

学位論文 博士（理学）

超流動 Fermi 原子気体の
BCS-BEC クロスオーバーにおける
強結合効果と擬ギャップ現象

2012年度

慶應義塾大学大学院理工学研究科

渡邊 亮太

目次

第 1 章	序論	1
1.1	冷却アルカリ金属 Fermi 原子気体における実験手法	2
1.2	冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーと擬ギャップ現象	9
1.3	本論文の目的と構成	18
第 2 章	一様な Fermi 原子気体における擬ギャップ現象	19
2.1	一様な Fermi 原子気体の強結合モデル	19
2.2	Fermi 原子系の超流動転移温度と化学ポテンシャルおよび超流動オーダーパラメータ	24
2.3	冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける 1 粒子状態	28
2.4	一様な冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける相図	36
第 3 章	トラップされた Fermi 原子気体における擬ギャップ現象と測定量の解析	39
3.1	トラップされた Fermi 原子気体と局所密度近似	40
3.2	トラップされた Fermi 原子気体の局所的な 1 粒子状態	46
3.3	冷却 Fermi 原子気体の photoemission スペクトル	52
3.4	冷却 Fermi 原子気体の圧力に対する強結合効果	57
第 4 章	2 次元 Fermi 原子気体における photoemission スペクトル	61
4.1	2 次元系の定式化	61
4.2	2 次元 Fermi 原子気体の超流動転移温度	63
4.3	2 次元トラップ系の 1 粒子状態における強結合効果と擬ギャップ現象	68
第 5 章	まとめ	75
付録 A	超流動相におけるハミルトニアン の 導出	79
付録 B	超流動相における Green 関数の計算	81

B.1	超流動相における 2 体相関関数	81
B.2	自己エネルギーの解析接続	82
付録 C	BCS-BEC クロスオーバーの常流動相における粒子数方程式	85
付録 D	冷却 Fermi 原子気体における photoemission スペクトルの表式	87
参考文献		91

第 1 章

序論

Fermi 粒子系超流動の研究は、単体電子系や化合物電子系の超伝導、超流動 ^3He 等、様々な物質で行われている。単体や比較的簡単な組成の化合物に見られる、いわゆる BCS(Bardeen-Cooper-Schrieffer) 超伝導体は平均場的な BCS 理論によって良く説明される一方で [1–3]、強相関物質として知られる銅酸化物超伝導体では 100 K を超える超伝導転移温度や、いわゆる擬ギャップ現象をはじめとする様々な新奇物性が見つかっている [4, 5]。理論上、これら Fermi 粒子系超流動は、Fermi 粒子間相互作用の強さに関する性質である BCS-BEC クロスオーバーによって統一的に理解されるものと期待されている [6–14]。これに対し、2004 年には、冷却 Fermi 原子気体の超流動および BCS-BEC クロスオーバーがアルカリ金属 Fermi 原子 ^{40}K [15] と ^6Li [16–18] の気体それぞれにおいて実現し、その物性が盛んに議論されている。

冷却原子気体は、真空引きされた容器内に磁場やレーザー光を用いてトラップされ [19–21]、温度 $\sim 10^2$ nK まで冷却された原子気体を実験対象とする [22]。特に、アルカリ金属原子の気体は、原子間の相互作用を外部磁場の効果によって制御できたり、レーザーの定在波の導入によって結晶格子に類似した格子構造または低次元性を導入したりすることができるなど、高い操作性を持つ [23–26]。そのため、原子種による個別の性質のみならず、Fermi 気体、Bose 気体の普遍的な性質の実験的な検証が期待されている。近年では、冷却 Fermi 原子気体の物性を測定する技術が開発され、Fermi 粒子系の超流動および BCS-BEC クロスオーバーにおける物性が明らかになりつつある。

本章では、まず、1.1 節でアルカリ金属 Fermi 原子気体における実験手法について述べる。次に、1.2 節で Fermi 原子気体において実現した BCS-BEC クロスオーバーと本論文の主題である擬ギャップ現象について述べる。1.3 節で本研究の目的を述べる。

1.1 冷却アルカリ金属 Fermi 原子気体における実験手法

アルカリ金属原子は高温の原子源から供給され、Zeeman 減速器のレーザー光によって減速、磁場とレーザー光を用いた磁気光学トラップによって、ある原子状態の原子が選択的に捕獲される。原子気体はレーザー光によって冷却され、気体の温度は $\sim 10^2 \mu\text{K}$ に達する。この熱平衡状態の原子気体に対し、高い運動エネルギーを持つ原子をトラップから解放する。そして、再度気体を熱平衡させて高エネルギーの原子を解放する過程を繰り返す蒸発冷却によって、気体は $\sim 10^2 \text{nK}$ まで冷却される。

Fermi 原子の蒸発冷却を行う際には、Pauli の排他律によって、同じ原子状態にある原子間相互作用は、低温で著しく抑制されることに注意しなければならない。この問題は、半数程度の原子を電磁波によって他の原子状態に遷移させて 2 成分系として冷却、あるいは、Fermi 原子と共に Bose 原子をトラップし、これら 2 原子間の相互作用を利用して共同的な冷却を行うことによって回避される [24]。

Regal と Jin によるアルカリ金属 Fermi 原子 ^{40}K 気体の Feshbach 共鳴を利用した原子間相互作用の操作性を示した実験では、前者の方法が用いられた [26, 27]。この実験では、レーザー場のみによって光学的に捕獲する光学トラップが利用され、原子数 $\sim 10^5$ 個、 $T \sim 0.1T_{\text{F}}$ (T_{F} は Fermi 温度) が達成された。近年では、以上の方法によって生成された Fermi 原子気体の物理量の測定技術が開発され、盛んに議論されている。

本節では、アルカリ金属 Fermi 原子気体の光学トラップと Feshbach 共鳴を利用した原子間相互作用の操作性、および、物理量の測定方法について述べる。

1.1.1 アルカリ金属 Fermi 原子気体の光学トラップ

アルカリ金属 Fermi 原子気体は、レーザー光によって光学的にトラップすることができる [19–21]。レーザー光による電場

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}}E_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + \text{C.C.}, \quad (1.1)$$

による原子のエネルギー変調を考える。ここで、 $\hat{\mathbf{e}}$ は電場方向の単位ベクトル、 $E_0(\mathbf{r})$ は電場の振幅、 ω は周波数である。簡単のため、原子の基底状態 $|g\rangle$ と励起状態 $|e\rangle$ の 2 準位系を考える。レーザー場中の原子は、電気双極子近似の範囲で、

$$\Delta E = -\frac{1}{2}\alpha(\omega)E_0(\mathbf{r})^2, \quad (1.2)$$

のエネルギー変調を受ける。

$$\alpha(\omega) = \frac{2|\langle e|\mathbf{d}\cdot\hat{\mathbf{e}}|g\rangle|^2\hbar\omega_0}{(\hbar\omega_0)^2 - (\hbar\omega)^2}, \quad (1.3)$$

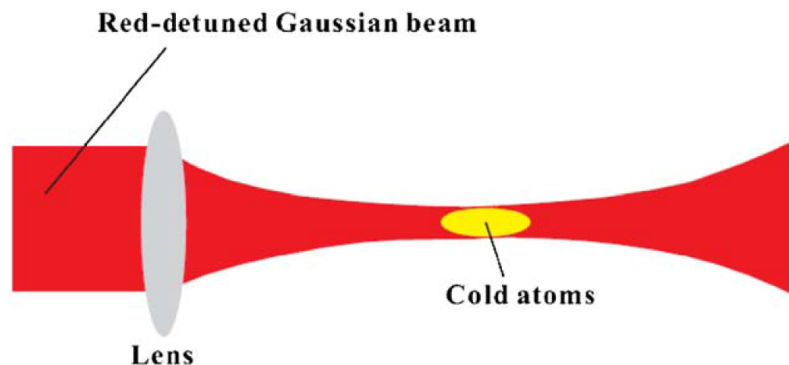


図 1.1 レーザー光による光学トラップの概念図 [20]。赤はレーザー光、黄はレーザー光によってトラップされた原子気体を表す。(1.2) 式と (1.3) 式に示すように、 $\omega < \omega_0$ に赤方変調したレーザーをレンズで集光することにより、レンズの焦点付近に引力のトラップポテンシャルを生じさせることができる。

は動的原子分極率、 d は電気双極子演算子である。また、 $|g\rangle$ のエネルギーを基準にした $|e\rangle$ のエネルギーを $\hbar\omega_0$ と置いた。

(1.2) 式と (1.3) 式より、 $\omega < \omega_0$ のレーザー光に対して $\Delta E < 0$ となるから、レーザー光は強度の 2 乗に比例した引力ポテンシャルとして原子に作用する。そのため、図 1.1 に示す概念図のように、レーザー光をレンズを用いて集光することによって、焦点付近に原子をトラップすることができる。この機構では、トラップポテンシャル $V(\mathbf{r})$ は調和ポテンシャル

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (1.4)$$

で近似でき、トラップ周波数 ω_x 、 ω_y 、 ω_z は $2\pi \times 10^1$ Hz \sim $2\pi \times 10^2$ Hz 程度である。

光学トラップは、レーザー場のみによって原子気体を捕獲する。そのため、磁場を Feshbach 共鳴による原子間相互作用の制御に用いることができるという利点がある。

1.1.2 Feshbach 共鳴による原子間相互作用の可変性

Feshbach 共鳴は異なる超微細構造間の 2 原子の散乱過程において、束縛状態が混成する現象であり、これによって、2 原子間の有効的な相互作用は影響を受け、共鳴点付近で大きく変化する [8, 23, 24]。ここでは、アルカリ金属 Fermi 原子 ^{40}K の Feshbach 共鳴を例に、磁場を用いた原子間相互作用の制御性について概説する。

まず、 ^{40}K における束縛状態の形成について述べる。 ^{40}K では、電子系のスピン \uparrow, \downarrow に対応して、原子のスピン状態

$$\begin{aligned} |1\rangle &= |F = 9/2, F_z = -9/2\rangle, \\ |2\rangle &= |F = 9/2, F_z = -7/2\rangle, \end{aligned}$$

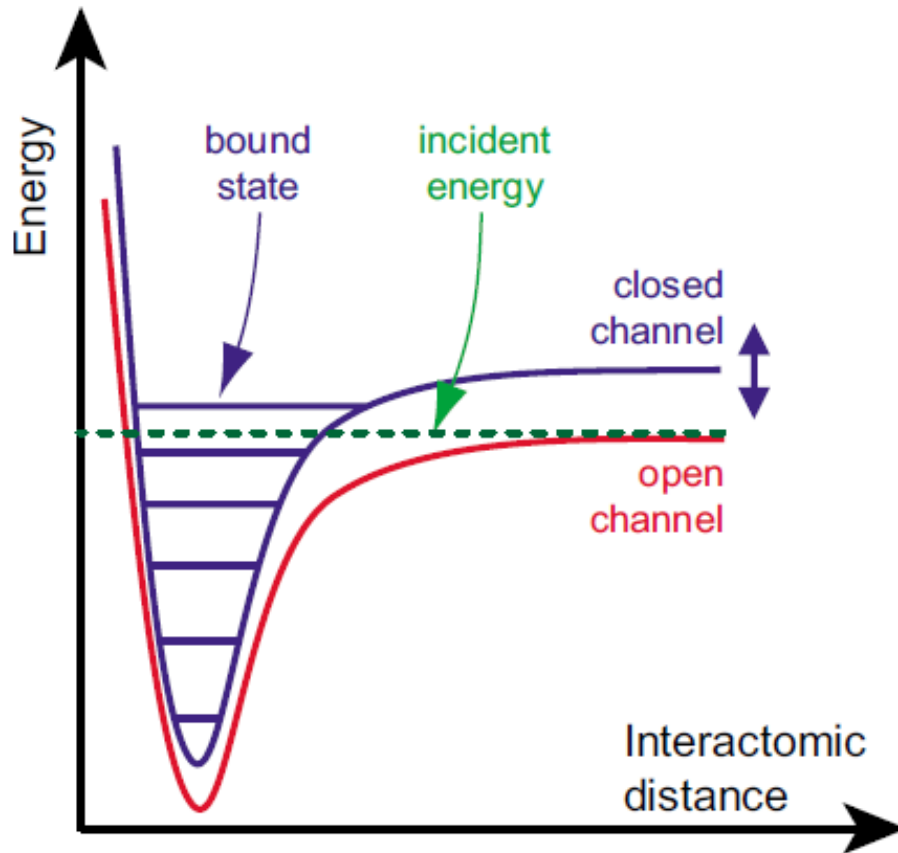


図 1.2 Feshbach 共鳴における開チャンネル (open channel) と閉チャンネル (closed channel) の概念図 [24]。開チャンネルに対し閉チャンネルのエネルギーを外部磁場によって制御することができる。開チャンネルにおける入射エネルギーと閉チャンネルの共有結合的な束縛状態のエネルギーが一致するときが、Feshbach 共鳴点である。

が用いられる。これら 2 状態間の相互作用は、近距離の電子間斥力と、遠距離の van der Waals 引力によって形成される Lennard-Jones 型となる (図 1.2 赤線)。これに加え、異なる原子スピン間には超微細相互作用

$$H_h = \mathbf{I} \cdot \mathbf{s}, \quad (1.5)$$

が存在する。ここで、 \mathbf{I} 、 \mathbf{s} はそれぞれ原子核と電子のスピンであり、 ^{40}K の場合、 $(I, s) = (4, 1/2)$ で $F = 9/2, 7/2$ である。

|1) と |2) の原子が十分に離れているとき、強磁場の影響で 2 原子の最外殻電子はスピン三重項状態の開チャンネル (open channel) である。図 1.2 に示すとおり、スピン一重項状態の閉チャンネル (closed channel) では、孤立した 2 原子状態は磁場の影響で高エネルギーであるが、原子間隔が小さいときには共有結合的な束縛状態が開チャンネルのエネルギー近傍に存在する。このため、これら 2 状態の原子が衝突するとき、開チャンネル内の散乱に加えて、 H_h による最外殻電子スピンと核スピンの交換によって、閉チャンネル

の 2 体束縛状態 $|b\rangle$ へ遷移する過程が混成する。つまり、 $|1\rangle$ と $|2\rangle$ が衝突すると、開チャンネル内の散乱

$$|1\rangle|2\rangle \rightarrow |1\rangle|2\rangle,$$

に加え、2 次摂動の範囲で

$$|1\rangle|2\rangle \rightarrow |b\rangle \rightarrow |1\rangle|2\rangle,$$

という過程が生じる。

これら 2 過程を考慮すると、 $|1\rangle$ と $|2\rangle$ の間の有効相互作用 V_{eff} は、

$$V_{\text{eff}} = -U - \frac{g^2}{2\nu}, \quad (1.6)$$

と書ける。ここで、 $-U$ は図 1.2 赤線のポテンシャルによる有効相互作用であり、 ν は図 1.2 中の入射エネルギー (incident energy) を基準にした束縛状態 $|b\rangle$ (bound state) のエネルギー、 g は $|1\rangle|2\rangle \rightarrow |b\rangle$ の遷移振幅である。

ν は超微細構造間による原子スピン間エネルギーに依存するから、外部磁場 B によって変化させることができる。図 1.2 緑線で示された $|1\rangle$ と $|2\rangle$ の低エネルギー散乱エネルギーと $|b\rangle$ の束縛状態エネルギー差が 0 になるとき、 $\nu = 0$ であり、このときの磁場を B_0 と書くと、

$$V_{\text{eff}} = -U - \frac{g^2}{\alpha(B - B_0)}, \quad (1.7)$$

を得る。ここで、 α は比例定数である。したがって、 $|1\rangle$ と $|2\rangle$ 間の相互作用は外部磁場 B によって操作することができる。なお、 $|1\rangle$ と $|2\rangle$ の間の散乱長 a は、

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\gamma}{B - B_0} \right), \quad (1.8)$$

の形で書ける。ここで、 a_{bg} は U による散乱長である。

図 1.3 に ^{40}K 気体における $|1\rangle$ と $|2\rangle$ 間の散乱長 a の磁場依存性を示す。 $B < 209$ G の領域において $|1\rangle$ と $|2\rangle$ 間の相互作用は引力であり、 a は $B_0 = 202$ G 付近で大きく変化する。図 1.4 に示すように、このような変化は測定された散乱断面積 σ にも現れている。(1.8) 式における各パラメータの測定値は

$$\begin{aligned} B_0 &= 202 \text{ G}, \\ \gamma &= 7.8 \text{ G}, \\ a_{\text{bg}} &= 174a_0, \end{aligned}$$

である [28]。

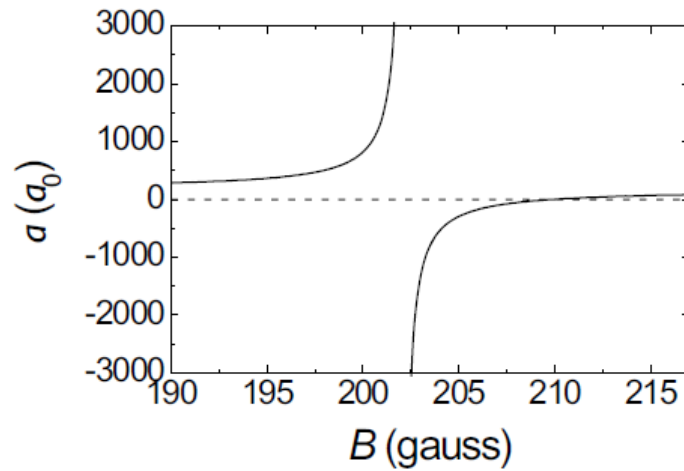


図 1.3 ^{40}K の $|9/2, -9/2\rangle$ 状態と $|9/2, -7/2\rangle$ 状態の間の Feshbach 共鳴点付近における散乱断面積の磁場依存性。Bohr 半径 a_0 で無次元化された散乱長 a の磁場依存性 ((1.8) 式) [26] $a = 0$ となる磁場を境に高磁場側が斥力領域、低磁場側が引力領域である。共鳴点 $B_0 = 202$ G をにおいて a は発散する。 $B > B_0$ が弱結合領域、 $B < B_0$ が強結合領域である。

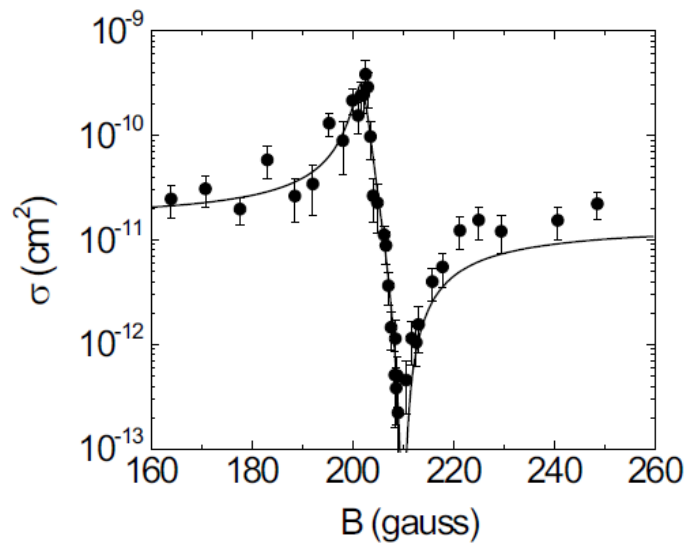


図 1.4 ^{40}K の $|9/2, -9/2\rangle$ 状態と $|9/2, -7/2\rangle$ 状態の間の Feshbach 共鳴点付近における散乱断面積の磁場依存性。測定された散乱断面積の磁場依存性 [26, 28]。

なお、 ^6Li 気体の場合、

$$\begin{aligned} |1\rangle &= |F = 1/2, F_z = 1/2\rangle, \\ |2\rangle &= |F = 1/2, F_z = -1/2\rangle, \end{aligned}$$

の 2 成分がよく用いられ、

$$B_0 = 834 \text{ G},$$

$$\begin{aligned}\gamma &= -300 \text{ G}, \\ a_{\text{bg}} &= -1405a_0,\end{aligned}$$

が得られている [29]。

1.1.3 photoemission スペクトルの測定

冷却原子気体における光電子分光型測定は 2008 年に JILA グループの Stewart らによって確立された [30]。図 1.5 に光電子分光測定と冷却原子系における測定の模式図を示す。固体電子系の場合、試料にエネルギー $h\nu$ の光を入射し、光電効果によって試料外に飛び出した電子のエネルギーと運動量 $(E_{\mathbf{k}}, \mathbf{k})$ を測定する。伝導電子に対する仕事関数を ϕ と置くと、Einstein の方程式

$$h\nu = \phi + E_{\mathbf{k}}, \quad (1.9)$$

が成り立つ。放出された電子の運動量は入射光と検出器の角度から知ることができるから、(1.9) 式と合わせて、検出器が捕らえる電子の強度分布から固体中の電子の分散関係と寿命を知ることができる。

s 波で相互作用する冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーでは、Feshbach 共鳴によって強く相互作用している、電子系のスピン \uparrow, \downarrow に対応する、2 種の原子状態 $|1\rangle, |2\rangle$ に注目する。このうち、いずれか一方 (ここでは $|2\rangle$ とする) をこれらの状態との相互作用を持たない状態 $|3\rangle$ へと遷移させる。このとき、それぞれ孤立して静止した $|2\rangle$ と $|3\rangle$ のエネルギー差が仕事関数 ϕ に対応する。孤立した $|2\rangle$ の静止エネルギーを基準とすると、 $|3\rangle$ の原子のエネルギーは分散関係

$$E_{\mathbf{k}} = \frac{(\hbar k)^2}{2m} + \phi, \quad (1.10)$$

に従う。 $|3\rangle$ にある原子の運動量は time of flight 法によって知ることができる。原子気体をトラップから解放することによって、気体は自由膨張を始め、時刻 t 経過後の原子の位置 \mathbf{r} は

$$\mathbf{r} = \frac{\hbar \mathbf{k}}{m} t, \quad (1.11)$$

で与えられる。ここで、 m は原子質量である。このように、 $|3\rangle$ の time of flight 後の原子分布を撮影することによって、 $|2\rangle$ のスペクトルを測定することができる。

^{40}K 気体における測定では、原子のスピン状態

$$\begin{aligned}|1\rangle &= |F = 9/2, F_z = -9/2\rangle, \\ |2\rangle &= |F = 9/2, F_z = -7/2\rangle, \\ |3\rangle &= |F = 9/2, F_z = -5/2\rangle,\end{aligned}$$

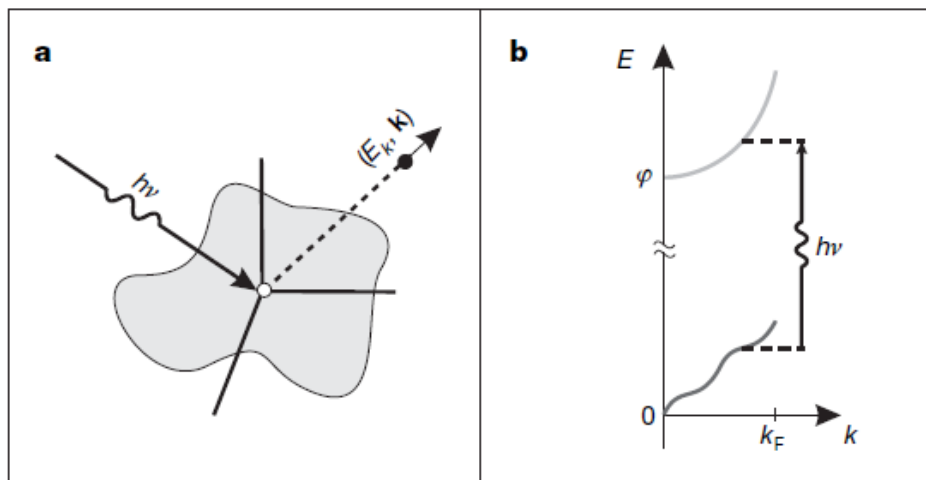


図 1.5 光電子分光型測定 (photoemission spectroscopy) の模式図 [30]。(a) 試料に電磁波を照射し、励起された粒子のスペクトルを測定する。(b) 冷却原子気体においては、電磁波によって注目する原子状態を相互作用の無視できる別の状態へ遷移させる。孤立した 2 準位間のエネルギー差が仕事関数 ϕ に対応する。

の 3 状態が用いられている [30–33]。|2) と |3) の間の仕事関数は

$$\phi = h \times 47 \text{ MHz}, \quad (1.12)$$

であり、波長 6 m の電波領域である。これに対し、気体の半径は $\sim 10^2 \mu\text{m}$ であるため、スペクトルの位置分解は簡単ではない。現在のところ、photoemission スペクトルは気体全体の平均値として得られている。

1.1.4 気体の熱力学の測定

気体の photoemission スペクトルが局所的には得られていない一方で、一部の熱力学量は詳細な位置依存性が測定されている。その一例として、気体の圧力測定について述べる。

図 1.6 に気体の圧力測定の模式図を示す。スクリーンに射影された原子数密度から、気体の局所的な圧力 $P(r)$ を測定することができる [34–36]。測定データを解析する上で、気体の局所的な化学ポテンシャルを

$$\mu(\mathbf{r}) = \mu - V(\mathbf{r}) = \mu - \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (1.13)$$

とみなす局所密度近似 (LDA: local density approximation, Thomas-Fermi 近似) を用いる [37]。Gibbs-Duhem 方程式より、局所的な圧力 $P(r)$ 、原子数密度 $n(r)$ 、LDA 化学ポテンシャル $\mu(r)$ 、エントロピー密度 $s(r)$ の間には

$$dP(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r})d\mu(\mathbf{r}) + s(\mathbf{r})dT, \quad (1.14)$$

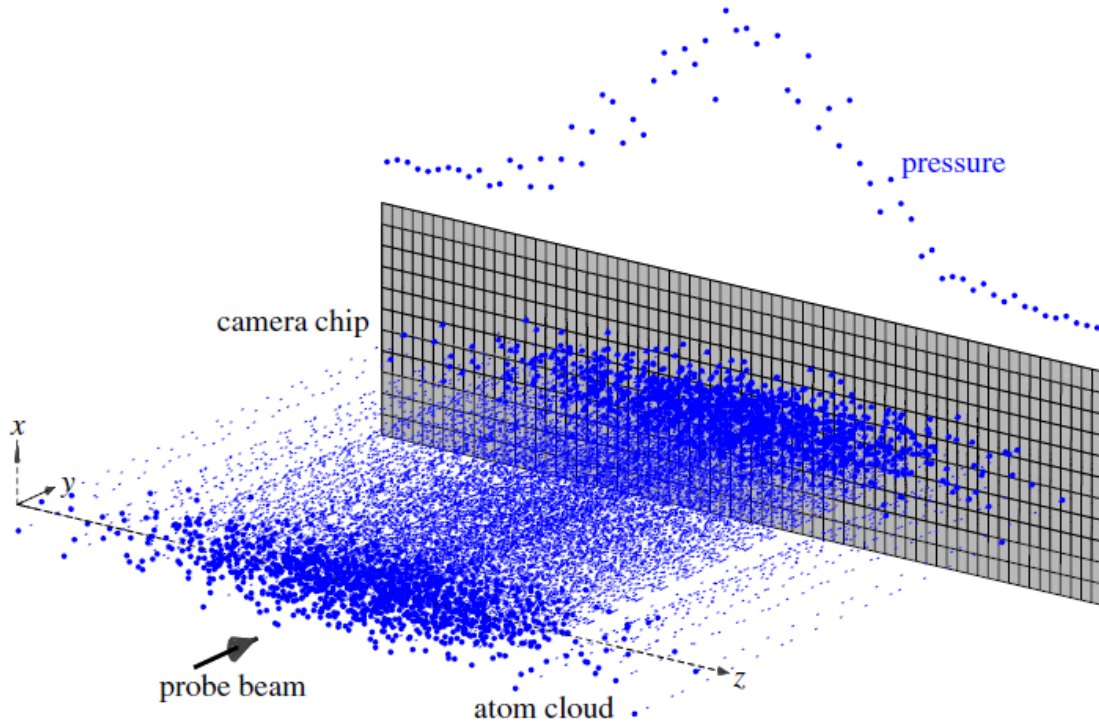


図 1.6 圧力測定の様式図 [35]。気体側面から電磁波を照射し、背面のカメラチップによって吸収イメージを撮影する。チップ上の各点 (z, x) における像から y 軸方向に積分された原子数が得られ、これを x 軸方向に積分することによって、(1.17) 式より z 軸上の気体の圧力を測定することができる。

が成り立つ。トラップ気体内では温度は一定だから、

$$dP(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r})d\mu(\mathbf{r}), \quad (1.15)$$

を得る。実験と対応して、 z 成分を固定して x, y 成分を積分する場合、

$$d\mu(\mathbf{r}) = -\frac{M\omega_x\omega_y}{2\pi} dx dy, \quad (1.16)$$

と書けるから、

$$P(0, 0, z) = -\frac{M\omega_x\omega_y}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy n(\mathbf{r}), \quad (1.17)$$

として、圧力が原子の密度分布より求められる。

1.2 冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーと擬ギャップ現象

Fermi 原子 ^{40}K 気体および ^6Li 気体における超流動と BCS-BEC クロスオーバーの実現以降、様々な物理量の測定が行われ、本現象の研究が精力的に行われている。本節で

は、冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーと、そこで発現すると期待されている擬ギャップ現象について述べる。

1.2.1 BCS-BEC クロスオーバーと冷却 Fermi 原子気体における実現

BCS-BEC クロスオーバーは、引力 Fermi 粒子系の相互作用依存性に関する性質であり、引力相互作用が弱い極限における自由 Fermi 粒子系から、相互作用が強い極限における Bose 分子系へと連続的に移り変わっていく現象である [6–8, 11, 12]。絶対零度における系の基底状態は Fermi 原子対による超流動状態であり、相互作用が弱い弱結合 BCS 領域においては電子系超伝導を記述する BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer) 基底状態 [1–3]、相互作用が強い強結合 BEC 領域においては Bose 分子の Bose-Einstein 凝縮 (BEC) [37] が実現する。これら 2 つの極限は、相互作用の強さを変化させることによって連続的につながり、途中で相転移を伴わない [7]。図 1.7 の BCS-BEC クロスオーバーの概念図に示す通り、基底状態のクロスオーバーと同様に、超流動転移温度 T_c 等 [11]、有限温度における振る舞いも弱結合領域から強結合領域へクロスオーバーする。弱結合 BCS 領域では、BCS 理論に従い、 T_c は相互作用の増大に伴って指数的に増大する。ところが、それに伴って熱的に励起された原子の揺らぎが顕著になり、 T_c は BCS 平均場理論によって与えられる値 T^* より小さくなる。相互作用がより強くなり、2 体問題の範囲で Bose 分子が形成される相互作用の強さ $(k_F a_s)^{-1} = 0$ より強結合側になると、 T_c は自由 Bose 系の BEC 転移温度 $T_c = 0.218T_F$ へと漸近する (ここで、 E_F を Fermi エネルギーとして、 $T_F = E_F/k_B$ は Fermi 温度である)。

冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーは、1.1.2 節で述べた Feshbach 共鳴を利用した可変な原子間相互作用を用いて、2004 年に ^{40}K と ^6Li の Fermi 原子気体において実現した [10, 13–16, 23–26]。図 1.8 は、 ^{40}K 気体において測定された超流動粒子数 N_0 の温度および相互作用を操作するための外部磁場依存性である [15]。 $\Delta B = 0$ が、図 1.7 における $(k_F a_s)^{-1} = 0$ 、 $\Delta B > 0$ が相互作用の弱い領域、 $\Delta B < 0$ が相互作用の強い領域に対応する。青色と水色の境界線は超流動粒子数が 0 から有限になる温度、すなわち、超流動転移温度 T_c を示している。 $\Delta B = 0.4$ 付近から ΔB を小さくし、強結合側へいくと、 T_c は急激に増大し、 $\Delta B = 0$ を境に一定値をとる。また、超流動粒子数の相互作用依存性も、 $\Delta B > 0$ の領域から $\Delta B < 0$ の領域へと連続的に変化しており、BCS-BEC クロスオーバーの特徴を捉えている。 ^6Li 気体においても同様の結果が得られている [16]。

図 1.7 において、 T^* と T_c に挟まれた領域は強い相互作用に起因する超流動揺らぎによって超流動転移が抑制されている領域であり、自由 Fermi 気体的な描像から離れているものと考えられている。この領域においては、銅酸化物超伝導体の低ドーピング領域に見ら

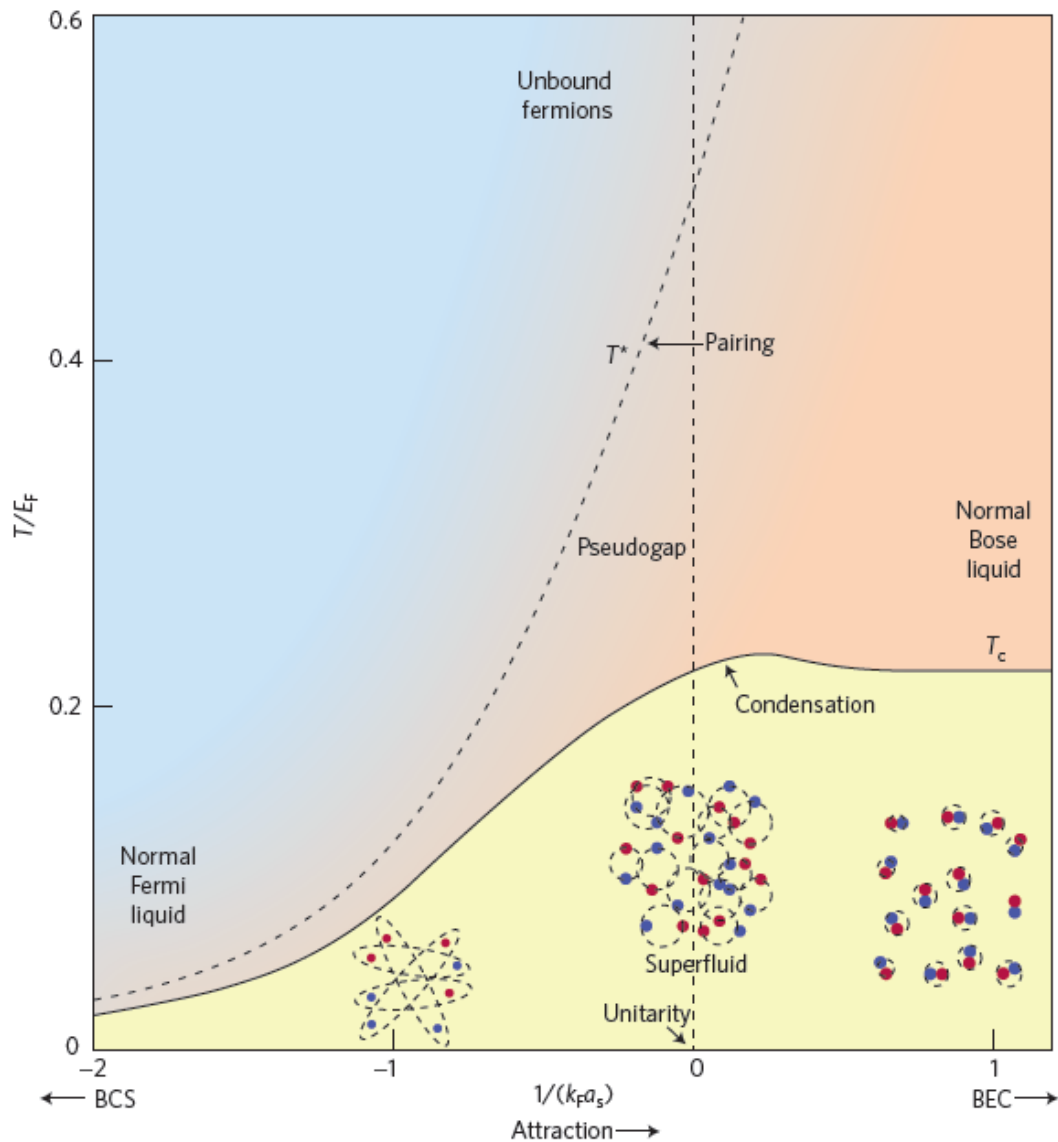


図 1.7 Fermi 粒子系の BCS-BEC クロスオーバーの概念図 [9]。 $(k_F a_s)^{-1}$ は原子間相互作用の強さを表すパラメータであり、 k_F は Fermi 運動量、 a_s は 2 体 s 波散乱長、 E_F は Fermi エネルギーである。 $(k_F a_s)^{-1} \rightarrow -\infty$ が引力相互作用の弱い極限、 $(k_F a_s)^{-1} \rightarrow \infty$ が引力相互作用の強い極限に対応する。実線は強結合性を考慮して計算された超流動転移温度 T_c であり [12]、相互作用が弱い極限では BCS 平均場理論による転移温度 T^* に、相互作用が強い極限では Bose 分子の転移温度 $0.218T_c$ に漸近する。 $T > T_c$ で、青色、オレンジ色で示された領域はそれぞれ Fermi 原子気体的、Bose 分子気体的な領域である。これら 2 種の領域の中間領域は擬ギャップ (pseudogap) 領域と呼ばれ、Fermi 原子気体において強結合効果が顕著であると期待されている。なお、 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ は 2 体問題として分子が形成される相互作用を表し、擬ギャップ領域と Bose 気体を区別する目安の線として示されている。

