

学位論文 博士(理学)

線形フィードバック系における熱力学量と情報量の関係

2012年度

慶應義塾大学大学院理工学研究科

鈴木 博之

主 論 文 要 旨

報告番号	甲 乙 第	号	氏 名	鈴木 博之
主 論 文 題 目 :				
線形フィードバック系における熱力学量と情報量の関係				
(内容の要旨)				
<p>熱力学第二法則によれば、熱浴中の小さな系に対して操作を行うとき、系にされる仕事は系の Helmholtz 自由エネルギーの変化より小さくならない。小さな系が、さらに測定制御される系 (プラント) と、測定制御する系に分かれるとき、プラントにされる仕事が、その Helmholtz 自由エネルギー変化とどのような関係があるか、という問題は古くから提起されてきた。Szilard (1929) は、非常に理想化したモデルに対して系の内部状態を測定制御することで、一見、熱力学第二法則に反した結果を得ている。当然ながら、測定制御する系を含めれば熱力学第二法則に反していない。</p> <p>帯電した Brown 粒子にされる仕事が最小になるよう、電場を制御しながら、一定距離を一定時間で一次的に移動させるモデルをまず考える。測定ノイズを伴いながら Brown 粒子の位置と速度を測定し、測定値を基に電場を決定する。制御の問題として定式化すると、電場の大きさが大きくならぬよう、そして最終時間で目的地にたどりつくよう、ふたつの制御パラメータを導入しなければならない。前者の条件を緩め、後者の条件を厳しくする極限で最適制御下の仕事は有限に留まる、ということを数値的に示すことができる。測定ノイズを大きくしたり、測定する変数を減らしたりすると、最適仕事の値は大きくなる。この際、Sagawa & Ueda (2008) で得られた量子系での不等式と同様の式が成り立つように見える。</p> <p>この不等式と同様の不等式が、多数回観測される古典系一般に成り立つことを理論的に示すことができる。線形フィードバック系の場合、分離定理が成り立ち、推定のための Markov 過程を分離できる。得られる不等式には、この Markov 過程における測定量と状態量との相互情報量が関係する。相互情報量の値は、制御の詳細に依存しない。</p> <p>上記で導かれた不等式の等号成立条件は、系が完全に決定的な場合で、これは非現実的な場合である。はじめのモデルで数値的に得られた結果を使うと、不等式の両辺の値の差は非常に大きく、等式から遠いことがわかる。現実的な系で、どういう条件下で不等式が等式に近づくかに興味を持たれる。そこで、調和ポテンシャルを作るデバイスに外力を加えて、調和ポテンシャルを感じる Brown 粒子を、上述のモデルと同様に移動させる過程を数値的に研究する。測定ノイズを伴いながら Brown 粒子とデバイスの位置と速度を測定し、測定値を基に粒子がする仕事が最大になるように外力を決める。制御に有益な量の測定ノイズを小さくして、粒子により大きな仕事をさせても、同時に相互情報量が増えて、不等式が顕著には等式に近づかない。種々の因子を変化させて調べると、同様の理由で、粒子に仕事をより多くさせることと、不等式が等式に近づくことは両立しない。例外的な因子は、粒子の摩擦係数である。これを減少させると、制御がしやすくなって粒子により多くの仕事をさせられ、同時に熱ゆらぎが抑えられて、測定前の不確かさが減少し、結果として測定による不確かさの減少量が減る。これは相互情報量が減ることを意味し、不等式が等式に近づく。</p>				

SUMMARY OF Ph.D. DISSERTATION

School Keio University	Student Identification Number 80645262	SURNAME, First name SUZUKI Hiroyuki
Title The Relationship between Thermodynamic and Information Quantities under the Linear Feedback Control		
Abstract <p>The second law of the thermodynamics tells us that the work done to an isothermal system cannot be smaller than the change of its Helmholtz free energy. We consider that the system is divided into a plant and the rest that measures and controls the plant. It is interested how the work done to the plant is related to the change of its Helmholtz free energy.</p> <p>We numerically study a process of carrying a charged Brownian particle by means of an external electrostatic force in one dimension from a place to another in a finite time lapse. We control the force by using a feedback loop to minimize an evaluation functional, which contains the averaged work and two terms involving control parameters. We can show that the minimum work remains finite in a limit of the control parameters.</p> <p>The results appear to satisfy the inequality proposed by Sagawa & Ueda (2008) for a quantum system. A similar inequality is founded to hold in general for the classical system the plant of which is measured at many times. It involves the mutual information defined in the Markov process extracted from the whole process.</p> <p>Using the numerical results in the model above, we find the difference between the values on one side and other side of the inequality to be very large. To investigate the practical conditions making the inequality closer to the equality, we numerically study another model, where the Brownian particle is shifted by means of a harmonic potential. The linear feedback loop is designed so that the averaged work is decreased as much as possible. The averaged work under the optimal control depends on the sensor noise, the process duration time and other factors. Many factors cannot reduce the optimal averaged work and make the inequality closer to the equality at the same time. The particle friction is found to be clearly exceptional in this point.</p>		