

学位論文 博士（理学）

半導体ナノ構造中の量子輸送現象における
スピン軌道相互作用の効果

平成 24 年度

慶應義塾大学大学院理工学研究科

横山 知大

目次

| | | |
|-------|---------------------|----|
| 第 1 章 | 序論 | 3 |
| 1.1 | メゾスコピック系 | 3 |
| 1.2 | 量子輸送と Landauer 公式 | 5 |
| 1.3 | 半導体中のスピン軌道相互作用 | 8 |
| 1.4 | 量子ドット | 14 |
| 1.5 | Josephson 接合 | 17 |
| 1.6 | 本論文の目的 | 21 |
| 第 2 章 | 半導体アンチドット構造 | 23 |
| 2.1 | はじめに | 23 |
| 2.2 | 2 次元電子系での部分波展開 | 24 |
| 2.3 | 外因性スピンホール効果 | 30 |
| 2.4 | Tight-Binding Model | 35 |
| 2.5 | ナノ構造におけるアンチドット構造 | 45 |
| 2.6 | 数値計算結果 | 47 |
| 2.7 | 本章のまとめ | 57 |
| 第 3 章 | 半導体量子ドット | 59 |
| 3.1 | はじめに | 59 |
| 3.2 | 2 準位モデル | 60 |
| 3.3 | スピン依存電気伝導度 | 64 |
| 3.4 | 近藤効果 | 68 |
| 3.5 | ポテンシャル構造のある量子ドット | 72 |
| 3.6 | 本章のまとめ | 77 |
| 第 4 章 | 磁場中の量子ドット | 79 |
| 4.1 | はじめに | 79 |

| | | |
|-------|--------------------------------|-----|
| 4.2 | 磁場中の 2 準位モデル | 80 |
| 4.3 | スピン依存電気伝導度 | 81 |
| 4.4 | ポテンシャル構造のある量子ドット | 85 |
| 4.5 | 本章のまとめ | 88 |
| 第 5 章 | 半導体ナノワイヤを用いた Josephson 接合 | 89 |
| 5.1 | はじめに | 89 |
| 5.2 | モデルと散乱行列 | 90 |
| 5.3 | 伝導チャンネルが $N = 1$ の場合 | 96 |
| 5.4 | 伝導チャンネルが $N = 2$ の場合 | 102 |
| 5.5 | 本章のまとめ | 108 |
| 第 6 章 | 結論 | 111 |
| 補遺 A | Hard-wall ポテンシャルにおける SO 相互作用 | 115 |
| 補遺 B | Tight-binding model の補足 | 119 |
| B.1 | 有限サイズにくり込まれたグリーン関数 | 119 |
| B.2 | リードの自己エネルギー | 120 |
| B.3 | 状態密度 | 123 |
| 補遺 C | 2 準位を持つ量子ドットの計算 | 129 |
| C.1 | グリーン関数 | 129 |
| C.2 | T 行列と電気伝導度 | 131 |
| C.3 | 自由エネルギー | 133 |
| 補遺 D | 弱磁場におけるハミルトニアン近似 | 135 |
| 補遺 E | Andreev 反射における位相 | 137 |
| 補遺 F | ランダムな散乱行列 \hat{S} の準備 | 139 |
| 参考文献 | | 141 |

第 1 章

序論

本章では、本論文で報告する研究の背景として、半導体メソスコピック系について説明する。特に、近年になって活発になり始めた半導体中のスピン軌道相互作用に起因する効果に関する先行研究について触れ、本研究の目的を述べる。最後に、本論文の構成を説明する。

1.1 メソスコピック系

現在の物理学におけるメソスコピック系物理学は「量子効果が現れる物理系を人工的に作製し、新奇の物理を測定・研究をする分野」ということができる。

メソスコピック (mesoscopic) という言葉はマクロスコピック (macroscopic) とミクロスコピック (microscopic) の中間の領域を指すもので、歴史的には、量子効果が物理現象に寄与する長さスケールの領域がおおよそメソスコピック系とされてきた。つまり、量子効果を得るためには電子の粒子性に加え、波動性も現れる系のサイズにしなければならず、そのサイズの系を研究する分野といえる。また、研究が進捗する過程で、着目する系のサイズに対して量子効果だけではなく、不純物などによる散乱が起こるのか、または起こらないのかが系の伝導特性を定性的に変えることが明らかになった。この前者のサイズスケールを拡散領域 (diffusive regime)、後者を弾道的領域 (ballistic regime) という。このように、何らかの特徴的長さ、例えば平均自由行程 l_e 、位相緩和長 l_ϕ 、Fermi 波長 λ_F など、に対して系のサイズを小さく、あるいは大きくすることで量子効果や電気伝導特性の研究が進められてきた。しかし、近年の微細加工技術、および高精度測定技術の発展と理論的理解の進展が相補的に結びつくことで、新奇の物理現象について「量子論レベルで空間的な境界条件を人工的に作り出して研究する」という側面が強くなっている [1]。

例えば、メソスコピック系における代表的な構造に量子ドットがある。量子ドットとは電子を Fermi 波長程度 (半導体中では $\sim 10 - 100\text{nm}$ のオーダー) のサイズで 3 次元的に閉じ込めた擬 0 次元構造で、離散的なエネルギー準位を形成する。量子ドットと伝導リードがボ