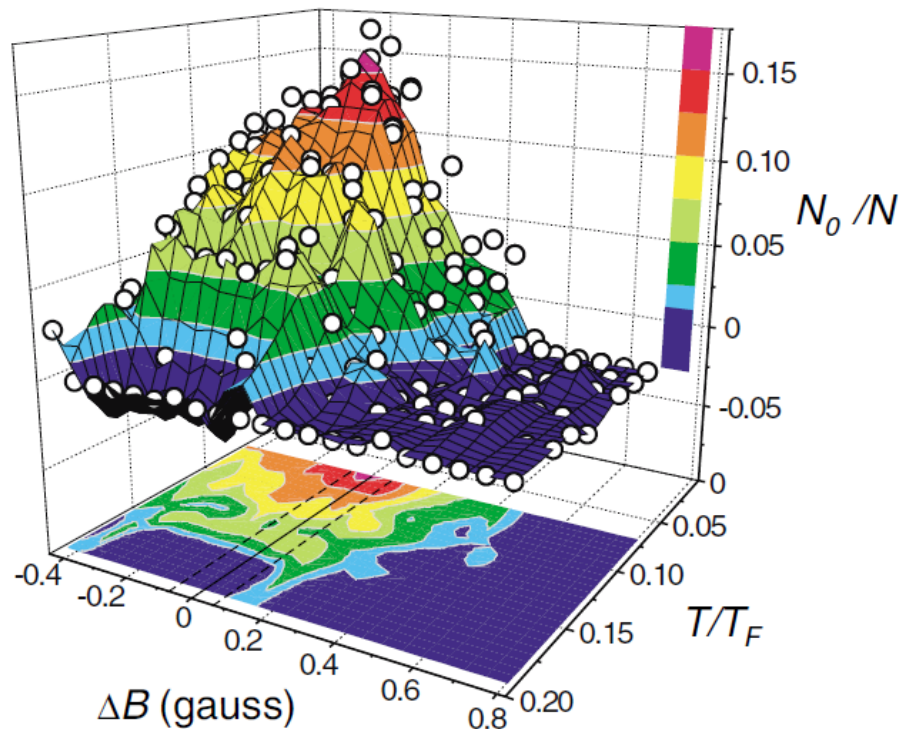


図 1.8 Fermi 原子 ^{40}K 気体において測定された超流動粒子数の外部磁場 (相互作用)、温度依存性 [15, 26]。 ΔB は、 $B_0 = 202 \text{ G}$ を基準にした外部磁場の強さである。青色領域と水色領域の境界線が超流動粒子数がゼロになる温度、すなわち、 T_c を表す。 $\Delta B = 0$ が図 1.7 における $(k_F a_s)^{-1} = 0$ に対応する。 $\Delta B = 0$ を境に、 $\Delta B > 0$ が相互作用の弱い領域、 $\Delta B < 0$ が相互作用の強い領域である。 T_c は $\Delta B = 0$ 付近を境に相互作用が弱い領域では減少する一方、強い領域では一定値になり、BCS-BEC クロスオーバーの理論的な概念図図 1.7 と一致している。

れる「擬ギャップ (pseudogap) 現象」が発現すると期待されている。

1.2.2 銅酸化物超伝導体における擬ギャップ現象

Fermi 粒子系超流動における超流動揺らぎの影響は、銅酸化物超伝導体の低ドーブ領域において活発な議論されている [4, 5, 38]。図 1.9 に (a)BCS 超伝導体 (Nb) [5, 39]、(b)Bi 系銅酸化物超伝導体の状態密度を示す [5, 40]。 $T_c = 9 \text{ K}$ の Nb においては、絶対零度付近で超伝導ギャップとギャップ端にコヒーレンスピークが見られる。これらの構造は T_c 付近で消失する。このように、BCS 超伝導体の状態密度におけるギャップ構造は超伝導性と 1 対 1 に対応する。銅酸化物超伝導体においても、低温における超伝導ギャップおよびギャップ端にコヒーレンスピークは同様に見られる。しかしながら、温度を上げるとコヒーレンスピークは消失するものの、赤線で示された $T = 84 \text{ K} > T_c (= 83 \text{ K})$ において

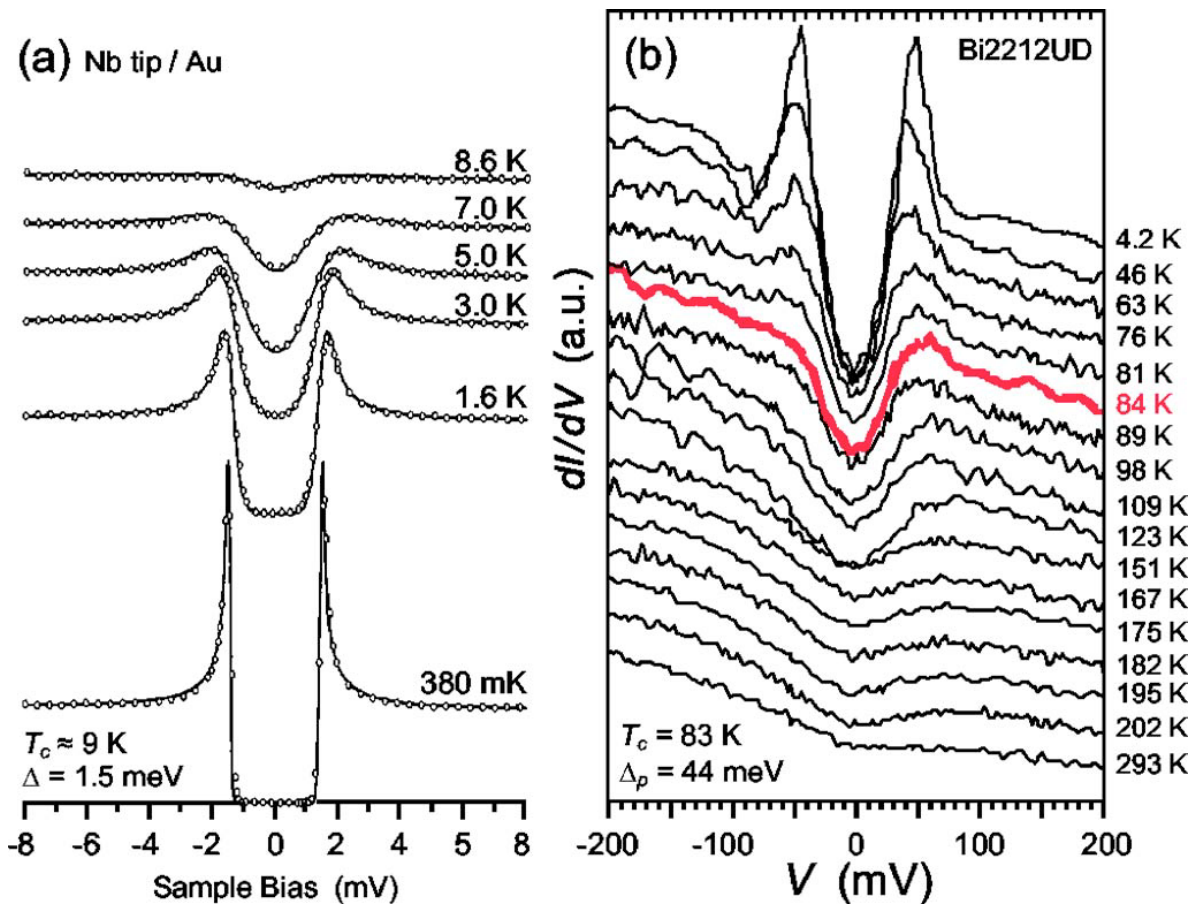


図 1.9 (a)Nb(BCS 超伝導体) [5, 39] と (b)Bi 系銅酸化物超伝導体 [5, 40] における状態密度の温度依存性。(a) においては、 $T = 380$ mK において超伝導ギャップが見られ、これが $T_c = 9$ K 付近で消失する。これに対し、(b) においては $T > T_c = 83$ K の常伝導相においてもなお、超流動ギャップ様の構造、すなわち、擬ギャップが存在する。

もなお、超伝導ギャップ様の構造、擬ギャップが残る。

図 1.10 に銅酸化物超伝導体の温度とドーピング依存性に関する相図を示す [5, 38]。系にホールドーピングを行うと、青色で示した超伝導相 (“SC”) が現れる。黄色で示した擬ギャップ領域 (“PG”) は超伝導相を囲むように現れるため、強相関電子系の超伝導と擬ギャップ現象との関連性が議論されている。特に、図 1.9(b) の状態密度の温度依存性は、高温領域の擬ギャップが低温の超伝導ギャップへと連続的に移り変わっていくことを示しており、擬ギャップが高温超伝導の前駆現象としての側面を持つものと期待されている。

一方で、銅酸化物超伝導体は超伝導以外にも様々な物性を示す。ドーピングの少ない領域では反強磁性相 (“AF”) が現れる。また、AF 相と SC 相に挟まれた領域においては、ドーピングによる乱雑さの影響を強く受ける物質も存在する [4]。このように、銅酸化物超伝導体における PG 領域には様々な物理背景が混在しているため、擬ギャップ現象の起

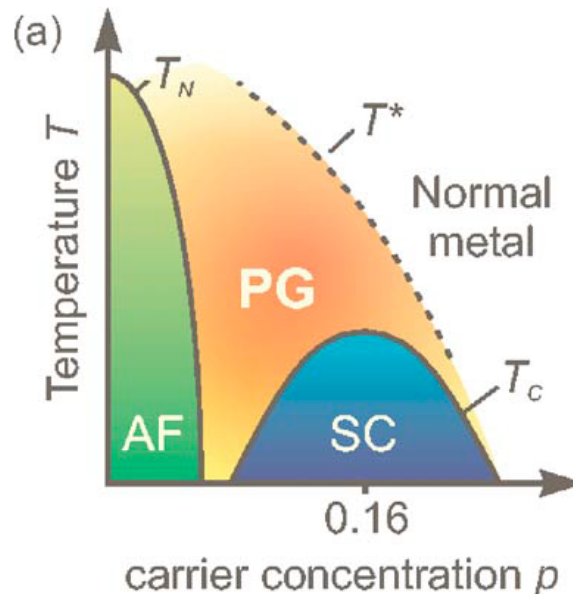


図 1.10 銅酸化物超伝導体における 1 粒子状態の測定から得られた温度とホールドーピングに関する相図 [5]。ドーピングを増やすと、伝導電子が少ない領域では反強磁性 (“AF”) を示し、擬ギャップ構造を持つ常伝導相 (“PG”)、超伝導相 ($T_c \sim 100$ K、“SC”)、PG 相、Fermi 液体相 (通常の金属電子系) へと移り変わっていく。なお、PG 相と Fermi 液体相の境界は相転移ではなくクロスオーバーである。ドーピングを増やすことによって伝導ホールが増える一方、電子間相互作用の遮蔽が生じるため、ドーピングの多い領域は有効的な相互作用が弱い領域に対応する。

源を明らかにすることは難しく、現在でも活発な議論が行われている。実際に、強相関に由来する超伝導揺らぎ由来 [41–47]、反強磁性相由来 [48]、系のランダムネス由来 [4, 5, 49] など、様々な擬ギャップ現象のモデルが提案されている。

1.2.3 冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける擬ギャップ現象の研究

銅酸化物超伝導体を持つ系の複雑さに対し、冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおいては超流動揺らぎのみが顕著であり、この系における擬ギャップの研究は銅酸化物超伝導体における強相関物性を解明する上でも非常に重要である。そのため、近年、Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける擬ギャップ現象や強結合効果について様々な物理量の測定が行われ、理論、実験の両面から議論されている [23, 24]。

JILA グループによって測定された冷却 Fermi 原子気体における photoemission スペクトルには、擬ギャップ現象を強く示唆する振る舞いが得られている [30, 31]。図 1.11(b) に Fermi 原子気体 ^{40}K 気体の $(k_{Fa_s})^{-1} = 0$ の超流動転移温度における photoemission

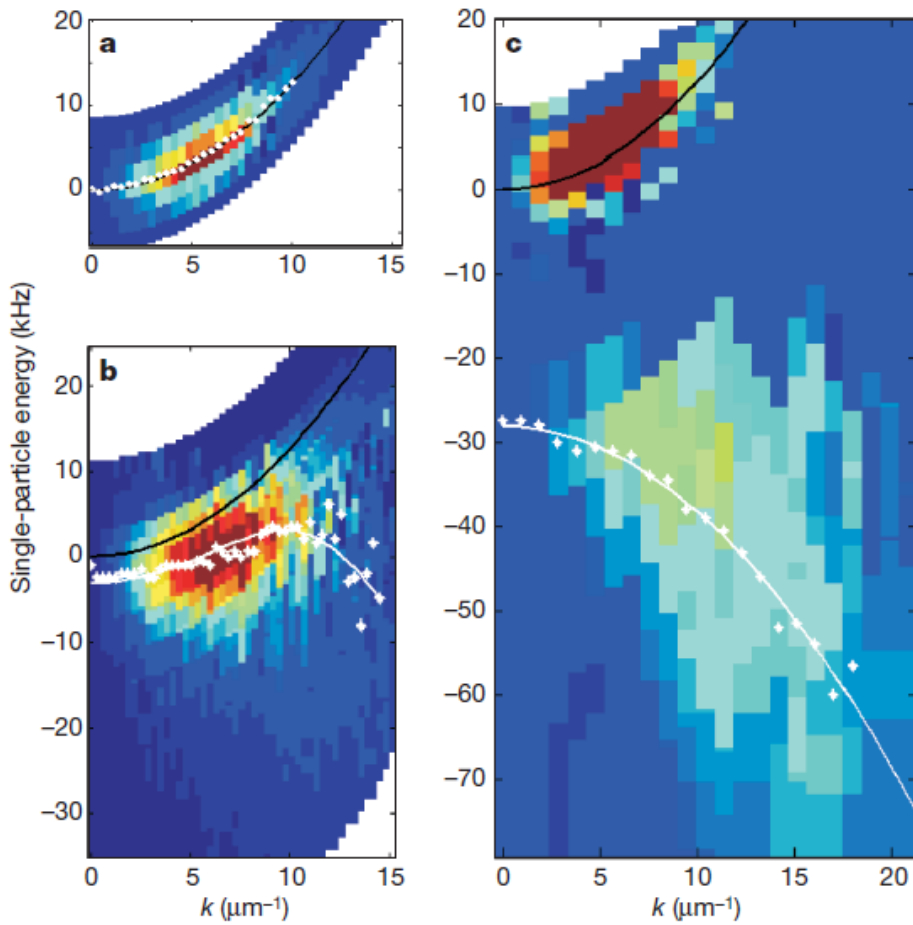


図 1.11 Fermi 原子 ^{40}K 気体で測定された、(a) $(k_F a_s)^{-1} = -1$ (弱結合領域)、(b) $(k_F a_s)^{-1} = 0$ 、(c) $(k_F a_s)^{-1} = 1$ (強結合領域) [30]。 (b) および (c) における白点は、各 k における低エネルギー側の幅広い構造のピークを示したものである。

スペクトルを示す [30]。黒線で示された自由 Fermi 気体の分散

$$\omega + \mu = \frac{k^2}{2m}, \quad (1.18)$$

と比較して低エネルギー側に幅広いスペクトル構造が見られる。ここで、 μ は Fermi 原子の化学ポテンシャルであり、 $\omega + \mu$ は図 1.11 の縦軸に対応する。この幅広い構造を解析することによって、白点で示された Bogoliubov 分散型のピーク (いわゆる、back-bending カーブ)

$$E_k = -\sqrt{\left(\frac{k^2}{2m} - A\right)^2 + B^2}, \quad (1.19)$$

が見出された (A 、 B はフィッティングパラメータである)。常流動相においてこのような分散が見られたことから、擬ギャップ現象の証拠であると期待されている。なお、図 1.11(a) に示した弱結合領域では自由 Fermi 気体的な分散関係が現れ、図 1.11(c) に示し

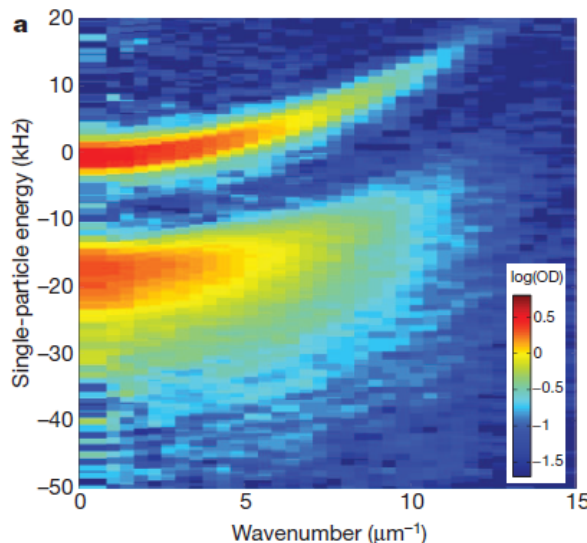


図 1.12 擬 2 次元 Fermi 原子 ^{40}K 気体の BCS-BEC クロスオーバー領域における photoemission スペクトルの実験結果 [32]。擬ギャップ構造を示唆する、相互作用に依存するダブルピーク構造が見られる。

た強結合領域では Bose 分子の束縛状態に対応したエネルギーギャップ構造が確認されている。また、この系に対し対向レーザーによって擬 2 次元性が導入され、photoemission スペクトルの測定が行われた [32, 33, 50]。その結果、図 1.12 に示すように、ダブルピーク構造を持つ擬ギャップ的な振る舞いが観測されている [32]。

これに対し、ENS グループによる気体の圧力測定では、Fermi 液体的な振る舞いが報告されている [34, 35, 51]。図 1.13 に ^6Li 気体の $(k_F a_s)^{-1} = 0$ における局所圧力 $P(r)$ のフーガシティの逆数 $e^{-\mu(r)/T}$ 依存性を示す。強結合効果によって、気体の圧力は自由 Fermi 気体の圧力 $P_0(r)$ と比較して増大する。 $e^{-\mu(r)/T}$ の大きい、高温領域においては、 $P(r)$ はビリアル展開によって良く説明される。 $\mu(r)/T \simeq 1$ の領域は Fermi 液体の理論によってフィットできることが報告された [35]。挿入図における直線は Fermi 液体的なフィッティングであり、 $P(\mu, T)$ は、

$$P(\mu, T) = \frac{2}{15\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \mu^{5/2} \left(\xi_n^{-3/2} + \frac{5\pi^2}{8} \xi_n^{-1/2} \frac{m^*}{m} \left(\frac{k_B T}{\mu} \right)^2 \right), \quad (1.20)$$

である。挿入図から、有効質量 $m^* = 1.12(3)m$ 、 $\xi_n = 0.51(1)$ が導かれている。低温では、Fermi 液体的な振る舞いから超流動性を持つと示唆される領域へと変化し、擬ギャップ領域は存在しないと、この実験では主張されている [51]。

理論的にも、Green 関数法 [41, 44, 52–62] やモンテカルロシミュレーション [43, 63–65]、ビリアル展開 [66, 67] などにより、Fermi 原子気体の 1 粒子スペクトルや熱力学の解析が試みられているものの、 ^{40}K 気体の photoemission スペクトルと ^6Li 気体の熱力学を統

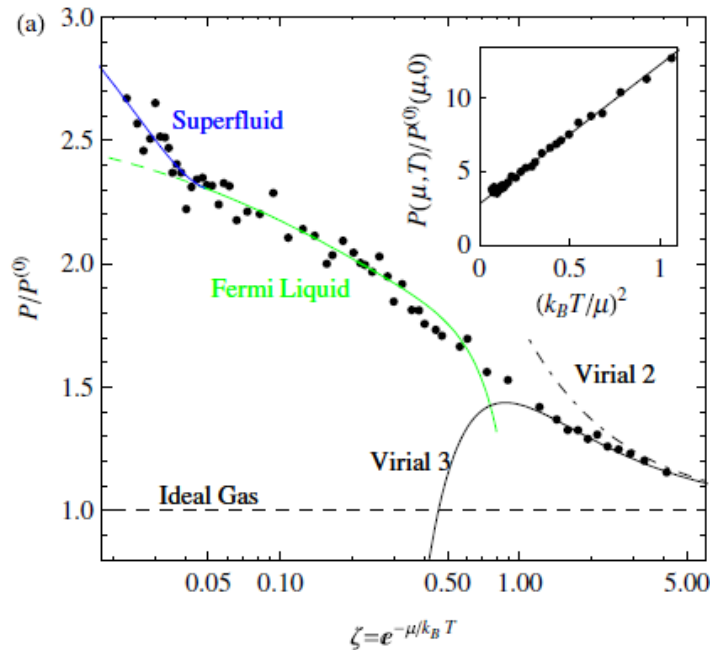


図 1.13 ${}^6\text{Li}$ 気体において測定された圧力 P のフーガシティの逆数 $e^{-\mu/T}$ 依存性 [34, 35]。圧力 P は、同じ温度、化学ポテンシャルを持つ自由 Fermi 気体の圧力 $P^{(0)}$ で規格化されている。挿入図は P を $(k_B T/\mu)^2$ の関数として書き、Fermi 液体的なフィッティングを施したものである。

一的に説明することには成功していない。自己無撞着 T -行列理論では、熱力学量が盛んに解析されており [57, 58]、かつ、Fermi 原子の 1 粒子スペクトルに擬ギャップは生じないと主張されているものの [59]、photoemission スペクトルの解析は行われていない。また、ビリアル展開を用いた議論では、高温領域の熱力学の定量的な説明や photoemission スペクトルの定性的な説明がなされている一方で、高温において正当化されるこの手法を T_c 近傍の photoemission スペクトルに適用することには議論の余地がある。モンテカルロシミュレーションによる 1 粒子状態の解析は、十分なエネルギーおよび運動量の分解能が得られていない [43, 65]。さらに、BCS-BEC クロスオーバーの広い温度、相互作用領域に対する 1 粒子状態の解析は簡単ではなく、図 1.7 の相図において、擬ギャップ領域が理論的にどのような物理量によって定義されるかについても、明らかではない。ごく最近、MIT グループによる ${}^6\text{Li}$ 気体の比熱や圧縮率、エントロピー等の熱力学量の測定によって、Fermi 液体的な振る舞いについて懐疑的な報告も成されている [68]。このように、冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける擬ギャップ現象の存在そのものに関し、理論、実験共に明確な結論は得られていない。そのため、図 1.7 に示した相図における擬ギャップ領域の存在の有無は当該研究領域における解決すべき重要な課題の 1 つとなっている。

1.3 本論文の目的と構成

本論文では、冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおいて、Fermi 原子の強結合性に由来する擬ギャップ現象が実際に存在することを理論的に示し、冷却 Fermi 原子気体における測定結果と比較して検証する。

まず、BCS-BEC クロスオーバーを記述する T -行列理論を用い、空間的に一様な Fermi 原子気体の 1 粒子状態 (状態密度およびスペクトル強度) を解析する。そして、超流動揺らぎを起源に Fermi 原子の状態密度に擬ギャップが生じることを示す。この結果を利用し、擬ギャップを考慮した冷却原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける相図を作成する。

次に、冷却原子気体における実験と比較するため、トラップポテンシャルの効果を考慮した解析を行う。トラップされた気体の原子数密度は、トラップポテンシャルの底で最も大きく、一方で端にいくほど小さくなるため、超流動性や超流動揺らぎもこの空間的な非一様性の影響を受ける。特に超流動相では、気体中心では超流動性が顕著な一方、その外側に超流動揺らぎが顕著な擬ギャップ領域が存在し、気体の端付近では多体効果が重要ではない通常の Fermi 気体的な領域が存在するものと期待される。このような空間的な非一様性を端的に示すため、擬ギャップ現象を考慮したトラップ系の相図を示す。この相図を用い、 ^{40}K 気体の photoemission スペクトル [30] や ^6Li 気体の熱力学 [35] を解析し、これらが Fermi 原子の強結合効果と擬ギャップ現象によって矛盾無く説明されることを示す。さらに、本理論を 2 次元系に拡張し、擬 2 次元 ^{40}K 気体における photoemission スペクトルの実験結果 [32] を理論的に説明する。

本論文の構成は以下の通りである。

2 章では、3 次元一様系の BCS-BEC クロスオーバーにおける Fermi 原子の状態密度およびスペクトル強度を解析する。常流動相および超流動相それぞれにおいて、状態密度とスペクトル強度の相互作用、温度依存性を議論し、擬ギャップ現象を考慮した一様系の相図を示す。3 章では、2 章で議論した擬ギャップ現象がトラップ系においても現れることを局所密度近似を用いて示し、さらに photoemission スペクトルと気体の圧力の解析を行う。さらに、 ^{40}K 気体の photoemission スペクトルの測定結果および ^6Li 気体の局所圧力と比較し、これらを定量的に説明することを示す。4 章では、2 章および 3 章の 3 次元系で用いた理論を 2 次元系に適用し、擬 2 次元 ^{40}K 気体において測定された photoemission スペクトルの解析を行う。2 次元系においても、定量的なレベルで擬 2 次元 ^{40}K 気体の photoemission スペクトルの実験結果 [32] を説明する。

本論文では、系の体積および \hbar , k_B を 1 とする単位系を用いる。

第 2 章

一様な Fermi 原子気体における擬ギャップ現象

本章では、一様な Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける Fermi 原子の 1 粒子状態について議論する。超流動転移温度近傍で顕著になる超流動揺らぎの効果を T -行列近似の範囲で考慮する T -行列理論を用いて、Fermi 原子の状態密度とスペクトル強度を解析する。超流動転移温度近傍の状態密度に擬ギャップが生じる一方、低温では超流動ギャップ構造、高温では強結合効果の影響の少ない、自由 Fermi 気体的な構造が現れる。この結果を利用し、擬ギャップ現象を考慮した Fermi 原子の BCS-BEC クロスオーバーにおける相図を明らかにする。

まず 2.1 節で超流動揺らぎを考慮した、一様な冷却原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける強結合モデルについて記述する。次に、2.2 節で、超流動転移温度と化学ポテンシャルおよび超流動オーダーパラメータの温度、相互作用依存性を示し、 T -行列理論が Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーを記述することを示す。2.3 節では、Fermi 原子の 1 粒子スペクトルや状態密度を解析し、超流動揺らぎがもたらす影響について議論する。そして、2.4 節で、冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける相図を示す。

本章の内容は、論文 [69] で議論した。

2.1 一様な Fermi 原子気体の強結合モデル

本節では、原子状態の異なる 2 成分間に s 波で接触型の引力相互作用がはたらく 2 成分 Fermi 原子気体のハミルトニアンから出発し、常流動相における BCS-BEC クロスオーバーを記述する理論について述べる。

$$\Sigma_{\sigma}(p) = \text{Diagram with a box labeled } \Gamma \text{ and a semi-circular arrow above it labeled } G_{-\sigma}^0(q-p)$$

$$\text{Diagram with a box labeled } \Gamma \text{ and two vertical dashed lines inside, labeled } -U$$

$$\text{Diagram with a box labeled } \Gamma \text{ and four vertical dashed lines inside, labeled } -U$$

$$\text{Diagram with a box labeled } \Gamma \text{ and six vertical dashed lines inside, labeled } -U$$

$$+ \dots$$

図 2.1 自己エネルギー $\Sigma_{\sigma}(p) \equiv \Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)$ を表す Feynmann ダイアグラム。実線は $G_{\sigma}^0(p) \equiv G_{p\sigma}^0(i\omega_n)$ 、破線は $-U$ を表す [41, 60]。

2.1.1 常流動相のハミルトニアンと 1 粒子 Green 関数

BCS-BEC クロスオーバーを記述するため、可変な接触型引力相互作用 $-U$ (< 0) を持つハミルトニアン

$$H = \sum_{\mathbf{p}} \xi_{\mathbf{p}} c_{\mathbf{p}\sigma}^{\dagger} c_{\mathbf{p}\sigma} - U \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{q}} c_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2\uparrow}^{\dagger} c_{-\mathbf{p}+\mathbf{q}/2\downarrow}^{\dagger} c_{-\mathbf{p}'+\mathbf{q}/2\downarrow} c_{\mathbf{p}'+\mathbf{q}/2\uparrow}, \quad (2.1)$$

から出発する。ここで、 $\sigma = \uparrow, \downarrow$ は擬スピンと呼ばれ、異なる 2 つの原子状態を表す。また、 $c_{\mathbf{p}\sigma}^{\dagger}, c_{\mathbf{p}\sigma}$ は運動量 \mathbf{p} 、擬スピン σ の Fermi 原子の生成・消滅演算子であり、 $\xi_{\mathbf{p}} = \epsilon_{\mathbf{p}} - \mu = p^2/(2m) - \mu$ は Fermi 原子の化学ポテンシャル μ を基準にしたときの運動エネルギーである。

本論文では、BCS-BEC クロスオーバーにおける強結合効果を Green 関数の T -行列近似によって議論する。運動量 \mathbf{p} 、擬スピン σ の Fermi 原子に対する 1 粒子 Green 関数 $G_{p\sigma}(i\omega_n)$ は、

$$G_{p\sigma}(\tau) = -\langle T_{\tau}(c_{p\sigma}(\tau)c_{p\sigma}^{\dagger}(0)) \rangle, \quad (2.2)$$

$$G_{p\sigma}(i\omega_n) = \int_0^{1/T} d\tau G_{p\sigma}(\tau) e^{i\omega_n \tau}, \quad (2.3)$$

によって定義される。ここで、 $\langle \dots \rangle$ は統計平均、 $T_{\tau}(\dots)$ は虚時間順序積を表す。また、 $\omega_n = (2n+1)\pi T$ は Fermi 松原周波数である。 $G_{p\sigma}(i\omega_n)$ を

$$G_{p\sigma}(i\omega_n) = \frac{1}{G_{p\sigma}^0(i\omega_n)^{-1} - \Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)}, \quad (2.4)$$

と置く。ここで、

$$G_{p\sigma}^0(i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \xi_{\mathbf{p}}}, \quad (2.5)$$

は非摂動 Green 関数、 $\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)$ は相互作用の効果を取り込んだ自己エネルギーである。相互作用による散乱のうち、超流動転移温度近傍で顕著となる Cooper チャンネルを図 2.1 の Feynmann ダイアグラムの範囲で考慮すると [41, 60]、

$$\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n) = T \sum_{\mathbf{q}, \nu_n} \Gamma_{\mathbf{q}}(i\nu_n) G_{\mathbf{q}-\mathbf{p}, -\sigma}^0(i\nu_n - i\omega_n) e^{i(\nu_n - \omega_n)\delta}, \quad (2.6)$$

となる。ここで、 $\nu_n = 2n\pi T$ は Bose 松原周波数、 $\delta = +0$ である。散乱行列 $\Gamma_{\mathbf{q}}(i\nu_n)$ は

$$\Gamma_{\mathbf{q}}(i\nu_n) = \frac{-U}{1 - U\Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)}, \quad (2.7)$$

で与えられる。ここで、2体相関関数 $\Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)$ は

$$\begin{aligned} \Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n) &= - \int_0^{1/T} d\tau e^{i\nu_n\tau} \langle T_{\tau} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} c_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2\sigma}^{\dagger}(\tau) c_{-\mathbf{p}+\mathbf{q}/2, -\sigma}^{\dagger}(\tau) \\ &\quad \times c_{-\mathbf{p}'+\mathbf{q}/2, -\sigma}(0) c_{\mathbf{p}'+\mathbf{q}/2\sigma}(0) \rangle \\ &= T \sum_{\mathbf{p}, \omega_n} G_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2\sigma}^0(i\nu_n + i\omega_n) G_{-\mathbf{p}+\mathbf{q}/2, -\sigma}^0(-i\omega_n) e^{i\omega_n\delta} \\ &= - \sum_{\mathbf{p}} \frac{1 - f(\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}) - f(\xi_{-\mathbf{p}+\mathbf{q}/2})}{i\nu_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} - \xi_{-\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

である。

2.1.2 超流動性を考慮したハミルトニアンと 1 粒子 Green 関数

超流動相においては、超流動揺らぎの影響に加えて、凝縮体の影響を考慮する必要がある。Appendix. A で導出するように、(2.1) 式のハミルトニアンに超流動オーダーパラメータ Δ を導入すると、

$$H = \sum_{\mathbf{p}} \Psi_{\mathbf{p}}^{\dagger} \left[\xi_{\mathbf{p}} \tau_3 - \Delta \tau_1 \right] \Psi_{\mathbf{p}} - U \sum_{\mathbf{q}} \rho_{+}(\mathbf{q}) \rho_{-}(-\mathbf{q}), \quad (2.9)$$

を得る。ここで、

$$\Psi_{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} c_{\mathbf{p}\uparrow} \\ c_{-\mathbf{p}\downarrow}^{\dagger} \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

であり、また、 $\tau_j (j = 1, 2, 3)$ は Pauli 行列、

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

である。また、 $\rho_{\pm}(\mathbf{q}) = [\rho_1(\mathbf{q}) \pm i\rho_2(\mathbf{q})]/2$ とおいた。ここで、

$$\rho_j(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{p}} \Psi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^{\dagger} \tau_j \Psi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}, \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}(p) &= \begin{array}{c} \hat{\Gamma}(q) \\ \text{---} \\ \hat{G}^0(p+q) \end{array} \\
&= \begin{array}{c} \text{---} \\ -U\delta_{s,-s'} \\ \text{---} \end{array} + \begin{array}{c} \hat{\Pi}^{ss'}(q) \\ \text{---} \end{array} \\
&+ \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} + \dots
\end{aligned}$$

図 2.2 超流動相における自己エネルギー $\hat{\Sigma}(p) \equiv \hat{\Sigma}_p(i\omega_n)$ を表す Feynmann ダイアグラム。実線は $\hat{G}^0(p) \equiv \hat{G}_p^0(i\omega_n)$ 、破線は $-U\delta_{s,-s'}$ を表す。ここで、 $\delta_{++} = \delta_{--} = 1$ 、 $\delta_{+-} = \delta_{-+} = 0$ である。また、 $\hat{\Pi}^{s,s'}(q) \equiv \hat{\Pi}_q^{s,s'}(i\nu_n)$ と記した。

である。

超流動相においては 2×2 行列の Green 関数

$$\hat{G}_p(\tau) \equiv - \begin{pmatrix} \langle T_\tau c_{p\uparrow}(\tau) c_{p\uparrow}^\dagger(0) \rangle & \langle T_\tau c_{p\uparrow}(\tau) c_{-p\downarrow}(0) \rangle \\ \langle T_\tau c_{-p\downarrow}^\dagger(\tau) c_{p\uparrow}^\dagger(0) \rangle & \langle T_\tau c_{-p\downarrow}^\dagger(\tau) c_{-p\downarrow}(0) \rangle \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\hat{G}_p(i\omega_n) = \int_0^{1/T} d\tau \hat{G}_p(\tau) e^{i\omega_n \tau}, \quad (2.14)$$

を用いて議論する。相互作用を考慮し、Fourier 変換された (2.13) 式を、

$$\hat{G}_p(i\omega_n) = \frac{1}{\hat{G}_p^0(i\omega_n)^{-1} - \hat{\Sigma}_p(i\omega_n)}, \quad (2.15)$$

と置く。ここで、

$$\hat{G}_p^0(i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \xi_p \tau_3 + \Delta \tau_1}, \quad (2.16)$$

は平均場近似の Green 関数である。図 2.1 に対応する、超流動相における自己エネルギーの Feynmann ダイアグラムは図 2.2 で与えられ、

$$\hat{\Sigma}_p(i\omega_n) = -T \sum_{q, \nu_n} \sum_{s, s' = \pm} \hat{\Gamma}_q^{ss'}(i\nu_n) \tau_{-s} \hat{G}_{p+q}^0(i\omega_n + i\nu_n) \tau_{-s'} e^{i(\omega_n + \nu_n)\delta}, \quad (2.17)$$

となる [70]。ここで、 $\tau_{\pm} = (\tau_1 \pm i\tau_2)/2$ である。2 × 2 の散乱行列 $\hat{\Gamma}_q^{ss'}(i\nu_n)$ は

$$\begin{pmatrix} \hat{\Gamma}_q^{+-}(i\nu_n) & \hat{\Gamma}_q^{++}(i\nu_n) \\ \hat{\Gamma}_q^{-+}(i\nu_n) & \hat{\Gamma}_q^{--}(i\nu_n) \end{pmatrix} = -U \left[1 + U \begin{pmatrix} \hat{\Pi}_q^{-+}(i\nu_n) & \hat{\Pi}_q^{++}(i\nu_n) \\ \hat{\Pi}_q^{--}(i\nu_n) & \hat{\Pi}_q^{+-}(i\nu_n) \end{pmatrix} \right]^{-1}, \quad (2.18)$$

