 0.0144]	1.00	1.5×10^6
導出方法3	[0.0063, 0.0150]	1.00	8.4×10^7

※計算量は、目的関数の算出回数

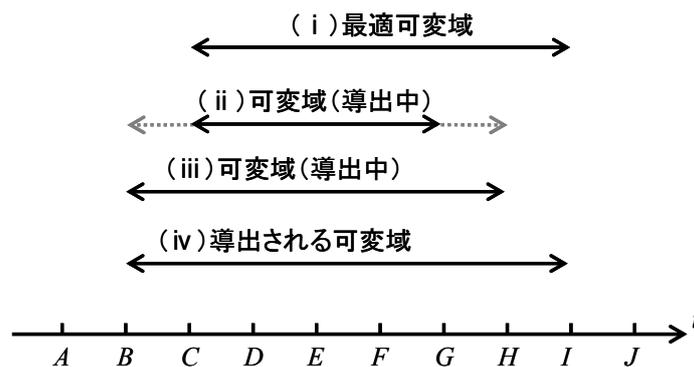


図 4-21 導出方法2における問題点

(b)ばねのたわみ量およびばね定数を可変制御因子とする場合の結果および考察

本デザイン問題においては、ばねのたわみ量とばね定数の2つの可変制御因子を扱うため、これらの関係性を考慮する必要がある。しかし、前述したように、これら2つの可変制御因子は、非線形ばねにより従属的に可変されることとなる。このため、本デザイン問題では、これら可変制御因子間の関係が従属であることとして、可変域を導出することとした。

ばねたわみ量のみを可変制御因子とする場合と同様に、10000個のサンプルから算出した目標特性の最大値および最小値を構成する摩擦係数およびばね定数の各組合せを用いる。しかし、本デザイン問題においては、ばね定数 k が誤差因子から、ばらつきを有する可変制御因子へ変わるため、ばね定数のばらつきは同じであるものの、平均値は可変することとなる。このため、式(4-21)および式(4-22)で導出したばね定数のばらつきを、標準偏差の定数倍で表現することとした。前述したように、ばね定数 k の標準偏差 σ_k は平均値 μ_k の(0.1/3)倍であるため、ばね定数が μ_k である時のばらつきの最小値 $k_{\mu l}$ および最大値 $k_{\mu u}$ を次式のように設定した。

$$k_{\mu l} = \mu_k - 0.847\sigma_k = \mu_k - 0.847 \times (0.1/3)\mu_k = 0.972\mu_k \quad (4-25)$$

$$k_{\mu u} = \mu_k + 2.14\sigma_k = \mu_k + 2.14 \times (0.1/3)\mu_k = 1.071\mu_k \quad (4-26)$$

ここで、-0.847 および 2.14 は、モンテカルロ法により導出された式(4-21)および式(4-22)に示したばね定数の平均値からの差分を標準偏差で除したものである。以上に述べたばね定数を用いて、式(4-8)に相当する、目標特性、可変制御因子、および誤差因子の関係式を次式のように導出した。

$$l_{\text{def}l}k_l = l_{\text{def}l}(1.071k_{\mu u}) = \frac{T_u}{(D_{\text{Disk}}/2)n_{\text{sp}}n_{\text{su}}\kappa_u}$$

$$l_{\text{def}l}k_{\mu l} = \frac{1200}{0.15 \times 6 \times 2 \times 0.42963 \times 1.071} \quad (4-27)$$

$$l_{\text{def}u}k_u = l_{\text{def}u}(0.972k_{\mu l}) = \frac{T_l}{(D_{\text{Disk}}/2)n_{\text{sp}}n_{\text{su}}\kappa_l}$$

$$l_{\text{def}u}k_{\mu u} = \frac{1000}{0.15 \times 6 \times 2 \times 0.17863 \times 0.972} \quad (4-28)$$

ここで、 k_l は μ_k を可変域の最小値とした場合のばらつきの最大値 $k_{\mu u}$ とし、 k_u は μ_k を可変域の最大値とした場合のばらつきの最小値 $k_{\mu l}$ とした。これは、ばね定数に生じるばらつきが、可変域を小さくする方向に作用する最悪の場合を想定したためである。

式(4-27)および式(4-28)の関係式を図 4-22 に示す. これらの関係式を満足するばねたわみ量とばね定数の組合せが, それぞれの可変域の上限値および下限値に対応することになる. 言換えれば, この関係式は導出方法 1 による可変域の上限値および下限値の集合となる. このため, これらの集合を包含する可変域を設定すれば, 可変制御因子対応型ロバスト指標が, 許容下限を満たすこととなる. なお, 同図には, 比較のため, 可変域導出方法 3 による 10 個の解候補も記載している. 導出方法 3 による解候補はいずれも, 式(4-27)および式(4-28)の関係式より大きい可変域が導出されている. さらに, 導出方法 3 による解候補の計算量は, 導出方法 1 における計算量 1.0×10^4 回と比較して大きくなっている. 以上のことから, 目的関数が単調増加するデザイン問題において, 導出方法 1 が優れることがわかる.