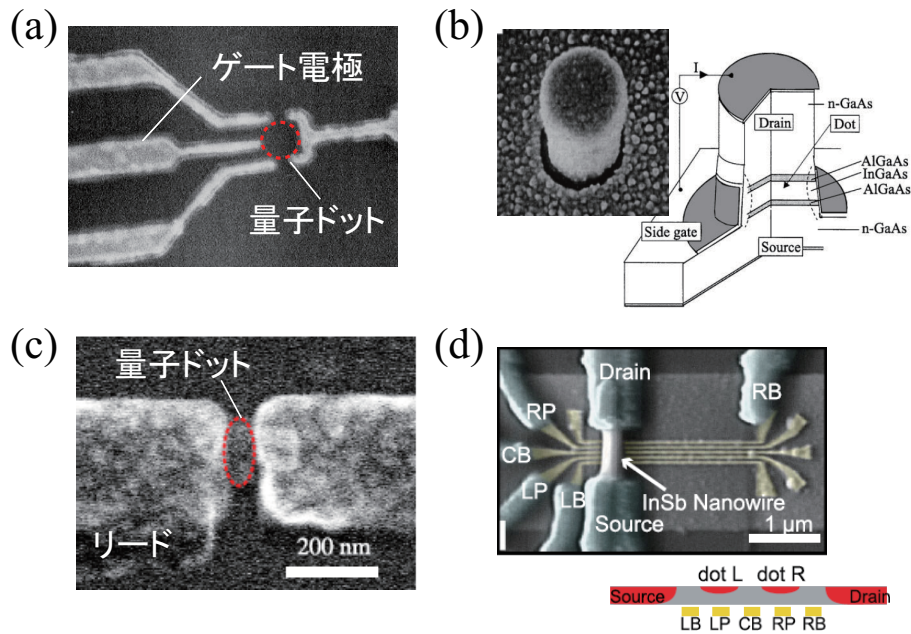


図 1.1 量子ドットの Scanning Electron Microscope 写真と模式図。(a) 横型量子ドット。半導体ヘテロ接合中の 2 次元電子系の上にゲート電極を作製することで形成される。写真は D. Goldhaber-Gordon, *et al.*, *Nature* **391**, 156 (1998) [3] より転載。(b) 縦型量子ドット。半導体ヘテロ接合のエッチングによって形成される。人工原子とも呼ばれる。写真は S. Tarucha, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2485 (2000) [6] より転載。(c) 自己形成型量子ドット。基板上に半導体の島を自己形成させることで作製される。量子ドット形成後に金属電極を接合する。写真は S. Takahashi, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 246801 (2010) [64] より転載。(d) ナノワイヤ量子ドット。金属電極上に結晶成長で作製した半導体ナノワイヤを置き、金属電極によるポテンシャルで量子ドットを形成する。写真は S. Nadj-Perge, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 166801 (2012) [73] より転載。

テンシャル障壁を介して結合した系を作製することができる。この系において伝導特性を測定することで、量子閉じ込め効果や量子ドット中の電子間相互作用の強さ、磁場に対する離散準位の構造変化などが調べられてきた。これらの研究を基に、量子ドットに閉じ込められた電子を不純物中の局在スピンと考えた近藤効果の研究への発展 [2, 3] や固体中の量子コンピュータにおける量子ビットへの応用を目指した電子スピン操作の研究 [4, 5] などが行われている。また、量子ドットの作製方法も研究の発展とともに多様性を持ち、(a) 半導体ヘテロ構造中の 2 次元電子系において電極のリソグラフィーによって形成される横型量子ドット、(b) 半導体ヘテロ構造をエッチングして作製される縦型量子ドット、(c) 基板上に自己形成で半導体の島を作製する自己形成型量子ドット、(d) 半導体ナノワイヤ中に外部電極によるポテンシャル障壁を導入したナノワイヤ量子ドットなどがある。以上の量子ドットの Scanning Electron Microscope 写真を図 1.1 に示した。このように、研究の多様化にともなって系の作製も多様となり、それぞれの利点を生かした研究が進められている。

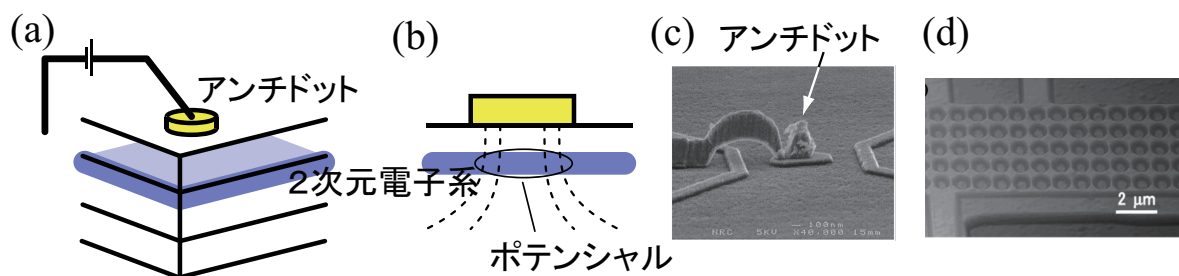


図 1.2 半導体アンチドット構造の模式図と写真。(a) は半導体ヘテロ構造中の 2 次元電子系の上に作製したアンチドット (金属電極) で、(b) はアンチドットによる 2 次元電子系中での人工ポテンシャル形成のイメージ。(c) はアンチドットを用いた実験の Scanning Electron Microscope 写真。中央の島がアンチドットである。写真は Y. Feng, *et al.*, *J. Vac. Sci. Technol. B* **17**, 3231 (1999) [7] より転載。(d) はアンチドット配列の実験の Atomic Force Microscope 写真。この実験では試料を直接削ることで電子の入れない領域 (斥力ポテンシャル) を作っている。この場合、ポテンシャルの強さを電気的に制御することはできない。写真は M. Kato, *Phys. Rev. B* **77**, 155318 (2008) [8] より転載。