であり、2 体相関関数 $\hat{\Pi}_q^{ss'}(i\nu_n)$ は、

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_q^{s,s'}(i\nu_n, r) &= - \int_0^{1/T} d\tau \langle T_{\tau} \rho_s(\tau, \mathbf{q}) \rho_{s'}(0, -\mathbf{q}) \rangle e^{i\nu_n \tau} \\ &= T \sum_{\mathbf{p}, \omega_n} \text{Tr} \left[\tau_s G_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}^0(i\omega_n + i\nu_n) \tau_{s'} G_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}^0(i\omega_n) \right] e^{i(\omega_n + \nu_n)\delta}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

で定義され、Appendix. B.1 に示すように、 ω_n の和をとると、

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_q^{++}(i\nu_n) &= \frac{1}{4} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\mathbf{p}} \frac{s\Delta^2}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \frac{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + sE_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{\nu_n^2 + (E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + sE_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})^2} \\ &\quad \times \left[\tanh\left(\frac{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{2T}\right) + s \tanh\left(\frac{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{2T}\right) \right], \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_q^{+-}(i\nu_n) &= \frac{1}{4} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\mathbf{p}} \left[\left[1 + s \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} \xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right] \frac{1}{i\nu_n - (E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + sE_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})} \right. \\ &\quad \left. + \left[1 - \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \right] \left[1 - s \frac{\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right] \frac{i\nu_n}{\nu_n^2 + (E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + sE_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})^2} \right] \\ &\quad \times \left[\tanh\left(\frac{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{2T}\right) + s \tanh\left(\frac{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{2T}\right) \right], \end{aligned} \quad (2.21)$$

および、 $\hat{\Pi}_q^{--}(i\nu_n) = \hat{\Pi}_q^{++}(i\nu_n)$ 、 $\hat{\Pi}_q^{-+}(i\nu_n) = \hat{\Pi}_q^{+-}(-i\nu_n)$ が得られる。また、 $E_p = \sqrt{\xi_p^2 + \Delta^2}$ は Bogoliubov スペクトルである。

Fermi 原子の状態密度 (DOS : density of states) やスペクトル強度 (SW : spectral weight) は解析接続された Green 関数 $\hat{G}_p(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta)$ より計算することができ [71]、それぞれ

$$\rho(\omega) = \sum_{\mathbf{p}} A_{\mathbf{p}}(\omega), \quad (2.22)$$

$$A_{\mathbf{p}}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n \rightarrow \omega_+ = \omega + i\delta)|_{11}, \quad (2.23)$$

で与えられる。(2.23) 式中、 $\hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta)$ 内の解析接続された自己エネルギー $\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta)$ は、Appendix. B.2 に示すようにして (2.17) 式中の ν_n の和をとった後に $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$ と解析接続することによって、

$$\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta)|_{11} = \hat{\Sigma}_{\text{HF}}$$

$$+\frac{1}{\pi} \sum_{\mathbf{q}, s=\pm 1} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{n_B(z) + f(sE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}})}{z - sE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} + \omega_+} \left(1 - s \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}\right) \text{Im} [\Gamma_{\mathbf{q}}^{+-}(z_+)], \quad (2.24)$$

$$\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta)|_{12} = \frac{1}{\pi} \sum_{\mathbf{q}, s=\pm 1} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{n_B(z) + f(sE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}})}{z - sE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} + \omega_+} s \frac{\Delta}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}} \text{Im} [\Gamma_{\mathbf{q}}^{++}(z_+)], \quad (2.25)$$

で与えられる。ここで、 $z_+ = z + i\delta$ であり、

$$\hat{\Sigma}_{\text{HF}} = -\frac{U}{2} \tau_3 \sum_{\mathbf{p}} \left[1 - \frac{\xi_{\mathbf{p}}}{E_{\mathbf{p}}} \tanh\left(\frac{\beta E_{\mathbf{p}}}{2}\right)\right], \quad (2.26)$$

である。また、 $f(x)$ 、 $n_B(x)$ は、それぞれ、Fermi、Bose 分布関数である。

なお、 $\Delta = 0$ 、つまり、常流動相では、

$$\hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n) = \begin{pmatrix} G_{\mathbf{p}\uparrow}(i\omega_n) & 0 \\ 0 & -G_{-\mathbf{p}\downarrow}(-i\omega_n) \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

が成り立つ。したがって、超流動相における DOS および SW の表式 (2.22) 式と (2.23) 式を用いて、常流動相の DOS、SW をそれぞれ計算することができる。

2.2 Fermi 原子系の超流動転移温度と化学ポテンシャルおよび超流動オーダーパラメータ

冷却原子気体では s 波 2 体散乱長 a_s が観測可能な物理量であるため、有効相互作用 U を a_s によって表すと便利である。 U と a_s は関係式、

$$\frac{4\pi a_s}{m} = \frac{-U}{1 - U \sum_{\mathbf{p}}^{p_c} \frac{1}{2\varepsilon_{\mathbf{p}}}}, \quad (2.28)$$

によって結ばれる [72, 73]。ここで、 p_c はカットオフである。

Fermi 原子気体の化学ポテンシャル μ と超流動オーダーパラメータ Δ は粒子数方程式と BCS ギャップ方程式を連立して解くことによって自己無撞着に決定される。これらの方程式は、それぞれ、

$$N = 2T \sum_{\mathbf{p}} \hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n)|_{11} e^{i\omega_n \delta}, \quad (2.29)$$

$$\Delta = -\frac{4\pi a_s \Delta}{m} \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{\tanh \frac{E_{\mathbf{p}}}{2T}}{2E_{\mathbf{p}}} - \frac{1}{2\varepsilon_{\mathbf{p}}} \right), \quad (2.30)$$

次式で与えられる。超流動相では Δ は有限であり、常流動相では $\Delta = 0$ である。特に、常流動相で、粒子数方程式 (2.29) 式は、常流動相における $\hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n)$ と $G_{\mathbf{p}\sigma}(i\omega_n)$ の関係

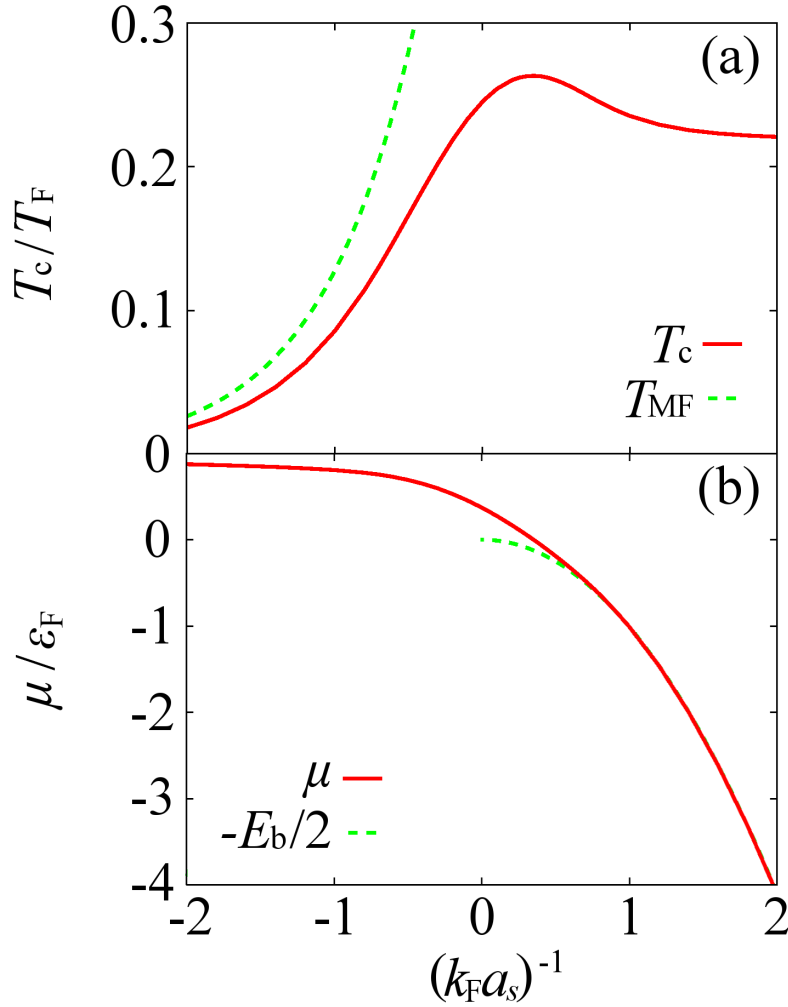


図 2.3 T_c と T_c における μ の $(k_F a_s)^{-1}$ 依存性の計算値 [60]。 $\epsilon_F (= k_B T_F)$ は Fermi エネルギーである。

式 (2.27) 式より

$$N = T \sum_{p\sigma} G_{p\sigma}(i\omega_n) e^{i\delta\omega_n}, \quad (2.31)$$

となる。

図 2.3 に T_c と T_c における μ の a_s 依存性を示す。弱結合 BCS 領域 $(k_F a_s)^{-1} \lesssim -1$ のとき、 T_c 、 $\mu_c = \mu(T = T_c)$ は、それぞれ、BCS 理論による平均場近似の超流動転移温度

$$T_{MF} = \frac{8e^{\gamma-2}\epsilon_F}{\pi} e^{\frac{\pi}{2k_F a_s}}, \quad (2.32)$$

および Fermi エネルギーに ϵ_F に漸近する [8, 11]。ここで、 $\gamma = 0.577\dots$ は Euler 定数、 $k_F = \sqrt{2m\epsilon_F}$ は Fermi 波数である。一方、強結合 BEC 領域 $(k_F a_s)^{-1} \gtrsim 1$ で、それぞ

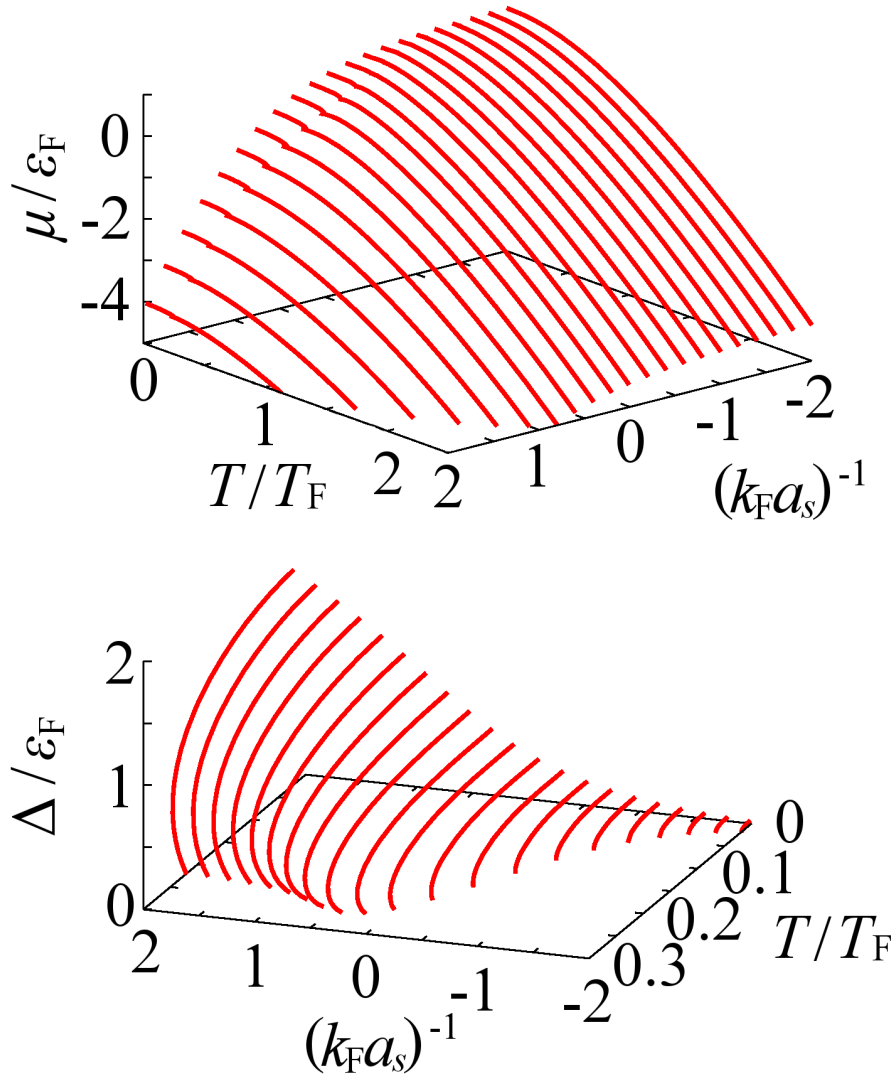


図 2.4 T -行列理論による BCS-BEC クロスオーバーにおける μ と Δ の温度依存性の計算結果。本章ではこれらを基に $\rho(\omega)$ と $A_p(\omega)$ を計算する。

れ、自由 Bose 分子の BEC 転移温度 [37]

$$T_{\text{BEC}} = \frac{2\pi}{[\zeta(3/2)]^{2/3}} \frac{N^{2/3}}{m} = 0.218T_F, \quad (2.33)$$

($\zeta(s)$ はリーマンのゼータ関数であり、 $\zeta(3/2) = 2.612\dots$) および 1 粒子あたりの結合エネルギー E_b の半分

$$\mu = -\frac{E_b}{2}, \quad (2.34)$$

$$E_b = -\frac{1}{ma_s^2}, \quad (2.35)$$

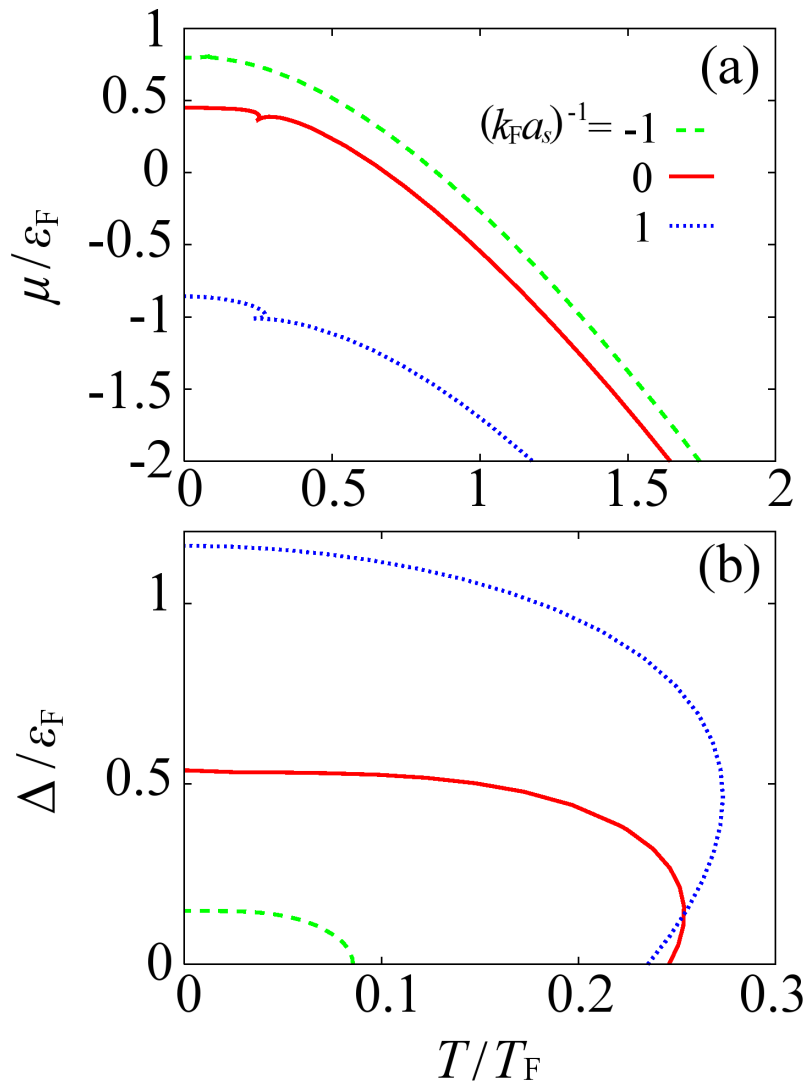


図 2.5 (a) μ および (b) Δ の温度依存性。 T -行列理論においては、相互作用が強いとき、 $T > T_c$ でありながら Δ が有限となる領域が生じる。

に漸近する [8, 11]。この振る舞いは、 T -行列理論による粒子数方程式 (2.29) 式および (2.31) 式が、強結合 BEC 極限において Bose 分子の粒子数方程式に漸近することに由来する。この点については、Appendix. C で常流動相における粒子数方程式 (2.31) 式を用いて説明する。

図 2.4(a)、(b) に、それぞれ、BCS-BEC クロスオーバーにおける μ および Δ の T 、 a_s 依存性を示す。次節では、これらを基に Fermi 原子の 1 粒子状態を計算し、議論する。このように T -行列理論による冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーの解析では、観測量である温度 T 、散乱長 a_s を基に、 μ および Δ を自己無撞着に決定することにより、フィッティングパラメータを用いずに物理量を議論することができる。なお、

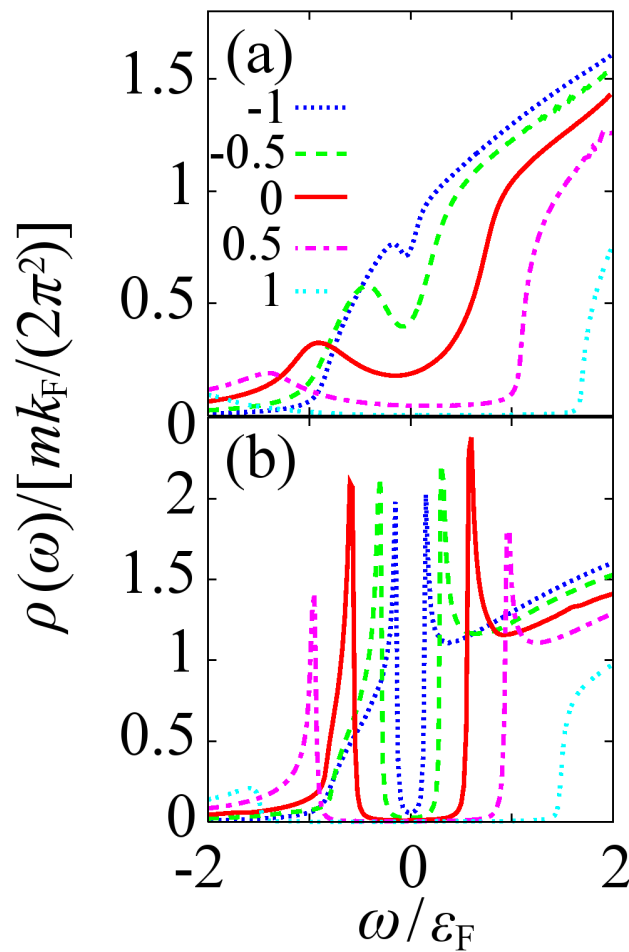


図 2.6 (a) T_c および (b) $T = 0.1T_c$ における DOS $\rho(\omega)$ の相互作用依存性。(a) に示した数値は $(k_F a_s)^{-1}$ である。

$(k_F a_s)^{-1} \gtrsim -0.5$ では、図 2.5 に示すように $T > T_c$ においても Δ が有限の領域が存在するが、これは用いている T -行列近似によるものである [70]。

2.3 冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける 1 粒子状態

本節では Fermi 原子の状態密度とスペクトル強度を解析し、冷却原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおいて擬ギャップが現れることを示す。

2.3.1 絶対零度における超流動ギャップと転移温度における擬ギャップ

図 2.6 に T_c と低温 ($T = 0.1T_c$) における状態密度 $\rho(\omega)$ (DOS) の相互作用依存性を示す。図 2.6(a) からわかるように、 T_c における擬ギャップは、 $(k_F a_s)^{-1} \sim -1$ から生じはじめる。相互作用が大きくなると、揺らぎが強くなることに伴って、擬ギャップは大きくなる。BEC 領域 ($(k_F a_s)^{-1} = 1$) では、Bose 分子の束縛エネルギーに対応するエネルギーギャップ構造へと変化していく。一方、図 2.6(b) に示した $0.1T_c$ においては、熱揺らぎが抑えられ、超流動オーダーパラメータ Δ に由来する超流動ギャップが生じる。BCS 領域ではギャップ端にコヒーレンスピークが見られ、BEC 領域においては強結合性によって消失する。この振る舞いは平均場近似における DOS の表式によって理解できる。相互作用の弱い BCS 領域側では、 $\mu > 0$ であり、

$$\rho(\omega) = \frac{m^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi^2} [\theta(\omega - \Delta) - \theta(-\omega - \Delta)] \left[\sqrt{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2} + \mu} \left(\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}} + 1 \right) + \theta(\mu^2 + \Delta^2 - \omega^2) \sqrt{-\sqrt{\omega^2 - \Delta^2} + \mu} \left(\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}} - 1 \right) \right] \quad (\mu > 0), \quad (2.36)$$

で与えられる。 $\omega = 0$ を挟み、大きさ 2Δ のエネルギーギャップが生じる。また、 $\omega/\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}$ の因子を持つ項が $|\omega| = \Delta$ のコヒーレンスピークを生じる。一方、 $\mu < 0$ である BEC 領域側では、

$$\rho(\omega) = \frac{m^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi^2} \left[\theta(\omega - \sqrt{\mu^2 + \Delta^2}) - \theta(-\omega - \sqrt{\mu^2 + \Delta^2}) \right] \times \left[\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}} + 1 \right] \sqrt{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2} - |\mu|} \quad (\mu < 0), \quad (2.37)$$

であり、ギャップの大きさが $2\sqrt{\mu^2 + \Delta^2}$ となる。そのため、 $\omega = \Delta$ の発散点の影響を受けず、コヒーレンスピークは現れない。

図 2.7 に T -行列理論において $T = 0.1T_c$ の DOS に現れる超流動ギャップサイズ E_{SF} と T_c における擬ギャップサイズ E_{PG} [74]、および、平均場近似による $T = 0$ における超流動ギャップサイズ E_{MF} の相互作用依存性を示す。各ギャップのサイズは図 2.7 の挿入図に示した方法で決定した。まず、(擬) ギャップ構造によって生じる $\omega = 0$ 付近の、 $\rho(\omega)$ の極小を与えるエネルギーを ω_0 とおく。次に $\rho(\omega)$ の $\omega < 0$ に現れるピークにおけるエネルギーを ω_1 とする。そして、 $[\rho(\omega_0) + \rho(\omega_1)]/2$ における (擬) ギャップのエネルギーを $2E$ とした。また、 E_{MF} は (2.36) 式に現れるエネルギーギャップ、

$$E_{MF} = \begin{cases} \Delta_{MF} & (\mu \geq 0), \\ \sqrt{\Delta_{MF}^2 + \mu^2} & (\mu < 0), \end{cases} \quad (2.38)$$

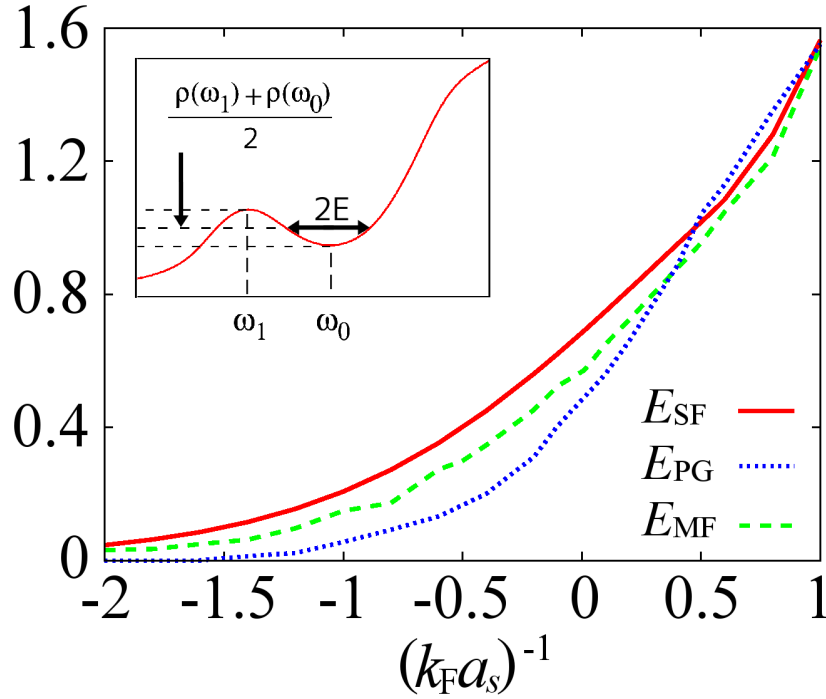


図 2.7 E_{SF} 、 E_{PG} および E_{MF} の相互作用依存性。挿入図に E_{PG} 、 E_{SF} の決定法を示す。ギャップによって状態密度が最小になるエネルギーを ω_0 、低エネルギー側のピークのエネルギーを ω_1 とし、これらのエネルギーにおける状態密度の平均値 $[\rho(\omega_0) + \rho(\omega_1)]/2$ を求め、ギャップの幅を定義した。

であり、 Δ_{MF} は平均場近似、

$$N = 2T \sum_{\mathbf{p}} \hat{G}_{\mathbf{p}}^0(i\omega_n, \Delta \rightarrow \Delta_{\text{MF}})|_{11} e^{i\omega_n \delta}, \quad (2.39)$$

$$\Delta_{\text{MF}} = -\frac{4\pi a_s \Delta_{\text{MF}}}{m} \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{1}{2\sqrt{\xi_{\mathbf{p}}^2 + \Delta_{\text{MF}}^2}} - \frac{1}{2\epsilon_{\mathbf{p}}} \right), \quad (2.40)$$

の $T = 0$ における解である [7, 8]。 E_{MF} と比較すると、 E_{SF} はクロスオーバー領域で揺らぎの影響を受け、小さくなるものの、揺らぎが弱くなる BCS 領域および BEC 領域では一致する。一方、 E_{PG} は、BCS 領域では 0 に漸近するが、揺らぎが顕著になるクロスオーバー領域において急激に増加し、BEC 領域で E_{MF} に漸近する。

E_{SF} の E_{MF} からの減少は量子揺らぎに由来する [70]。 Bose 気体では、この効果は量子ディブリージョンと呼ばれ、相互作用の影響で $T = 0$ においても非凝縮分子が存在する [75]。そのため、 $T = 0$ においても強結合効果は存在し、 E_{SF} は E_{MF} と比較して小さくなっている。

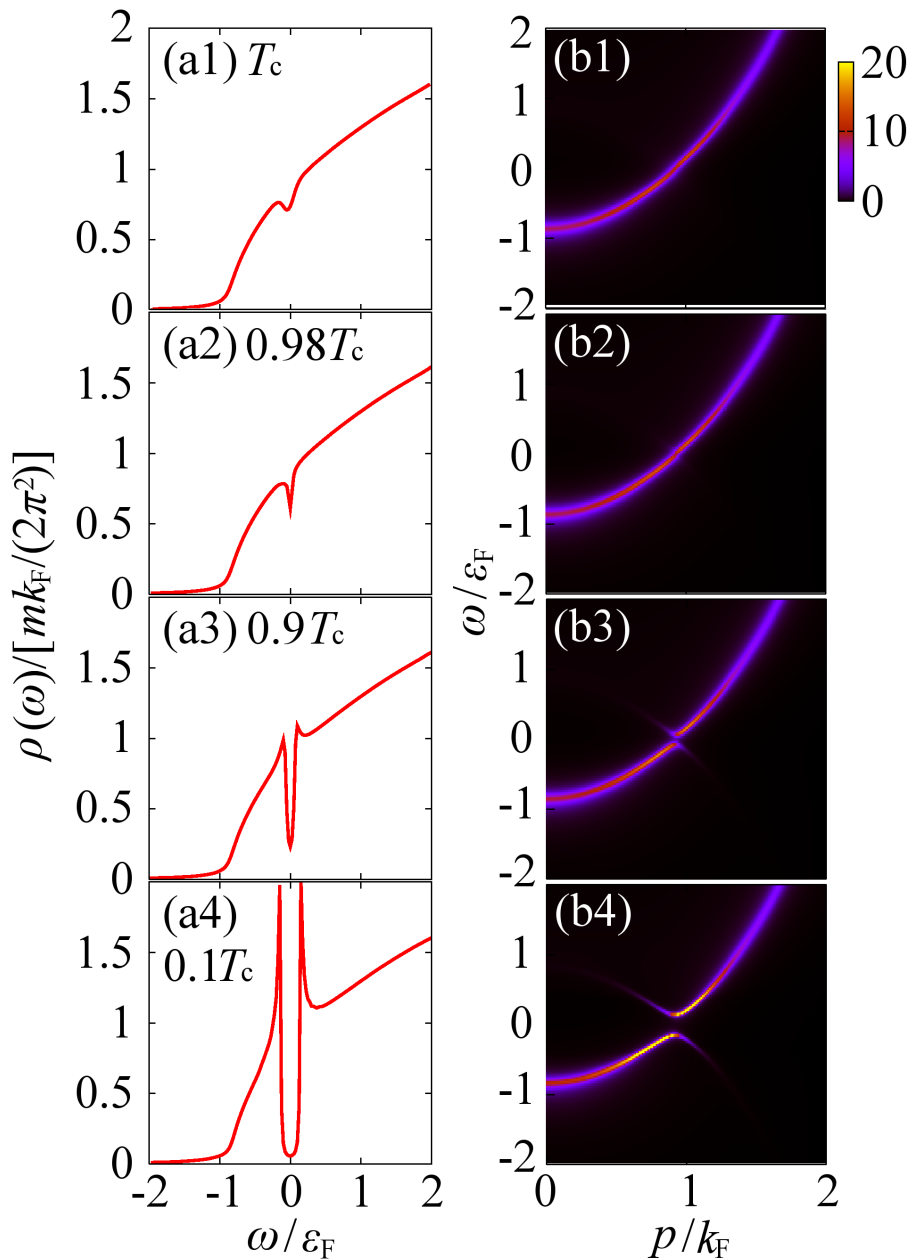


図 2.8 $(k_F a_s)^{-1} = -1$ における $\rho(\omega)$ ((a1)-(a4)) と対応する $A_p(\omega)$ ((b1)-(b4)) の温度依存性。(a1) と (b1) は $T = T_c$ 、(a2) と (b2) は $T = 0.98T_c$ 、(a3) と (b3) は $T = 0.9T_c$ 、(a4) と (b4) は $T = 0.1T_c$ である。 $A_p(\omega)$ は ϵ_F^{-1} で規格化されている (図 2.9-2.11 においても同様である)。

2.3.2 超流動相における 1 粒子状態

図 2.8 に $(k_F a_s)^{-1} = -1$ における状態密度 $\rho(\omega)$ (DOS) とスペクトル強度 $A_p(\omega)$ (SW) の温度依存性を示す。図 2.8(a1)-(a3) に示した $\omega = 0$ 付近の温度変化からわかる通り、

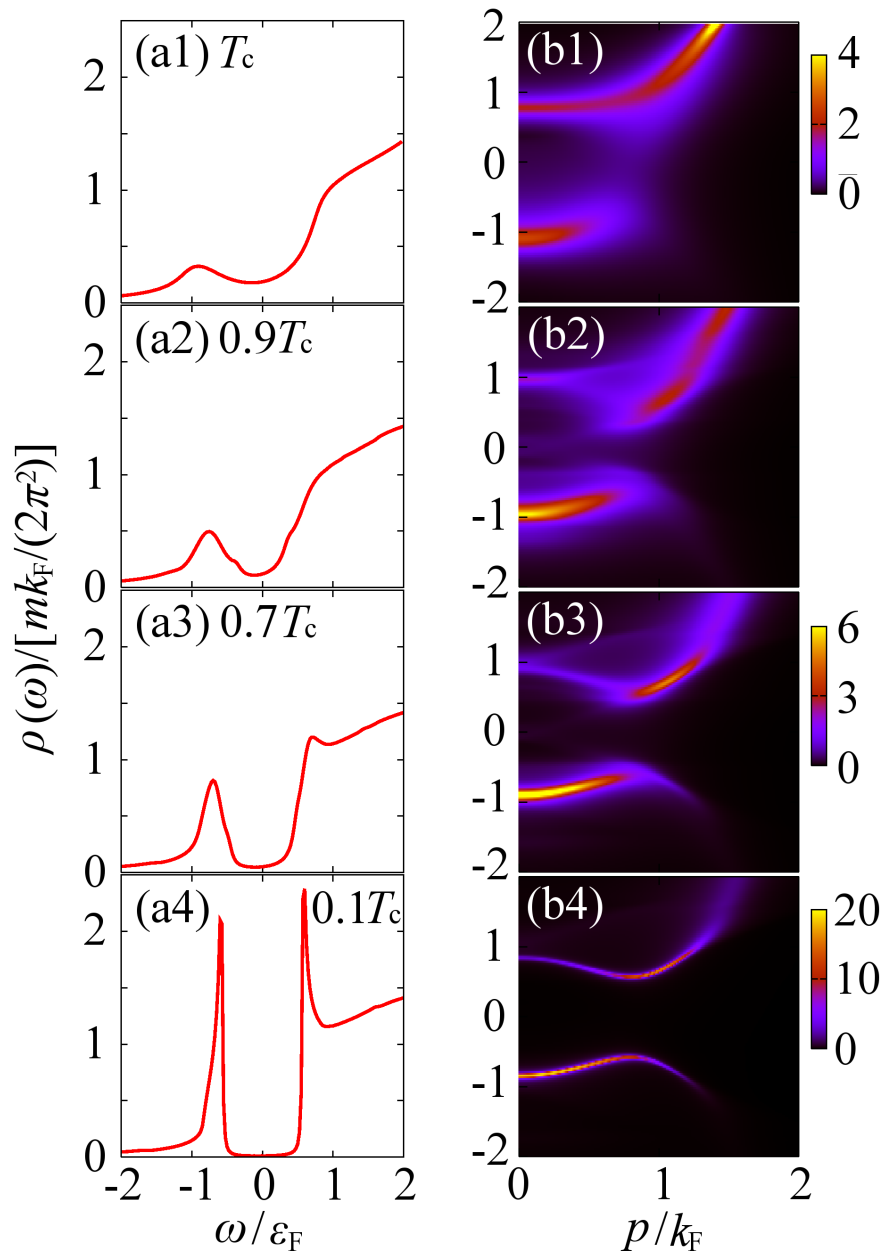


図 2.9 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ における $\rho(\omega)$ ((a1)-(a4)) と対応する $A_p(\omega)$ ((b1)-(b4)) の温度依存性。(a1) と (b1) は $T = T_c$ 、(a2) と (b2) は $T = 0.9T_c$ 、(a3) と (b3) は $T = 0.7T_c$ 、(a4) と (b4) は $T = 0.1T_c$ である。

T_c の DOS に見られる擬ギャップ構造は、 T_c 直下で温度変化し、 $T = 0.9T_c$ においてコヒーレンスピークを伴う超流動ギャップが現れる。図 2.8(a4) に示した $0.1T_c$ では、超流動ギャップ、コヒーレンスピーク共に顕著になる。

図 2.8(b1) に示した T_c における SW は自由 Fermi 気体の場合とほぼ同様で、 $\omega = p^2/(2m) - \mu$ に沿ったピークを持つ。図 2.8(b3) に示した $T = 0.9T_c$ においては、 Δ の