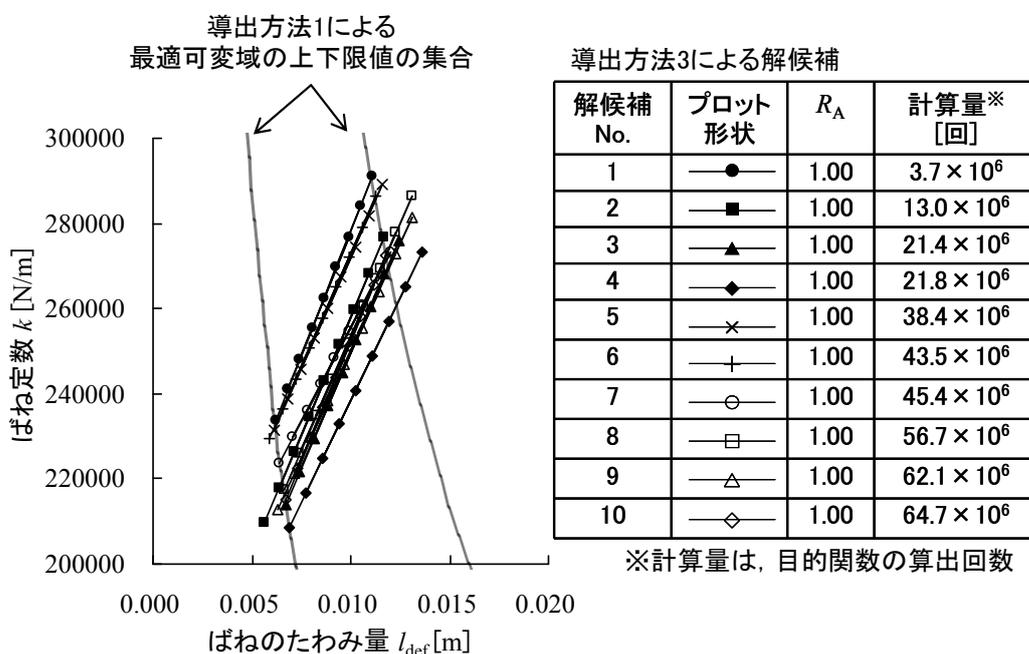


図 4-22 導出方法 1 および 3 におけるロバスト最適解 (ばねたわみ量の可変域)

4.3.2 公共用シートのクッションアングル可変域の決定問題

本項では、4.2 節で述べた可変制御因子に対応するロバストデザイン法の公共用シートデザインへの適用について述べる。

(1) デザイン目標の決定

本研究では、提案したロバストデザイン法を、第3章と同様に、公共用シートの尻滑り力低減問題に適用した。ここで、可変制御因子対応型ロバスト指標の許容下限 R_{Al} は、3.3 項で導出した可変制御因子が存在しない場合のロバスト最適解 $\theta_{C(R)} (=17.9^\circ)$ におけるロバスト指標 0.87 より厳しい 0.99 とした。

(2) 目標特性，制御因子，可変制御因子および誤差因子の決定

目標特性や各因子は第3章と同様に設定した。異なる部分は、クッションアングル θ_C およびバックアングル θ_B を、図 4-23 のように、使用者が調整できると想定し、制御因子から可変制御因子と変更したことである。本研究では、まず、クッションアングルのみを可変制御因子としてロバスト最適化を行い、その後、必要であればバックアングルも可変制御因子に加えてロバスト最適化を行うこととした。なお、クッションアングルのみを可変制御因子とする場合、バックアングルの値は第3章で述べた事例と同様に 30° に設定した。一方、クッションアングルおよびバックアングルを可変制御因子とする場合、各アングルには、 $10^\circ \leq \theta_C \leq 25^\circ$ 、 $20^\circ \leq \theta_B \leq 35^\circ$ および $\theta_B \geq \theta_C + 10^\circ$ の制約条件を設けた。この制約条件は、使用者が快適な姿勢を保つうえで必要とされている (Matsuoka 1988, 2001)。

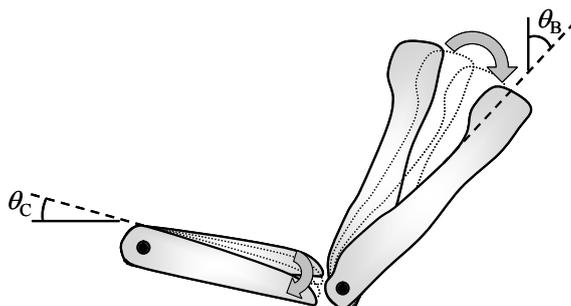


図 4-23 クッションアングルおよびバックアングルの可変機構

(3) 目的関数の決定

目的関数は、第3章と同様に、標準姿勢、腰部伸展姿勢、腰部屈曲姿勢の3姿勢に基づく尻滑り力推定式を用いた。なお、尻滑り力推定式の詳細は3.3.1項に記載されている。

(4) ロバストデザイン法の決定

本デザイン問題は、可変制御因子を有するため、本章で提案した可変制御因子に対応するロバストデザイン法を用いた。

(5) 結果および考察

本研究では、クッションアングル θ_c のみを可変制御因子とするデザイン問題と、クッションアングル θ_c およびバックアングル θ_B を可変制御因子とするデザイン問題の2つに対して、可変制御因子に対応するロバストデザイン法を適用した。以下にそれぞれの結果と考察を述べる。

(a) クッションアングルのみを可変制御因子とする場合の最適可変域

導出方法1~3により導出されたロバスト最適解の比較を表4-3に示す。ここで、同表の計算量は、ロバスト最適解を導出する際に目標特性を導出した回数とした。本デザイン問題は目的関数が3つあるため、導出方法1の計算量は、モンテカルロ法による10000回の3倍の30000回となる。

同表より、計算量に関しては、ディスクブレーキのデザイン事例と同様に、導出方法1, 2, 3の順で大きくなるのが分かる。しかし、可変域に関しては、導出方法2による可変域が最小となった。これは、本デザイン問題における目的関数が単調増加・減少しないためである。表4-4にクッションアングルが 17.8° の場合における目標特性（標準姿勢における尻滑り力）の各パーセンタイルの値と、クッションアングルが 20.1° へ変化した場合の値を示す。なお、括弧内に記載した数値は、尻滑り力の値が、それぞれのクッションアングルの値において何パーセンタイルであるかを示している。同表において、クッションアングルが 17.8° から 20.1° へ変化すると、目標特性のパーセンタイルが変化している（目標特性の大きさの順序が入れ替わっている）ことが確認できる。このため、目標特性のパーセンタイル値を用いる導出方法1のロバスト性評価に誤差が生じ、導出方法2の方が優れた可変域を導出できたと考えられる。なお、本結果においては、導出方法1がロバスト性を過少評価（必要な可変域より大きい可変域を導出）しているが、反対に過大評価（必要な可変域より小さい可変域を導出）する場合も考えられる。その場合、製品のロバスト

表 4-3 各最適可変域導出方法におけるロバスト最適解
(クッションアングルの可変域)

導出方法	ロバスト最適解(可変域) θ_C [°]	R_A	計算量*[回]
導出方法1	[17.8, 20.1]	0.98	3.0×10^4
導出方法2	[17.8, 19.9]	0.98	1.2×10^6
導出方法3	[17.3, 19.9]	0.98	2.7×10^8