その他、本論文で着目する構造の 1 つに半導体アンチドット構造がある。アンチドットとは図 1.2 に示したような 2 次元電子系の上に作製された金属電極で、電圧を印加することで 2 次元電子系に人工的なポテンシャルを形成することができる。アンチドットの実験では、単一の人工ポテンシャルにおける量子ホール効果のエッジ状態の研究や 2 次元系をエッチングによって削ったアンチドットの配列による人工的な結晶格子の作製などが行われている。

また、半導体ナノ構造に超伝導体を接合した系の作製が可能となり、近接効果によるナノ構造中の超伝導相関の効果や超伝導体接合を回路に組み込んだ系などが研究されている。最近では、擬 1 次元系である半導体ナノワイヤに超伝導体を接合した系において、Majorana fermion と呼ばれる新しい (準) 粒子を創り出す研究が注目を集めている。

このように、メゾスコピック系物理学は系のサイズに対する量子効果を研究する分野から新奇の量子効果を得るために系を様々にデザインする分野へと発展しているといえる。

1.2 量子輸送と Landauer 公式

メゾスコピック系では多種多様なナノ構造を用いた系が提案、作製されており、多くの系に共通の、または特定の系に固有の量子現象が研究されている。その際、多くの実験において系の電気伝導特性を測定することで研究が進められている。これは測定精度の高さに加え、以下で述べる Landauer 公式に基づく電気伝導度の議論がこれまでの様々なナノ構造に対する実験結果を良く説明してきたためである。本論文においても、半導体ナノ構造における量子輸送現象に着目し、その電気伝導特性を議論する。

Landauer 公式は量子的な輸送現象であるコヒーレント伝導の透過率 T と電気伝導度 G

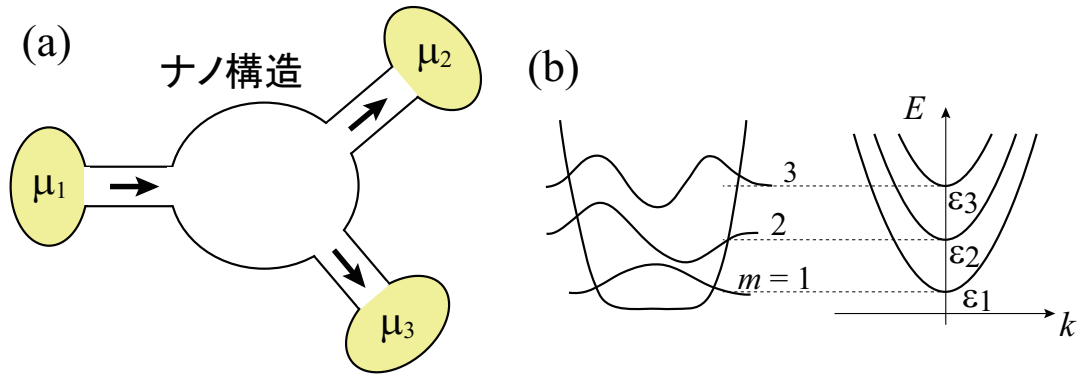


図 1.3 (a) メゾスコピック系の模式図。興味あるナノ構造が複数の理想的リードを介して粒子浴とつながっている。 μ_p は粒子浴の化学ポテンシャルである ($p = 1, 2, \dots$)。 (b) リードの断面図の模式図。量子閉じ込め効果によって垂直方向に定在波がたち、伝導チャンネル $m = 1, 2, \dots$ を形成している。右図は各チャンネルの分散関係を模式的に示したもの。

を関係づけるもので、線形応答理論における久保公式からも導出できる。ただし、メゾスコピック系において重要となる系のサイズ、または系に接続している端子と粒子浴の効果を取り入れている点が Landauer 公式と一般的な久保公式の違いである。想定するメゾスコピック系の模式図を図 1.3(a) に示す。興味あるナノ構造が複数の理想的なリードを介して粒子浴につながっている。粒子浴の化学ポテンシャルは μ_p とする ($p = 1, 2, \dots$)。系は絶対零度とみなせるほど十分に低温で、各粒子浴において、化学ポテンシャル以下の状態は電子が詰まっているとする。リード中では、量子閉じ込め効果によって図 1.3(b) のようにリードに対して垂直方向のエネルギー準位が離散化し、定在波がたっている。この定在波のことを (伝導) チャンネルといい、準位が低いものから $m = 1, 2, \dots$ とラベル付けする。