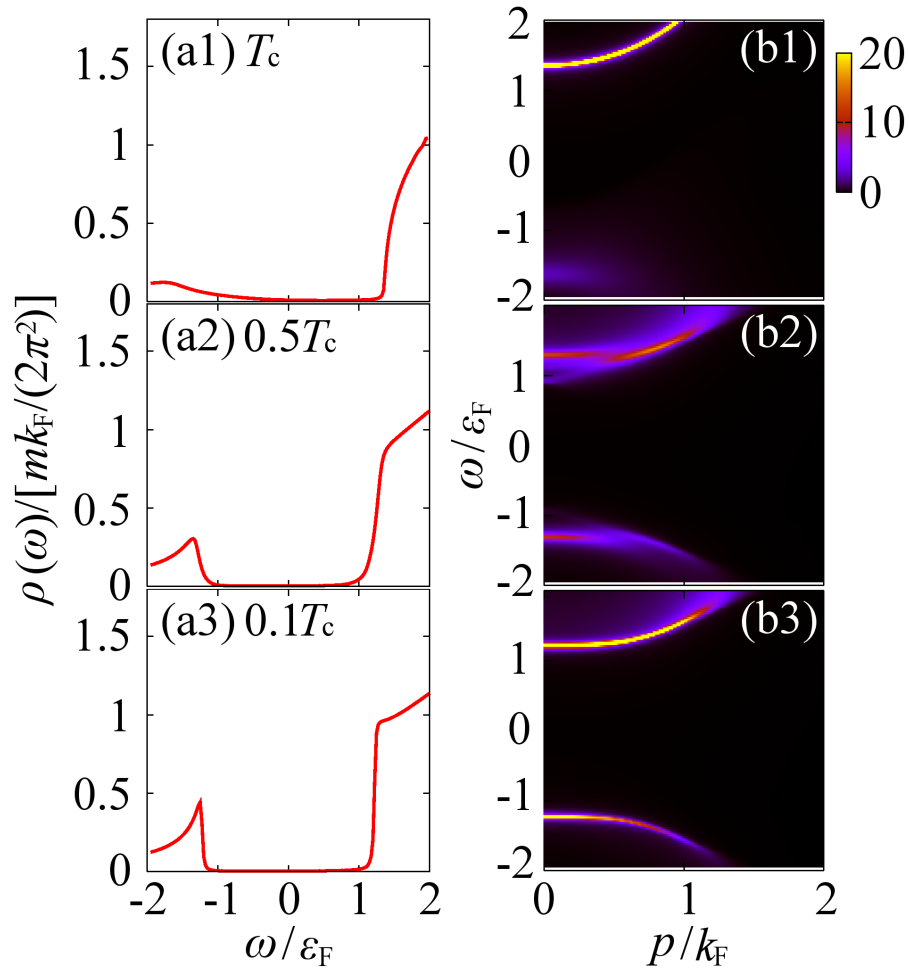


図 2.10 $(k_F a_s)^{-1} = 0.8$ における $\rho(\omega)$ ((a1)-(a3)) と対応する $A_p(\omega)$ ((b1)-(b3)) の温度依存性。(a1) と (b1) は $T = T_c$ 、(a2) と (b2) は $T = 0.6T_c$ 、(a3) と (b3) は $T = 0.1T_c$ である。

発達によって

$$\omega = \pm E_p = \pm \sqrt{\xi_p^2 + \Delta^2}, \quad (2.41)$$

の Bogoliubov 分散が見られる。図 2.8(b4) に示した $T = 0.1T_c$ においては、エネルギーギャップ端の分散が鋭くなり、DOS に顕著なコヒーレンスピークを生じさせる。

クロスオーバー領域においては、DOS と SW の温度依存性はより顕著である。図 2.9(a1)-(a4) に $(k_F a_s)^{-1} = 0$ の超流動相における DOS の温度依存性を示す。図 2.9(a2) に示した $0.9T_c$ の DOS では、強結合効果によって擬ギャップ効果が残り、 Δ が有限であるにもかかわらず $\rho(\omega = 0)$ は有限である。さらに温度を下げ、図 2.9(a3) に示した $0.7T_c$ では Δ が大きくなるため、 $\rho(\omega = 0)$ の強度が抑えられる。図 2.9(a4) に示した $0.1T_c$ には超流動ギャップが生じ、ギャップ端にコヒーレンスピークが現れる。温度依存性は SW

においてより顕著である。図 2.9(b1)-(b4) に、それぞれ、図 2.9(a1)-(a4) に示した DOS に対応する SW を示す。図 2.9(b1) に示した T_c においては、 $\Delta = 0$ にも関わらずダブルピーク構造が見られ、この構造が DOS に擬ギャップをもたらしている。 T_c 付近において温度を下げ Δ が有限になると、図 2.9(b2) に示した $0.9T_c$ の SW に見られるように、 $\omega > 0$ のピーク構造に変化が現れるものの、 $\omega = 0$ 付近の強度は依然として有限である。さらに温度を下げ、図 2.9(b3) に示した $0.7T_c$ では、 $\omega = 0$ 付近の強度は徐々に弱くなって超流動ギャップ構造が生じ、同時にギャップ端の分散も鋭くなる。そして、図 2.9(b4) に示した $0.1T_c$ では (2.41) 式で与えられる Bogoliubov 分散による明確な超流動ギャップ構造が現れる。このように、DOS に超流動ギャップが現れることに伴って、SW は擬ギャップ的な幅広いダブルピーク構造から、超流動ギャップの特徴である鋭い構造へと変化する。そのため、クロスオーバー領域においては、 $\rho(\omega = 0, T)$ が T_c における値からどの程度小さくなったかによって、超流動相における超流動揺らぎの影響を議論することが可能である。

これに対し図 2.10 に示す強結合 BEC 領域においては、Bose 分子が形成されるため、図 2.10(a1)、(b1) に示す通り、 $\omega = 0$ 付近には T_c においても DOS と SW にエネルギーギャップが生じる。そして、図 2.10(a1)-(a3) に示した DOS、および、図 2.10(b1)-(b3) に示した SW の $\omega = 0$ 付近におけるエネルギーギャップ構造を保ったまま、低温における超流動ギャップ構造へと変化していく。そのため、 $T \lesssim T_c$ において常にエネルギーギャップが存在しており、低エネルギーに Fermi 原子の励起は存在しない。一方で、Bose-Einstein 凝縮状態においては、低エネルギーに Bogoliubov フォノンの励起構造を持つため [76]、気体の振る舞いは Bose 分子によって支配される。

2.3.3 常流動相における擬ギャップの温度依存性

図 2.11 に常流動相における状態密度 $\rho(\omega)$ (DOS) とスペクトル強度 $A_p(\omega)$ (SW) の温度依存性を示す。図 2.11(a1) に示した弱結合領域 ($(k_F a_s)^{-1} = -1$) においては、超流動揺らぎは比較的弱いため、 $1.1T_c$ で DOS における凹み、すなわち擬ギャップは消失する。また、図 2.11(a2)-(a4) に示した SW は、 T_c 付近で揺らぎの影響を強く受けないことに対応して、温度依存性は顕著には生じない。

図 2.11(b1)-(b4) に示したクロスオーバー領域 ($(k_F a_s)^{-1} = 0$) では、 T_c における擬ギャップが顕著であるため、DOS や SW の温度依存性においても顕著な影響が見られる。 T_c の DOS における擬ギャップ構造は、 $T = 1.3T_c$ において、凹みが消失する。しかしながら、 $\omega < 0$ の構造はあまり変化せず、擬ギャップの名残が見られる。この振る舞いは SW において、より顕著である。図 2.11(b3) に示した $T = 1.3T_c$ の SW は、図 2.11(b2) に示した T_c と同様の擬ギャップ的なダブルピーク構造を持つ。このため、DOS

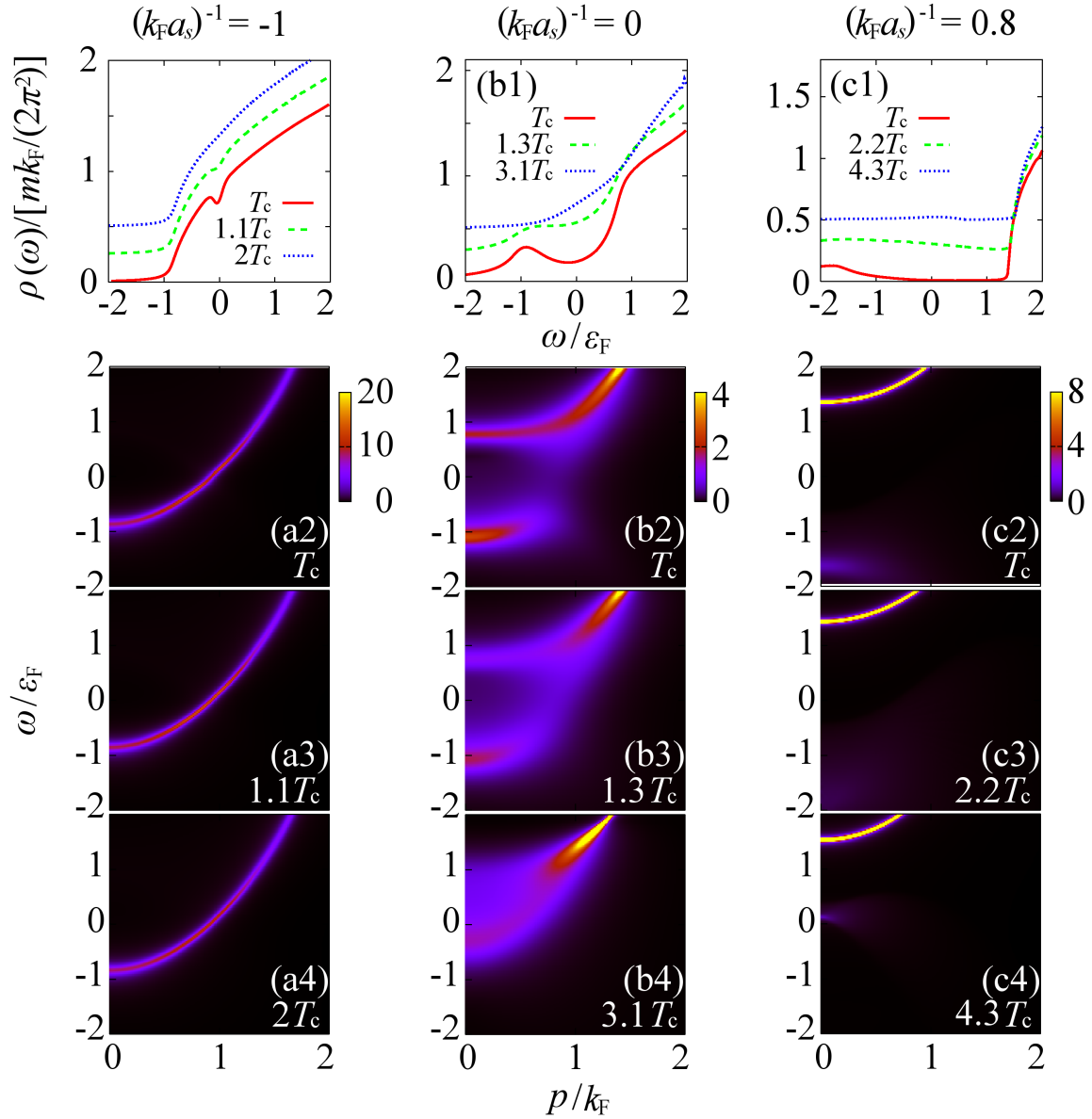


図 2.11 $T > T_c$ における $\rho(\omega)$ ((a1)、(b1)、(c1)) と対応する $A_p(\omega)$ ((a2)-(a4)、(b2)-(b4)、(c2)-(c4)) の温度依存性。(a1)-(a4) は $(k_F a_s)^{-1} = -1$ 、(b1)-(b4) は $(k_F a_s)^{-1} = 0$ 、(c1)-(c4) は $(k_F a_s)^{-1} = 0.8$ である。

における凹みが消失しても、揺らぎの影響は依然として顕著であることが期待される。図 2.11(b4) に見られる通り、さらに高温では SW におけるダブルピーク構造が弱くなり、 $\omega = p^2/(2m) - \mu$ に対応するシングルピーク構造へと変化していく。したがって、DOS における凹みの有無によって超流動揺らぎを評価することによって BCS-BEC クロスオーバーの常流動相における擬ギャップ温度の下限を定めることができる。

なお、強結合 BEC 領域においては、 T_c の図 2.11(c1) の DOS や図 2.11(c2)-(c4) の

SWに見られる $\omega < 0$ のピーク構造は、高温で消失していく。そのため、揺らぎは系の性質には大きな影響を及ぼさない。

2.4 一様な冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける相図

以上に議論したように、冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける超流動揺らぎの影響は、状態密度 $\rho(\omega)$ に現れる擬ギャップ構造によって評価することができる。図 2.12 に一様系冷却原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける相図を示す。 T^* は常流動相における擬ギャップ温度であり、状態密度における擬ギャップ、つまり、 $\omega = 0$ における凹みが生じる温度を表す。 \tilde{T}^* は超流動相における擬ギャップ温度であり、擬ギャップが超流動ギャップへと変化する温度を表す。本論文では $\rho(\omega = 0, \tilde{T}^*) = 0.5\rho(\omega = 0, T = T_c)$ となる温度とした。また、転移温度における Bose 分子の解離エネルギーを基に、熱解離温度 $T = 2|\mu(T_c)|$ ($\mu < 0$) で定める。この温度より強結合側は Bose 分子が形成される領域である。なお、これらの温度は相転移を示すものではなく、系の振る舞いのクロスオーバーを表す目安の温度である。

図 2.12(b) で、転移温度をまたぐ、これら 3 つの温度に囲まれた領域は、超流動揺らぎが顕著で状態密度に擬ギャップが現れる擬ギャップ領域である (“PG”)。擬ギャップ領域から温度を上げると、超流動揺らぎは弱くなり、系は強結合揺らぎの影響の少ない、常流動 Fermi 気体的になる (“NF”)。一方、温度を下げると、熱的な揺らぎが押さえられる一方で超流動性は顕著になるため、平均場的な超流動相 (“SF”) が現れる。Bose 分子の領域 (“MBEC” および “NB”) では、Fermi 原子の 1 粒子状態は Bose 分子の束縛エネルギー ($E_b = \frac{1}{ma_s^2}$) に対応する大きなエネルギーギャップ構造を持つ。そのため、系の励起は $T > T_c$ では Bose 分子の 1 粒子励起、 $T < T_c$ では Bogoliubov フォノンの集団励起によって支配される [37, 70]。

図 2.12(c) に $R \equiv \rho(\omega = 0, T)/\rho(\omega = 0, T_c) = 0.7, 0.5, 0.3$ の相互作用依存性を示す。いずれの R に対しても、同様の \tilde{T}^* を定義することができる。そのため、本節で行った、 $\rho(\omega = 0)$ の温度依存性の評価による \tilde{T}^* の決定は超流動相における擬ギャップ現象の特徴を捉えている。

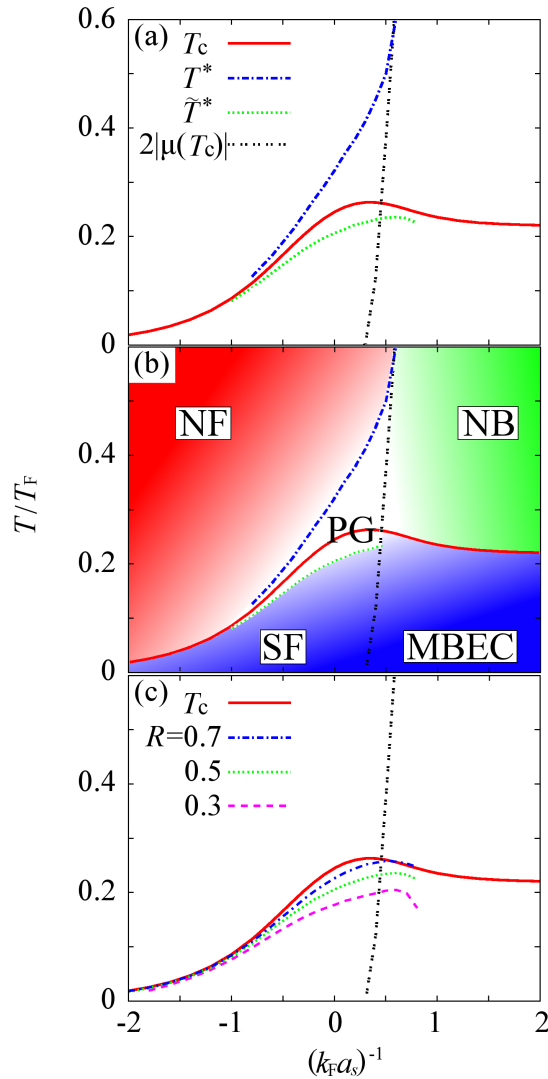


図 2.12 冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける相図。(a) 超流動転移温度と本論文で定めた特徴的な温度: T^* は常流動相における擬ギャップ温度で、 $\rho(\omega)$ に $\omega = 0$ 付近の凹みが現れる温度で定義される。 \tilde{T}^* は超流動相における擬ギャップ温度で、 $\rho(\omega = 0, \tilde{T}^*) = 0.5\rho(\omega = 0, T_c)$ となる温度である。 $T = 2|\mu(T_c)|$ は Bose 分子が解離する温度の目安で、この線より強結合側は Bose 分子気体的な領域である。なお、 T_c を除き、全てクロスオーバー的な振る舞いの目安となる線であり、相転移は伴わない。(b) 相図。PG: 擬ギャップ領域、NF: 強結合効果の影響が小さい Fermi 気体的な領域、SF: エネルギーギャップを持つ Fermi 超流動領域、NB: Bose 分子気体的な領域、MBEC: Bose 分子気体の BEC 的な領域。(c) \tilde{T}^* を別の $R = \rho(\omega = 0, T)/\rho(\omega = 0, T_c)$ によって定めた場合の相互作用依存性。

第 3 章

トラップされた Fermi 原子気体における擬ギャップ現象と測定量の解析

2章で示した BCS-BEC クロスオーバーの相図における擬ギャップ領域、つまり、状態密度やスペクトル強度に見られる擬ギャップ構造は、photoemission スペクトルを解析することによって確かめられるものと期待される。しかしながら、現在までのところ、トラップされた Fermi 原子気体の位置分解された photoemission スペクトルは得られておらず、トラップポテンシャルによる空間的な非一様性の影響を受けている。そこで本章では、トラップポテンシャルの影響を局所密度近似 (LDA: local density approximation、Thomas-Fermi 近似) を用いて T -行列理論をトラップ系へと拡張し、解析する。まず、気体内の局所的な状態密度の解析を行い、擬ギャップ領域が空間的に非一様に分布することを示す。そして、温度、相互作用、気体の位置に対するトラップされた冷却 Fermi 原子気体の相図を明らかにする。特に、超流動相のある温度域においては、気体中心に超流動ギャップが顕著な領域、気体端付近の強結合効果が顕著ではない領域、これらに挟まれる擬ギャップ領域という、殻構造を生じることが示す。次に、この相図を用いて気体の photoemission スペクトルを議論し、 ^{40}K 気体の T_c における測定結果 [30] を定量的な範囲で説明することを示す。さらに ^6Li 気体において測定された気体の圧力 [34, 35] の解析を行い、BCS-BEC クロスオーバーにおける強結合理論によって、やはり定量的に説明できることを示す。

3.1 節で超流動揺らぎとともにトラップの効果を考慮する局所密度近似を導入する。次に、3.2 節で Fermi 原子の 1 粒子状態の相互作用、温度および位置依存性を議論し、空間的非一様性と擬ギャップ現象について議論する。3.3 節では photoemission スペクトルを解析し、冷却原子気体における測定結果が理論計算によって定量的に説明されることを示す。さらに、3.4 節で気体の局所圧力を解析し、photoemission スペクトルと同様に実験結果を定量的に説明できることを示す。

本章の内容は、論文 [77] で議論した。

3.1 トラップされた Fermi 原子気体と局所密度近似

本節では、2章の議論を局所密度近似 (LDA) を用いてトラップ系に拡張する。まず、トラップされた、原子間相互作用の無い自由 Fermi 原子気体を議論し、LDA が系を良く記述することを示す。そして、LDA を用いて T -行列理論をトラップ系に拡張する。

3.1.1 トラップされた自由 Fermi 原子気体と局所密度近似

調和ポテンシャル

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (3.1)$$

によってトラップされた自由 Fermi 原子の固有エネルギーは

$$E(n_x, n_y, n_z) = \left(n_x + \frac{1}{2}\right)\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right)\omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right)\omega_z, \quad (3.2)$$

で与えられる。原子状態 \uparrow, \downarrow の自由 Fermi 原子が、それぞれ原子数 $N_\uparrow (= N_\downarrow)$ だけトラップされているとき、Fermi エネルギー $\epsilon_F (\gg (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3})$ は、絶対零度における粒子数方程式

$$N_\uparrow = \frac{1}{\omega_x \omega_y \omega_z} \int_0^{\epsilon_F} dz_1 \int_0^{\epsilon_F - z_1} dz_2 \int_0^{\epsilon_F - z_1 - z_2} dz_3 = \frac{\epsilon_F^3}{6\omega_x \omega_y \omega_z}, \quad (3.3)$$

より、

$$\epsilon_F = (6N_\uparrow \omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3} = (3N \omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}, \quad (3.4)$$

で与えられる。ここで、 $N (= N_\uparrow + N_\downarrow)$ はトラップ内の全原子数である。

一方、局所密度近似 (LDA) では、ポテンシャルエネルギー $V(\mathbf{r})$ を基準にした Fermi エネルギー

$$\mu(\mathbf{r}) = \epsilon_F - V(\mathbf{r}), \quad (3.5)$$

によってトラップポテンシャルの効果を考慮し、各点 \mathbf{r} では局所的な Fermi エネルギー $\mu(\mathbf{r})$ を持つ自由 Fermi 原子気体とみなす。LDA で、自由 Fermi 原子気体の絶対零度における粒子数方程式は

$$N = \int d\mathbf{r} n(\mathbf{r}), \quad (3.6)$$

$$n(\mathbf{r}) = 2 \sum_p f_0(\epsilon_p - \mu(\mathbf{r})) = \frac{(2m)^{3/2}}{3\pi^2} \mu(\mathbf{r})^{3/2} \Theta(\mu(\mathbf{r})), \quad (3.7)$$

で与えられる [78]。ここで、 $\epsilon_p = p^2/(2m)$ は $r = 0$ の静止エネルギーを基準とした Fermi 原子の運動エネルギーである。また、 $f_0(x) = \Theta(-x)$ は絶対零度における Fermi 分布関数であり、 $\Theta(x)$ は階段関数である。(3.6) 式で、

$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}' = \left(\frac{\omega_{\text{tr}}}{\omega_x} x', \frac{\omega_{\text{tr}}}{\omega_y} y', \frac{\omega_{\text{tr}}}{\omega_z} z' \right), \quad (3.8)$$

とスケール変換する。ここで、 $\omega_{\text{tr}} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ である。すると、調和ポテンシャル (3.1) 式は

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m \omega_{\text{tr}}^2 r^2, \quad (3.9)$$

となり、粒子数方程式 (3.6) 式より、

$$N = 4\pi \int_0^{R_F} r'^2 dr' \frac{(2m)^{3/2}}{3\pi^2} \mu(r')^{3/2} = \frac{\epsilon_F^3}{3\omega_{\text{tr}}^3}, \quad (3.10)$$

を得る。ここで、 R_F は、

$$\epsilon_F = \frac{1}{2} m \omega_{\text{tr}}^2 R_F^2, \quad (3.11)$$

を満たす、LDA によって与えられる自由 Fermi 気体の絶対零度における半径である。これより、

$$\epsilon_F = (3N)^{1/3} \omega_{\text{tr}} = (3N \omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}, \quad (3.12)$$

となり、調和ポテンシャルにおける自由 Fermi 原子の固有エネルギーから得られた Fermi エネルギーの表式 (3.4) 式と一致する。このように、トラップされた、原子間相互作用の無い自由 Fermi 原子気体は、調和トラップ $V(\mathbf{r})$ の効果を局所的な原子数密度 $n(\mathbf{r})$ が、Fermi エネルギー $\mu(\mathbf{r})$ を持つ一様 Fermi 気体の表式 (3.7) 式によって与えられると仮定することによって議論することができる。

r のスケール変換 (3.8) 式によって、粒子数方程式 (3.6) 式中の r 積分は球対称な r' 積分に置き換えることができる。このように、LDA の範囲では (3.9) 式で示した、球対称な表式を用いて良い。

3.1.2 T -行列理論と局所密度近似によるトラップされた Fermi 原子気体の定式化

自由 Fermi 原子気体における局所密度近似 (LDA) を [61, 62, 79, 80]、 T -行列理論に適用し、トラップ系へと拡張する。LDA では、粒子数方程式は、

$$N = \int d\mathbf{r} n(\mathbf{r}), \quad (3.13)$$

で与えられ、原子数密度 $n(r)$ は、2章で用いた T -行列近似を用いて議論すると、

$$n(r) = 2T \sum_{\mathbf{p}, \omega_n} \hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n, r)|_{11} e^{i\omega_n \delta}, \quad (3.14)$$

で与えられる。ここで、

$$\hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n, r) = \frac{1}{i\omega_n - \xi_{\mathbf{p}}(r)\tau_3 + \Delta(r)\tau_1 - \Sigma_{\mathbf{p}}(i\omega_n, r)}, \quad (3.15)$$

$\xi_{\mathbf{p}}(r) = \epsilon_{\mathbf{p}} - \mu(r)$ である。LDA における自己エネルギー等の表式は、2章で議論した表式 (2.17) 式で $\mu \rightarrow \mu(r)$ と置き換えることで得られる。トラップ内では原子の密度が r に依存するため、超流動オーダーパラメータ Δ も r に依存する。これを明示するため、LDA における Δ を $\Delta(r)$ と表記する。

局所的な状態密度 (LDOS: local density of states) やスペクトル強度 (LSW: local spectral weight) も解析接続された LDA の Green 関数 $\hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta, r)$ を用いて、

$$\rho(\omega, r) = \sum_{\mathbf{p}} A_{\mathbf{p}}(\omega, r), \quad (3.16)$$

$$A_{\mathbf{p}}(\omega, r) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n \rightarrow \omega_+ = \omega + i\delta, r)|_{11}, \quad (3.17)$$

と表される。

Appendix. D で導出するように、局所的な photoemission スペクトル $I(\mathbf{p}, \Omega, r)$ は、

$$I(\mathbf{p}, \Omega, r) = 2\pi t_{\text{F}}^2 A_{\mathbf{p}}(\xi_{\mathbf{p}}(r) - \Omega, r) f(\xi_{\mathbf{p}}(r) - \Omega), \quad (3.18)$$

で与えられる [62]。ここで、 t_{F} は photoemission カレントの遷移行列要素である。(3.18) 式の空間平均を取ると、

$$I_{\text{ave}}(\mathbf{p}, \Omega) = \frac{2\pi t_{\text{F}}^2}{4\pi R_{\text{F}}^3/3} \int d\mathbf{r} A_{\mathbf{p}}(\xi_{\mathbf{p}}(r) - \Omega, r) f(\xi_{\mathbf{p}}(r) - \Omega), \quad (3.19)$$

となる。これより、測定される photoemission スペクトルに対する表式

$$S(\mathbf{p}, \omega) = I_{\text{ave}}(\mathbf{p}, \Omega \rightarrow \xi_{\mathbf{p}} - \omega), \quad (3.20)$$

を得る。

$\Delta(r)$ は局所的な BCS ギャップ方程式、

$$\Delta(r) = -\frac{4\pi a_s \Delta(r)}{m} \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{\tanh \frac{E_{\mathbf{p}}(r)}{2T}}{2E_{\mathbf{p}}(r)} - \frac{1}{2\epsilon_{\mathbf{p}}} \right), \quad (3.21)$$

によって、(3.13) 式と合わせて、 $\mu(= \mu(r=0))$ と共に自己無撞着に決定する。ここで、 $E_{\mathbf{p}}(r) = \sqrt{\xi(r)^2 + \Delta(r)^2}$ である。特に、超流動転移温度 T_c は、最も高密度である $r=0$

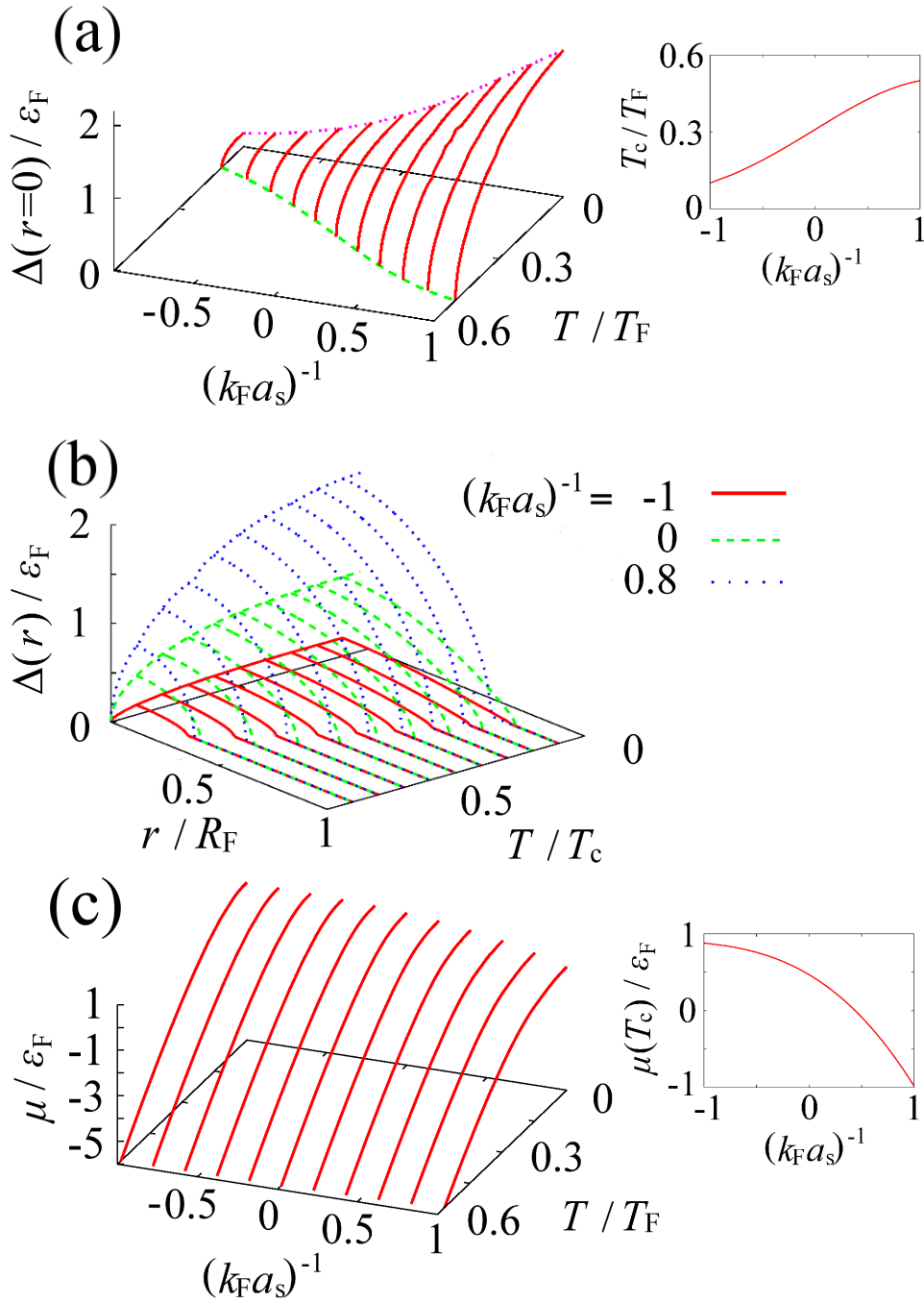


図 3.1 BCS-BEC クロスオーバーにおける $\Delta(r=0)$ 、 $\Delta(r)$ および μ の計算値。(a)、(c) の挿入図は、それぞれ、 T_c と T_c における μ である。温度軸は (a)、(c) は T_F で、(b) は T_c で規格化されている。

におけるギャップ方程式が $\Delta(r=0) \rightarrow 0$ の解を持つ条件、

$$U^{-1} = \sum_p \frac{\tanh \frac{\xi_p(r=0)}{2T}}{2\xi_p(r=0)}, \quad (3.22)$$

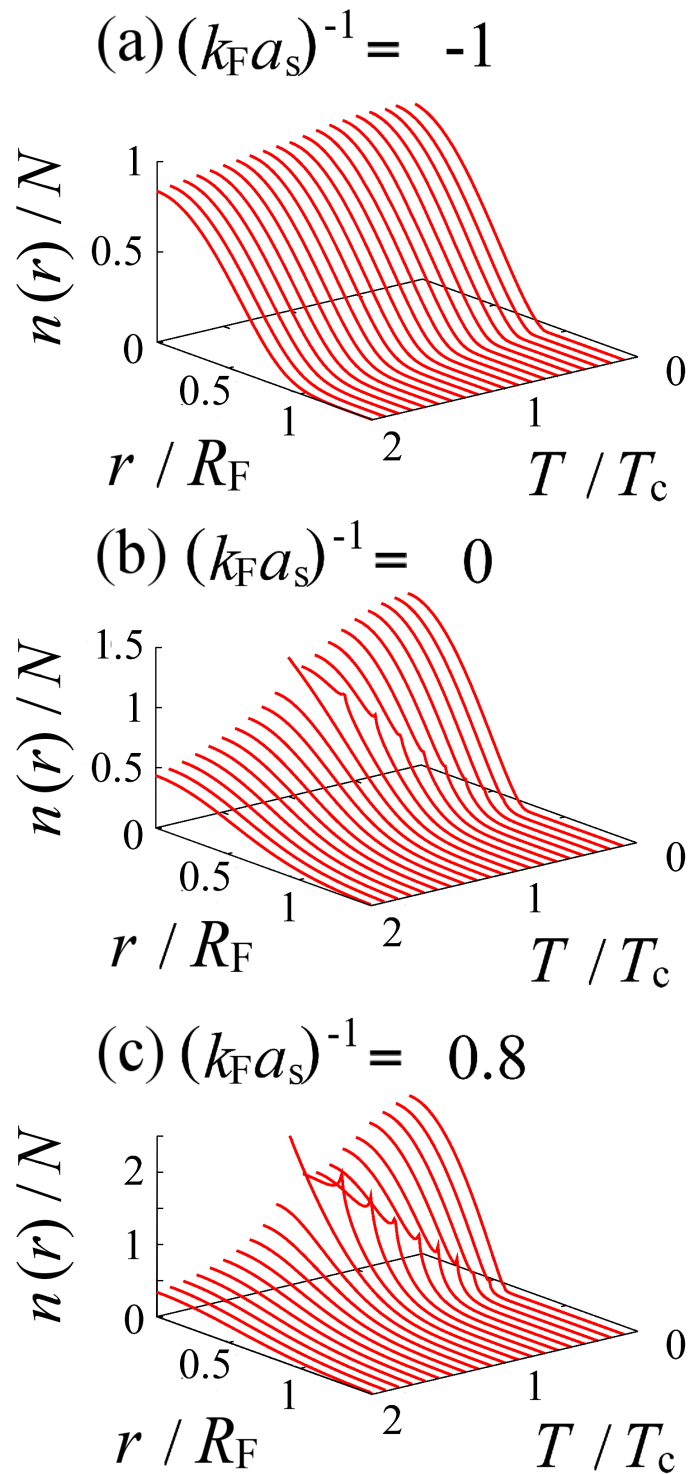


図 3.2 BCS-BEC クロスオーバーにおける $n(r)$ 。

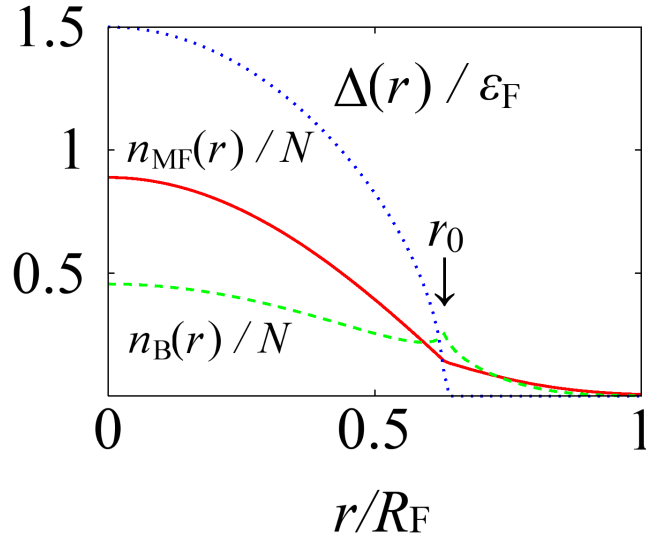


図 3.3 $0.5T_c$ の $n(r)$ におけるカスプ構造。 $n_{MF}(r)$ は平均場近似成分の寄与。 $n_B(r)$ は揺らぎ成分の寄与。カスプ構造は $\Delta(r) = 0$ となる r 付近で、 $n_B(r)$ に現れる。

によって与えられる。

図 3.1 に μ および $\Delta(r)$ の a_s 、 T 依存性、 T_c と T_c における μ の a_s 依存性を示す。 μ や T_c 、 $\Delta(r=0)$ の振る舞いは 2 章で扱った一様系と同様に、弱結合 BCS 領域から強結合 BEC 領域へクロスオーバーする。図 3.2(a)-(c) に、それぞれ、BCS 領域、クロスオーバー領域、BEC 領域における粒子数密度 $n(r)$ の温度依存性を示す。BCS 領域では、気体は Fermi 縮退しているため、 $n(r)$ はほとんど温度に依存しない。相互作用が強くなると、系のボソンの性質が反映され、低温でトラップ中心に原子が集まる。