※計算量は、目的関数の算出回数

表 4-4 導出方法 1 により導出した最適可変域の上下限值における目標特性の値

ユーザの体格 (誤差因子のサンプル)		尻滑り力[N] (サンプルから算出した目標特性)	
身長[m]	体重[kg]	$\theta_C = 17.8^\circ$ の時	$\theta_C = 20.1^\circ$ の時
1.82	66.4	32.6 ($=F_{HS(93.0)}$)	19.6 ($=F_{HS(94.3)}$)
1.83	62.7	32.7 ($=F_{HS(93.2)}$)	20.5 ($=F_{HS(95.3)}$)
1.78	76.6	32.9 ($=F_{HS(93.4)}$)	17.7 ($=F_{HS(91.2)}$)
1.80	70.7	33.0 ($=F_{HS(93.6)}$)	19.1 ($=F_{HS(93.7)}$)
1.81	67.8	33.1 ($=F_{HS(93.8)}$)	19.8 ($=F_{HS(94.5)}$)
1.79	74.4	33.4 ($=F_{HS(94.0)}$)	18.7 ($=F_{HS(92.9)}$)

性が不足することとなり、安全性や信頼性を追求するデザイン対象においては、致命的な欠陥となる可能性がある。このため、適切な最適可変域導出方法を用いることが重要であるといえる。

(b)クッションアングルおよびバックアングルを可変制御因子とする場合の最適可変域

本デザイン問題においては、クッションアングルとバックアングルの2つの可変制御因子を扱うため、これらの関係性を考慮する必要がある。クッションアングルとバックアングルは、それぞれに可変機構を設けて独立に可変させることができるほか、同機構をリンク機構などで構成し従属に可変させることもできる。このため、本研究では、独立と従属の両方を想定して可変域を導出することとした。

導出された可変域、その時の可変制御因子対応型ロバスト指標 R_A 、および可変制御因子の制約条件を図 4-24 および図 4-25 に示す。図 4-24 は、クッションアングルとバックアングルに従属関係があり、2個の評価点により導出されたものである。一方、図 4-25 は、クッションアングルとバックアングルが独立であり、9個の評価点により導出されたものである。図 4-24 より、本デザイン問題においては、クッションアングルとバックアングルが、 25° および 35° 付近と、 17° および 27° 付近の2箇所でもロバスト性を満足することがわかる。しかし、クッションアングルとバックアングルが独立である場合(図 4-25)においては、上記2箇所付近に解

候補が現れていない。これは、因子間の関係が独立である場合の可変域が、2個の初期点を結ぶ線分を対角線とする矩形となるため、制約条件の境界付近にある上記2箇所付近の初期点により導出される矩形の可変域の一部が制約条件を満たさないためである。よって、図4-25に示した解候補は、ロバスト性を大きく向上させる位置に評価点を配置することができず、許容下限値 R_{AI} を満たすために評価点を増加させ9個もの評価点を要したと考えられる。

また、可変制御因子間の関係が従属であるか独立であるかを選択するためには、前項で述べた目的関数の形状だけでなく、制約関数の形状を検討することが重要とわかる。

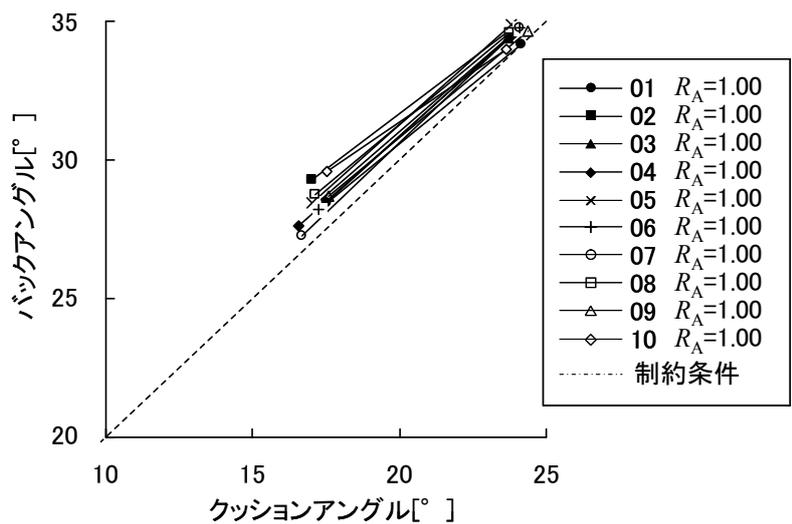


図 4-24 クッションアングルとバックアングルが従属である場合の最適可変域（解候補 10 個）

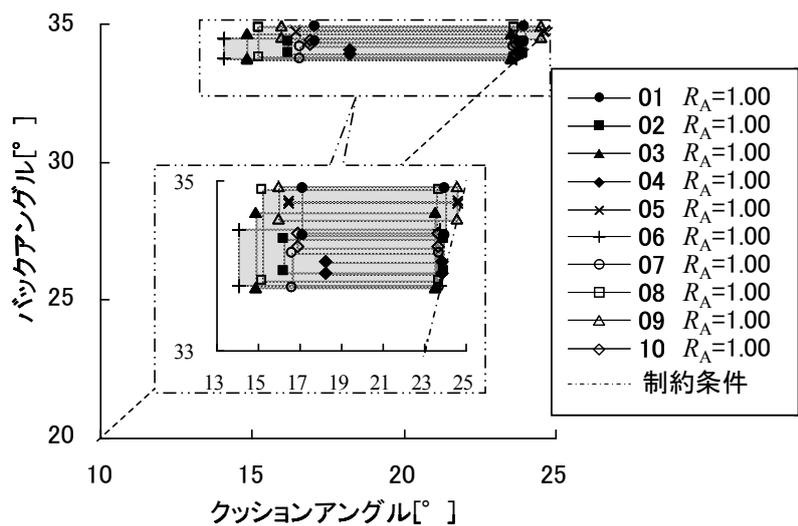


図 4-25 クッションアングルとバックアングルが独立である場合の最適可変域（解候補 10 個）

4.4 結言

本章では、可変機構により可変する制御因子（可変制御因子）を新たに定義し、可変制御因子対応型ロバスト指標、その算出方法、およびそれらを用いた3種類の最適可変域導出方法を提案することにより、可変制御因子に対応するロバストデザイン法を提案した。さらに、同デザイン法を、多様な使用環境を想定したディスクブレーキデザインおよび多様なユーザーのための公共シートデザインに適用することにより有効性を検証した。その結果、以下のことが示された。