まずは簡単のために、系のリードの数は 2 本とし、それぞれ単一の伝導チャンネルを持つとする。ここで、リードと粒子浴に対して 3 つの仮定をする。1. 化学ポテンシャル μ_1 と $\mu_2 (< \mu_1)$ に対してリード中においてもエネルギー μ_2 以下の状態は全て占有されている。2. 粒子浴 1 (化学ポテンシャル μ_1) とナノ構造をつなぐリードにおいて、エネルギー μ_1 以下で右向きの電子の状態は全て占有されている。3. 各粒子浴は十分大きく、電子が 1 つ出入りしても平衡状態を保つ。粒子浴 1 から出た電子によって運ばれる電流は、ナノ構造の透過率を $T(E)$ として

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{e}{L} \sum_{k, \sigma=\pm} v_g f_1(E_k) T(E_k) = \frac{e}{L} \frac{L}{2\pi} \sum_{\sigma=\pm} \int dk \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_k}{\partial k} f_1 T(E_k) \\
 &= \frac{e}{h} \sum_{\sigma=\pm} \int_{-\infty}^{\mu_1} dE T(E)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

となる。ここで、 $e (< 0)$ は電子の電荷、 L は波動関数を 1 次元で規格化するときの長さ、 v_g

は群速度、 f_1 は粒子浴 1 の Fermi 分布関数である。 $\sigma = \pm$ はスピンを示す。粒子浴 2 から出た電子による電流 I_2 も同様に求められるので、系を流れる正味の電流は

$$I = I_1 - I_2 = \frac{e}{h} \sum_{\sigma=\pm} \int_{\mu_2}^{\mu_1} dE T(E) \simeq \frac{e^2}{h} \sum_{\sigma=\pm} T(E_F) \frac{\mu_1 - \mu_2}{e} \quad (1.2)$$

となる。2 つの化学ポテンシャルの差は十分小さく、 $\mu_1 \simeq \mu_2 \simeq E_F$ として透過率を Fermi エネルギー E_F における値で代表させた。ここで、電圧を $V = (\mu_1 - \mu_2)/e$ とすると、電気伝導度は

$$G = \frac{I}{V} = \frac{e^2}{h} \sum_{\sigma=\pm} T(E_F) \quad (1.3)$$

とできる。この (1.3) 式が Landauer 公式である [9]。Landauer 公式において、 $G_q \equiv e^2/h \simeq 3.87 \times 10^{-5} \text{S}$ を量子化コンダクタンスと呼ぶ。ここで、透過率 $T = 1$ においても有限の電気伝導度 (つまり、有限の電気抵抗) を持つ点がメソスコピック系におけるサイズの効果といえる。

次に、多端子、多チャンネルへ拡張する。粒子浴 p とナノ構造をつなぐリード (以下、リード p とする) 中の伝導チャンネル m から入射し、リード q 中のチャンネル n に透過する電子を考える。ナノ構造におけるチャンネル m から n への透過率を T_{nm} とすると、電流は

$$I_{nm} = \frac{e}{h} \sum_{\sigma=\pm} \int_{-\infty}^{\mu_p} dE T_{nm}(E) \quad (1.4)$$

とできる。粒子浴 p からナノ構造へ流れ込む正味の電流 I_p はリード p からナノ構造へ向かう全チャンネル m による電流から p 以外のリード q からリード p へ流れる電流を引いたものなので、

$$\begin{aligned} I_p &= \sum_{q(\neq p)} \sum_{n \in q, m \in p} I_{nm} - \sum_{q(\neq p)} \sum_{n \in q, m \in p} I_{mn} \\ &= \frac{e}{h} \sum_{\sigma} \sum_q \left(\int_{-\infty}^{\mu_p} dE \sum_{n \in q, m \in p} T_{nm}(E) - \int_{-\infty}^{\mu_q} dE \sum_{n \in q, m \in p} T_{mn}(E) \right) \end{aligned} \quad (1.5)$$

となる。ここで、電流保存より $\sum_p I_p = 0$ となっている。一番低い化学ポテンシャルを μ_0 とし、全ての粒子浴の化学ポテンシャルが μ_0 の場合 (つまり、電圧がかかっていない場合)、電流は 0 となるべきなので、

$$0 = \frac{e}{h} \sum_{\sigma, q} \left(\int_{-\infty}^{\mu_0} dE \sum_{n \in q, m \in p} T_{nm}(E) - \int_{-\infty}^{\mu_0} dE \sum_{n \in q, m \in p} T_{mn}(E) \right).$$

従って、被積分関数に対して

$$\sum_{\sigma, q} \sum_{nm} T_{nm}(E) = \sum_{\sigma, q} \sum_{nm} T_{mn}(E) \quad (1.6)$$

が成り立つ。この関係式を sum rule と呼ぶ。また、(1.5) 式から上記の式を引き、透過率を Fermi 面の値で代表させると $[T_{nm}(E) \simeq T_{nm}(E_F)]$ 、

$$I_p = \sum_q G_{qp} V_p - \sum_q G_{pq} V_q, \quad (1.7)$$

$$G_{qp} \equiv \sum_{\sigma} \sum_{mn} (e^2/h) T_{nm}(E_F), \quad (1.8)$$

$$V_p \equiv (\mu_p - \mu_0)/e \quad (1.9)$$

として Landauer 公式を多端子に拡張した Landauer-Büttiker 公式 (1.7) が求まる [10]。ここで、 G_{qp} はリード p から q への電気伝導度といえる。