図 3.2 の原子数密度分布より、1 章で述べた方法を用いて気体の圧力 $P(r)$ を計算することができる。(1.15) 式は、

$$dP(r) = n(r)d\mu(r) = m\omega_{tr}^2 r n(r) dr, \quad (3.23)$$

と書け、これより、

$$P(r) = \int_{\infty}^r n(r') d\mu(r') = m\omega_{tr}^2 \int_{\infty}^r r' n(r') dr', \quad (3.24)$$

を得る。

なお、 $\Delta(r)$ や $n(r)$ には LDA と T -行列近似による非物理的な振る舞いが生じる。実際、

$$1 = -\frac{4\pi a_s}{m} \sum_p \left(\frac{\tanh \frac{\xi_p(r_0)}{2T}}{2\xi_p(r_0)} - \frac{1}{2\epsilon_p} \right), \quad (3.25)$$

によって $\Delta(r \geq r_0) = 0$ となる半径 r_0 を決定することができる。しかしながら、 $n(r)$ が有限な領域では $\Delta(r)$ も有限となるべきなので [37]、このような振る舞いは今用いている近似 (LDA) によるものである。一方で、 $r = r_0$ 付近で $\Delta(r)$ は急激に変化するはずであるから、 r_0 は超流動性が顕著な領域の目安であると期待される。また、図 3.2(b)-(c) に見られるカスプ構造は $r = r_0$ に現れている。 $n(r)$ を

$$n_{\text{MF}}(r) = \sum_{\mathbf{p}, \omega_n} \hat{G}_{\mathbf{p}}^0(i\omega_n)|_{11}, \quad (3.26)$$

$$n_{\text{B}}(r) = \sum_{\mathbf{p}, \omega_n} (\hat{G}_{\mathbf{p}}(i\omega_n) - \hat{G}_{\mathbf{p}}^0(i\omega_n))|_{11}, \quad (3.27)$$

の2成分に分解すると、図 3.3 に示したとおり、 $n_{\text{B}}(r)$ にのみ現れる [80]。このようなカスプ構造は BEC 転移温度におけるトラップされた Bose 気体を LDA によって解析する際にも現れることが知られており [37]、本質的ではない。

3.2 トラップされた Fermi 原子気体の局所的な 1 粒子状態

図 3.4 は $(k_{\text{F}}a_s)^{-1} = 0$ の超流動相における局所状態密度 $\rho(\omega, r)$ (LDOS) の温度、位置依存性である。気体中心 ($r = 0$) の T_c では、図 3.4(a1) に示すとおり、 $\omega = 0$ 付近の凹み、すなわち、擬ギャップが現れる。温度を下げると、図 3.4(a2) に示すとおり、 $\omega = 0$ 付近の状態密度が減少する。図 3.4(a3)-(a4) に見られるように、さらに低温ではコヒーレンスピークを伴う超流動ギャップへと変化していく。このように、気体中心における振る舞いは、 $\rho(\omega, r = 0)$ は図 2.9(a1)-(a4) に示した一様系における状態密度 $\rho(\omega)$ と同様である。

一方で、 $r = 0.5R_{\text{F}}$ においては、図 3.4(b1)-(b2) に示すように、 $T = T_c, 0.9T_c$ においても擬ギャップや超流動ギャップは生じない。これは $r = 0.5R_{\text{F}}$ においては、 $T > 0.7T_c$ において $\Delta(r = 0.5R_{\text{F}}) = 0$ であるため、この温度域においては超流動性は反映されておらず、超流動ギャップは生じない。 $\Delta(r)$ は $T \leq 0.7T_c$ で有限となる。この状況は、 $r = 0$ の T_c と同じである。実際に、図 3.4(b3) に示す $T = 0.7T_c$ には擬ギャップが現れる。そして、図 3.4(b4) に示す $0.1T_c$ では、コヒーレンスピークを伴う超流動ギャップが見られる。

以上の議論は、LDA の $\Delta(r)$ が有限となる温度、すなわち、

$$r_0(T = T_c(r)) = r, \quad (3.28)$$

を満たす温度 $T_c(r)$ を局所的な転移温度と解釈することによって整理することができる。ここで、 $r_0(T)$ は、(3.25) 式を満たす半径である。 $0.5R_{\text{F}}$ では、 $T_c(r) = 0.7T_c$ である。

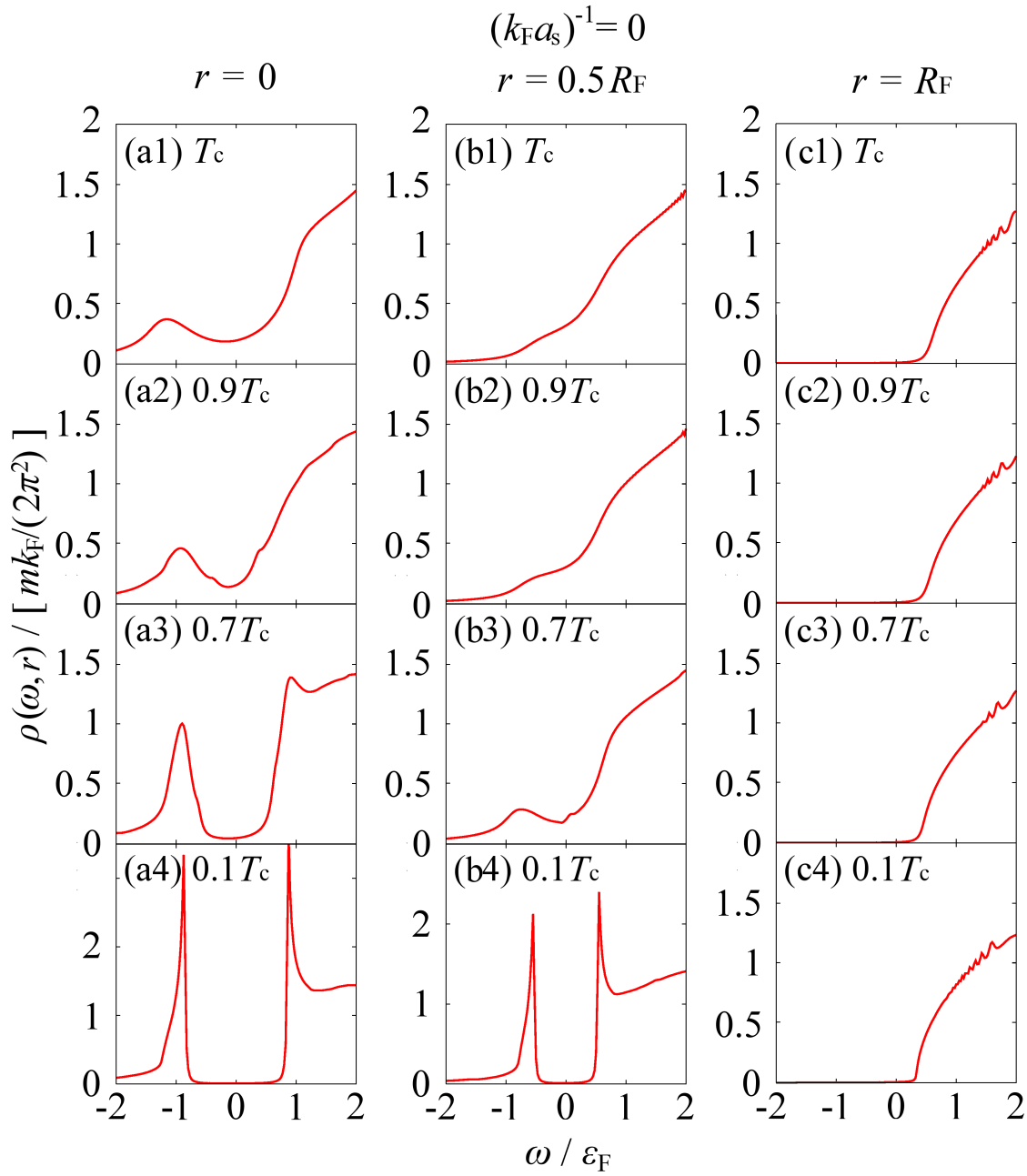


図 3.4 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ の $T \leq T_c$ における LDOS $\rho(\omega, r)$ の温度および位置依存性。

LDOS は $T > T_c(r)$ では一様系の常流動相、 $T < T_c(r)$ では超流動相に対応する温度依存性を持つ。

なお、 $r = R_F$ においては原子の密度が小さいため、図 3.1(b) に示した通り、LDA の範囲では $\Delta(r)$ は有限にはならない。そのため、 $T_c(r)$ は存在せず、擬ギャップや超流動

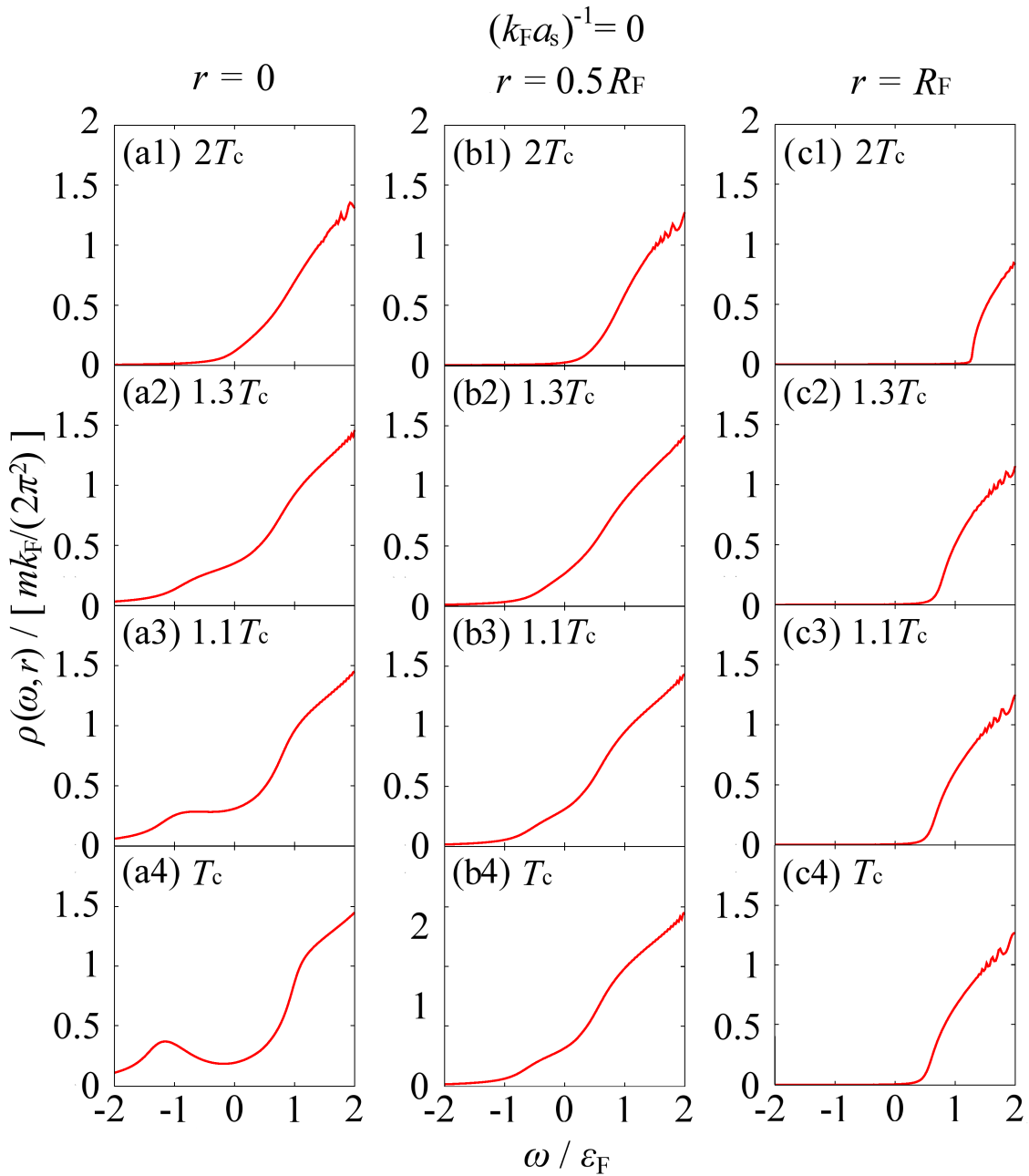


図 3.5 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ の $T \geq T_c$ における LDOS $\rho(\omega, r)$ の温度および位置依存性。

ギャップは現れない。そして、全温度域において自由 Fermi 気体的な LDOS

$$\rho(\omega, r = R_F) \sim \sqrt{\omega + \mu(r = R_F)} \Theta(\omega + \mu(r = R_F)), \quad (3.29)$$

を示す。ここで、 $\Theta(x)$ は階段関数である。

図 3.5 に、 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ の常流動相における LDOS を示す。図 3.4 で述べたとおり、気体中心では $T_c(r = 0) = T_c$ であるため、図 3.5(a4) に示した T_c で擬ギャップが最も顕

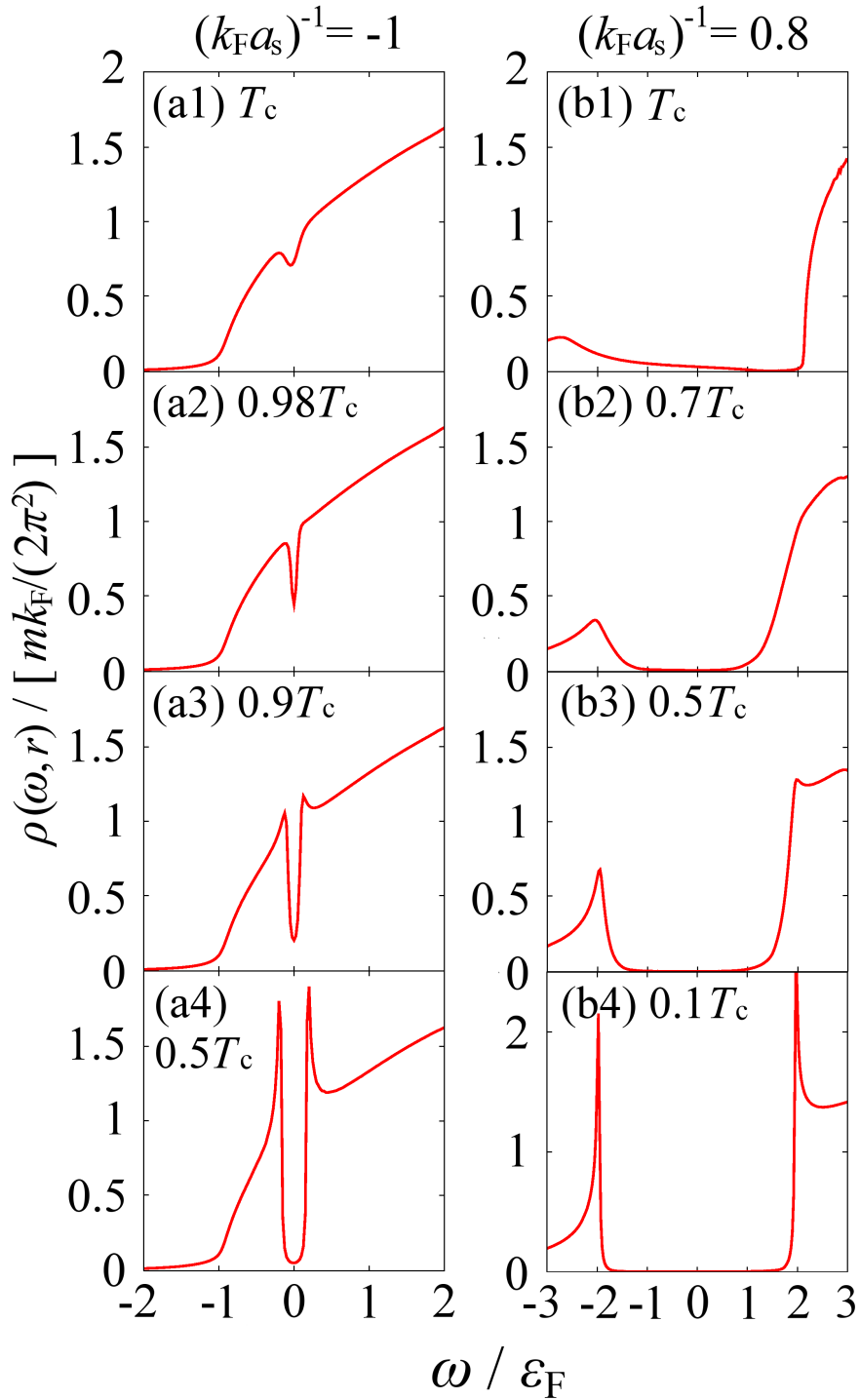


図 3.6 BCS 領域 $((k_F a_s)^{-1} = -1)$ および BEC 領域 $((k_F a_s)^{-1} = 0.8)$ の $T < T_c$ における $r = 0$ における LDOS $\rho(\omega, r)$ の温度依存性。

著である。図 3.5(a3) に示した $T = 1.1T_c$ で、 $\omega = 0$ 付近の凹み、すなわち擬ギャップが消失する。さらに高温では、図 3.5(a2)、(a1) に示したとおり、 $\omega < 0$ の LDOS が小

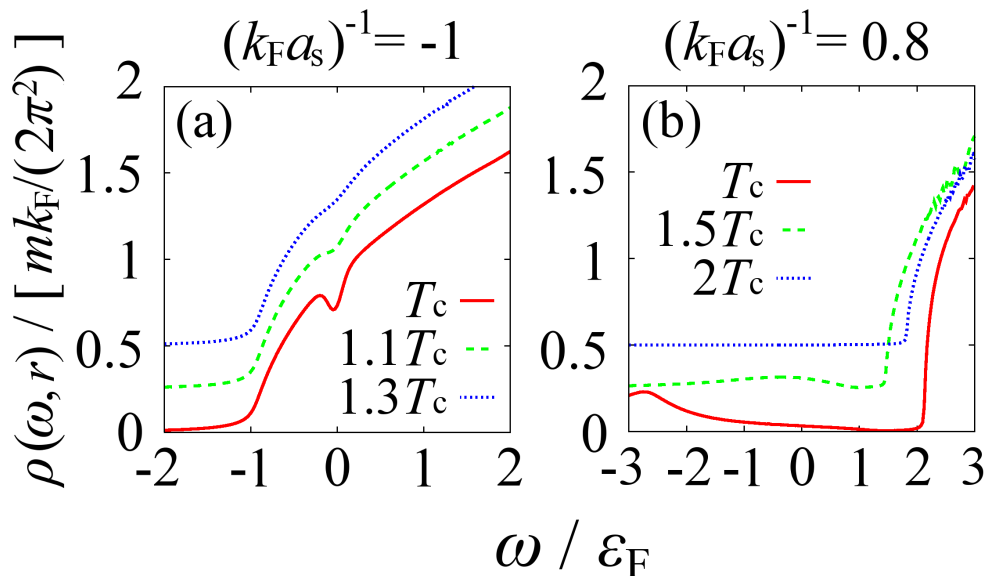


図 3.7 BCS 領域 $((k_F a_s)^{-1} = -1)$ および BEC 領域 $((k_F a_s)^{-1} = 0.8)$ の $T > T_c$ における $r = 0$ における LDOS $\rho(\omega, r)$ の温度依存性。破線 (緑)、点線 (青) は、それぞれ、縦軸方向に $+0.25$ 、 $+0.5$ オフセットしてある。

さくなり、自由 Fermi 気体的な振る舞いへと変化していく。これに対し $r = 0.5R_F$ においては、図 3.5(b4) に示した T_c において、既に LDOS には擬ギャップは見られない。図 3.5(b3)-(b1) の温度変化に見られるように、 $\omega < 0$ に見られる構造も消失し、自由 Fermi 気体的な状態密度へと変化する。また、図 3.5(c1)-(c4) に示した $r = R_F$ においては温度依存性は顕著には見らず、(3.29) 式に示した $\rho(\omega, r = R_F)$ によって記述される。

$(k_F a_s)^{-1} = -1$ および 0.8 の $T < T_c$ 、 $T > T_c$ における $r = 0$ の LDOS を、それぞれ、図 3.6、図 3.7 に示す。図 3.4 および図 3.5 に示したクロスオーバー領域 $((k_F a_s)^{-1} = 0)$ で見られたように、いずれの場合にも LDOS の温度依存性は一様系の DOS の温度依存性と同様に、両領域共に、超流動揺らぎの影響は小さい。 $(k_F a_s)^{-1} = -1$ では、図 3.6(a1)-(a4) に示すように $T < T_c$ では超流動ギャップが生じる。また、 $T > T_c$ では、図 3.7(a) に示す通り、 $T > T_c$ で直ちに擬ギャップが消失する。これに対し、図 3.6(b1)-(b4) に示した強結合 BEC 領域の超流動相では気体内の位置に寄らず Bose 分子が形成されているため、気体の位置に依らず結合エネルギーに対応したエネルギーギャップが生じる。そして、図 3.7(b) に見られるように、常流動相の高温で $\omega < 0$ のピーク構造が消失する。

トラップによる空間的に非一様な超流動揺らぎの影響を見るために、2 章で議論した相図図 2.12 に習い、温度、相互作用、気体内の位置について相図を作成する。2.4 節で行った一様系の議論を適用し、局所的な擬ギャップ温度 $T^*(r)$ および $\tilde{T}^*(r)$ を次のように導入する。 $T^*(r)$ は r における LDOS の $\omega = 0$ 付近に凹み構造 (擬ギャップ) が現れ

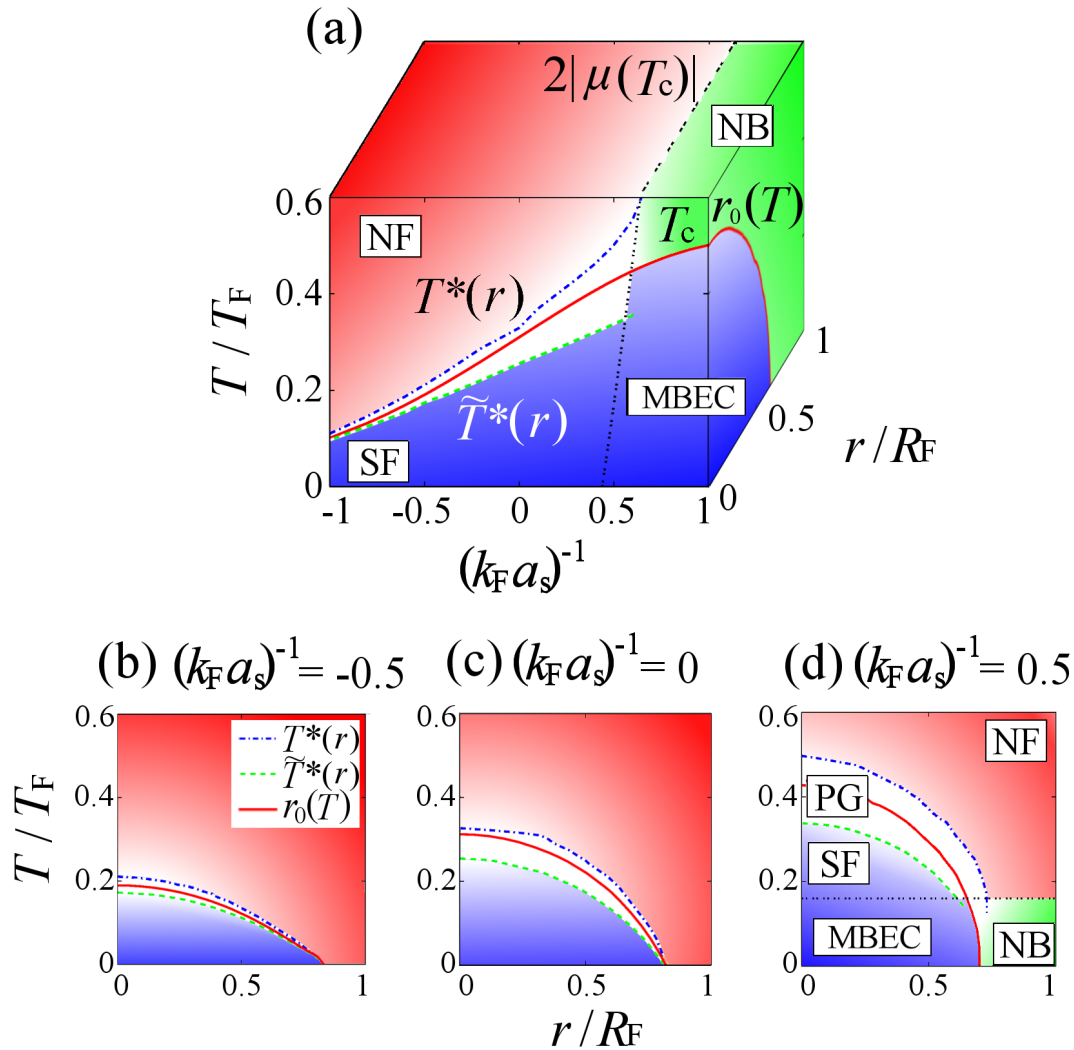


図 3.8 $(k_F a_s)^{-1}$, T/T_F , r/R_F に関するトラップされた Fermi 原子気体の相図。 $r = 0$ における実線は T_c である。 $T^*(r)$ および $\tilde{T}^*(r)$ はそれぞれの r における擬ギャップ温度である。 $r_0(T)$ は $\Delta(r)$ が 0 になる半径である。PG: 擬ギャップ領域、NF: 強結合効果の影響が小さい Fermi 気体的な領域、SF: エネルギーギャップを持つ Fermi 超流動領域、NB: Bose 分子気体的な領域、MBEC: Bose 分子気体の BEC 的な領域。 $2|\mu(T_c)|$ は Bose 分子が熱解離する温度の目安であり、これより強結合側は Bose 分子の領域である。(a) の相図において $(k_F a_s)^{-1} = -0.5, 0, 0.5$ における (T, r) 断面を、それぞれ、(b), (c), (d) に示した。なお、 T_c 以外は全て系のクロスオーバーを示す線であり、相転移は伴わない。

る温度であり、 $\tilde{T}^*(r)$ は $\rho(\omega, r, T) = 0.5\rho(\omega, r, T_c(r))$ で特徴付けられる、擬ギャップが超流動ギャップへと変化する温度である。図 3.8(a) にトラップされた冷却 Fermi 原子気体の相図を示す。以下に述べるように、 $r = 0$ における (a_s^{-1}, T) 相図は一様系と同様である。 $T^*(r)$, $\tilde{T}^*(r)$ および $T = 2|\mu(T = T_c)|$ ($\mu(T = T_c) < 0$) に囲まれた領域は、局

所状態密度 $\rho(\omega, r)$ (LDOS) に擬ギャップが存在する、擬ギャップ領域 (“PG”) である。BCS 理論的な LDOS は $T = 2|\mu(T = T_c)|$ より弱結合側で $T < \tilde{T}^*(r)$ の領域において現れる (“SF”)。同様に、 $T > T^*$ においては自由 Fermi 気体的な LDOS が現れる。一方、 $T = 2|\mu(T = T_c)|$ より強結合側は Bose 分子の領域であり、“NB” は常流動 Bose 分子気体、“MBEC” は Bose 分子の BEC である。なお、相転移を表す温度は $T_c (= T_c(r = 0))$ のみであり、他は系のクロスオーバーの目安を表す温度である。

図 3.8(b)-(d) に、それぞれ、図 3.8(a) の $(k_F a_s)^{-1} = -0.5, 0, 0.5$ における (T, r) 断面を示す。PG 領域 ($\tilde{T}^*(r) < T < T^*(r)$) は $T_c(r)$ に沿って現れる。一方、図 3.8(b)-(d) で、温度を固定して r 依存性を見ると、トラップ内に SF 領域、PG 領域、NF 領域の 3 領域からなる殻構造が生じていることがわかる。

この殻構造は図 3.4 に示した $(k_F a_s)^{-1} = 0$ の超流動相における LDOS を、温度を固定して r 依存性を議論することによって確かめることができる。 $T = 0.7T_c$ では、気体中心では $\Delta(r)$ は十分に大きい一方で、 $r = 0.5R_F$ では $\Delta(r) = 0$ である。そのため、図 3.4(a3) に示した $r = 0$ では超流動ギャップが見られる一方、図 3.4(b3) に示した $r = 0.5R_F$ においては超流動揺らぎの影響が顕著となり、擬ギャップが現れる。さらに、 $r = R_F$ では、 $T_c(r)$ が定義されず、超流動性、超流動揺らぎの効果が現れない。また、図 3.4(a1)、(b1)、(c1) に示した T_c においては気体中心でのみ超流動揺らぎの影響が顕著となり、 $r \geq 0.5R_F$ においては擬ギャップは見られない。

3.3 冷却 Fermi 原子気体の photoemission スペクトル

図 3.9 は $(k_F a_s)^{-1} = 0$ における photoemission スペクトル $p^2 S(p, \omega)$ の温度依存性である。 $T = 2T_c$ では気体全体が、トラップ気体の相図図 3.8(c) において、強結合効果の影響が小さい NF 領域である。photoemission カレント (3.19) 式において $A_p(\omega, r) \simeq \delta(\omega - \epsilon_p + \mu(r))$ と近似することにより、photoemission スペクトル (3.20) 式は

$$\begin{aligned} S(p, \omega) &= I_{\text{ave}}(p, \Omega \rightarrow \xi_p - \omega) \\ &= \frac{2\pi t_F^2}{4\pi R_F^3/3} \left[\int_0^\infty 4\pi r^2 dr f(\omega + V(r)) \right] \delta(\omega - \xi_p), \end{aligned} \quad (3.30)$$

となり、NF 領域における局所的な photoemission カレントは $\omega = \xi_p$ に沿った分散として $S(p, \omega)$ に寄与する [61, 62]。そのため、図 3.9(a) に示した $T = 2T_c$ では、赤線で示した $\omega + \mu = p^2/(2m)$ に沿った鋭い分散構造が見られる。図 3.9(b) に示した T_c における photoemission スペクトルには、トラップ系の相図図 3.8(c) における擬ギャップ (PG) 領域の影響を受け、赤線で示した $\omega + \mu = p^2/(2m)$ より低エネルギー領域に幅広い構造が見られる。温度を下げ、図 3.9(c) に示した $T \simeq 0.9T_c$ になっても、図 3.8(c) の

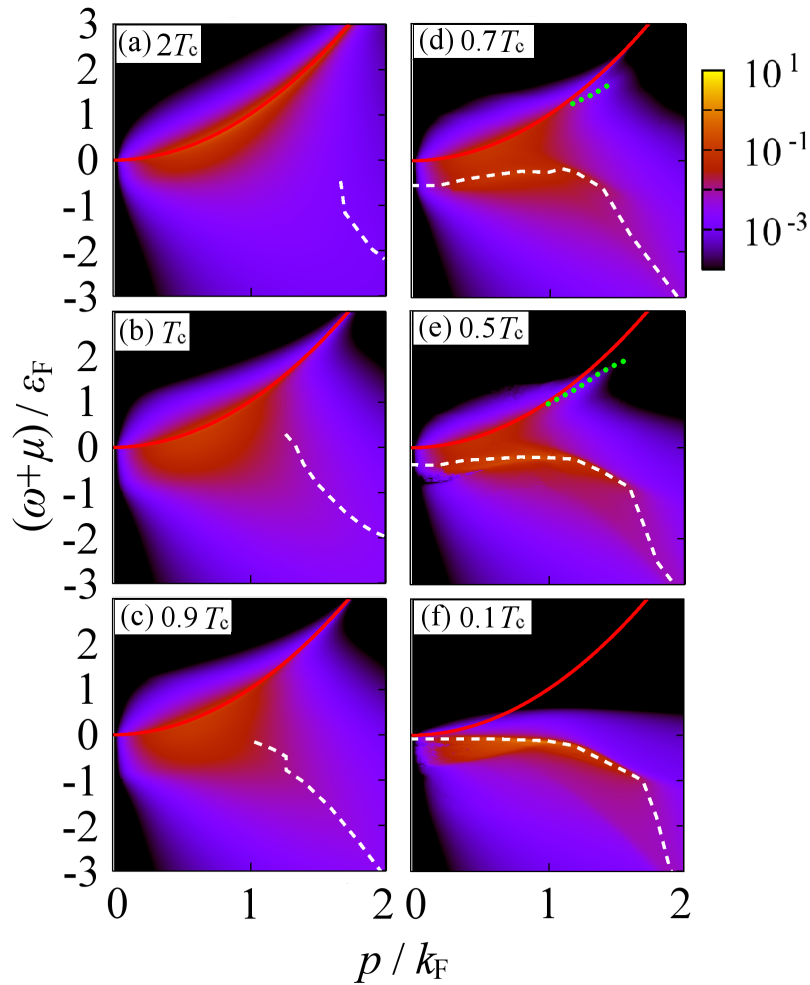


図 3.9 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ における photoemission スペクトル $\log [p^2 S(\mathbf{p}, \omega) / (2\pi t_F^2 / (2m))]$ の温度依存性。 p を固定した場合のピーク構造をそれぞれ実線、破線、点線で示した。実線 (赤): $\omega + \mu = p^2 / (2m)$ の分散関係、破線 (白): 擬ギャップおよび超流動ギャップ由来の back-bending カーブ構造、点線 (緑): 超流動ギャップ由来のピーク構造。

相図に超流動性が顕著な SF 領域が現れないため、定性的な変化は起こらない。そして、図 3.9(b)、(c) に示した T_c 付近では、白破線で示したとおり、1 章の図 1.11(b) で示した photoemission スペクトルの実験結果に見られる back-bending 構造と同様のピークが見られる。なお、このピークは図 3.9(a) に示した $2T_c$ においても、わずかに見られる。さらに温度を下げ、図 3.9(e) に示した $T = 0.5T_c < \tilde{T}^*(r = 0)$ となり、相図 3.8(c) に示したように、気体中心に SF 領域が生じるため、Bogoliubov スペクトルに由来する、白破線と緑点線で示したピークが現れる。 $0.1T_c$ では SF 領域が気体の大部分を占め、また、photoemission カレント (3.19) 式における Fermi 分布関数 $f(\omega)$ の因子によって高エネルギー領域の熱励起が抑えられるため、図 3.9(f) に示した photoemission スペクトルは

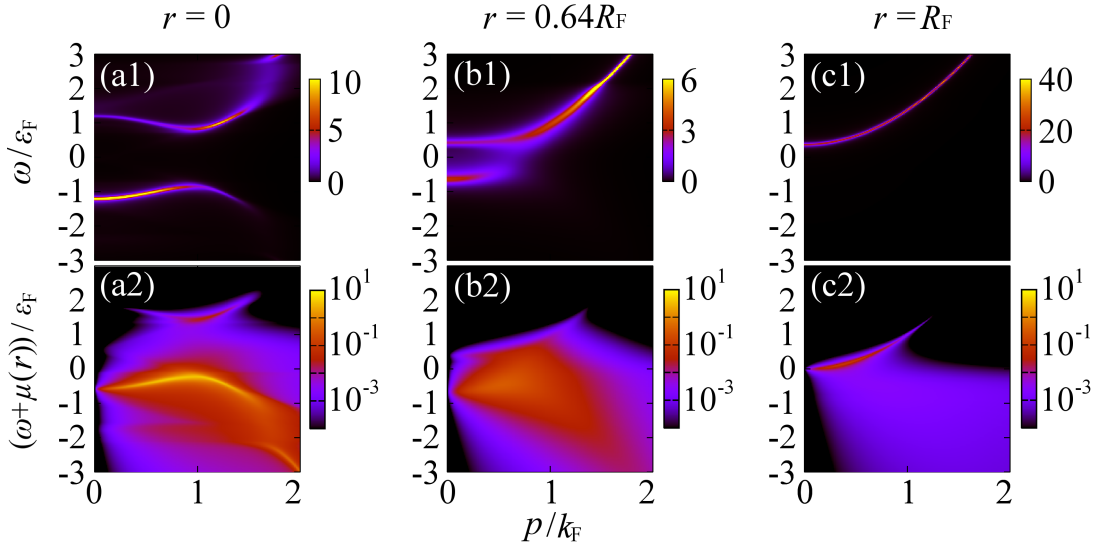


図 3.10 (a1)-(a3)LSW $A_{\mathbf{p}}(\omega, r)\epsilon_{\text{F}}$ と (b1)-(b3) $\log [p^2 S_{\text{local}}(\mathbf{p}, \omega)/(2\pi t_{\text{F}}^2/(2m))]$ 。

Bogoliubov 分散に支配される。

気体の殻構造と photoemission スペクトルとの関係は図 3.10 に示した局所的スペクトル強度 $A_{\mathbf{p}}(\omega, r)$ (LSW) と、LSW から計算される局所的な photoemission スペクトル

$$\begin{aligned} S_{\text{local}}(\mathbf{p}, \omega, r) &= I(\mathbf{p}, \Omega \rightarrow \xi_{\mathbf{p}} - \omega, r) \\ &= 2\pi t_{\text{F}}^2 A_{\mathbf{p}}(\omega + V(r), r) f(\omega + V(r)), \end{aligned} \quad (3.31)$$