- ・ 提案手法により導出されたロバスト最適解（最適可変域）のロバスト性は、第3章で述べた提案手法によるロバスト最適解のロバスト性と比較して向上していることが確認され、提案手法の有効性が示された。
- ・ 目的関数が単調増加するディスクブレーキのデザイン問題においては、因子の上限・下限パーセンタイルを用いた最適可変域導出方法が適切なロバスト最適解を効率的に導出することが確認された。さらに、目的関数が単調増加または減少しない公共用シートのデザイン問題においては、可変制御因子が1個の場合には可変域を徐々に拡大する最適可変域導出方法が、2個の場合には遺伝的アルゴリズムを用いた最適可変域導出方法が、最小の可変域（ロバスト最適解）を効率的に導出することが確認された。以上のことから、3つの最適可変域導出方法を使い分ける本手法の有効性が示された。
- ・ 遺伝的アルゴリズムを用いた導出方法において、可変制御因子が複数存在する場合、同因子間の関係が独立であるか従属であるかにより、導出されるロバスト最適解のロバスト性が大きく異なることが確認された。これにより、因子間の独立・従属両関係を評価可能な提案手法の有効性が示された。

第5章

提案手法の追加によるロバストデザイン法の体系的再分類

5.1 緒言

前章までに、既存のロバストデザイン法の選択方法、複数の目的関数に対応する手法、および可変機構により可変する制御因子（可変制御因子）に対応する手法を提案した。本章では、提案手法の事例結果に基づく特徴の整理を行うことにより提案手法の分類基準を抽出し、同基準を既存のロバストデザイン法の選択方法に加えることで、提案手法を包含するロバストデザイン法の選択方法を構築する。

5.2 提案手法の分類基準の抽出

第3章および第4章において提案した手法の特徴を整理し、同法の分類基準を抽出する。本研究では、目的関数を操作するロバストデザイン法として、以下に示す手法を挙げた。

- (1) ロバスト指標を用いた手法：制御因子および誤差因子のばらつきに対する目標特性のばらつきをモンテカルロ法により算出することで、ロバスト性を評価する手法
- (2) 重み付きロバスト指標を用いた手法：ロバスト指標に、目標特性間の重要度を付加した手法
- (3) 可変制御因子に対応する手法（因子の上限・下限パーセンタイルを用いた可変域導出方法）：目的関数の単調性を仮定することにより、可変制御因子の最大値および最小値を用いて、可変域のロバスト性を評価する手法
- (4) 可変制御因子に対応する手法（可変域を徐々に拡大する可変域導出方法）：可変制御因子の可変域を徐々に拡大させていき、その際に得られた全ての可変制御因子の値を用いて、可変域のロバスト性を評価する手法

(5) 可変制御因子に対応する手法（遺伝的アルゴリズムを用いた可変域導出方法）：

遺伝的アルゴリズムにより可変制御因子の可変域を導出し，その可変域から抽出された可変制御因子の値を用いて，可変域のロバスト性を評価する手法

これらの方法は，目標特性が許容範囲を満たす確率によりロバスト性を評価する．このため，第2章で挙げられたデザイン問題の特徴の全てに対応することができる．これらの手法の詳細の分類を下記に述べる．

まず，(1)および(2)の手法は，第3章で述べた複数の目的関数に対応する手法であり，(3)～(5)の手法は，第4章で述べた可変制御因子に対応する手法である．このため，関数の数および可変制御因子の数を，分類基準として抽出した．次に，(1)と(2)の手法は，両者とも目標特性における重要度を評価するか否かで異なり，(2)の手法は，目標特性の重要度が非一様なデザイン問題に対応することができる．このため，目標特性の重要度が一様か非一様かを分類基準として抽出した．さらに，(3)～(5)の手法は，4.2.3項で述べたように目的関数の単調性と可変制御因子の個数で使い分けられるため，それらを分類基準として抽出した．

5.3 提案手法を包含したロバストデザイン法の選択方法の提示

第2章で提案した既存のロバストデザイン法の分類基準に，前節で述べた多様場に対応するロバストデザイン法の分類基準を加え，ロバストデザイン法が適用可能なデザイン問題の特徴を表5-1のように対応させた．同表において，ロバストデザイン法とデザイン問題の特徴の交差する位置に「1」がある場合，それらの手法がそれらの特徴に対応可能であることを示している．一方，ロバストデザイン法とデザイン問題の特徴の交差する位置に記載がない場合，それらの手法がそれらの特徴に対応不可能であることを示している．さらに，ロバストデザイン法とデザイン問題の特徴の交差する位置に「/」がある場合，それらの特徴が，それらの手法に関する選択基準とならないことを示している．なお，実験を用いたロバストデザインを行う場合は，実験に基づくロバストデザイン法のなかから選択し，一方，シミュレーションを用いたロバストデザインを行う場合は，シミュレーションに基づくロバストデザイン法のなかから選択する．

この対応表により，デザイナーはデザイン問題の特徴に基づいて，適切なロバストデザイン法を選択することができる．

表 5-1 ロバストデザイン法の選択指針

デザイン問題の特徴		手法	シミュレーションに基づく手法																									
			実験に基づく手法		目的関数を用いた手法										制約関数を用いた手法													
			Taguchiの手法	Ottoらの手法	Sundaresanらの手法	Yuらの手法	Belegunduらの手法	Ramakrishnanらの手法	Arakawaらの手法	Wildeの手法	Zhuらの手法	Gunawanらの手法	Eggertらの手法	提案手法①R	提案手法②R _{IR}	提案手法③R _I 導出方法 ¹	提案手法④R _I 導出方法 ²	提案手法⑤R _I 導出方法 ³	Parkinsonらの手法(1)	Parkinsonらの手法(2)	Arakawaらの手法	Sundaresanらの手法	Eggertらの手法	Yuらの手法				
関数の特徴	関数の微分可能・不可能性	微分可能	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
		微分不可能	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
	関数の単調性 (関数が微分不可能な場合のみ選択する)	単調増加(減少)	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
		非単調増加(減少)	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
関数の数	1個	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
	2個以上	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
目標特性の特徴	目標特性の分布型	一様分布(分布を考慮しない)	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
		正規分布	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
		非正規分布(確率密度関数が既知)	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
	目標特性の重要度	一様	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
非一様		/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
因子の特徴	因子の分布型	左右対称な一様分布	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
		左右非対称な一様分布	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
		正規分布	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
	因子間の独立・従属性	独立	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
		従属	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
	因子の単位	同一単位	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
		非同単位	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
	可変制御因子の数	0個(存在しない)	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
		1個	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
		2個以上	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
調整因子の数	0個	1*	1*	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
	1個	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	