本論文では多端子系を想定し、1 つの粒子浴の化学ポテンシャルを μ_S 、その他を $\mu_D (< \mu_S)$ として議論する。このときのリード S から他のリード ($D1$ とする) への (スピン依存) 電流 $I_{1,\sigma}$ は

$$I_{1,\sigma} \simeq \frac{e^2}{h} \sum_{m \in S, n \in D1} \frac{\mu_S - \mu_D}{e} T_{nm,\sigma}(E_F) \quad (1.10)$$

と、2 端子の場合 (1.2) と同様の式を得る。このとき、(スピン依存) 電気伝導度は

$$G_{1,\sigma} = \frac{e^2}{h} \sum_{mn} T_{nm,\sigma}(E_F) \quad (1.11)$$

とできる。

Landauer 公式 (1.3)、および Landauer-Büttiker 公式 (1.7) は電子間相互作用や非弾性散乱がある場合は適用できない。また、Landauer 公式を導出する際の仮定も、実験状況においてどのように満たされるのかは単純な問題ではない。にもかかわらず、様々なナノ構造の実験結果をよく説明し、量子ポイントコンタクトやメゾスコピックリングにおける Aharonov-Bohm 効果の解析など様々なナノ構造での量子輸送現象の議論に適用されている。

1.3 半導体中のスピン軌道相互作用

近年のメゾスコピック系では、上述した量子ビットへの応用を目指した電子スピンの操作の研究やスピン自由度を利用した新奇デバイスへの応用を目指したスピン偏極の生成とその制御などの研究が盛んに行われている。後者はスピンを用いたエレクトロニクスという意味で、スピントロニクスと呼ばれる [11]。スピントロニクスの重要な課題に半導体中での単電子スピン操作と半導体へのスピン注入がある。これらは、微小な磁石を用いた電子スピン共鳴の手法によるスピン操作や半導体に接合した強磁性体からのスピン注入などにより研究が進められている。しかし、集積化や効率改善などを考慮して、強磁性体や磁場を用いないス

ピン操作、注入の研究も進められている。その際に重要な役割を果たすのが半導体中のスピン軌道 (spin-orbit; SO) 相互作用である。

SO 相互作用は電子の運動とその電子が持つスピンの結合する 1 体の効果で、Dirac 方程式から直接導かれる相対論的效果である。SO 相互作用はスピン制御において位相緩和の原因となるので、定量的な理解が求められている。また、応用研究だけではなく基礎研究においても興味深い研究対象で、古くは Anderson 局在の問題における反局在効果や電子の伝導がスピンの位相に影響する Aharonov-Casher 効果、最近では、電流に対して垂直方向にスピン流が誘起されるスピンホール効果 (spin Hall effect) や固体表面にスピンヘリカルなエッジ状態が形成されるトポロジカル絶縁体などが研究されている。SO 相互作用は 1 体問題であるにも関わらず、このような多様な物理現象を引き起こすため、現在の物理学において最も注目されている効果の 1 つとなっている [12]。

1.3.1 Rashba 相互作用と Dresselhaus 相互作用

SO 相互作用は上述の通り、相対論的效果で真空中では非常に弱い。しかし、GaAs や InAs、InSb などの狭ギャップ半導体中では、バンドの効果によって有効的に増大されることが知られている [13]。\$k \cdot p\$ 摂動に基づく計算によると、伝導バンドにおける SO 相互作用はポテンシャル \$V\$ の勾配によって誘起され、

$$H_{\text{SO}} = \frac{\lambda_{\text{SO}}}{\hbar} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} \times \nabla V), \quad \lambda_{\text{SO}} \equiv \frac{P^2}{3} \left[\frac{1}{E_0^2} - \frac{1}{(E_0 + \Delta_0)^2} \right] \quad (1.12)$$

と与えられる。ここで、\$P\$ は伝導バンドと価電子バンドの間の \$\hbar p/m^*\$ の行列要素、\$E_0\$ は伝導バンドと価電子バンドの間のバンドギャップ、\$\Delta_0\$ は価電子バンドにおける全角運動量が \$j = 3/2\$ と \$j = 1/2\$ のバンド間のエネルギーである。これは Rashba の SO 相互作用 (または Rashba 相互作用) と呼ばれ [14]、真空中における SO 相互作用と同じ形である。このハミルトニアンでは、大雑把に言ってディラックの理論における粒子・反粒子のギャップが半導体中のバンドギャップに対応している。この伝導バンドにおける SO 相互作用は、(1.12) 式より、\$E_0\$ が小さい狭ギャップ半導体においてより顕著となり、真空中の SO 相互作用の強さ \$\lambda_{\text{SO}} = -\hbar^2/(4m_e^2 c^2)\$ に比べ \$10^4 \sim 10^6\$ 倍の強さとなる [13]。ここで、\$m_e\$ は真空中の電子の質量、\$c\$ は光速である。半導体ヘテロ構造における 2 次元電子系では、2 次元面 (\$xy\$ 平面) に垂直な外部電場 \$\mathcal{E}\$ によって Rashba 相互作用が誘起される。一様な電場の場合、ポテンシャルは \$V = e\mathcal{E}z\$ なので、(1.12) 式は

$$H_{\text{RSO}}^{(2\text{D})} = \frac{\alpha}{\hbar} (p_y \sigma_x - p_x \sigma_y) \quad (1.13)$$