から確認することができる。図 3.10(a1) に見られるように、 $r = 0$ における LSW は、Bogoliubov 分散

$$\omega = \pm \sqrt{\xi_{\mathbf{p}}(r)^2 + \Delta(r)^2}, \quad (3.32)$$

および、この分散に伴う $\omega = 0$ 付近の超流動ギャップが顕著である。 $\Delta(r) = 0$ となる $r = r_0 (T = 0.5T_{\text{c}}) = 0.64R_{\text{F}}$ においては、 $T_{\text{c}}(r = 0.64R_{\text{F}})$ であるため、図 3.10(a2) の LSW には擬ギャップ構造が現れる。この擬ギャップ構造は $r > r_0$ で閉じていき、図 3.10(c1) に示す $r = R_{\text{F}}$ では自由 Fermi 粒子的な $\omega = p^2/(2m) - \mu(R_{\text{F}})$ の分散となる。これを反映し、 $r = 0$ においては、図 3.10(a1) に見られる鋭い Bogoliubov 分散として photoemission スペクトルに寄与し、図 3.9(e) における $\omega + \mu < 0$ の白破線、および、 $\omega + \mu > 0$ の緑点線の構造を生じる。また、 $r = r_0 = 0.64R_{\text{F}}$ の LSW は図 3.10(b2) に見られる幅広いピーク構造の back-bending カーブとして、 $\omega + \mu < 0$ の白破線へ寄与する。図 3.10(c2) に示した $r = R_{\text{F}}$ では $\omega + \mu(R_{\text{F}}) = p^2/(2m)$ に沿った自由 Fermi 気体的なスペクトルとして赤線の鋭い構造を生じる。

BCS 領域および BEC 領域においては、揺らぎの影響が小さいため、それぞれ、図 3.8 の

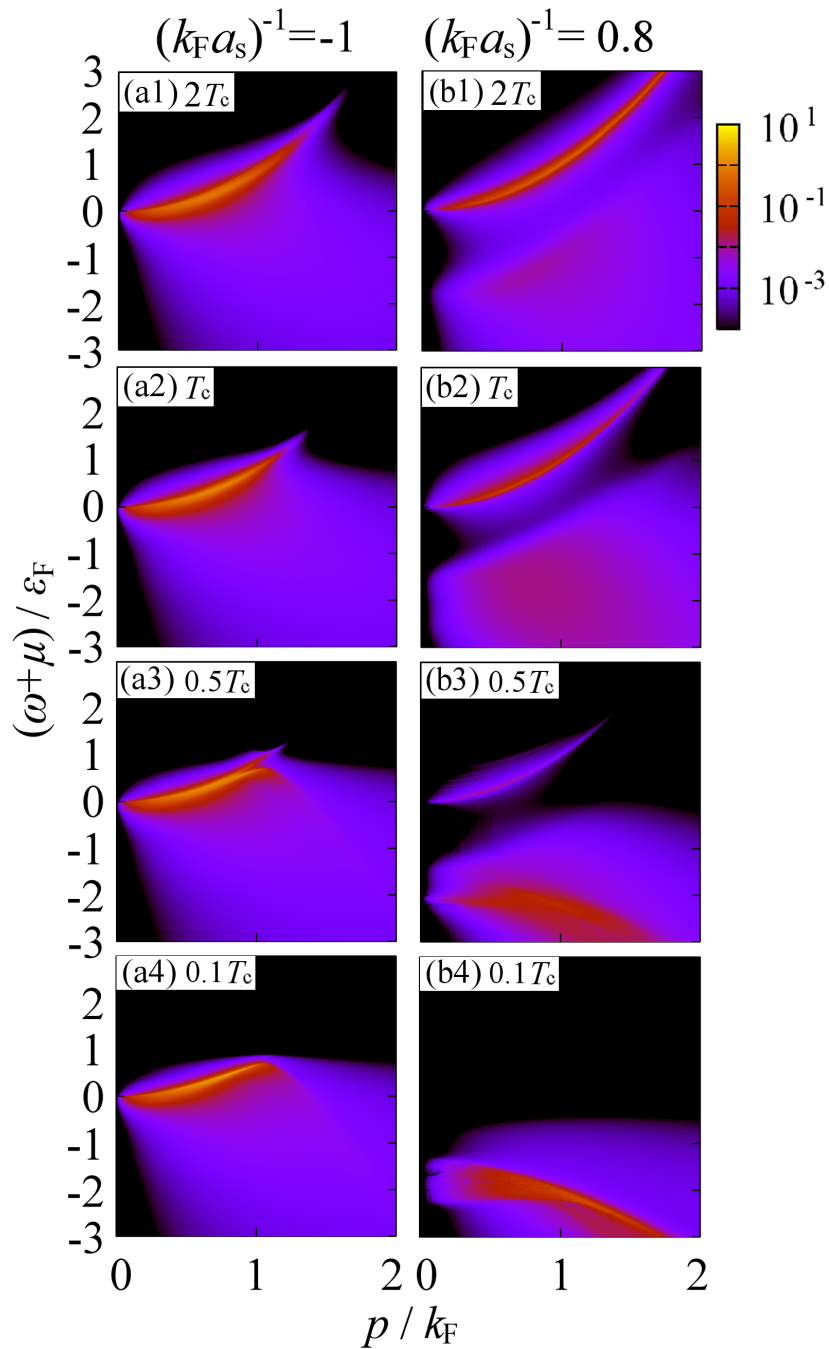


図 3.11 $(k_F a_s)^{-1} = -1, 0.8$ における photoemission スペクトル $\log [p^2 S(\mathbf{p}, \omega) / (2\pi t_F^2 / (2m))]$ の温度依存性。

NF 領域と SF 領域、常流動 Bose 分子気体的な (NB) 領域と Bose 分子の BEC(MBEC) 領域の 2 つの領域の影響を受ける。図 3.11(a1)-(a4) に示す $(k_F a_s)^{-1} = -1$ では、相互作用が弱いので photoemission スペクトルに温度依存性は大きくは無く、(3.30) 式で記述さ

れる $\omega + \mu = p^2/(2m)$ に沿った構造が現れる。図 3.11(a3) に示す $T = 0.5T_c$ の $p = k_F$ 付近では、ダブルピーク構造が見られる。高エネルギー側の分散は気体外側の NF 領域に由来する $\omega + \mu = p^2/(2m)$ の分散であり、低エネルギー側の分散は気体中心部の SF 領域に由来する Bogoliubov スペクトルである。2つのピーク構造のうち、図 3.11(a4) に示す $T = 0.1T_c$ では低エネルギー側の Bogoliubov スペクトルが顕著になる。なお、BCS 領域では PG 領域が小さいため、 $\omega + \mu = p^2/(2m)$ の低エネルギー側の幅広い構造はほとんど見られない。

図 3.11(b1)-(b4) に示す $(k_F a_s)^{-1} = 0.8$ においては、Bose 分子の結合エネルギーに対応したエネルギーギャップ構造が見られる。図 3.11(b1) に示す $2T_c$ では $\omega + \mu = p^2/(2m)$ に沿った鋭いピーク構造と共に、低エネルギー側に幅広いピーク構造が見られる。図 3.11(b2) に示す T_c においては低エネルギー側のピーク構造の強度がより強くなる。さらに温度を下げていくと、低エネルギー側のピーク構造が Bogoliubov スペクトルへと変化する一方で、熱励起が抑えられる影響で、図 3.11(b3)-(b4) に示すように高エネルギー側のピーク構造が消失していく。

1章図 1.11 に示した JILA による ^{40}K 気体における photoemission スペクトルの測定結果 [30] と比較するため、図 3.9(b)、図 3.11(a2)、および、 $(k_F a_s)^{-1} = 1$ の T_c における photoemission スペクトルの強度を対数目盛 ($\log [p^2 S(\mathbf{p}, \omega)/(2\pi t_F^2/(2m))]$) ではなく線形目盛で示したものの、 $p^2 S(\mathbf{p}, \omega)/(2\pi t_F^2/(2m))$ を、それぞれ、図 3.12(a1)、(b1)、(c1) に示す。線形目盛で示すと、 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ における back-binding カーブは、測定結果と同様に見え難くなる。また、白破線で示された back-bending カーブの計算結果は、白点で示された測定されたピーク位置と定量的に一致している。

図 1.11(b) の測定結果と比較すると、図 3.12(b) においては $\omega + \mu = p^2/(2m)$ の鋭い分散構造が非常に顕著である。このことは、photoemission スペクトルの測定におけるエネルギー分解能を考慮することによって議論することができる。実験上のエネルギー分解能は $E_r \simeq 0.2\epsilon_F$ である [30]。図 3.12(a1)、(b1)、(c1) に Gauss 型の揺らぎを施した photoemission スペクトル

$$p^2 \bar{S}(p, \omega) = \frac{p^2}{\sqrt{2\pi} E_r} \int_{-\infty}^{\infty} dz S(p, \omega) e^{-(z-\omega)^2/(2E_r^2)}, \quad (3.33)$$

を、それぞれ、(a2)、(b2)、(c2) に示す。 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ のスペクトルにおいて、 $\omega + \mu = p^2/(2m)$ の分散は幅広くなる一方、低エネルギー側の擬ギャップ由来の構造は定量的には変化しない。図 3.12(b2) は、それぞれ、1章図 1.11(b) と定量的に一致している。図 3.12(a2)、(c2) にそれぞれ示した $(k_F a_s)^{-1} = -1, 1$ においても、測定された photoemission スペクトルを良く再現している。特に $(k_F a_s)^{-1} = 1$ における、白破線で示した低エネルギー側のピーク構造は、測定された振る舞いと定量的に一致している。

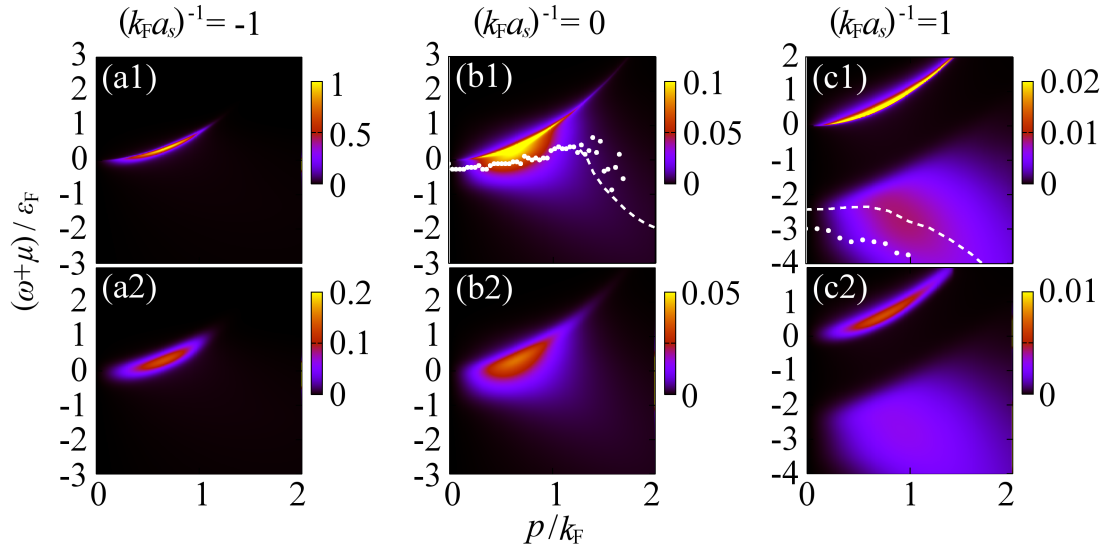


図 3.12 T_c における線形目盛で示した photoemission スペクトル。(a1)、(b1)、(c1): $p^2 S(\mathbf{p}, \omega) / (2\pi t_F^2 / (2m))$ 。(a2)、(b2)、(c2): $p^2 \bar{S}(\mathbf{p}, \omega) / (2\pi t_F^2 / (2m))$ 。(b1)、(c1) における白点は ^{40}K 気体における測定値である [30]。

3.4 冷却 Fermi 原子気体の圧力に対する強結合効果

図 3.13 は圧力 $P(r)$ の空間分布である。図 3.13(a) に示した $(k_F a_s)^{-1} = -1$ では、 $P(r)$ は温度にほとんど依存しない。 $P(r)$ は $n(r)$ から (3.24) 式に従って得られるから、Fermi 縮退によって $n(r)$ がほとんど温度に依存しない図 3.2(a) の振る舞いを反映している。図 3.13(b)、(c) に示すように、相互作用の増大に従い、低温で原子は気体中心に集まるようになるから、気体中心で $P(r)$ は増加し、気体の端 ($r = R_F$) で減少する。

$(k_F a_s)^{-1} = 0$ においては、 a_s が発散するため、物理量は $\mu(r)/T$ によって記述される [81]。そのため、1 章の図 1.13 で示した $P(r)$ の測定値は $-\mu(r)/T$ のみの関数として議論されている。この性質は、本論文で用いている T -行列理論においても成り立つことが次のようにしてわかる。局所密度近似 (LDA) における自己エネルギー $\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n, r)$ は、エネルギーの次元を持つ変数を T 、散乱長 a_s を $1/\sqrt{2mT}$ によって無次元化することによって、次のような形で書ける。

$$\hat{\Sigma}_{\tilde{\mathbf{p}}}(i\tilde{\omega}_n, \tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r), \tilde{\Delta}(r)) = -T \sum_{\tilde{\nu}_{n'}} \sum_{ss'=\pm} \int_0^\infty \tilde{q}^2 d\tilde{q} \sin \theta d\theta \tilde{\Gamma}_{\tilde{q}}^{ss'}(i\tilde{\nu}_{n'}, r) \times \tau_{-s} \frac{1}{i\tilde{\omega}_{n+n'} - \tilde{\xi}_{\mathbf{q}+\mathbf{p}}(r)\tau_3 + \tilde{\Delta}(r)\tau_1} \tau_{-s'}, \quad (3.34)$$

ここで、 $\tilde{p} = \sqrt{\varepsilon_p/T}$, $\tilde{q} = \sqrt{\varepsilon_q/T}$, $\cos \theta = \tilde{\mathbf{p}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} / (\tilde{p}\tilde{q})$, $\tilde{\mu}(r) = \mu(r)/T$, $\tilde{\Delta}(r) = \Delta(r)/T$,

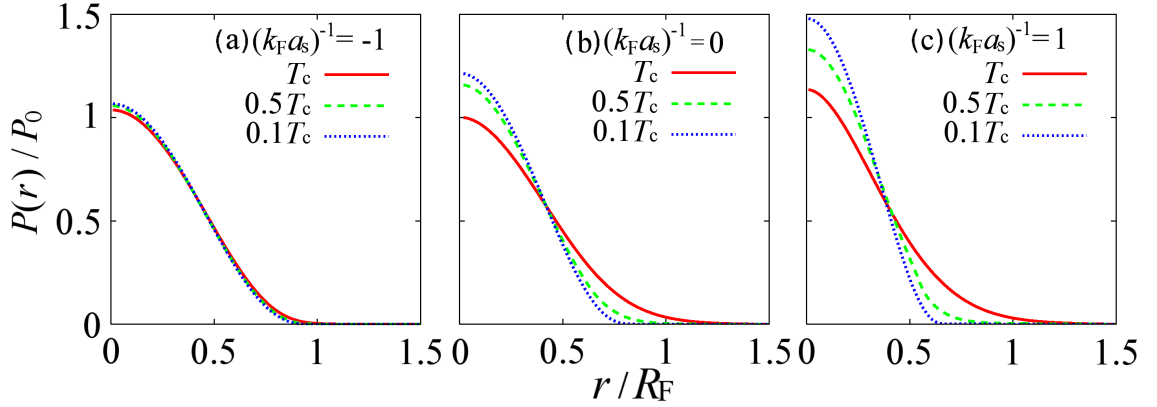


図 3.13 気体の圧力の計算結果。(a)-(c) はそれぞれ、 $(k_F a_s)^{-1} = -1, 0, 1$ 。なお、 $P_0 = \frac{2}{15\pi^2} (2m)^{3/2} \epsilon_F^{5/2}$ は自由 Fermi 気体の $r = 0$ 、 $T = 0$ における圧力である。

$\tilde{\xi}_{\mathbf{p}} = \xi_{\mathbf{p}}/T$, $\tilde{a}_s = \sqrt{2mT}a_s$, $\tilde{\omega}_n = \omega_n/T = (2n+1)\pi$ である。同様に、無次元の Bose 松原周波数も $\tilde{\nu}_n = \nu_n/T = 2n\pi$ によって定義される。無次元化された 2 体散乱行列 $\tilde{\Gamma}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{ss'}(i\tilde{\nu}_n, r) \equiv (2\pi)^{-2} \sqrt{(2m)^3 T} \Gamma_{\tilde{\mathbf{q}}}^{ss'}(i\nu_n, r)$ は

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \tilde{\Gamma}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{+-}(i\tilde{\nu}_n, r) & \tilde{\Gamma}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{++}(i\tilde{\nu}_n, r) \\ \tilde{\Gamma}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{-+}(i\tilde{\nu}_n, r) & \tilde{\Gamma}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{--}(i\tilde{\nu}_n, r) \end{pmatrix} \\ &= \left[\frac{\pi}{2} \frac{1}{\tilde{a}_s} - \int_0^\infty d\tilde{p} - \begin{pmatrix} \tilde{\Pi}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{+-}(i\tilde{\nu}_n, \tilde{\mu}(r), \tilde{\Delta}(r)) & \tilde{\Pi}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{++}(i\tilde{\nu}_n, \tilde{\mu}(r), \tilde{\Delta}(r)) \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{-+}(i\tilde{\nu}_n, \tilde{\mu}(r), \tilde{\Delta}(r)) & \tilde{\Pi}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{--}(i\tilde{\nu}_n, \tilde{\mu}(r), \tilde{\Delta}(r)) \end{pmatrix} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

と書ける。無次元化された 2 体相関関数 $\tilde{\Pi}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{ss'}(i\tilde{\nu}_n, \tilde{\mu}(r), \tilde{\Delta}(r)) \equiv ((2\pi)^2 / \sqrt{(2m)^3 T}) \times \Pi_{\tilde{\mathbf{q}}}^{ss'}(i\nu_n, r)$ も同様にして得られ、例えば、

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}_{\tilde{\mathbf{q}}}^{++}(i\tilde{\nu}_n, \tilde{\mu}(r), \tilde{\Delta}(r)) &= \frac{1}{4} \sum_{s=\pm 1} \int_0^\infty \tilde{p}^2 d\tilde{p} \sin \theta d\theta \frac{s\tilde{\Delta}(r)^2}{\tilde{E}_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}(r)\tilde{E}_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}(r)} \\ &\quad \times \frac{\tilde{E}_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}(r) + s\tilde{E}_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}(r)}{(2n\pi)^2 + (\tilde{E}_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}(r) + s\tilde{E}_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}(r))^2} \\ &\quad \times \left[\tanh\left(\frac{\tilde{E}_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}(r)}{2}\right) + s \tanh\left(\frac{\tilde{E}_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}(r)}{2}\right) \right], \end{aligned} \quad (3.36)$$

となる。ここで、 $\tilde{E}_{\mathbf{p}}(r) = E_{\mathbf{p}}(r)/T = \sqrt{(\tilde{p}^2 - \tilde{\mu}(r))^2 + \tilde{\Delta}(r)^2}$ である。

一方、 $\tilde{\Delta}(r)$ は次のギャップ方程式、

$$1 = -\frac{2}{\pi} \tilde{a}_s \int_0^\infty \tilde{p}^2 d\tilde{p} \left(\frac{1}{\tilde{E}_{\mathbf{p}}(r)} \tanh \frac{\tilde{E}_{\mathbf{p}}(r)}{2} - 1 \right), \quad (3.37)$$

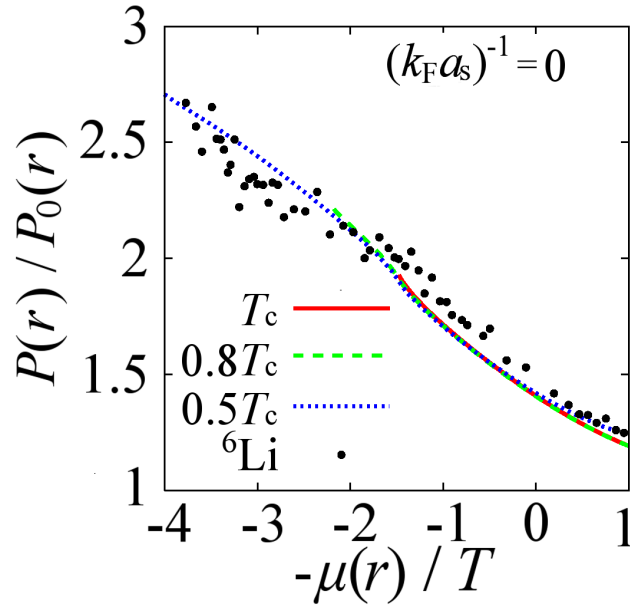


図 3.14 $(k_F a_s)^{-1} = 0$ における $P(r)$ を $\mu(r)/T$ の関数として示した。 ${}^6\text{Li}$ 気体における測定値を黒点で示した [34, 35]。 $P_0(r) = m\omega^2 \int_{-\infty}^r r' dr' \sum_{p\sigma} f(\xi_p(r'))$ は、 $P(r)$ と同じ T と μ を用いた自由 Fermi 気体の局所圧力である。

に従う。したがって、 $\tilde{\Delta}(r)$ は $(\tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r))$ のみの関数として書ける。これらより、無次元化された Green 関数 $\tilde{G}_{\tilde{p}}(i\tilde{\omega}_n, \tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r)) \equiv T\hat{G}_{\tilde{p}}(i\omega_n, r)$ は \tilde{a}_s と $\tilde{\mu}(r)$ のみの関数として、

$$\tilde{G}_{\tilde{p}}(i\tilde{\omega}_n, \tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r)) = \frac{1}{i\tilde{\omega}_n - \tilde{\xi}_{\tilde{p}}(r)\tau_3 + \tilde{\Delta}(\tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r))\tau_1 - \tilde{\Sigma}_{\tilde{p}}(n, \tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r))}, \quad (3.38)$$

と書ける。ここで、 $\tilde{\Sigma}_{\tilde{p}}(n, \tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r)) = T\hat{\Sigma}_{\tilde{p}}(i\tilde{\omega}_n, \tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r), \tilde{\Delta}(r))$ である。したがって、 $\hat{G}_{\tilde{p}}(i\omega_n, r)$ から計算される物理量は指数 α とある係数 A を用いて $AT^\alpha F(\tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r))$ の形に書ける。 $F(\tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r))$ は $\hat{G}_{\tilde{p}}(i\omega_n)$ から計算される無次元化された、 $(\tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r))$ のみに依存する関数である。これより、求める物理量を AT^α で無次元化すると、 $(\tilde{a}_s, \tilde{\mu}(r))$ に対して普遍的な振る舞いをする事がわかる。特に、 $a_s^{-1} = 0$ では $\mu(r)/T$ のみに依存する。

図 3.14 に $(k_F a_s)^{-1} = 0$ の $P(r)$ を $-\mu(r)/T$ の関数として書いたものを示す。以上の普遍性の議論を反映し、 $P(r)$ は温度に依らない性質を持っている。 ${}^6\text{Li}$ における測定結果と比較すると、解析結果はフィッティングパラメータ無しで定量的に一致していることがわかる。

図 3.14 に示したとおり、 $P(r)$ の解析結果は実験結果をよく説明している一方で、前節までに議論した擬ギャップ的な振る舞いを見出すことは簡単ではない。実際、図 1.13 に示されている通り、測定結果を有効質量 $m^* \simeq 1.12m$ をもつ Fermi 液体的な振る舞いによって再現することも可能である [35]。これらから $P(r)$ は擬ギャップ現象の影響をあまり受けない物理量であると考えられる。このことは $n(r)$ を $\rho(\omega, r)$ を用いて議論すると

理解しやすい。LDA における粒子数密度は

$$n(r) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega f(\omega) \rho(\omega, r), \quad (3.39)$$

とも書けるから、 $n(r)$ における $\omega = 0$ 付近の擬ギャップ的な振る舞いは ω の積分によって弱められる。 $P(r)$ を得るためには、さらに、 $n(r)$ の r 積分を要するから、擬ギャップ構造はさらに弱められる。そのため、 $P(r)$ には擬ギャップ的な振る舞いは現れにくく、擬ギャップ現象の有無を議論することは簡単ではない。

第 4 章

2 次元 Fermi 原子気体における photoemission スペクトル

近年、擬 2 次元 Fermi 原子気体が実現し、BCS-BEC クロスオーバーおよび photoemission スペクトルの測定が行われた [32, 33, 50]。現在までのところ、気体の超流動転移は確認されていないものの、photoemission スペクトルには、3 次元系の擬ギャップ現象に対応すると期待されるダブルピーク構造が確認されている。そこで、本章では、2 章、3 章で用いた 3 次元系の T -行列理論を 2 次元系に拡張し、局所状態密度における擬ギャップの有無を議論する。さらに、photoemission スペクトルの解析を行い擬 2 次元 ^{40}K 気体において得られた測定結果と比較する [32]。なお、2 次元 Fermi 原子気体の超流動転移は未だに観測されておらず、理論的にもその有無が盛んに議論されている。そのため、本章では、常流動相を議論する。

本章では、4.1 節で 2 次元系の定式化について記述する。4.2 節で 2 次元 Fermi 原子気体の超流動転移について記述する。4.3 節で 2 次元系の擬ギャップ現象と photoemission スペクトルについて記述する。そして、2 次元系においては 3 次元系と比較して擬ギャップが顕著であることを示す。さらに、photoemission スペクトルは擬 2 次元系において測定された photoemission スペクトルを定量的な範囲で説明することを示す。

4.1 2 次元系の定式化

2 章で議論した 3 次元系のハミルトニアン (2.1) 式と同様に、系のハミルトニアンは

$$H = \sum_{p,\sigma} \xi_p c_{p\sigma}^\dagger c_{p\sigma} - U \sum_{p,p',q} c_{p+q/2\uparrow}^\dagger c_{-p+q/2\downarrow}^\dagger c_{-p'+q/2\downarrow} c_{p'+q/2\uparrow}, \quad (4.1)$$

で与えられる。ここで、 $\sigma = \uparrow, \downarrow$ は擬スピンであり、2 つの原子状態を表す。また、 $c_{p\sigma}^\dagger$ 、 $c_{p\sigma}$ は運動量 p 、擬スピン σ の Fermi 原子の生成・消滅演算子であり、 $\xi_p = \epsilon_p - \mu =$

$p^2/(2m) - \mu$ は Fermi 原子の化学ポテンシャル μ を基準にした運動エネルギーである。次元性の違いは、運動量の和に現れる。

一様系の常流動相における 1 粒子 Green 関数は、2 章で議論した 3 次元系と同様に、

$$G_{p\sigma}(i\omega_n) = \frac{1}{G_{p\sigma}^0(i\omega_n)^{-1} - \Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)}, \quad (4.2)$$

$$G_{p\sigma}^0(i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \xi_p}, \quad (4.3)$$

で与えられる。また、自己エネルギー $\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)$ は、

$$\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n) = T \sum_{\mathbf{q}, \nu_n} \Gamma_{\mathbf{q}}(i\nu_n) G_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}^0(i\nu_n - i\omega_n) e^{i(\nu_n - \omega_n)\delta}, \quad (4.4)$$

で与えられる。ここで、 $\nu_n = 2n\pi T$ は Bose 松原周波数、 $\delta = +0$ である。また、散乱行列 $\Gamma_{\mathbf{q}}(i\nu_n)$ は

$$\Gamma_{\mathbf{q}}(i\nu_n) = \frac{-U}{1 - U\Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)}, \quad (4.5)$$

で与えられる。2 体相関関数 $\Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)$ は

$$\Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n) = - \sum_{\mathbf{p}} \frac{1 - f(\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}) - f(\xi_{-\mathbf{p}+\mathbf{q}/2})}{i\nu_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} - \xi_{-\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}, \quad (4.6)$$

である。このように、 $\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)$ 、 $\Gamma_{\mathbf{q}}(i\nu_n)$ 、 $\Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)$ の表式は 2 章で議論した 3 次元系と同じである。

トラップ系の局所密度近似 (LDA) での 1 粒子 Green 関数も (4.2) 式で $\mu \rightarrow \mu(r) = \mu - m\omega_{\text{tr}}^2 r^2/2$ とすることによって、

$$G_{p\sigma}(i\omega_n, r) = \frac{1}{G_{p\sigma}^0(i\omega_n, r)^{-1} - \Sigma_{p\sigma}(i\omega_n, r)}, \quad (4.7)$$

局所状態密度 (LDOS) や photoemission スペクトルは、

$$\rho(\omega, r) = \sum_{\mathbf{p}} A_{\mathbf{p}}(\omega, r), \quad (4.8)$$

$$A_{\mathbf{p}}(\omega, r) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G_{p\sigma}(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta, r), \quad (4.9)$$

および

$$S(\mathbf{p}, \omega) = I_{\text{ave}}(\mathbf{p}, \Omega \rightarrow \xi_{\mathbf{p}} - \omega), \quad (4.10)$$

で与えられる。ここで、

$$I_{\text{ave}}(\mathbf{p}, \Omega) = \frac{2\pi t_{\text{F}}^2}{\pi R_{\text{F}}^2} \int d\mathbf{r} A_{\mathbf{p}}(\xi_{\mathbf{p}}(r) - \Omega, r) f(\xi_{\mathbf{p}}(r) - \Omega), \quad (4.11)$$

である。

また、s 波 2 体散乱長 a_s の表式は、

$$-U^{-1} = \frac{m}{2\pi} \ln \frac{2}{C \sqrt{-2mE_+} a_s} - \sum_p \frac{1}{E_+ + i\delta - 2\epsilon_p}, \quad (4.12)$$

で与えられる [82–84]。ここで、 E_+ は微小エネルギーであり、最終的な T -行列近似の表式には現れない。また、 $C = e^\gamma$ であり、 $\gamma = 0.577 \dots$ は Euler 定数である。2次元系においては、引力相互作用 $-U (< 0)$ の大きさ依らず、結合エネルギー

$$E_b = \frac{2}{C^2 m a_s^2}, \quad (4.13)$$

の 2 体束縛状態が常に存在する [85]。このような束縛状態は擬 2 次元系においても存在する [33, 50]。そのため、相互作用の強さは、 a_s そのものではなく、 E_b を用いて記述すると便利である [83, 84]。

4.2 2次元 Fermi 原子気体の超流動転移温度

2次元系において、接触型の引力相互作用を持つ一様な Fermi 原子気体においては、相互作用の強さに依らず、低温で 2 体の Bose 分子を形成する。このことを反映して、2次元一様系においては 2次元自由 Bose 気体と同様に BEC は起こらない。4.2.1 節ではこの点について記述する。これに対し、4.2.2 節で示すように、トラップ系においては、空間的な非一様性の効果によって BEC が起こる。

4.2.1 一様系における超流動転移

一様系における粒子数方程式は

$$N = T \sum_{p,\sigma} G_{p\sigma}(i\omega_n) e^{i\delta\omega_n}, \quad (4.14)$$

で与えられる。超流動転移温度は (4.14) 式と共に、ギャップ方程式、

$$U^{-1} = \sum_p \frac{\tanh \frac{\xi_p}{2T}}{2\xi_p}, \quad (4.15)$$

を連立して解くことによって得られる。

図 4.1 に $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -0.4, 0, 0.4$ における化学ポテンシャル μ の温度依存性を示す。高温から温度を下げると、はじめ、 μ は増加するが、ある温度で極大となり、それよ

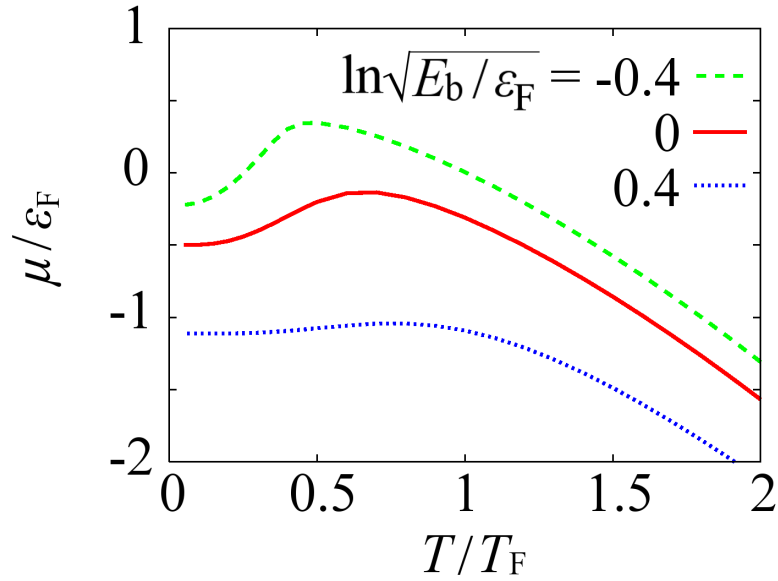


図 4.1 2次元一様系における μ の温度依存性。破線 (緑) は $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -0.4$ 、実線 (赤) は $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0$ 、点線 (青) は $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0.4$ である。

り低温で減少する。特に図 4.1 に緑破線で示した $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -0.4$ では、 $T = 0.46T_F$ で $\mu > 0$ の極大値を持つものの、低温で $\mu < 0$ となる。そして $T = 0$ で、

$$\mu(T=0) = -\frac{1}{C^2 m a_s^2} = -\frac{E_b}{2}, \quad (4.16)$$

に漸近する。したがって、 $T = 0$ においては、結合エネルギー E_b の Bose 分子が生じる。

T_c の消失は、強結合 BEC 極限における BEC 転移温度を議論することによって理解することができる。Bose 分子の粒子数方程式は

$$\frac{N}{2} = \sum_q n_B(q^2/(4m) - \mu_B), \quad (4.17)$$

で与えられる。ここで、 $n_B(z)$ と $\mu_B (< 0)$ は、それぞれ、Bose 分布関数と Bose 分子の化学ポテンシャルであり、また、Bose 分子数は Fermi 原子の半分であることと質量が Fermi 原子の質量 m の 2 倍であることを用いた。 T_c が有限であるとすると、 $\mu_B(T_c) = 0$ より、(4.17) 式右辺は $q \rightarrow 0$ で、

$$n_B(q^2/(4m)) \simeq \frac{4mT_c}{q^2}, \quad (4.18)$$

と近似できる。粒子数方程式 (4.17) 式の右辺における $q < q_c \ll \sqrt{4mT_c}$ からの全粒子数への寄与は、

$$\int_0^{q_c} q dq \frac{4mT_c}{q^2} = 4mT_c \int_0^{q_c} dq \frac{1}{q} \rightarrow \infty, \quad (4.19)$$

となり、発散する。したがって、2次元一様系の Bose 分子気体は BEC を起こさない [86, 87]。3次元系において Appendix. C で議論した様に、 $\mu/T \ll -1$ で、 T -行列理論による粒子数方程式 (4.14) 式における $\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)$ の1次の補正項は、Bose 分子を記述する。そのため、有限温度における超流動転移は起こらない。

2次元一様系においては、以上議論したように Δ が空間的に一様な超流動転移は起こらない一方で、渦と反渦の対生成が起こることによる超流動転移 (Berezinskii-Kosterlitz-Thouless 転移) が生じる [87, 88]。冷却原子気体では、この相転移はトラップされた擬2次元 Bose 原子 ^{87}Rb 気体において確認されている [89]。擬2次元 Fermi 原子気体における BCS-BEC クロスオーバーにおいても、同様の転移が生じることが期待されている [90]。このことは、一方で、擬2次元 Fermi 原子気体における超流動転移に議論の余地が残ることを示唆している。そのため、本章では、トラップ系の常流動相における性質について議論する。

4.2.2 トラップ系における超流動転移

2次元トラップ系における局所密度近似 (LDA) の範囲で、粒子数方程式は

$$N = 2\pi \int r dr n(r), \quad (4.20)$$

$$n(r) = T \sum_{\mathbf{p}, \omega_n, \sigma} G_{p\sigma}(i\omega_n, r) e^{i\delta\omega_n}, \quad (4.21)$$

で与えられ、超流動転移温度 T_c は、最も高密度である $r = 0$ においてギャップ方程式を満たす条件、

$$U^{-1} = \sum_{\mathbf{p}} \frac{\tanh \frac{\xi_{\mathbf{p}}(r=0)}{2T}}{2\xi_{\mathbf{p}}(r=0)}, \quad (4.22)$$