1*: 目標特性が望み特性の場合は適用不可能。

ロバストデザイン法は以下の手順で選択される。

- (1) 実験を行う場合には実験に基づく手法，シミュレーションを行う場合にはシミュレーションに基づく手法を選択する。
- (2) 行に示した各分類基準の項目のなかから，デザイン問題の特徴を選択する。
- (3) 対象となるデザイン問題に対応可能な手法を抽出する。ここで，制約条件がない場合には制約関数を操作する手法から選択する必要はない。
- (4) 複数の手法が抽出された場合，デザイナーが手法を選択する。

ここで，上記の手順に基づいたロバストデザイン法の選択例を図 5-1 に示す。

第6章

結論

6.1 本研究の成果

本研究では、多様場に対応するロバストデザイン法の構築を目的とした。そのために、まず、既存のロバストデザイン法の体系的分類を行うことで、各手法の適用範囲を明確化するとともに、構築を必要とするロバストデザイン法の要件を抽出した。次に、それらの要件を満たし、複数の目的関数に対応する新たなロバストデザイン法を構築した。さらに、同要件を満たし、可変機構により使用者が調整する制御因子（可変制御因子）に対応するロバストデザイン法を構築した。最後に、提案した2つの手法を包含した体系的分類を再度行うことで、ロバストデザイン法の選択方法を構築した。以下に、本研究を通じて得られた成果を示す。

(1) 既存のロバストデザイン法の体系的分類

(a)既存のロバストデザイン法を、実験に基づく手法、目的関数を用いる手法、制約関数を用いる手法に大別し、各手法の分類基準を得た。

- ・実験に基づく手法の分類基準：因子の分布型、因子間の独立・従属性、調整因子の数
- ・目的関数を用いる手法の分類基準：目的関数の微分可能性、目的関数の単調性、因子の分布型、因子の単位の同一性、因子間の独立・従属性、目標特性の分布型
- ・制約関数を用いる手法の分類基準：制約関数の微分可能性、制約関数の単調性、因子の分布型、因子間の独立・従属性

(b)(a)の分類基準に基づき、既存の手法の選択方法を提示した。本方法を多様な使用者を想定した公共用シートのデザイン事例に適用することにより、その有用性が示された。

(c)既存の手法による対応が難しく新たに構築が必要なロバストデザイン法の要件として、「因子間の従属性」が抽出された。

(2) 複数の目的関数に対応するロバストデザイン法の構築

- (a) 複数の目的関数に対応する新たなロバスト性評価指標として、ロバスト指標、重み付きロバスト指標、およびそれらの算出方法により構成される、複数の目的関数に対応するロバストデザイン法を提案した。
- (b) 同デザイン法を、多様な使用者のための公共用シートデザインに適用した。その結果、提案手法によるロバスト最適解は、従来手法によるロバスト最適解と比較して高いロバスト性を示した。これにより、提案手法の有効性が示された。
- (c) 公共用シートデザインへの適用の結果、ロバスト指標および重み付きロバスト指標によるロバスト最適解は、目標特性が許容範囲を満たす確率と、目標特性の重要度におけるパレート解となることが示された。さらに、重み付きロバスト指標によるロバスト最適解は、許容範囲が目標特性のばらつきの分布に対して十分に大きい場合において、効果的にロバスト性を向上させることが示された。
- (c) 公共用シートデザインへの適用の結果、提案手法によるロバスト最適解は、87%の場（使用者、着座姿勢）を満足させることが示されるとともに、残りの13%の場を満足させるためには、可変機構により調整される制御因子（可変制御因子）を導入する必要があることが示された。

(3) 可変制御因子に対応するロバストデザイン法の構築

- (a) 可変機構により可変する制御因子（可変制御因子）に対応するため、可変制御因子対応型ロバスト指標、その算出方法、およびそれらを用いた3種類の最適可変域導出方法により構成される、可変制御因子に対応するロバストデザイン法を提案した。
- (b) 同デザイン法を、多様な使用環境を想定したディスクブレーキデザインおよび多様な使用者のための公共シートデザインに適用した。その結果、本手法により導出されたロバスト最適解のロバスト性は、(2)の提案手法によるロバスト最適解のロバスト性より高いことが確認され、本手法の有効性が示された。
- (c) ディスクブレーキと公共用シートのデザイン問題への適用結果より、目的関数の単調性と可変制御因子の個数により使い分ける3つの最適可変域導出方法の有効性が示された。
- (d) 可変制御因子が複数存在する場合、同因子間の独立・従属関係に伴い、導出されるロバスト最適解のロバスト性が大きく異なることが確認され、因子間の独立および従属の両関係を評価可能な提案手法の有効性が示された。

(4) ロバストデザイン法の選択方法の構築

(a)(2)と(3)で示した提案手法の特徴を整理することにより、新たな分類基準として、目的関数の単調性、目標特性の重要度、可変制御因子の数を得た。

(b)(a)の分類基準を、既存のロバストデザイン法の分類基準に加え、提案手法を包含したロバストデザイン法の選択方法を提示した。

上述した(1)~(4)の成果により、多様場に対応するロバストデザイン法を構築することができた。本デザイン法により、以下の効果が期待される。

- ・ 複数の目的関数を有するデザイン問題において、ロバスト性の適切な評価が可能となり、多様な使用者や複雑な使用環境においてもロバストな機能を確保したデザインを実現できる。
- ・ 可変機構のロバスト性の適切な評価が可能となることから、デザイナーの経験に依存していた、可変機構採用の是非の判断や可変域の適切な範囲の決定などを定量的に行うことが可能となる。これにより、正確で無駄のない可変機構のデザインが可能となり、競争力に優れた人工物デザインを実現できる。
- ・ デザイン問題の特徴に応じて、ロバストデザイン法を適切に選択することが容易となり、同法の有効な活用が可能となる。このことは、ロバストデザイン法の実用的価値の向上、ならびにロバストデザイン分野の学術的発展に寄与すると考えられる。

6.2 今後の展望

本研究においては、従来のロバストデザイン法が対応できなかった複数の目的関数および可変機構により調整される制御因子（可変制御因子）に対応するロバストデザイン法を構築するとともに、提案手法を包含するロバストデザイン法の選択方法を構築した。以下に、今後の展望について述べる。

