

Initial Boundary Value Problems for Model Equations of Drift Wave Turbulence

August 2011

Shintaro Kondo

主 論 文 要 旨

報告番号	甲 乙 第	号	氏 名	近藤 信太郎
主 論 文 題 目： Initial Boundary Value Problems for Model Equations of Drift Wave Turbulence (ドリフト波乱流のモデル方程式に対する初期境界値問題)				
(内容の要旨) トカマクは、強磁場によって軸対称プラズマを容器内に閉じ込める装置であり、磁場閉じ込め装置の中では最も有望視されている。一般的に、プラズマ内に荷電分離が生じるとプラズマ内に電場が発生し、正電荷粒子と負電荷粒子はドリフト速度を得る。そして、プラズマ中の密度の不均一性によりドリフト波が生じ、そのドリフト波に起因する乱流が異常輸送を引き起こし、閉じ込め効果の急激な劣化が起こることが知られている。さらに、様々なプラズマ波現象が地球磁気圏において観測されており、そこでも異常輸送が生じていることが報告されている。様々な観点から見てドリフト波乱流の解析は重要なテーマであると考えられる。 本論文の目的は、ドリフト波乱流のモデル方程式及びトカマク内の抵抗性ドリフト波乱流を記述している三次元 Hasegawa-Wakatani 方程式とその周辺を数学解析的に研究することにある。Hasegawa-Wakatani 方程式は、一様な強磁場中にプラズマの平衡密度に不均一性があるとき、プラズマ密度の変動と静電ポテンシャルを未知関数とする連立偏微分方程式から構成されている。 第一章において、ドリフト波乱流のモデル方程式の物理学的研究の背景についての説明と、これまでの数学面での研究についての紹介をする。 第二章において、はじめに抵抗性ドリフト波乱流のモデル方程式に対する初期境界値問題に対し強解が時間大域的に一意に存在することを Sobolev-Slobodetski 空間において証明する。ここでは、領域は円柱状の有界領域で、その円柱の両端で周期的な境界条件を課す。また、外部からは一様な磁場が円柱の軸方向にかけられていて、平衡密度の不均一性が円柱の半径方向に存在している状況下で議論を展開する。この結果を受け、拡散係数によらない <i>a priori</i> 評価を通して、拡散係数のゼロ極限をとることによって、Hasegawa-Wakatani 方程式に対する初期境界値問題の強解が一意に存在することが証明される。 第三章において、まず Hasegawa-Wakatani 方程式の解に対し、プラズマ抵抗値に関する一様評価を得る。そして、プラズマ抵抗値がゼロのときのドリフト波乱流のモデル方程式に対する初期境界値問題が一意な強解をもつことを証明する。最後に、プラズマ抵抗値のゼロ極限をとった時、Hasegawa-Wakatani 方程式の解がプラズマ抵抗値ゼロのドリフト波乱流のモデル方程式の解に強収束することを証明する。				

SUMMARY OF Ph.D. DISSERTATION

School Fundamental Science and Technology	Student Identification Number	SURNAME, First name KONDO, Shintaro
Title Initial Boundary Value Problems for Model Equations of Drift Wave Turbulence		
Abstract <p>Tokamak is the most advanced magnetic confinement device, in which an axisymmetric plasma is confined by a strong magnetic field. In general, if the electric fields are set up in the plasma by charge separation, both positive and negative particles obtain drift velocities. The spatial gradients in plasma lead to the drift waves, whose turbulence is a natural cause of anomalous transport from which the dramatic reduction in confinement results. Moreover, a vast variety of plasma wave phenomena are found in the Earth's magnetosphere, where the anomalous transport occurs. Thereby the analysis of such a drift wave turbulence is important from various point of view.</p> <p>In the present thesis we analyze mathematically the model equations of the drift wave turbulence and three dimensional Hasegawa-Wakatani equations, which describe the resistive drift wave turbulence in Tokamak. They consist of two nonlinear partial differential equations for the perturbations of plasma density and electrostatic potential in the homogeneous strong magnetic field and the inhomogeneous plasma equilibrium density.</p> <p>In Chapter 1 physical background of the model equations of drift wave turbulence is explained and reviewed mathematical results briefly.</p> <p>In Chapter 2 we consider the initial boundary value problem (IBVP) in the bounded cylindrical domain under the periodic boundary condition along the cylindrical axis and the uniform external magnetic field subjected to the cylinder axis and the inhomogeneous equilibrium density to the cylinder radial direction. We first establish the existence and uniqueness of a strong global solution to the IBVP for the model equations of the resistive drift wave turbulence in Sobolev-Slobodetski spaces. Second by passing to the limit of zero diffusion coefficient, we establish the existence and uniqueness of a strong solution to the IBVP for Hasegawa-Wakatani equations.</p> <p>In Chapter 3 we obtain uniform estimates to the solutions for Hasegawa-Wakatani equations with respect to the resistivity. Then we prove the existence and uniqueness of a strong solution to the IBVP for the model equations of drift wave turbulence with zero resistivity. Finally we prove that the solution of Hasegawa-Wakatani equations converges strongly to that of the model equations of drift wave turbulence with zero resistivity as the resistivity tends to zero.</p>		