となる。ここで、\$\alpha = e\mathcal{E}\lambda_{\text{SO}}\$ である。多くの先行研究では、(1.13) 式が Rashba 相互作用と呼ばれている。この SO 相互作用の利点は外部電場 \$\mathcal{E}\$ を調整することで、強さのパラメー

タ α を制御することが可能なことである。実際の実験では、2次元電子系の上に置いたゲート電極に電圧を加えることで、ポテンシャルの底に空間的な勾配を作る。いくつかの実験でゲート電圧の制御による α の値が報告されており [15–17]、InGaAs のヘテロ構造などで $\alpha = 0.5 \sim 5 \times 10^{-11}$ eVm という値が得られている。

半導体中では、Rashba 相互作用だけではなく結晶構造に起因した Dresselhaus の SO 相互作用 (または、Dresselhaus 相互作用) もはたらく [18]。III-V 族化合物半導体では空間反転対称性が破れているため、結晶が電場を作る。この電場によって SO 相互作用がはたらく。3次元のバルク半導体において、 x, y, z 軸をそれぞれ [100]、[010]、[001] 方向に選ぶと、Dresselhaus 相互作用は

$$H_{\text{DSO}} = \frac{\gamma}{\hbar} [p_x(p_y^2 - p_z^2)\sigma_x + p_y(p_z^2 - p_x^2)\sigma_y + p_z(p_x^2 - p_y^2)\sigma_z] \quad (1.14)$$

と与えられる。いま、[001] 方向に結晶成長したヘテロ構造における2次元電子系を考え、波動関数の z 方向の広がりに対して平均を取ると、

$$\begin{aligned} H_{\text{DSO}}^{(2\text{D})} &= \frac{\gamma}{\hbar} [p_x(p_y^2 - \langle p_z^2 \rangle)\sigma_x + p_y(\langle p_z^2 \rangle - p_x^2)\sigma_y] \\ &= \frac{\beta}{\hbar} (-p_x\sigma_x + p_y\sigma_y) + (\mathbf{p} \text{ の 3 次の項}) \end{aligned} \quad (1.15)$$

となる。ここで、 $\beta \equiv \gamma\langle p_z^2 \rangle$ 、 $\langle p_z \rangle = 0$ とした。GaAs では Rashba 相互作用と Dresselhaus 相互作用の強さは同程度である [19]。一方、InGaAs などでは Rashba 相互作用の方が Dresselhaus 相互作用より大きくなり得る。前述のように、Rashba 相互作用は外部電場 (ゲート電圧) によって強さを制御することができるが、Dresselhaus 相互作用は結晶構造に起因するため自由に制御することはできない。最近の研究では、2次元系における Rashba 相互作用 (1.13) を制御して Dresselhaus 相互作用 (1.15) と等しい強さにすることで、永久スピンヘリカル状態を作り出し、電子スピン緩和を完全に抑制するといった実験結果が報告されている [20]。

SO 相互作用は半導体中だけではなく、比較的原子番号の大きい原子を用いた金属においても実験が行われている。しかし、金属系では Fermi 波長が数Å程度であるのに対して、半導体中では 10nm から 100nm 程度のオーダーで、Fermi 波長程度のサイズでの系を作製しやすく、量子効果を制御できる。また、半導体の実験では、ナノ構造や外部電場を制御することで SO 相互作用の制御が可能である。以上の利点から、以下では半導体における SO 相互作用を考える。

1.3.2 スピンホール効果

SO 相互作用に起因する最も重要な現象の1つがスピンホール効果である。スピンホール効果とは、系を流れる電流に対して垂直方向に互いに逆向きのスピンが反対方向へ運動する

ことで、スピン流が誘起される現象である [図 1.4(a)]。これは電流に対して垂直方向に電圧が誘起される Hall 効果のスピン版 (零磁場だが) としてこのように呼ばれている。これは磁場に対して電荷の流れが変化する Hall 効果に対応して、電場によってスピンの流れが変化する関係にある。

スピンホール効果は内因性と外因性の 2 つに分けられる。内因性スピンホール効果は SO 相互作用のある固体中のバンド構造に起因する現象で、Murakami ら [21] と Sinova ら [22] によって別々に提案された。それぞれ議論しているバンドも機構も異なるが、どちらも SO 相互作用のある完全な結晶のバンドにおいて、電流を駆動させる電場による電子のドリフト運動にともなったスピンの変化として理解される。Murakami らによって提案された機構では、spherical 近似をおこなった Luttinger ハミルトニアン

$$H = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\left(\gamma_1 + \frac{5}{2}\gamma_2 \right) k^2 - 2\gamma_2 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{S})^2 \right] \quad (1.16)$$