- ・ 提案したロバストデザイン法に用いられるロバスト性評価指標は、モンテカルロ法を用いるため、計算量が大きくなる。よって、計算量低減のため、ロバスト最適化法をさらに改善することが望まれる。
- ・ 可変制御因子に対応するロバストデザイン法においては、連続的な調整を想定している。しかし、現存する人工物においては、離散的に調整されるものも存在する。このため、同手法を、離散的な調整に対応できるように拡張することが望まれる。

- ・ 提案したロバストデザイン法をデザイン実務で使用するためには、使い易さの向上や実務者のニーズへの対応が必要である。よって、多くのデザイン事例に本手法を適用することにより、本手法をさらに改善することが望まれる。
- ・ 上述した実務者のニーズとして、ユニバーサルデザインやサステナブルデザインへの対応が挙げられる。具体的には、ユニバーサルデザインの課題である使用者の身体的・感性的なばらつきや、サステナブルデザインの課題である時間軸に関するばらつきに対応できるように拡張することが期待される。

謝辞

本研究は、慶應義塾大学大学院理工学研究科 総合デザイン工学専攻 松岡由幸教授のご指導のもとで行われたものです。松岡教授には、研究に関する事柄のみならず、研究者・教育者としてあるべき姿についてもご指導を頂きました。松岡教授のご指導ならびにご鞭撻に対して心より感謝の意を表します。また、本論文の執筆に際し、多くの貴重なご指導・ご助言を頂きました慶應義塾大学大学院理工学研究科 総合デザイン工学専攻 志澤一之教授，同大学院理工学研究科 総合デザイン工学専攻 青山英樹教授，同大学院理工学研究科 総合デザイン工学専攻 中澤和夫准教授，同大学院理工学研究科 開放環境科学専攻 武田朗子専任講師に心より御礼申し上げます。

そして、研究の方向性を示して頂いたばかりでなく、研究に望む基本的な姿勢についても温かくご指導して頂きました慶應義塾大学機械工学科助教，氏家良樹氏，電気通信大学知能機械工学科助教，井上全人氏，株式会社シャープ，池山哲夫氏，ならびに慶應義塾大学先端研究センター特別研究助教，佐藤浩一郎氏に心より御礼申し上げます。また，ダッソー・システムズ・シムリア株式会社，宮田悟志氏と，日産自動車株式会社，奈良敢也氏には，本研究を進めるうえで貴重なご助言を頂きました。ここに記して感謝申し上げます。

さらに、頼りない私にも関わらず、辛抱強く研究に協力してくれた，中塚慧氏（現 アクセルマーク株式会社），渡井惇喜氏（現 内田洋行株式会社），ならびに松岡研究室学部4年木村優氏に感謝の意を表します。また，研究生活を共にした松岡研究室，北村武士氏，ハイメ アルバレス氏，川西翔樹氏，許楠楠氏，沼生真一氏，森川洋氏，関口光洋氏，山口翔氏，田端啓希氏，水町悠貴氏，松井俊太郎氏，ならびに森田洵二郎氏に心より御礼申し上げます。

なお，本研究を遂行するにあたり，慶應義塾大学博士課程学生研究支援プログラムによる経済面での援助を頂きました。ここに関係者各位に謝意を表します。

最後に，筆者の健康を気遣い，私生活において筆者を支えてくれた父 匡，母 芳子，姉 恵美子，姉 晶子，祖父 竹次，祖母 アイ，祖母 ヒサ子に，心より感謝の意を表したいと思えます。

2011年2月

加藤 健郎

謝辭

参考文献

- (相吉 1990) 相吉英太郎:「最適化」の展望, 計測と制御, 29, 12, 167-169, 1990.
- (荒川 1999) 荒川雅生, 山川宏, 萩原一郎:ファジィ数を用いたロバスト設計手法の検討, 日本機械学会論文集C, 65, 632, 1601-1608, 1999.
- (荒川 2001) 荒川雅生, 山川宏, 石川浩:ファジィ数を用いたロバスト設計手法の検討 第2報, 日本機械学会論文集C, 67, 653, 192-200, 2001.
- (Arakawa 1995) M. Arakawa, and H Yamakawa: A Study on Optimum Design Using Fuzzy Numbers as Design Variables, ASME DE, 82, 463-470, 1995.
- (Byrne 1986) D. M. Byrne, S. Taguchi: The Taguchi Approach to Parameter Design, ASQ (American Society for Quality) 40th Annual Quality Congress, 40, 168-177, 1986.
- (Belegundu 1989) A. D. Belegundu, S. Zhang: Robust Mechanical Design Through Minimum Sensitivity, ASME DE, 119-2, 233-239, 1989.
- (Belegundu 1992) A. D. Belegundu, S. Zhang: Robustness of Design Through Minimum Sensitivity, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 114-2, 213-217, 1992.
- (Eggert 1990) R.J. Eggert, R.W. Mayne: Probabilistic Optimal Design Using Successive Surrogate Probability Density Functions, ASME DE, 23-1, 129-136, 1990.

参考文献

- (Eggert 1991) R.J. Eggert: Quantifying Design Feasibility Using Probabilistic Feasibility Analysis, ASME DE, 32-1, 235-240, 1991.
- (Eggert 1993) R.J. Eggert, R.W. Mayne: Probabilistic Optimal Design Using Successive Surrogate Probability Density Functions, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 115-3, 385-391, 1993.
- (Emch 1994) G. Emch, A. Parkinson: Robust Optimal Design for Worst-Case Tolerances, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 116-4, 1019-1025, 1994.
- (Gunawan 2004) S. Gunawan, S. Azarm: Non-Gradient Based Parameter Sensitivity Estimation for Single Objective Robust Design Optimization, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 126, 3, 395-402 2004.
- (広中 2009) 広中平祐:第2版 現代数理科学事典, 丸善, 2009.
- (伊藤 2006) 伊藤俊秀, 草薙信照:コンピュータシミュレーション, オーム社, 2006.
- (加藤 2005a) 加藤健郎, 松岡由幸:ロバスト設計の分類体系に関する基礎研究, 日本設計工学会秋季研究発表講演会講演論文集, 29-32, 2005.
- (加藤 2005b) 加藤健郎, 松岡由幸:非正規分布型目標特性に対応するロバストモデリング手法の提案, 日本機械学会設計工学・システム部門講演会講演論文集, 15, 231-232, 2005.
- (加藤 2007) 加藤健郎, 氏家良樹, 松岡良幸:非正規分布型目標特性に対応するロバスト性評価測度の提案, 設計工学, 42, 6, 43, 2007.