によって与えられる。3章の3次元トラップ系で議論したように、粒子数方程式 (4.20) 式より、トラップされた2次元自由 Fermi 原子気体の Fermi エネルギーと $T = 0$ における気体の半径は、それぞれ、

$$\epsilon_F = \sqrt{N}\omega_{\text{tr}}, \quad (4.23)$$

$$R_F = \sqrt{\frac{2\epsilon_F}{m\omega_{\text{tr}}^2}}, \quad (4.24)$$

で与えられる。

図 4.2 に2次元トラップ系の T_c と T_c における μ の E_b 依存性を示す。これらは (4.20) 式および (4.22) 式を連立して解くことにより、 T_c および μ を自己無撞着に決定される。 T_c は、弱結合領域 $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F}$ では緑破線で示した BCS 理論による超流動転移温度 T_{MF}

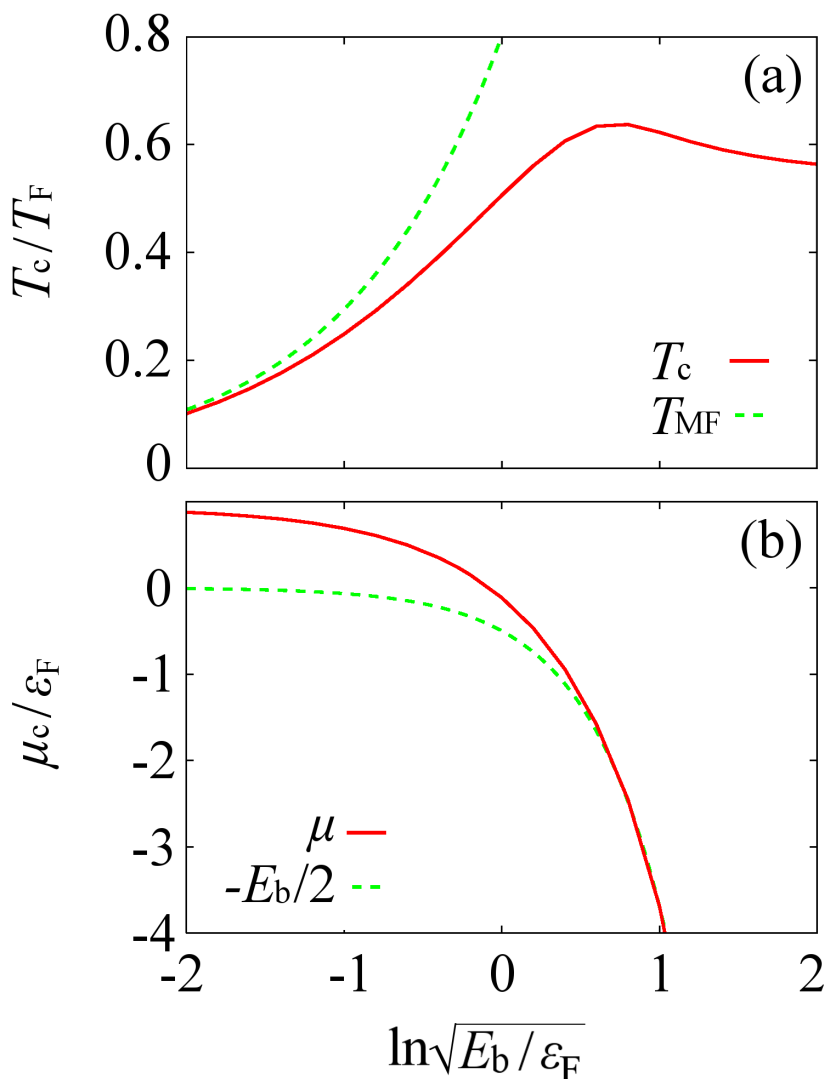


図 4.2 (a) 2次元トラップ系の T_c 、および (b) T_c における μ 。(a) の破線は平均場近似による T_c 、(b) における破線は2体束縛エネルギー E_b の $1/2$ である。

に、強結合領域 ($\ln\sqrt{E_b/\epsilon_F} \gtrsim 1$) では、Bose 分子の BEC 転移温度 $T_{\text{BEC}} = \sqrt{3/\pi}T_F$ に漸近する。同様に、 T_c における μ は弱結合領域で ϵ_F に、強結合領域で $-E_b/2$ に漸近する。 $T > T_c$ では、(4.20) 式より、 μ が決まる。 μ の相互作用、温度依存性を図 4.3 に示す。本章では、これらの結果を用いて Fermi 原子気体の局所状態密度、局所スペクトル強度、および photoemission スペクトルを計算し、議論する。

一様系で超流動転移が起こらない一方、トラップ系の T_c が有限である点もまた、強結合 BEC 領域における Bose 分子の BEC 転移温度 T_{BEC} を議論することによって理解できる。強結合 BEC 極限の T_{BEC} において粒子数方程式 (4.20) 式は、

$$\frac{N}{2} = 2\pi \int r dr n_b(r), \quad (4.25)$$

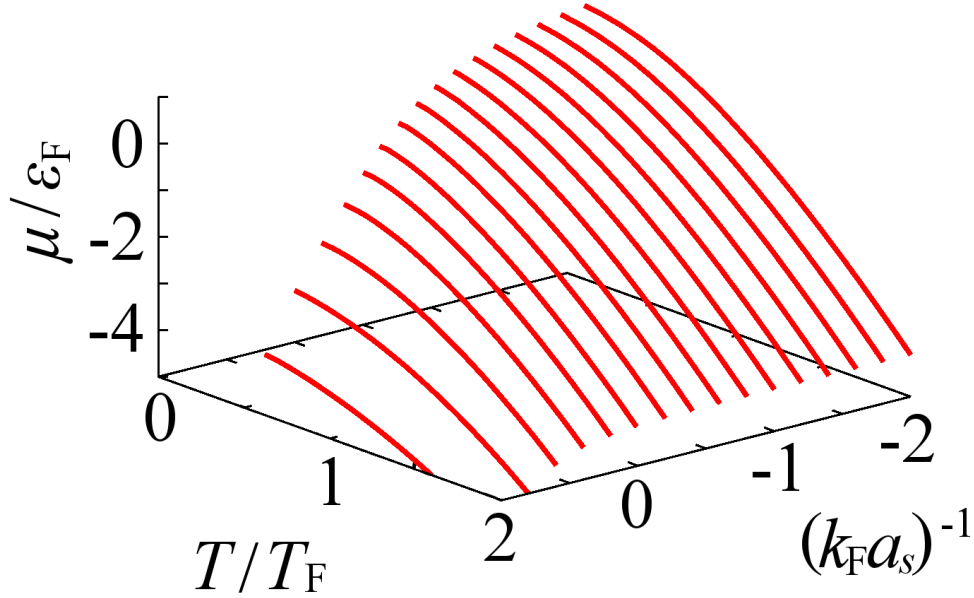


図 4.3 2次元トラップ系の常流動相における μ 。

$$n_b(r) = \sum_{\mathbf{q}} n_B(q^2/(4m) + 2V(r)) = -\frac{mT_{\text{BEC}}}{\pi} \ln \left(1 - e^{-\frac{2V(r)}{T_{\text{BEC}}}} \right), \quad (4.26)$$

となる。 $V(r)/T_{\text{BEC}} \ll 1$ の気体中心付近では、LDA における Bose 分子数密度 (4.26) 式は

$$n_b(r) \simeq -\frac{mT_{\text{BEC}}}{\pi} \ln \frac{V(r)}{T_{\text{BEC}}} = -\frac{mT_{\text{BEC}}}{\pi} \ln \frac{m\omega_{\text{tr}}^2 r^2}{2T_{\text{BEC}}}, \quad (4.27)$$

と近似できる。そのため、 $n_b(r)$ は $r \rightarrow 0$ で発散する。ところが、LDA における Bose 分子の粒子数方程式 (4.25) 式の右辺は、 r 積分における因子 r を考慮すると、

$$rn_b(r) \simeq -\frac{mT_{\text{BEC}}}{\pi} r \ln \frac{V(r)}{T_{\text{BEC}}} \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow 0), \quad (4.28)$$

となるため、空間積分は収束する。実際に、(4.25) 式の右辺の r 積分を実行し整理することにより、

$$T_{\text{BEC}} = \frac{\sqrt{3N}}{\pi} \omega_{\text{tr}} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} T_{\text{F}}, \quad (4.29)$$

となり、有限の BEC 転移温度が導かれる。しかしながら、 $r = 0$ における Bose 分子数密度は発散しており、 T_{BEC} の $r = 0$ における局所的な物理量は LDA の範囲では議論できない。

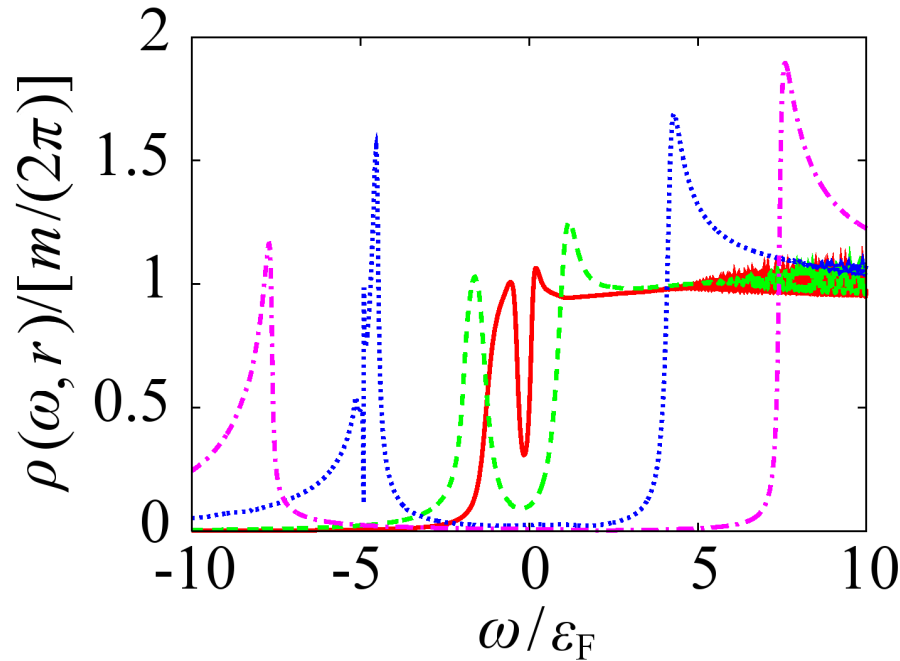


図 4.4 T_c の $r = 0.01R_F$ における LDOS $\rho(\omega, r)$ の相互作用依存性。実線 (赤) は $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -2$ 、破線は $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -1$ 、点線 (青) は $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0$ 、点破線 (紫) は $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0.5$ である。

4.3 2次元トラップ系の1粒子状態における強結合効果と擬ギャップ現象

本節では、トラップされた2次元常流動 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける局所状態密度と photoemission スペクトルを解析する。

4.3.1 局所状態密度における擬ギャップと擬ギャップ温度

図 4.4 に T_c の $r = 0.01R_F$ における局所状態密度 $\rho(\omega, r)$ (LDOS) の相互作用依存性を示す。弱結合領域である $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -2$ においても、 $\omega = 0$ に大きな擬ギャップ構造が生じている。これは図 4.2(a) で述べた、 T_c が平均場近似によって良く記述されている点とは対照的である。この擬ギャップ構造は相互作用が強くなるにつれて大きくなり、 $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0$ 付近 (クロスオーバー領域) で完全なギャップ構造になる。 $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0$ では、 $E_b = \epsilon_F$ である一方、LDOS におけるエネルギーギャップは $8\epsilon_F$ 程度であり、超流動揺らぎの影響で大きくなっていることがわかる。

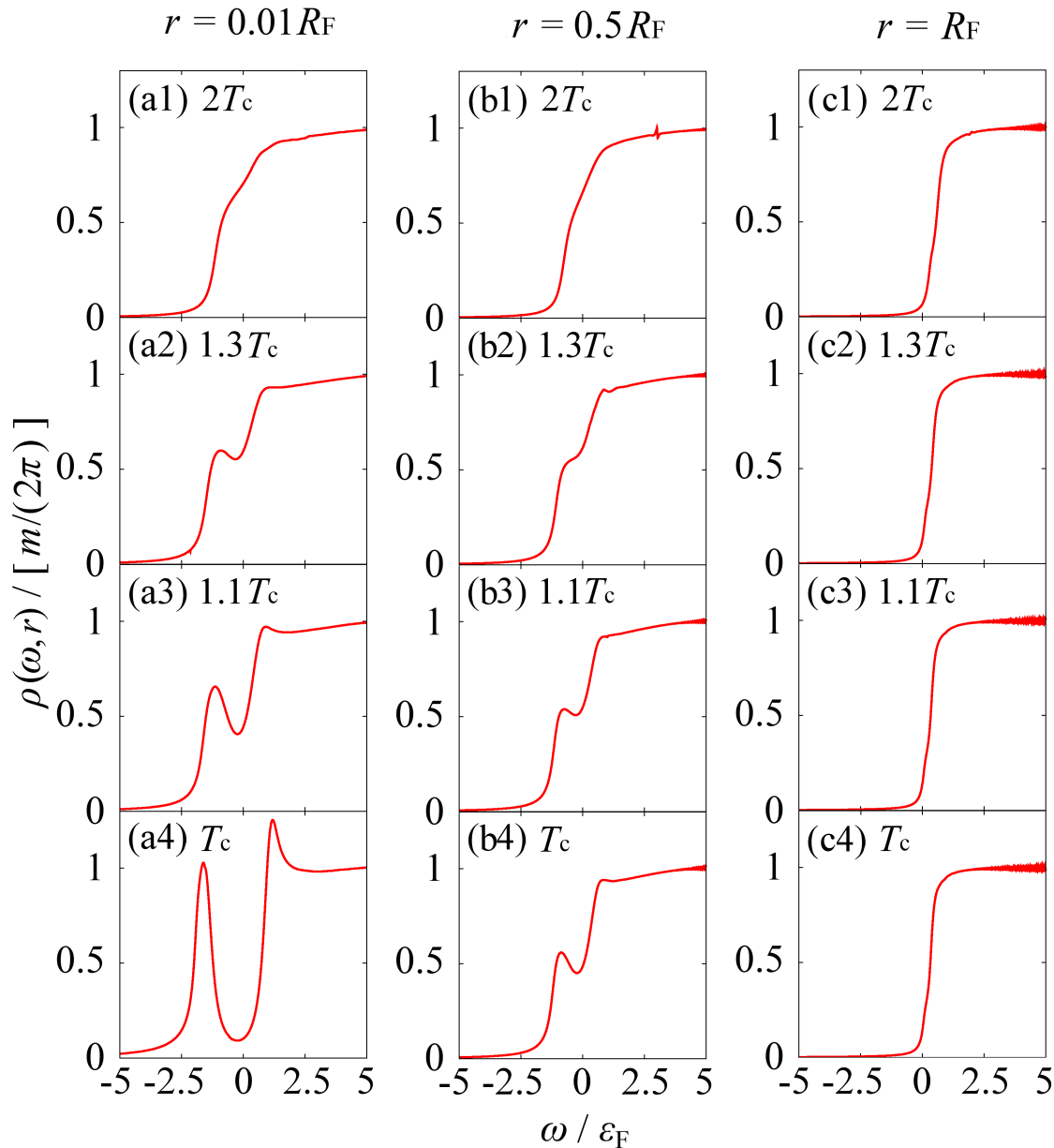


図 4.5 $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -1$ の $T \geq T_c$ における LDOS の温度、位置依存性。

図 4.5 に $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -1$ における LDOS の温度、位置依存性を示す。図 4.5(a1)-(a4) に示す $r = 0.01R_F$ の $T > T_c$ における LDOS の定性的な振る舞いは、3次元系のクロスオーバー領域と同様に、 T_c では擬ギャップ構造が顕著であり、高温で消失する。一方で、擬ギャップは図 4.5(b4) に示した $r = 0.5R_F$ の T_c においても生じている。 $r = 0.5R_F$ の T_c における擬ギャップの存在は、図 3.5 に示した 3次元系における $(k_F a_s)^{-1} = 0$ の場合と対照的であり、擬ギャップ現象が顕著であることを示している。図 4.5(b3)-(b1) に示す LDOS の温度依存性に見られるように、 $r = 0.5R_F$ においても、擬ギャップは

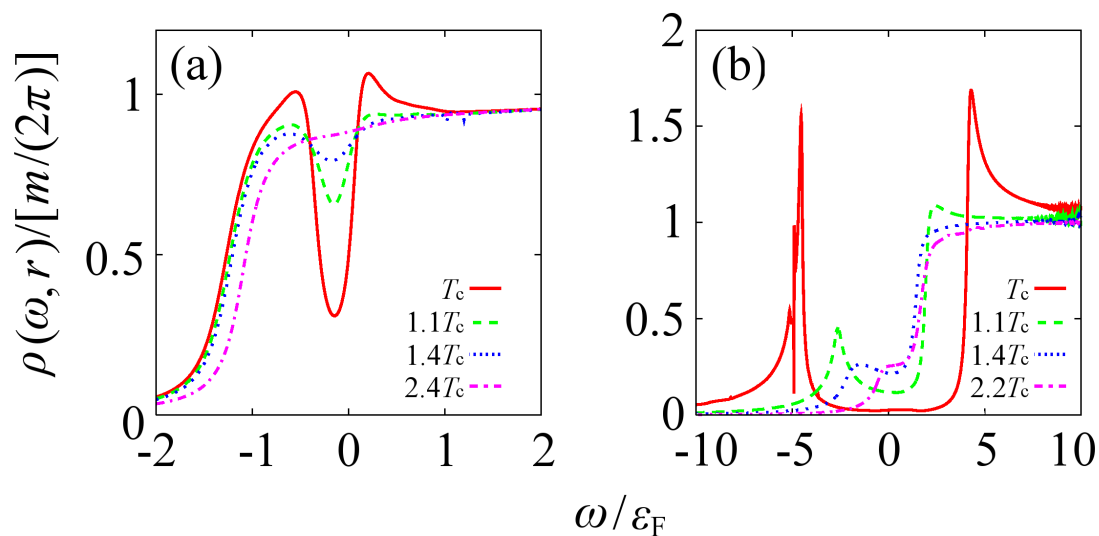


図 4.6 $\ln\sqrt{E_b/\epsilon_F} = -2, 0$ の $T \geq T_c$ 、 $r = 0.01R_F$ における LDOS の温度依存性。

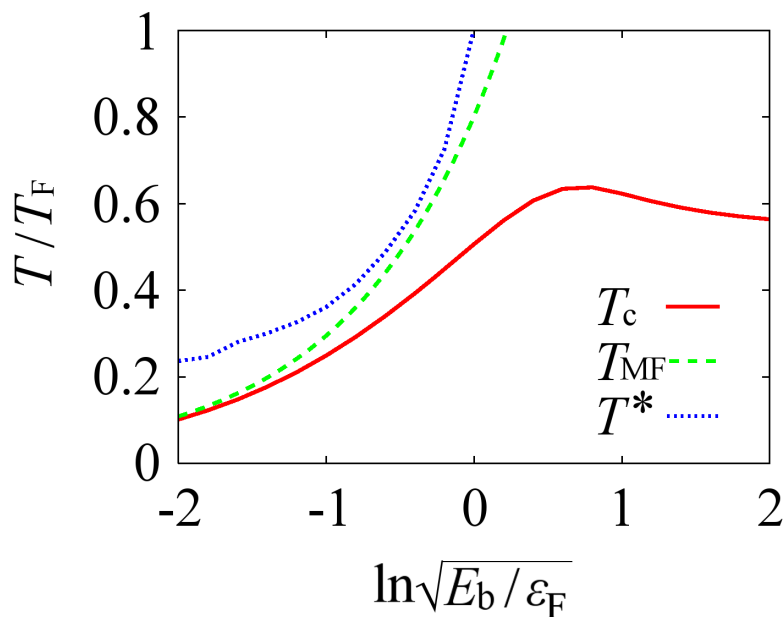


図 4.7 2次元トラップ気体の $r = 0.01R_F$ における擬ギャップ温度 T^* (青点線)。赤線は T_c 、緑破線は平均場近似による超流動転移温度 T_{MF} である。

$r = 0.01R_F$ と同様に高温で消失する。これに対し、 $r = R_F$ には擬ギャップ的な振る舞いは見られず、温度にもほとんど依存しない。そして、2次元自由 Fermi 原子気体の LDOS

$$\rho(\omega, r) = \frac{m}{2\pi} \Theta(\omega + \mu(r)), \quad (4.30)$$

で良く記述される。ここで、 $\Theta(x)$ は階段関数である。

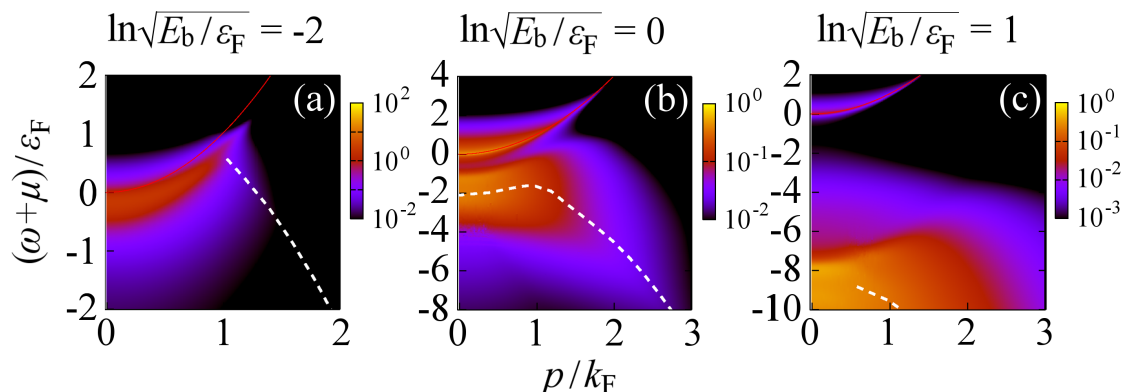


図 4.8 $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -2, 0, 1$ における photoemission スペクトル $S(p, \omega)$ の温度依存性。

図 4.6 に $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -2, 0$ の $r = 0.01R_F$ における LDOS の温度依存性を示す。図 4.6(a) に示す $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -2$ では、 T_c において擬ギャップ構造が見られ、高温で消失する。図 4.5(b) の $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0$ では、 T_c においては完全なエネルギーギャップ構造が見られるが、 $1.1T_c$ では擬ギャップ構造に変化する。この擬ギャップ構造は $T = 2.2T_c \simeq T_F$ 程度まで見られる。

低次元性が超流動揺らぎにもたらす影響、特に、擬ギャップ現象にもたらす影響は、 $r = 0$ における LDOS から決まる擬ギャップ温度に見ることができる。図 4.7 に、3次元系と同様に LDOS の $\omega = 0$ における凹みが生じはじめる温度によって定めた擬ギャップ温度 T^* の相互作用依存性を示す。BCS-BEC クロスオーバーの全領域で $T^* > T_{MF}$ であり、低次元性が擬ギャップ効果をより顕著にしていることがわかる。

4.3.2 2次元トラップ系の photoemission スペクトル

図 4.8 に T_c における photoemission スペクトル $S(p, \omega)$ の E_b 依存性を示す。なお、実験結果に合わせて3次元トラップ系とは異なり、 p^2 の因子をつけていない。図 4.8(a) に示す弱結合領域の $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -2$ では、自由 Fermi 気体的な $\omega + \mu = p^2/(2m)$ の分散に沿ったスペクトルを示す。これに対し、図 4.8(b) に示す、 $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0$ では、この自由 Fermi 気体的な分散に加えて、 $\omega + \mu < 0$ の領域に幅広いピーク構造が見られる。さらに相互作用が強くなり図 4.8(c) に示した $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 1$ では、これらのピーク間隔が広がった、Bose 分子の結合エネルギーを反映したエネルギーギャップが見られる。

T_c における photoemission スペクトルは3次元トラップ系と同様に理解できる。図 4.8(b)、(c) に見られる2種のピーク構造のうち、 $\omega + \mu = p^2/(2m)$ に沿ったピークは気体の端付近から、低エネルギー側のピーク構造は気体中心の擬ギャップ構造に由来する。白破線で示したとおり、低エネルギー側のピークは back-bending 的な振る舞いを示して

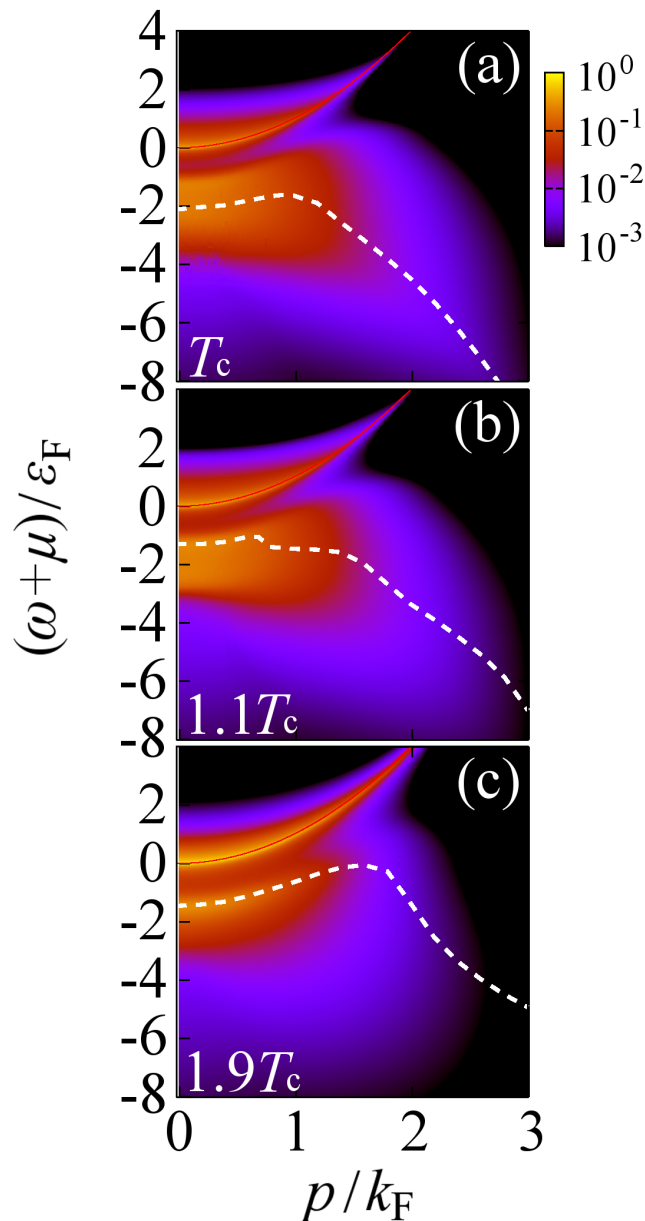


図 4.9 $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -1$ における photoemission スペクトル $S(p, \omega)$ の温度依存性。
(a) T_c 、(b) $1.1T_c$ 、(c) $1.9T_c$ である。

いる。なお、この back-bending 的な振る舞いは図 4.8(a) に示した $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = -2$ においてもわずかに見られる。

図 4.9 に $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} = 0$ に photoemission スペクトルの温度依存性を示す。図 4.9(a) に見られる back-bending 構造は、図 4.9(b)、(c) に示すように、高温になるにつれて上反りの構造へと変化していく。また、低エネルギー側のピークの強度は高温で弱くなる。

図 4.9(b) から (c) への温度変化に注目すると、 $p = 0$ におけるダブルピーク構造のピーク間エネルギー ω_0 は $1.1T_c \sim 1.9T_c$ の間でほぼ温度に依存していない。このようなダブル

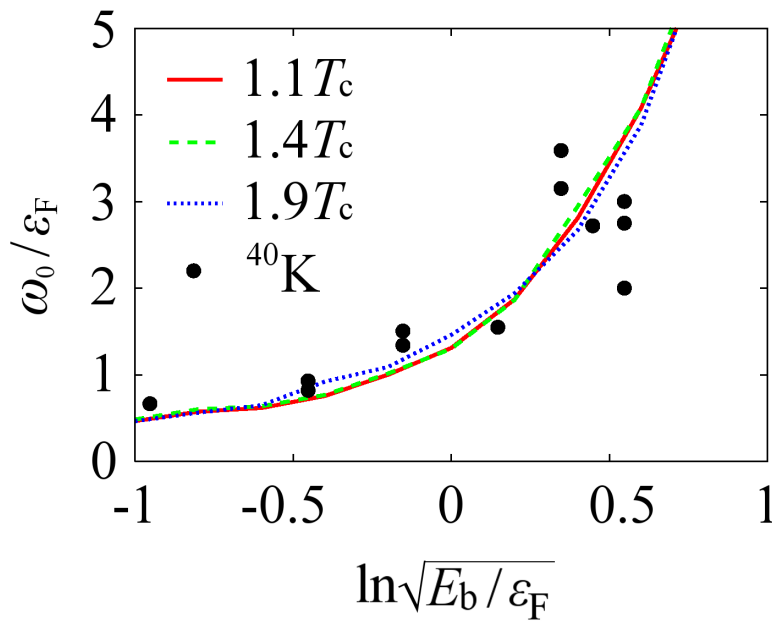


図 4.10 ω_0 の相互作用依存性。 ^{40}K 気体において測定されたピーク間エネルギーも示した [32]。

ルピーク構造は $\ln \sqrt{E_b/\epsilon_F} \gtrsim -1$ で見られ、同様に $1.1T_c < T \lesssim 2T_c$ における温度依存性は小さい。そのため、実験的には擬2次元系 Fermi 原子気体の超流動転移は確認されていないものの、 $T > T_c$ における photoemission スペクトルに見出されたダブルピーク構造と比較し、その相互作用依存性を議論することができる。図 4.10 に $1.1T_c$ 、 $1.4T_c$ 、 $1.9T_c$ における ω_0 の相互作用と擬2次元 Fermi 原子 ^{40}K 気体における実験値 [32] を示す。2次元系における ω_0 の解析結果と、擬2次元 ^{40}K 気体における ω_0 の測定結果は定量的に一致している。

第 5 章

まとめ

本論文では、超流動 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける強結合効果と擬ギャップ現象について議論した。BCS-BEC クロスオーバーの超流動転移温度近傍で顕著な超流動揺らぎの効果を T -行列近似の範囲で取り込み、Fermi 原子の 1 粒子状態や熱力学量の解析を行った。そして、擬ギャップ現象が現れること、および、その起源である強結合効果によって、 ^{40}K 気体および ^6Li 気体において測定された photoemission スペクトルや局所圧力を定量的な範囲で説明することに成功した。

一様系における Fermi 原子の 1 粒子状態は、クロスオーバー領域において超流動揺らぎの影響を顕著に受けることを明らかにした。超流動転移温度において、状態密度とスペクトル強度には擬ギャップ構造が生じる。この擬ギャップ構造は転移温度直下においても残り、超流動ギャップはすぐには現れない。さらに温度を下げると、超流動オーダーパラメータ Δ の発達に伴って超流動性が顕著になり、コヒーレンスピークを伴った超流動ギャップへと変化する。一方、高温では擬ギャップの無い、自由 Fermi 原子的な状態密度およびスペクトル強度へと変化していく。相互作用の弱い弱結合 BCS 領域においては、転移温度における擬ギャップ現象は弱くなる。それに伴い、超流動相および常流動相においては、それぞれ、直ちに超流動ギャップ構造、自由 Fermi 気体的な状態密度へと変化する。これに対し、強結合 BEC 領域においては Bose 分子が生じるため、その束縛エネルギーに対応したエネルギーギャップ構造が見られる。

これらの解析結果を基に、擬ギャップ現象を考慮した BCS-BEC クロスオーバーにおける相互作用および温度に関する相図を明らかにした。擬ギャップ領域は、超流動相における超流動ギャップが顕著な領域、常流動相において自由 Fermi 気体的となる領域、Bose 分子が熱的に存在する Bose 分子気体領域に囲まれ、クロスオーバー領域で顕著になる。この結果は、1 章で述べた、BCS-BEC クロスオーバーにおいて期待されていた概念的な相図を、状態密度の解析によって明らかにしたという点で意義深いものである。

次に、一様系において示された Fermi 原子の 1 粒子状態における擬ギャップが、冷却

Fermi 原子気体において測定された photoemission スペクトルや気体の熱力学に及ぼす影響について議論するために、一様系における T -行列理論を局所密度近似 (Thomas-Fermi 近似) を用いてトラップ系へ拡張した。局所的な状態密度を解析することによって、トラップ系においてもクロスオーバー領域に擬ギャップ現象が現れることを明らかにした。また、トラップによる非一様性の影響を受け、局所状態密度の位置依存性が顕著であることを示した。この結果を用い、トラップされた Fermi 原子気体において、相互作用、温度、位置に関する 3 次元的な相図を示した。特に、超流動相におけるある温度においては、気体中心は超流動ギャップが顕著な領域が、また、気体の端付近は自由 Fermi 気体的な状態密度を示す領域が占める一方で、これらの中間領域に擬ギャップが顕著な領域が生じるという、殻構造が現れることを明らかにした。

トラップ系 Fermi 原子気体の相図を用い、photoemission スペクトルの解析を行った。photoemission スペクトルは上記の殻構造の影響を受け、自由 Fermi 原子的な鋭い分散構造、擬ギャップ的な幅広い構造、および、超流動ギャップ由来の鋭い Bogoliubov 分散が混在する領域が存在することを明らかにした。特に、 ^{40}K 気体において測定された photoemission スペクトルに現れる back-bending カーブを定量的な範囲で説明することに成功した。また、同じ理論を用いて ^6Li 気体において測定された気体の圧力を解析し、この振る舞いが強結合効果によって定量的な範囲で説明されることを示した。この結果は、これまで矛盾すると考えられていた気体の photoemission スペクトルと気体の圧力が、同じ強結合理論によって統一的に説明されることを示したという点で大変意義深いものである。

近年実現した、擬 2 次元 ^{40}K 気体における photoemission スペクトルに、擬ギャップ現象が起源であると期待されるダブルピーク構造が見出されたことを受け、トラップされた 2 次元 Fermi 原子気体における擬ギャップ現象と photoemission スペクトルの解析を行った。その結果、2 次元系においては擬ギャップ現象が顕著に現れること、および、測定されたダブルピーク構造を定量的な範囲で説明できることを示した。この結果は、冷却 Fermi 原子気体の BCS-BEC クロスオーバーにおける強結合効果と擬ギャップ現象の重要性を示すものであり、かつ、本論文で用いた T -行列理論が 3 次元系のみならず、2 次元系でも有効であることを示している。

謝辞

本研究は、著者が慶應義塾大学大学院理工学研究科修士課程および後期博士課程在学中に、同大学理工学部大橋洋士教授の指導のもとに行いました。指導教員である大橋洋士教授には研究室配属以来、延べ6年間に渡り、様々なご助言と熱心なご指導を頂きました。それらを通じ、研究の仕方、特に、自身の興味のみには任せるのではなく、当該分野でどのような問題があり、自身で何ができるか、何をすべきかを考えながら自立的に研究を進める姿勢を学ぶことができました。著者の荒削りな議論や提案にも耳を傾け、他の学生の研究に関わる機会もいただきました。6年を経て、配属時には想像すらできなかったほどの成果に恵まれ、悔いを残すことのない研究生活を送ることができましたこと、心より御礼申し上げます。

本研究の共同研究者である東京理科大学理学部物理学科助教、土屋俊二氏には、多くの議論の機会と共に研究活動に関する様々なご指導を頂きました。土屋氏より頂いた熱心なご指導、ご協力の甲斐あり、多くの成果を挙げることができましたこと、心より御礼申し上げます。また、本研究を進めるにあたり、実験データをご提供頂きました JILA の J. P. Gaebler 氏と D. S. Jin 氏、2次元 Fermi 原子気体に関して情報をいただきました Cambridge 大学の M. Köhl 氏に感謝いたします。

本論文の副査をご担当いただきました、物理学専修の齋藤幸夫教授、物理情報システム専修の的場正憲教授、物理学専修の能崎幸雄准教授、首都大学東京の森弘之准教授には、本論文に関して多くのご助言をいただきました。本論文をより良い形で仕上げることができましたのも、先生方のご指導、ご提案の賜物です。

PD 研究員として大橋研究室に在籍された渡部昌平氏、PD 研究員の遠藤有希氏には研究室のゼミを通して多くのご助言を頂きましたこと、厚く御礼申し上げます。また、同じ研究室で共に切磋琢磨した柏村孝氏、猪谷太輔氏、黒柳敬一氏、花井亮氏、田島裕之氏、馬嶋良氏、松浦辰威氏に心より感謝致します。特に、柏村孝氏とは2年間の共同研究を通じて議論を重ね、互いの研究を高め合いました。柏村孝氏との研究を合わせて、当該分野の擬ギャップ現象の解明にとって大きな成果をあげることができました。