で記述される heavy-hole バンドと light-hole バンドを考える。ドリフト電場 E_x によってホールがそれぞれのバンド内を運動するとき、運動量が $\hbar\dot{\mathbf{k}} = eE_x\hat{x}$ と変化する。このとき、 $\lambda = \mathbf{S} \cdot \mathbf{k}/k$ の値を保つようにスピン \mathbf{S} も変化し、スピンホール効果が現れる。この内因性スピンホール効果は Wunderlich らによる実験で観測されている [23]。彼らは発光ダイオードの構造を作り、スピンホール効果によってスピン偏極したホールと電子の再結合で放出される光の偏光を観測した。Murakami らの理論はバンド構造における幾何学的位相 (Berry 位相) に対する SO 相互作用の効果の議論に拡張され、現在のトポロジカル絶縁体の研究へ発展している [24, 25]。

一方、外因性スピンホール効果は不純物散乱に起因する現象で、D'yakonov と Perel によって理論的に提案された [26]。SO 相互作用は不純物ポテンシャルと共にスピんに依存した全ポテンシャルを形成する。不純物ポテンシャルが球対称だとする [$V(r); (r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$]。このとき、ポテンシャル V の勾配は SO 相互作用

$$H_{\text{SO}} = \frac{\lambda_{\text{SO}}}{\hbar} \boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{p} \times \nabla V(r)] = -\lambda_{\text{SO}} \frac{2}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \equiv V_1(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \quad (1.17)$$

を誘起する。ここで、 $\mathbf{l} = (\mathbf{r} \times \mathbf{p})/\hbar$ は軌道角運動量である。全ポテンシャルは $\tilde{V} = V + V_1(r)\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ となり、スピんに依存した異方性散乱を引き起こす。これが外因性スピンホール効果である [26–29]。このポテンシャル \tilde{V} は電子の向きを n から n' へ変えるスキュー散乱によって、スピンを $(n \times n')/|n \times n'|$ の向きに偏極させる [30, 31]。Kato らによって行われた GaAs の薄膜におけるスピンホール効果の実験では、薄膜 (厚さ $2\mu\text{m}$) にマイクロオーダーまで収束させたレーザーを当て、円偏光の Kerr 効果を用いて、スピンホール効果によって試料端に蓄積されたスピンによる磁化を測定している [32]。図 1.4(b) と (c) はそれぞれ Kato らの実験の模式図と結果である。細長い GaAs の薄膜の両端にスピンホール効果による互いに逆向きのスピン偏極が誘起され、そのスピン蓄積が測定されている。この実験

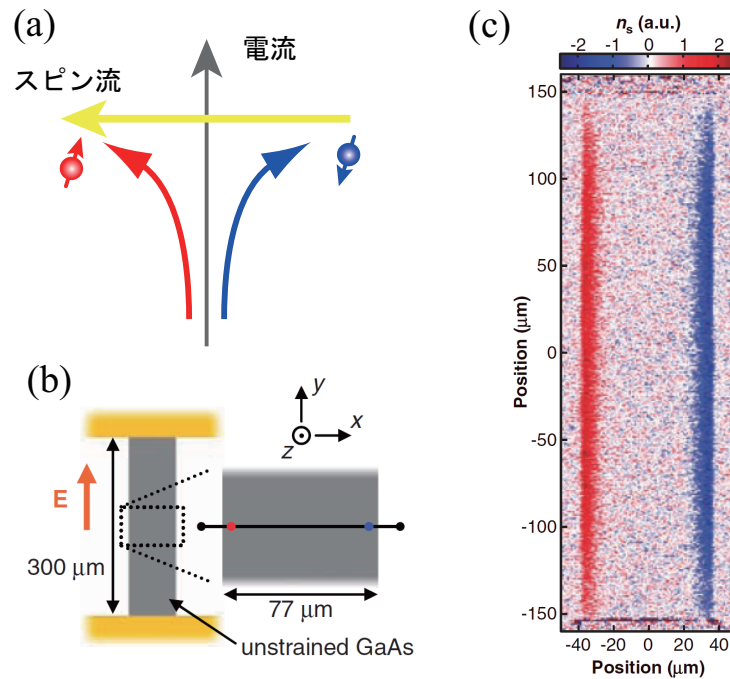


図 1.4 (a) スピンホール効果の模式図。アップスピンとダウンスピンがスピンの軌道相互作用によって逆向きに運動することで、電流に対して垂直方向にスピンの流が誘起される。(b) Kato らによって行われたスピンのホール効果検出の実験の模式図。細長い GaAs の薄膜に電流を流し、スピンのホール効果によって薄膜の端に生じたスピンの偏極を Karr 効果によって検出する。(c) Kato らの実験結果 [32]。薄膜の端に互いに逆向きのスピンの偏極が誘起されている。

は Engel らによって外因性スピンのホール効果として定量的な説明がなされている [29]。彼らは Si-doped GaAs(電子数密度 $n = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) において、正電荷を持つ不純物ポテンシャル

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon r} e^{-q_s r}$$

を考慮した。ここで、 $1/q_s$ は Thomas-Fermi の遮蔽長で $\sim 9 \text{ nm}$ である。計算は半古典的な Boltzmann 方程式によって行われ、スキュー散乱とサイドジャンプの寄与を調べている。

スピンのホール効果によるスピンの流は金属においても得られている [33]。また、驚くことに電流の流れない絶縁体においてもスピンの流が測定されており、完全にエネルギー散逸のないスピンの流が実現している [34]。スピンの流の検出はスピンのホール効果の逆過程である逆スピンのホール効果によって行われており [35]、スピントロニクスデバイスへの応用が期待されている。