- (Kato 2005) T. Kato, T. Ikeyama, Y. Matsuoka: Basic Study on Classification Scheme for Robust Design Methods, Proceedings of The 1st International Conference on Design Engineering and Science, 37-42, 2005.
- (Kackar 1986) R. N. Kackar: Taguchi's Quality Philosophy Analysis and Commentary. An Introduction to and Interpretation of Taguchi's Ideas, Quality progress, 19-12, 21-29, 1986.
- (久保 2009) 久保幹雄, J.P.ペドロソ:メタヒューリスティクスの数理, 共立出版, 2009.
- (松本 2005) 松本哲夫, 辻谷将明, 和田武夫: 実用実験計画法, 共立出版, 2005.
- (松岡 2001) 松岡由幸, 庭野敦也, 大原侑也: 多様場対応型ロバスト設計方法の構築, デザイン学研究, 47, 5, 73-82, 2001.
- (松岡 2006) 松岡由幸, 栗原憲二, 奈良敢也, 氏家良樹: 製品開発のための統計解析学, 共立出版, 2006.
- (Matsuoka 1988) Y. Matsuoka, T. Hanai: Study of Comfortable Sitting Posture, SAE Tech Paper Ser (Soc Automot Eng), SAE-880054, 1988.
- (Matsuoka 2000) Y. Matsuoka: Robust Design Method for Diversity of Ba, KANSEI Engineering International, 1, 4, 25, 2000.
- (Matsuoka 2001) Y. Matsuoka: Design of Automotive Passenger's Seat, The Science of Design, 48, 17-24, 2001.
- (Matsuoka 2010) Y. Matsuoka: Design Science, Maruzen, 2010.
- (永田 2000) 永田靖: 入門 実験計画法, 日科技連, 2000.

参考文献

- (中塚 2006) 中塚慧, 加藤健郎, 松岡由幸: ロバスト設計法の分類と選択指針の提案, 日本設計工学会平成 18 年度秋季大会研究発表講演会講演論文集, 111-114, 2006.
- (Otto 1993) K.N. Otto, E.K. Antosson: Extensions to the Taguchi Method of Product Design, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 115-1, 5-13, 1993.
- (大浦 2008) 大浦靖典, 栗田裕: ディスクブレーキの鳴きに及ぼす摩擦接触部の面圧分布の影響, 日本機械学会機械力学・計測制御部門公演論文集, 2008, 114, 2008.
- (Parkinson 1993) A. Parkinson, C. Sorensen, N. Pourhassan: A General Approach for Robust Optimal Design, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 115-1, 74-80, 1993.
- (Parkinson 1995) A. Parkinson: Robust Mechanical Design Using Engineering Models, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 117B, 48-54, 1995.
- (Ramakrishnan 1994) B. Ramakrishnan, S. S. Rao: An Efficient Strategy for the Robust Optimization of Large Scale Nonlinear Design Problems, ASME DE, 69-2, 25-35, 1994.
- (Ramakrishnan 1996) B. Ramakrishnan, S. S. Rao: A General Loss Function Based Optimization Procedure for Robust Design, Engineering Optimization, 25, 255-276, 1996.
- (生命工学工業技術研究所 1996) 生命工学工業技術研究所編: 設計のための人体寸法データ集, 日本出版サービス, 1996.
- (Sundaresan 1991) S. Sundaresan, K. Ishii, D.R. Houser: Design Optimization for Robustness Using Performance Simulation Programs, ASME DE, 32-1, 249-256, 1991.

- (Sundaresan 1993) S. Sundaresan, K. Ishii, D.R. Houser: A Robust Optimization Procedure with Variations on Design Variables and Constrains, ASME DE, 65-1, 379-386, 1993.
- (斉藤 1997) 斉藤正次, 若林寿之: 長時間疲れない鉄道用座席の開発とその検証, 日本機械学会講演論文集第6回交通・物流部門大会(鉄道シンポジウム編), 405-408, 1997.
- (田口 1976) 田口玄一: 実験計画法, 丸善, 1976.
- (田口 1988a) 田口玄一: 品質工学講座 1 開発・設計段階の品質工学, 日本規格協会, 1988.
- (田口 1988b) 田口玄一: 品質工学講座 3 品質評価のための SN 比, 日本規格協会, 1988.
- (Taguchi 1993) G. Taguchi: Taguchi on Robust Technology Development, ASME Press, 1993.
- (戸川 1980) 戸川隼人: 数値計算演習, 共立出版, 1980.
- (津田 1969) 津田孝夫: モンテカルロ法とシミュレーション, 培風館, 1969.
- (渡辺 1974) 渡辺浩, 青沼龍雄: 数理計画法, 筑摩書房, 1974.
- (Wilde 1990) D.J. Wilde: Monotonicity Analysis of Taguchi's Robust Circuit Design Problem, ASME DE, 23-2, 75-80, 1990.
- (Wilde 1992) D.J. Wilde: Monotonicity Analysis of Taguchi's Robust Circuit Design Problem, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 114-4, 616-619, 1992.
- (Winter 1990) D.A. Winter: Biomechanics of Human Movement, Wiely, 1990.
- (山川 1993) 山川宏: 最適化デザイン, 培風館, 1993.

参考文献

- (山川 2003) 山川宏:最適設計ハンドブック, 朝倉書店, 2003.
- (柳浦 2001) 柳浦睦憲, 茨木俊秀:組合せ最適化—メタ戦略を中心として—, 朝倉書店, 2001.
- (Yu 1993) J.-C. Yu, K. Ishii: A Robust Optimization Method for Systems with Significant Nonlinear Effects, ASME DE, 65,1 , 371-378, 1993.
- (Yu 1994) J.-C. Yu, K. Ishii: Robust Design by Matching the Design with Manufacturing Variation Patterns, ASME DE, 69-2, 7-14, 1994.
- (Yu 1998a) J.-C. Yu, K. Ishii: Design Optimization for Robustness Using Quadrature Factorial Models, Engineering Optimization, 30, 203-225, 1998.
- (Yu 1998b) J.-C. Yu, K. Ishii: Design for Robustness Based on Manufacturing Variation Patterns, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 120-2, 196-202, 1998.
- (Zhu 2001) J. Zhu, K.L. Ting: Performance distribution analysis and robust design, Transaction of the ASME journal of Mechanical Design, Transaction of the ASME Journal of Mechanical Design, 12-31, 11-17, 2001.