慶應義塾大学物理学科の先生方には授業やコロキウム、また、日常生活を通じて多くの

ご指導をいただきました。物理学科配属以来、本学において勉強や研究を続けることができましたのは皆様のご高配の賜物です。

慶應義塾大学入学以来、9年の間に、多くの先輩方や後輩達、理論研究室で共に後期博士課程まで過ごした横山知大氏、奥山倫氏をはじめ、気の置けない仲間と出会い充実した学生生活を送ることができました。私の学生生活、研究生活を激励し、また、私の進路に多大な恩恵をいただきました皆様に心より感謝致します。

最後に、私の長い学生生活を支え、見守り続けて下さいました家族に感謝致します。

付録 A

超流動相におけるハミルトニアン の導出

常流動相のハミルトニアン (2.1) に超流動オーダーパラメータ Δ を導入することによって超流動相のハミルトニアン (2.9) を導く。

運動エネルギー項 H_0 は、

$$\begin{aligned}
 H_0 &= \sum_{p\sigma} \xi_p c_{p\sigma}^\dagger c_{p\sigma} \\
 &= \sum_{p\sigma} \xi_p (c_{p\uparrow}^\dagger c_{p\uparrow} - c_{-p\downarrow}^\dagger c_{-p\downarrow}) + \sum_p \xi_p \\
 &= \sum_{p\sigma} \xi_p \Psi_p^\dagger \tau_3 \Psi_p + \sum_p \xi_p \\
 &= \sum_{p\sigma} \xi_p \Psi_p^\dagger \tau_3 \Psi_p,
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

で与えられる。最後に定数項を無視した。

相互作用項 H_1 は、

$$H_1 = -U \sum_{pp'q} \Psi_{p+q/2}^\dagger \tau_+ \Psi_{p-q/2} \Psi_{p'-q/2}^\dagger \tau_- \Psi_{p'+q/2}, \tag{A.2}$$

と書ける [91]。ここで、

$$\tau_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{A.3}$$

である。 $\tau_\pm = (\tau_1 \pm i\tau_2)/2$ を用いて H_1 を τ_1 と τ_2 で書くと、

$$\begin{aligned}
 H_1 &= -\frac{U}{4} \sum_{pp'q} \left(\Psi_{p+q/2}^\dagger \tau_1 \Psi_{-p+q/2} \Psi_{p'-q/2}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'+q/2} \right. \\
 &\quad \left. + \Psi_{p+q/2}^\dagger \tau_2 \Psi_{-p+q/2} \Psi_{p'-q/2}^\dagger \tau_2 \Psi_{p'+q/2} \right),
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

となる。 Δ が実数で τ_1 に比例するように定め、 $q = 0$ 成分に平均場近似を施す。(A.4) 式のうち、 τ_1 を用いて書かれている項の $q = 0$ 成分は、

$$\begin{aligned}
\sum_{pp'} \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p \Psi_{p'}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'} &= \sum_{pp'} (\Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p - \langle \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p \rangle + \langle \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p \rangle) \\
&\quad \times (\Psi_{p'}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'} - \langle \Psi_{p'}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'} \rangle + \langle \Psi_{p'}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'} \rangle) \\
&= \sum_{pp'} \left[\langle \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p \rangle \Psi_{p'}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'} + \langle \Psi_{p'}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'} \rangle \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p \right. \\
&\quad \left. + (\Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p - \langle \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p \rangle) (\Psi_{p'}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'} - \langle \Psi_{p'}^\dagger \tau_1 \Psi_{p'} \rangle) \right] \\
&= 4 \frac{\Delta}{U} \sum_p \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p, \tag{A.5}
\end{aligned}$$

となる。ここで、平均場からのずれに関する 2 次の項を無視した。また、

$$\Delta = U \sum_p \langle c_{-p\downarrow} c_{p\uparrow} \rangle, \tag{A.6}$$

である。

$$\rho_j(\mathbf{q}) = \sum_p \Psi_{p+\mathbf{q}} \tau_j \Psi_{p-\mathbf{q}}, \tag{A.7}$$

と置くと [92]、

$$H_I = -\Delta \sum_p \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p - \frac{U}{4} \left(\sum_{\mathbf{q} \neq 0} \rho_1(\mathbf{q}) \rho_1(-\mathbf{q}) + \sum_{\mathbf{q}} \rho_2(\mathbf{q}) \rho_2(-\mathbf{q}) \right), \tag{A.8}$$

となる。 ρ_1 項の和における $q = 0$ を除外は、凝縮成分を Δ で代表させる代わりに、 q の和で考慮しないことを意味する。このことに注意しておけば、再び、 $\tau_\pm = (\tau_1 \pm i\tau_2)/2$ を用いて、

$$H_I = -\Delta \sum_p \Psi_p^\dagger \tau_1 \Psi_p - U \sum_{\mathbf{q}} \rho_+(\mathbf{q}) \rho_-(-\mathbf{q}), \tag{A.9}$$

と書ける。ただし、 $\rho_\pm(\mathbf{q}) = [\rho_1(\mathbf{q}) \pm i\rho_2(\mathbf{q})]$ である。

以上から、超流動性を考慮したハミルトニアン (2.9) 式、

$$H = \sum_p \Psi_p^\dagger [\xi_p \tau_3 - \Delta \tau_1] \Psi_p - U \sum_{\mathbf{q}} \rho_+(\mathbf{q}) \rho_-(-\mathbf{q}), \tag{A.10}$$

が導かれる。

付録 B

超流動相における Green 関数の計算

ここでは、2章で用いた、超流動相の2体相関関数 $\hat{\Pi}_q^{\pm\pm}(i\nu_n)$ ((2.20) 式および (2.21)) や解析接続された自己エネルギー $\hat{\Sigma}_p(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta)$ ((2.24) 式および (2.25) 式) の解析計算について記述する。

B.1 超流動相における2体相関関数

$\hat{\Pi}_q^{\pm\pm}(i\nu_n)$ の表式 (2.20) 式、(2.21) 式は $\hat{G}_p^0(i\omega_n)$ の表式、

$$\hat{G}_p^0(i\omega_n)|_{11} = -\hat{G}_p^0(-i\omega_n)|_{22} = \frac{1}{2} \sum_{j=\pm 1} \left(1 + j \frac{\xi_p}{E_p}\right) \frac{1}{i\omega_n - jE_p}, \quad (\text{B.1})$$

$$\hat{G}_p^0(i\omega_n)|_{12} = \hat{G}_p^0(i\omega_n)|_{21} = -\frac{\Delta}{2E_p} \sum_{j=\pm 1} \frac{1}{i\omega_n - jE_p}, \quad (\text{B.2})$$

と [91]、

$$T \sum_{\omega_n} \frac{e^{i\omega_n \delta}}{i\omega_n + i\nu_n - z} \frac{1}{i\omega_n - \zeta} = \frac{f(\zeta) - f(z)}{i\nu_n - z + \zeta}, \quad (\text{B.3})$$

を用いて ω_n の和をとり [71]、整理することによって得られる。

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_q^{++}(i\nu_n) &= T \sum_{p\omega_n} \hat{G}_{p+q/2}^0(i\omega_n + i\nu_n)|_{21} \hat{G}_{p-q/2}^0(i\omega_n)|_{21} \\ &= T \sum_{p\omega_n} \frac{\Delta^2}{4E_{p+q/2}E_{p-q/2}} \sum_{ss'=\pm 1} \frac{s}{i\omega_n + i\nu_n - sE_{p+q/2}} \frac{s'}{i\omega_n - s'E_{p+q/2}} \\ &= \sum_p \frac{\Delta^2}{4E_{p+q/2}E_{p-q/2}} \sum_{ss'=\pm 1} ss' \frac{f(sE_{p+q/2}) - f(s'E_{p-q/2})}{i\nu_n - sE_{p+q/2} + s'E_{p-q/2}} \\ &= \sum_p \frac{\Delta^2}{4E_{p+q/2}E_{p-q/2}} \left(2\text{Re} \frac{1 - f(E_{p+q/2}) - f(E_{p-q/2})}{i\nu_n - E_{p+q/2} - E_{p-q/2}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2\text{Re}e^{\frac{f(E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}) - f(E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})}{i\nu_n + E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} - E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}} \\
&= \sum_{s=\pm 1} \sum_{\mathbf{p}} \frac{s\Delta^2}{4E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \frac{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + sE_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{\nu_n^2 + (E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + sE_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})^2} \\
& \quad \times \left(\tanh \frac{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{2T} + s \tanh \frac{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{2T} \right), \tag{B.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\Pi}_{\mathbf{q}}^{+-}(i\nu_n) &= T \sum_{\mathbf{p}\omega_n} \hat{G}_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}^0(i\omega_n + i\nu_n)|_{22} \hat{G}_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}^0(i\omega_n)|_{11} \\
&= T \sum_{\mathbf{p}\omega_n} \sum_{ss'=\pm 1} \frac{1}{4} \left(1 + s \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \right) \left(1 - s' \frac{\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right) \\
& \quad \times \frac{1}{i\omega_n + i\nu_n - sE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \frac{1}{i\omega_n - s'E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \\
&= \sum_{\mathbf{p}} \sum_{ss'=\pm 1} \frac{1}{4} \left(1 + s \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \right) \left(1 - s' \frac{\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right) \frac{f(sE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}) - f(s'E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})}{i\nu_n - sE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + s'E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \\
&= \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{4} \left[\left(1 + \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \right) \left(1 - \frac{\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right) \frac{f(E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}) - f(E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})}{i\nu_n - E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right. \\
& \quad - \left(1 + \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \right) \left(1 + \frac{\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right) \frac{1 - f(E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}) - f(E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})}{i\nu_n - E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} - E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \\
& \quad - \left(1 - \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \right) \left(1 + \frac{\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right) \frac{f(E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}) - f(E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})}{i\nu_n + E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} - E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \\
& \quad \left. + \left(1 - \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \right) \left(1 - \frac{\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right) \frac{1 - f(E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}) - f(E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})}{i\nu_n + E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right] \\
&= \sum_{s=\pm 1} \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{4} \left[\left(1 + s \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right) \frac{1}{i\nu_n - (E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + sE_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})} \right. \\
& \quad \left. + \left(1 - \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}} \right) \left(1 - s \frac{\xi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}} \right) \frac{i\nu_n}{\nu_n^2 + (E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2} + sE_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2})^2} \right] \\
& \quad \times \left(\tanh \frac{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}/2}}{2T} + s \tanh \frac{E_{\mathbf{p}-\mathbf{q}/2}}{2T} \right), \tag{B.5}
\end{aligned}$$

および、 $\hat{\Pi}_{\mathbf{q}}^{--}(i\nu_n) = \hat{\Pi}_{\mathbf{q}}^{++}(i\nu_n)$ 、 $\hat{\Pi}_{\mathbf{q}}^{-+}(i\nu_n) = \hat{\Pi}_{\mathbf{q}}^{+-}(-i\nu_n)$ を得る。

B.2 自己エネルギーの解析接続

ここでは、自己エネルギーを解析接続するために必要な、松原周波数の和の計算を行う。 $\hat{G}_{\mathbf{p}}^0(i\omega_n)$ の表式 (B.1) 式と (B.2) 式、および、 $\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{\pm\pm}(i\nu_n)$ のスペクトル表示

$$\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{++}(i\nu_n) = U^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{2\pi} \frac{\text{Im}\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{++}(z + i\delta)}{i\nu_n - z}, \tag{B.6}$$

$$\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{+-}(i\nu_n) = -U + U^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{2\pi} \frac{\text{Im}\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{+-}(z+i\delta)}{i\nu_n - z}, \quad (\text{B.7})$$

$\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{--}(i\nu_n) = \hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{++}(i\nu_n)$ 、 $\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{-+}(i\nu_n) = \hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{+-}(-i\nu_n)$ と、Bose 松原周波数 ν_n に関する和の公式

$$T \sum_{\nu_n} \frac{e^{i\nu_n \delta}}{i\omega_n + i\nu_n - z} \frac{1}{i\nu_n - \zeta} = -\frac{n_{\text{B}}(\zeta) + f(z)}{i\omega_n + \zeta - z}, \quad (\text{B.8})$$

を利用すると [71]、

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n)|_{11} &= -UN_0 \\ &\quad -\frac{U^2}{2} \sum_{\mathbf{q}, \nu_n, j=\pm 1} \int \frac{dz}{2\pi} [-2\text{Im}\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{+-}(z+i\delta)] \left(1 - j \frac{\xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}\right) \frac{n_{\text{B}}(z) + f(jE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}})}{i\omega_n + z - jE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}, \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n)|_{12} = -\frac{U^2}{2} \sum_{\mathbf{q}, \nu_n, j=\pm 1} \int \frac{dz}{2\pi} [-2\text{Im}\hat{\Gamma}_{\mathbf{q}}^{--}(z+i\delta)] \frac{j\Delta}{E_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}} \frac{n_{\text{B}}(z) + f(jE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}})}{i\omega_n + z - jE_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}, \quad (\text{B.10})$$

および、 $\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n)|_{22} = -\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(-i\omega_n)|_{11}$ 、 $\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n)|_{21} = \hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n)|_{12}$ となる。(B.9) 式および (B.10) 式において、 $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$ と解析接続することによって、解析接続された自己エネルギー $\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta)$ を得る。

付録 C

BCS-BEC クロスオーバーの常流動相における粒子数方程式

T -行列近似で考慮した自己エネルギー $\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)$ について、1次まで考慮した近似は NSR 理論と呼ばれ、Nozières と Schmitt-Rink によって議論された [11]。ここでは、常流動相の粒子数方程式を基に、NSR 理論およびそれを拡張した T -行列理論が分子形成の効果を取り込んだものであることを示す。

T -行列理論における常流動相の粒子数方程式は

$$\begin{aligned} N &= T \sum_{p\sigma} G_{p\sigma}(i\omega_n) e^{i\delta\omega_n} \\ &= N_0 + N_{\text{NSR}} + N_{\text{TMA}}, \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

$$N_0 = T \sum_{p,\omega_n,\sigma} G_{p\sigma}^0(i\omega_n) e^{i\delta\omega_n} = 2 \sum_p f(\xi_p), \quad (\text{C.2})$$

$$N_{\text{NSR}} = T \sum_{p,\omega_n,\sigma} G_{p\sigma}^0(i\omega_n) \Sigma_{p\sigma}(i\omega_n) G_{p\sigma}^0(i\omega_n) e^{i\delta\omega_n}, \quad (\text{C.3})$$

$$N_{\text{TMA}} = T \sum_{p,\omega_n,\sigma} G_{p\sigma}^0(i\omega_n) \Sigma_{p\sigma}(i\omega_n) G_{p\sigma}^0(i\omega_n) \Sigma_{p\sigma}(i\omega_n) G_{p\sigma}(i\omega_n) e^{i\delta\omega_n}, \quad (\text{C.4})$$

で与えられる。ここで、 N_0 は非摂動項、 N_{NSR} は Nozières と Schmitt-Rink によって議論された、自己エネルギー $\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)$ について1次の補正項であり [11]、 N_{TMA} は T -行列近似 (TMA : T -matrix approximation) に現れる $\Sigma_{p\sigma}(i\omega_n)$ の2次以上の補正項である。

N_{NSR} における ω_n の和をとると、

$$\begin{aligned} N_{\text{NSR}} &= T \sum_{p\sigma} G_{p\sigma}^0(i\omega_n) \Sigma_{p\sigma}(i\omega_n) G_{p\sigma}^0(i\omega_n) e^{i\delta\omega_n} \\ &= T^2 \sum_{p,q,\nu_n,\omega_n,\sigma} \Gamma_q(i\nu_n) G_{p\sigma}^0(i\omega_n) G_{q-p,-\sigma}^0(i\nu_n - i\omega_n) G_{p\sigma}^0(i\omega_n) e^{i\delta(\nu_n - \omega_n)}, \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

となる。ここで、

$$G_{p\sigma}^0(i\omega_n)^2 = -\frac{\partial G_{p\sigma}^0(i\omega_n)}{\partial \mu}, \quad (\text{C.6})$$

を用いると、

$$T \sum_{p\omega_n} G_{p\sigma}^0(i\omega_n) G_{q-p, -\sigma}^0(i\nu_n - i\omega_n) G_{p\sigma}^0(i\omega_n) e^{i\delta(\nu_n - \omega_n)} = \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)}{\partial \mu}, \quad (\text{C.7})$$

と変形できるから、(C.5) 式より、

$$N_{\text{NSR}} = -T \sum_{q\nu_n} \frac{-U}{1 - U\Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)} \frac{\partial \Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)}{\partial \mu}, \quad (\text{C.8})$$

を得る。

N_{NSR} の表式 (C.8) 式の強結合 BEC 極限の振る舞いから、超流動揺らぎに関する知見を得ることができる。 $\mu \sim -\xi_p \rightarrow -\infty$ において、(2.8) 式の $\Pi_{\mathbf{p}}(i\nu_n)$ と $\frac{\partial \Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)}{\partial \mu}$ が

$$\begin{aligned} \Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n) &\simeq -\sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{i\nu_n - 2\xi_{\mathbf{p}} - \frac{\epsilon_{\mathbf{q}}}{2}} \\ &\simeq -\sum_{\mathbf{p}} \frac{-1}{2\xi_{\mathbf{p}}} \left(1 + \frac{i\nu_n}{2\xi_{\mathbf{p}}} - \frac{\epsilon_{\mathbf{q}}}{4\xi_{\mathbf{p}}} \right) \\ &= -\frac{m^{3/2}}{2^{7/2}\pi|\mu|^{1/2}} \left(i\nu_n - \frac{\epsilon_{\mathbf{q}}}{2} + 4|\mu| \right) - \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{2\xi_{\mathbf{p}}}, \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

および、

$$\frac{\partial \Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)}{\partial \mu} \simeq \frac{m^{3/2}}{2^{5/2}\pi|\mu|^{1/2}}, \quad (\text{C.10})$$

となることを用いると、

$$N_{\text{NSR}} = -T \sum_{q,\nu_n} \frac{-U}{1 - U\Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)} \frac{\partial \Pi_{\mathbf{q}}(i\nu_n)}{\partial \mu} = -T \sum_{q,\nu_n} \frac{1}{i\nu_n - \frac{\epsilon_{\mathbf{q}}}{2} + \mu_{\text{B}}}, \quad (\text{C.11})$$

を得る。ここで、

$$\mu_{\text{B}} = 2\mu + \frac{4|\mu|^{1/2}}{\sqrt{2ma_s}}, \quad (\text{C.12})$$

である。強結合 BEC 極限における N_{NSR} の表式 (C.11) 式は化学ポテンシャル μ_{B} の自由 Bose 分子気体の分子数である。したがって、 T -行列理論は強結合 BEC 領域において Bose 分子へと変化する超流動揺らぎを取り込んだ理論であることがわかる。

付録 D

冷却 Fermi 原子気体における photoemission スペクトルの表式

ここでは、冷却 Fermi 原子気体における photoemission スペクトルの表式を導く。

^{40}K 気体における photoemission スペクトルの理論的な表式を導く。外部からの入射光によって、 $|\uparrow\rangle$ が $|3\rangle$ へ遷移するものとする。系のハミルトニアンは

$$H' = H + H_3 + H_T, \quad (\text{D.1})$$

で表される。ここで、

$$H_3 - \mu_3 N_3 = \sum_p (\epsilon_p + \phi - \mu_3) b_p^\dagger b_p, \quad (\text{D.2})$$

は $|3\rangle$ のハミルトニアンで、 ϕ は仕事関数、 μ_3 は $|3\rangle$ の化学ポテンシャルである。入射光のエネルギーを ω_L 、運動量を q_L と置くと、トンネルハミルトニアン H_T は

$$H_T = t_F \sum_p \left(e^{-i\omega_L t} b_{p+q_L}^\dagger c_{p\uparrow} + \text{H.C.} \right), \quad (\text{D.3})$$

で与えられる。ここで、 t_F は遷移行列要素である。このハミルトニアンを基に、まず、一様系における photoemission カレントを求め、次に局所密度近似 (LDA) を用いてトラップ系に拡張する。

入射光によって $|\uparrow\rangle$ から $|3\rangle$ へ遷移する photoemission カレント I は N_3 の増加として表されるから、

$$I = \langle \dot{N}_3 \rangle = i \langle [H', N_3] \rangle = i \langle [H_T, N_3] \rangle \equiv \langle J \rangle, \quad (\text{D.4})$$

$$J = -it_F \sum_p \left(e^{-i\omega_L t} b_{p+q_L}^\dagger c_{p\uparrow} - \text{H.C.} \right), \quad (\text{D.5})$$

となる。入射光による摂動の下で、 J の期待値を線形応答の範囲で求める。 $J(t)$ の期待値は H_T の 1 次までの範囲で、

$$\begin{aligned} I &\simeq \left\langle \left(1 + i \int_{-\infty}^t dt_1 H_T(t_1) \right) J(t) \left(1 - i \int_{-\infty}^t dt_2 H_T(t_2) \right) \right\rangle e^{\delta(t_1 - t_2)} \\ &= -i \int_{-\infty}^t dt' \langle [J(t), H_T(t')] \rangle e^{\delta t'}, \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

を得る。ここで、 $J(t)$ 、 $H_T(t)$ は H と H_3 によって時間発展しており、それぞれ、

$$H_T(t) = e^{i(H+H_3)t} H_T e^{-i(H+H_3)t}, \quad (\text{D.7})$$

$$J(t) = e^{i(H+H_3)t} J e^{-i(H+H_3)t}, \quad (\text{D.8})$$

で与えられる。相関関数 $\langle [\hat{J}(t), H(t')] \rangle$ は、温度 Green 関数

$$\Lambda(\tau) \equiv -t_F^2 \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \int_0^\beta d\tau \langle T_\tau b_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L}^\dagger(\tau) c_{\mathbf{p}\uparrow}(\tau) c_{\mathbf{p}\uparrow}^\dagger(0) b_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L}(0) \rangle, \quad (\text{D.9})$$

の解析接続によって得られる [93]。さらに、同時に 2 原子が遷移する過程を無視すると、

$$\begin{aligned} \Lambda(\tau) &\equiv t_F^2 \sum_{\mathbf{p}} \int_0^\beta d\tau \langle T_\tau c_{\mathbf{p}\uparrow}(\tau) c_{\mathbf{p}\uparrow}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau b_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L}(0) b_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L}^\dagger(\tau) \rangle \\ &= t_F^2 T \sum_{\mathbf{p}, \omega_n} G_{\mathbf{p}\uparrow}(i\omega_n) G_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L, 3}(i\omega_n + i\nu_n), \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

となる。ここで、

$$G_{\mathbf{p}, 3}(i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{p}} + \mu_3}, \quad (\text{D.11})$$

は $|3\rangle$ 状態の 1 粒子 Green 関数である。(D.10) 式における ω_n の和を実行すると、

$$\begin{aligned} \Lambda(i\nu_n) &= t_F^2 \sum_{\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{f(z) - f(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu_3)}{i\nu_n - \epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} + \mu_3 + z} A_{\mathbf{p}}(z) \\ &\simeq t_F^2 \sum_{\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{f(z)}{i\nu_n - \epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} + \mu_3 + z} A_{\mathbf{p}}(z), \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

となる。最後に、あらかじめ $|3\rangle$ 状態を占有する原子を無視した。これより、

$$\begin{aligned} \text{Im}\Lambda(i\nu_n \rightarrow \omega + i\delta) &= t_F^2 \sum_{\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} dz (-\pi) \delta(\omega - \epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} + \mu_3 + z) A_{\mathbf{p}}(z) \\ &\simeq -\pi t_F^2 \sum_{\mathbf{p}} f(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu_3 - \omega) A_{\mathbf{p}}(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu_3 - \omega), \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

を得る。

$|\uparrow\rangle$ と $|3\rangle$ のエネルギー差を考慮し、 $\Omega \equiv \omega_L - \phi$ と置くと、

$$\begin{aligned} I &= -2\text{Im}[\Lambda(i\nu_n \rightarrow \Omega + \mu - \mu_3 + i\delta)] \\ &= 2\pi t_F^2 \sum_{\mathbf{p}} A_{\mathbf{p}}(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu - \Omega) f(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu - \Omega), \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

となる。したがって、運動量分解された photoemission カレント $I(\Omega, p)$ は、

$$I(\Omega, p) = 2\pi t_F^2 A_{\mathbf{p}}(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu - \Omega) f(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu - \Omega), \quad (\text{D.15})$$

と書ける。

トラップの効果を LDA で取り込む。 $\mu \rightarrow \mu - V(r)$ と置き換えて、

$$I(\Omega, p, r) = 2\pi t_F^2 A_{\mathbf{p}}(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu(r) - \Omega, r) f(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu(r) - \Omega), \quad (\text{D.16})$$

であり、この空間平均を取ると、

$$I_{\text{ave}}(\Omega, p) = \frac{2\pi t_F^2}{4\pi R_F^3/3} \int d\mathbf{r} A_{\mathbf{p}}(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu(r) - \Omega, r) f(\epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu(r) - \Omega), \quad (\text{D.17})$$

となる。(D.17) 式右辺の $A_{\mathbf{p}}(\omega)$ の引数を参考に

$$S(p, \omega) = I_{\text{ave}}(\Omega \rightarrow \epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_L} - \mu - \omega, p), \quad (\text{D.18})$$

が求める photoemission スペクトルである。

^{40}K においては、 $\phi = 47$ MHz であり、波長 6 m 程度の電波であるから、運動量移行 q_L は無視できて、photoemission スペクトルの表式 (3.20) 式

$$S(p, \omega) = I_{\text{ave}}(\Omega \rightarrow \xi_p - \omega, p), \quad (\text{D.19})$$

を得る。

参考文献

- [1] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (Westview Press, Colorado, 1999).
- [2] J. R. Schrieffer, *Theory of Superconductivity* (Westview Press, Colorado, 1999).
- [3] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity: Second Edition* (Dover Publications, New York, 2004).
- [4] P. Lee, N. Nagaosa, and X. Wen, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 17 (2006).
- [5] Ø. Fischer, M. Kugler, I. Maggio-Aprile, C. Berthod, and C. Renner, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 353 (2007).
- [6] D. M. Eagles, *Phys. Rev.* **186**, 456 (1969).
- [7] A. J. Leggett, *Modern Trends in the Theory of Condensed Matter* (Springer, Berlin, 1960).
- [8] 大橋洋士: 「Fermi 粒子系超流動の物理 BCS-BEC クロスオーバーと新しい物質化学」(物性研究, 11月号(2005)).
- [9] M. Randeria, *Nature Physics* **6**, 561 (2010).
- [10] M. Holland, S. J. J. M. F. Kokkelmans, M. L. Chiofalo, and R. Walser, *Phys. Rev. Lett* **87**, 120406 (2001).
- [11] P. Nozières and S. Schmitt-Rink, *J. Low. Temp. Phys.* **59**, 195 (1985).
- [12] C. A. R. Sa de Melo, M. Randeria, and J. R. Engelbrecht, *Phys. Rev. Lett*, **71**, 3202 (1993).
- [13] E. Timmermans, K. Furuya, P. W. Milonni, and A. K. Kerman, *Phys. Lett. A* **285**, 228 (2001).
- [14] Y. Ohashi and A. Griffin, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 130402 (2002).
- [15] C. A. Regal, M. Greiner, and D. S. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 040403 (2004).
- [16] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, A. J. Kerman, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 120403 (2004).
- [17] J. Kinast, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, A. Turlapov, and J. E. Thomas, *Phys.*

- Rev. Lett. **92**, 150402 (2004).
- [18] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, Phys. Rev. Lett. **92**, 203201 (2004).
- [19] C. J. ペシック, H. スミス 著、町田一成 訳, 「ボーズ・アインシュタイン凝縮」 (吉岡書店, 京都, 2005), 4 章.
- [20] J. Yin, *Physics Reports* **430**, 1 (2006).
- [21] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics* **42**, 95 (2000).
- [22] C. J. ペシック, H. スミス 著、町田一成 訳, 「ボーズ・アインシュタイン凝縮」 (吉岡書店, 京都, 2005), 1 章.
- [23] S. Giorgini, S. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **80**, 1215 (2008).
- [24] I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger, Rev. Mod. Phys. **80**, 885 (2008).
- [25] W. Ketterle and M. W. Zwierlein, Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”, Course CLXIV, edited by M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon (IOS Press, Amsterdam 2008).
- [26] D. S. Jin, and C. A. Regal, Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”, Course CLXIV, edited by M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon (IOS Press, Amsterdam 2008).
- [27] C. A. Regal, D. S. Jin, Phys. Rev. Lett. **90**, 230404 (2003).
- [28] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Phys. Rev. Lett. **90**, 053201 (2003).
- [29] K. M. O’Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade, J. E. Thomas, *Science* **298**, 2179 (2002).
- [30] J. T. Stewart, C. A. Regal, and D. S. Jin, *Nature* **454**, 744 (2008).
- [31] J. P. Gaebler, J. T. Stewart, T. E. Drake and D. S. Jin, A. Perali, P. Pieri and G. C. Strinati, *Nature Physics* **6**, 569 (2010).
- [32] M. Feld, B. Fröhlich, E. Vogt, M. Koschorreck, and M. Köhl, *Nature* **480**, 75 (2011).
- [33] B. Fröhlich, M. Feld, E. Vogt, M. Koschorreck, W. Zwerger, and M. Köhl, Phys. Rev. Lett. **106**, 105301 (2011).
- [34] S. Nascimbène, N. Navon, K. J. Jiang, F. Chevy, and C. Salomon, *Nature* **463**, 1057 (2010).
- [35] S. Nascimbène, N. Navon, F. Chevy, and C. Salomon, New. J. Phys. **12**, 103026 (2010).
- [36] T.-L. Ho, and Q. Zhou, *Nature Physics* **6**, 131 (2010).

- [37] C. J. ペシィック, H. スミス 著、町田一成 訳, 「ボーズ・アインシュタイン凝縮」 (吉岡書店, 京都, 2005), 2 章.
- [38] A. Damascelli, Z. Hussain, and Z. Shen, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 473 (2003).
- [39] S. H. Pan, E. W. Hudson, and J. C. Davis, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 2992 (1998).
- [40] Ch. Renner, B. Revaz, J.-Y. Genoud, K. Kadowaki, and Ø. Fischer, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 149 (1998).
- [41] A. Perali, P. Pieri, G. C. Strinati, and C. Castellani, *Phys. Rev. B* **66**, 024510 (2002).
- [42] Y. Yanase and K. Yamada, *J. Phys. Soc. Jpn.* **70**, 1659 (2001).
- [43] J. M. Singer, M. H. Pedersen, T. Schneider, H. Beck, and H. -G. Matuttis, *Phys. Rev. B* **54**, 1286 (1996).
- [44] B. Janko, J. Maly, and K. Levin, *Phys. Rev. B* **56**, R11407 (1997).
- [45] D. Rohe and W. Metzner, *Phys. Rev. B* **63**, 224509 (2001).
- [46] A. Kampf and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev. B* **41**, 6399 (1990).
- [47] M. Randeria, N Trivedi, A. Moreo, and R. T. Scalettar, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2001 (1992).
- [48] D. Pines, *Z. Phys. B* **103**, 129 (1997).
- [49] Y. Yanase, *J. Phys. Soc. Jpn.* **75**, 124715 (2006)
- [50] A. T. Sommer, L. W. Cheuk, M. J. H. Ku, W. S. Bakr, and M. Zwierlein, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 045302 (2012).
- [51] S. Nascimbène, N. Navon, S. Pilati, F. Chevy, S. Giorgini, A. Georges, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 215303 (2011).
- [52] P. Pieri, L. Pisani, and G. C. Strinati, *Phys. Rev. B* **70**, 094508 (2004).
- [53] P. Pieri, L. Pisani, and G. C. Strinati, *Phys. Rev. B* **70**, 094508 (2004).
- [54] Q. Chen, and K. Levin, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 190402 (2009).
- [55] C. C. Chien, H. Guo, Y. He, and K. Levin, *Phys. Rev. A* **81**, 023622 (2010).
- [56] R. Haussmann, *Z. Phys. B : Condens. Matter* **91**, 291 (1993).
- [57] R. Haussmann, W. Rantner, S. Cerrito, and W. Zwerger, *Phys. Rev. A* **75**, 023610 (2007).
- [58] R. Haussmann, and W. Zwerger, *Phys. Rev. A* **78**, 063602 (2008).
- [59] R. Haussmann, M. Punk, and W. Zwerger, *Phys. Rev. A* **80**, 063612 (2009).
- [60] S. Tsuchiya, R. Watanabe, and Y. Ohashi, *Phys. Rev. A* **80**, 033613 (2009).
- [61] S. Tsuchiya, R. Watanabe, and Y. Ohashi, *Phys. Rev. A* **82**, 033629 (2010).
- [62] S. Tsuchiya, R. Watanabe, and Y. Ohashi, *Phys. Rev. A* **84**, 043647 (2011).
- [63] L. Luo, B. Clancy, J. Joseph, J. Kinast. and J. E. Thomas, *Phys. Rev. Lett.* **98**,

- 080402 (2007).
- [64] P. Magierski, G. Wlazlowski, A. Bulgac, and J. Drut, Phys. Rev. Lett. **103**, 210403 (2009).
- [65] S. Su, D. E. Sheely, J. Moreno, and M. Jarrell, Phys. Rev. A **81**, 051604(R), (2010).
- [66] H. Hu, X. Liu, P. D. Drummond, and H. Dong, Phys. Rev. Lett. **104**, 240407 (2010).
- [67] H. Hu, X.-J. Liu, and P. D. Drummond, New. J. Phys. **12**, 06038 (2010).
- [68] M. J. H. Ku, A. T. Sommer, W. Cheuk, and M. Zwierlein, *Science* **335**, 563 (2012).
- [69] R. Watanabe, S. Tsuchiya, and Y. Ohashi, Phys. Rev. A **82**, 043630 (2010), Phys. Rev. A **85**, 039908(E) (2012).
- [70] N. Fukushima, Y. Ohashi, E. Taylor, and A. Griffin, Phys. Rev. A **75**, 033609 (2007).
- [71] G. D. Mahan, *Many-Particle Physics* 3rd ed. (Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 2000), Chap. 3.
- [72] M. Randeria, in *Bose-Einstein Condensation*, edited by A. Griffin, D. W. Snoke, and S. Stringari (Cambridge University Press, New York, 1995).
- [73] H. T. C. Stoof, K. B. Gubbels, and D. B. M. Dickerscheid, *Ultracold Quantum Fields* (Springer, Dordrecht, 2009), Chap. 10.
- [74] $T \lesssim 0.2T_c$ で、 E_{SF} の収束を確認した。
- [75] C. J. ペシック, H. スミス 著、町田一成 訳, 「ボーズ・アインシュタイン凝縮」 (吉岡書店, 京都, 2005), 8 章.
- [76] C. J. ペシック, H. スミス 著、町田一成 訳, 「ボーズ・アインシュタイン凝縮」 (吉岡書店, 京都, 2005), 7 章.
- [77] R. Watanabe, S. Tsuchiya, and Y. Ohashi, Phys. Rev. A **86**, 063603 (2012).
- [78] C. J. ペシック, H. スミス 著、町田一成 訳, 「ボーズ・アインシュタイン凝縮」 (吉岡書店, 京都, 2005), 14 章.
- [79] Y. Ohashi, and A. Griffin, Phys. Rev. A **67**, 033603 (2003).
- [80] A. Perali, P. Pieri, L. Pisani, and G. C. Strinati, Phys. Rev. Lett. **92**, 220404 (2004).
- [81] T.-L. Ho, Phys. Rev. Lett. **92**, 090402 (2004).
- [82] S. A. Morgan, M. D. Lee, and K. Burnett, Phys. Rev. A **65**, 022706 (2002).
- [83] V. Pietila, Phys. Rev. A **86**, 023608 (2012).
- [84] S. N. Klimin, J. Tempere, and J. T. Devreese, New. J. Phys. **14**, 103044 (2012).

-
- [85] M. Randeria, J.-M. Duan, and L.-Y. Shieh, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 981 (1989).
- [86] 鈴木増雄, 統計力学 (現代物理学叢書), (岩波書店, 東京 2004 年), 2 章.
- [87] H. T. C. Stoof, K. B. Gubbels, and D. B. M. Dickerscheid, *Ultracold Quantum Fields* (Springer, Dordrecht, 2009), Chap. 15.
- [88] J. M. Kosterlitz, and D. J. Thouless, *J. Phys. C* **6**, 1181 (1973).
- [89] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard, *Nature* **441**, 1118 (2006).
- [90] S. S. Botelho, and C. A. R. Sá de Melo, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 040404 (2006).
- [91] 恒藤敏彦, 超伝導・超流動 (岩波講座 現代の物理学 17), (岩波書店, 東京 1993), 3 章.
- [92] Y. Ohashi, and A. Griffin, *Phys. Rev. A* **67**, 063612 (2003).
- [93] Gerald D. Mahan: *Many-Particle Physics* 3rd ed. (Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 2000), Chap. 8.