

主 論 文 要 旨

報告番号	㊦ 乙 第	号	氏 名	本多 泰理
主 論 文 題 目： Small-time Existence of a Strong Solution of Primitive Equations for the Ocean and the Atmosphere (海洋と大気の Primitive Equations の時間局所解の存在)				
(内容の要旨) Primitive equations は大気や海洋の状態の時間発展を記述する偏微分方程式系であり、気象の数値予報やシミュレーションに現在広く用いられている。その方程式系は Navier-Stokes 方程式に類似しているが、静水圧近似の適用により運動方程式における速度の鉛直成分が圧力勾配と重力の平衡式に置き換えられている点、境界条件における風の応力や熱フラックスがバルク法により記述されている点、粘性項が非等方的である点が主な相違点である。 本論文は、primitive equations の大気、海洋各モデルに対して、Sobolev-Slobodetskii 空間に属する時間局所解の存在と一意性を証明するものである。 Primitive equations は 1920 年代の Richardson による初の数値予報の試みの中で提案されたモデル方程式である。その後この方程式に対して各種の数値計算に関する研究がなされたが、数学の研究としては、1990 年代における Lions, Temam, Wang 等による大気、海洋各モデルおよび結合モデルに対する weak solution の構成が最初である。その後 Guillen-Gonzalez and Rodriguez-Bellido (2001, 2005), Temam and Ziane (2004) による strong solution の時間局所解、および Cao and Titi (2005) による時間大域解の存在と一意性が報告されている。しかし、これらはいずれも海洋表面を固定平面とするモデル化 (rigid lid hypothesis) を採用している。大気モデルについては Lions et al. (1992), Ewald and Temam (2001) などがあるが、問題の定式化においていくつかの課題が残されている。 本論文では、大気、海洋それぞれの primitive equations に対し、3 次元帯状領域における自由境界問題としてのモデル化とその数学解析を行なう。その特徴は、次の通りである： 1. 海面を自由境界としてモデル化する。 2. 直交座標系を用いて記述された問題を、 p -座標系で記述された問題へ変換する。 3. 将来の大気海洋結合モデルの解析を勘案し、両者とも p 座標系によりモデル化を行う。これは海洋のモデル化としては新規の取り組みである。 4. 境界条件において、応力テンソルおよび蒸発・凝縮の影響を考慮する。 p -座標系への変換後、領域を固定するための座標変換を更に行い、それらの変換後の座標系における既知関数、および陰関数として表される関数のノルムの評価を与える。次に線形化問題を解き、その解の評価を求める。最後に未知関数についての逐次近似列を構成し、その極限として非線形問題を解く。Sobolev-Slobodetskii 空間における Multiplicative inequality を用いて非線形項の評価を行い、更に Young の不等式により十分小さい時間区間上での逐次近似列の有界性と収束性を示す。 以上により、座標変換後の問題に対する解の存在と一意性が示される。また温度・湿度・塩分濃度の各未知変数については、十分小さい時間区間上で正值性が保持されることも示される。				

SUMMARY OF Ph.D. DISSERTATION

School	Student Identification Number	SURNAME, First name
Keio University		Honda Hirotada
Title Small-time Existence of a Strong Solution of Primitive Equations for the Ocean and the Atmosphere		
Abstract <p>Primitive equations, which were originally proposed by Richardson (1922), are a system of partial differential equations describing the time evolution of the state of the ocean and the atmosphere. They are used in numerical weather forecast and simulations nowadays. This paper concerns with the strong solution to primitive equations for the ocean and the atmosphere in Sobolev-Slobodetskii spaces.</p> <p>In the mathematical issue, Lions, Temam and Wang first constructed weak solutions global in time for the ocean, atmosphere and the coupled model in 1990's. Following them, some results concerning the strong solution have been reported by Guillen-Gonzalez and Rodriguez-Bellido (2001, 2005), Temam and Ziane (2004) and Cao and Titi (2005) and so on until now. However, all of them assumed the ocean surface to be fixed and flat, which is called rigid lid hypothesis. Moreover, we have the results on the atmosphere model by Lions et al.(1992), Ewald and Temam (2001) etc. They assigned some unrealistic assumptions in the formulation.</p> <p>In this thesis, we investigate the primitive equations for the ocean and the atmosphere in the 3 dimensional strip under the following situations:</p> <ol style="list-style-type: none">1. The surface of the ocean is free, not the rigid lid.2. The model problem is formulated in the orthogonal coordinate system first, and then in the p-coordinate system.3. Both the ocean and the atmosphere models are considered in p-coordinate system, for the aim of the study of the coupled model in future. Such a treatment is the first for the ocean.4. The boundary conditions on the free surface are described including the stress tensor and the effect of the evaporation and condensation. <p>After the further transform of the coordinate system, we provide the estimates of the given and implicit functions in the new coordinate system. Then we solve the linearized problem and provide the estimates of the solutions. Finally we solve the nonlinear problem by constructing successive approximations. Applying multiplicative and Young's inequalities, we show the existence and uniqueness of the strong solution local in time in Sobolev-Slobodetskii spaces. We also show the positivity of the temperature, moisture and salinity over the small time interval.</p>		