著者論文目録

1. 原著論文

- (1) 加藤健郎, 氏家良樹, 松岡由幸: 非正規分布型目標特性に対応するロバスト性評価測度の提案, 設計工学, Vol. 42, No. 6, pp. 43-50, 2007.
- (2) 加藤健郎, 中塚慧, 松岡由幸: 可変域を有する制御因子に対応するロバスト設計法の提案, 掲載決定.
- (3) 加藤健郎, 渡井惇喜, 松岡由幸: 複数の可変制御因子に対応するロバスト設計法, 設計工学, 掲載決定.

2. 国際会議論文

- (1) Takeo Kato^{*}, Tetsuo Ikeyama and Yoshiyuki Matsuoka: Basic Study on Classification Scheme for Robust Design Methods, Proceedings of the 1st International Conference on Design Engineering and Science(ICDES2005), pp. 37-42, 2005.
- (2) Satoshi Nakatsuka^{*}, Takeo Kato, Yoshiki Ujiie and Yoshiyuki Matsuoka: A Proposal of Robust Design Method Applicable to Diverse Design Problems, Proceedings of International Association of Societies of Design Research 2007, Published by CD-ROM (12pages), 2007.
- (3) Satoshi Nakatsuka^{*}, Takeo Kato, Yoshiki Ujiie and Yoshiyuki Matsuoka: A Proposal of Robust Design Method Using the New Evaluation Indexes, Proceedings of 9th Cairo University International Conference on Mechanical Design and Production, Published by CD-ROM (10pages), 2008.

- (4) Atsuki Watai*, Satoshi Nakatsuka, Takeo Kato, Yoshiki Ujiie and Yoshiyuki Matsuoka: Robust Design Method for Diverse Conditions, Proceedings of 2009 ASME International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference, Published by CD-ROM (8pages), 2009.
- (5) Takeo Kato*, Atsuki Watai, Yoshiki Ujiie and Yoshiyuki Matsuoka: Robust Design Methods for Universal Design, Proceedings of International Association of Societies of Design Research 2009, Published by CD-ROM (10pages), 2009.
- (6) Atsuki Watai*, Takeo Kato and Yoshiyuki Matsuoka: Proposal of robust design method for diverse conditions in consideration of cost, Proceedings of International Association of Societies of Design Research 2009, Published by CD-ROM (8pages), 2009.
- (7) Takeo Kato*, Atsuki Watai, Yoshiki Ujiie and Yoshiyuki Matsuoka: Robust design method for objective characteristics with nonnormal distributions and control factors with adjustable range, Proceedings of UMTIK 2010 International Conference on Machine Design and Production, Published by CD-ROM (15pages), 2010.

3. その他の国際会議発表

- (1) Takeo Kato*, Tetsuo Ikeyama and Yoshiyuki Matsuoka: Basic Study on Classification Scheme for Robust Design Methods, Proceedings of the Workshop on Product & System Design, pp. 42-47, 2005.

4. 国内学会発表

- (1) 加藤健郎*, 松岡由幸：非正規分布型目標特性に対応するロバストモデリング手法の提案, 日本機械学会 第 15 回設計工学・システム部門講演論文集, pp. 231-232, 2005.
- (2) 加藤健郎*, 松岡由幸：ロバスト設計方法の分類体系に関する基礎研究, 日本設計工学会 平成 17 年度秋季大会研究発表講演論文集, pp29-32, 2005.
- (3) 加藤健郎*, 戸澤和高, 野村悠二, 氏家良樹, 松岡由幸：多様場に対応するロバスト設計法の提案とその適用, 日本デザイン学会 第 53 回研究発表講演論文集, pp.6-7, 2006.
- (4) 加藤健郎*, 戸澤和高, 野村悠二, 氏家良樹, 松岡由幸：多様場対応型ロバスト設計法の提案と自動車用シートへの事例適用, Design シンポジウム 2006 講演論文集, pp.31-34, 2006.

- (5) 中塚慧*, 加藤健郎, 松岡由幸: ロバスト設計法の分類と選択指針の提案, 日本設計工学会 平成 18 年度秋季大会研究発表講演論文集, pp.111-112, 2006.
- (6) 中塚慧*, 加藤健郎, 松岡由幸: 多様な設計場に対応するロバスト設計法の提案と公共用シートへの事例適用, 日本設計工学会 平成 19 年度春季大会研究発表講演論文集, pp.93-96, 2007.
- (7) 中塚慧*, 加藤健郎, 松岡由幸: ロバスト設計法の課題抽出とそれに対応する新手法の提案, 日本デザイン学会 第 54 回研究発表講演論文集, pp.180-181, 2007.
- (8) 中塚慧*, 加藤健郎, 氏家良樹, 松岡由幸: 多様性を有する場に対応するロバスト設計法の構築, 日本機械学会 第 17 回設計工学・システム部門講演論文集, pp.298-299, 2007.
- (9) 加藤健郎*, 中塚慧, 渡井惇喜, 松岡由幸: 多様場に対応するロバストデザイン, デザインシンポジウム 2008 講演論文集, pp.491-494, 2008.
- (10) 中塚慧*, 渡井惇喜, 加藤健郎, 松岡由幸: 可変機構に対応するロバストデザイン法の構築と事例適用, デザインシンポジウム 2008 講演論文集, pp.495-498, 2008.
- (11) 渡井惇喜*, 中塚慧, 加藤健郎, 松岡由幸: 多様場に対応するロバストデザインのコスト評価, デザインシンポジウム 2008 講演論文集, pp.499-502, 2008.
- (12) 渡井惇喜*, 加藤健郎, 松岡由幸: コストを考慮した多様場対応型ロバストデザイン法の提案, 日本デザイン学会 第 56 回研究発表講演論文集, pp.46-47, 2009.
- (13) 渡井惇喜*, 中塚慧, 加藤健郎, 松岡由幸: 最適可変域および最適多水準の決定問題に対応するロバスト設計法の提案, 日本機械学会、第 19 回設計工学・システム部門講演論文集, (CD-ROM), 2009.
- (14) 加藤健郎*, 松岡由幸: 可変制御因子に対応するロバスト設計法, 日本機械学会、第 20 回設計工学・システム部門講演論文集 (CD-ROM), 2010.