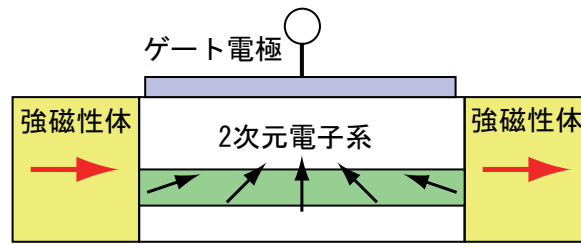


図 1.5 Datta と Das によって提案されたスピントランジスタの模式図 [36]。半導体ヘテロ構造に 2 つの強磁性体金属電極が接合されている。電子はヘテロ構造に形成された 2 次元電子系に入射される。2 次元電子系ではゲート電極による垂直電場によって誘起されたスピン軌道相互作用がはたらく。

1.3.3 ナノ構造におけるスピン軌道相互作用

Rashba の SO 相互作用 (1.13) は外部電場によって制御できるという利点を持ち、スピントロニクスデバイスへの応用でも注目されている。例えば、Datta と Das によって提案されたスピントランジスタがある [36]。その模式図を図 1.5 に示す。スピントランジスタは半導体ヘテロ構造中に形成される 2 次元電子系に 2 つの強磁性金属を接合した構造で、2 次元電子系にはゲート電極によって一様な垂直電場が印加される。接合された一方の強磁性体電極から 2 次元電子系にスピン偏極した電子が注入される。電子のスピンは 2 次元電子系における Rashba 相互作用 (1.13) に起因した有効磁場

$$B_{\text{SO}} \propto (\alpha/\hbar)(p_y, -p_x, 0) \quad (1.18)$$

によるスピンの歳差運動によって回転操作を受け、その後、他方の強磁性体電極へ出ていく。歳差運動によるスピン回転は 2 次元電子系の長さ L と強さのパラメータ α によって決まる。従って、透過するスピンの向きは外部電場、つまりゲート電圧によって制御できる。このとき、強磁性金属へ透過するスピンとその強磁性体の磁化が並行か反並行かで電気抵抗は異なるので、ゲート電圧によってデバイスの抵抗が制御され、トランジスタとしてはたらく。

しかし、強磁性金属から半導体へのスピン注入は接合界面を透過するとスピン偏極率が減衰する伝導率不整合 (conductivity mismatch) の問題のため、スピン注入の効率が 0.1% 程度と非常に低いことが知られている [37]。そこで、強磁性体を用いない半導体へのスピン注入、または半導体中でのスピン偏極の生成に関する研究がなされており、SO 相互作用を利用した様々な構造が提案されている。例えば、半導体ヘテロ構造における 3 重障壁の共鳴トンネルダイオード [38] や、非一様な SO 相互作用による Stern-Gerlach 実験に基づいた 3 端子デバイス [39]、量子ポイントコンタクトを用いたスピンフィルター [40–43]、スピンホール効果に基づいた多端子デバイス [44–55]、開放系量子ドットにおけるスピン偏極電流の生成 [56, 57]、メゾスコピックリングに量子ドットを埋め込んだスピンフィルター [58] などが

研究されている。Yamamoto と Kramer は半導体アンチドット構造を用いた 3 端子スピンフィルターを提案している [55]。このスピンフィルターでは、アンチドットによって形成される斥力ポテンシャルでの散乱に起因する外因性スピンホール効果を利用している。

1.4 量子ドット

本論文では、最初に半導体アンチドット構造におけるスピン偏極電流の生成を調べ、次いで量子ドット中の離散準位を介した共鳴トンネルによるスピン偏極電流の生成を議論する。そこで、本節では、量子ドットにおける電気伝導特性と量子ドット中の SO 相互作用に関する先行研究について述べる。

1.4.1 量子ドットの電気伝導特性

量子ドットは図 1.1 に示したような電子を Fermi 波長程度のサイズで 3 次元的に閉じ込めた擬 0 次元構造で、複数のリードと接続されている。量子ドット中では、量子閉じ込め効果によって離散的なエネルギー準位 ε_j が形成される。また、量子ドット中には電子が閉じ込められているので、電子間相互作用がはたらく。このクーロン斥力を一定値 U とした “constant interaction model” を考えると、電子数 N の場合の全エネルギーは

$$E_N = \sum_{i=1}^N \varepsilon_j + {}_N C_2 U \quad (1.19)$$

となる。 N 番目の電子を量子ドットに加えるために必要な静電化学ポテンシャル

$$\mu_N = E_N - E_{N-1} = \varepsilon_N + (N-1)U \quad (1.20)$$

がこの場合の量子準位となり、準位間隔は

$$\mu_N - \mu_{N-1} = \varepsilon_N - \varepsilon_{N-1} + U = \Delta\varepsilon_N + U \quad (1.21)$$

で与えられる。ここで、 $\Delta\varepsilon_n = \varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}$ は 1 電子の準位間隔である。量子ドットの静電ポテンシャルはゲート電圧によって上下することができる。量子ドットでは、図 1.6(a) に模式的に示したように、量子ドットの準位がリードの Fermi エネルギーと一致したときに、準位を介して一方のリードから他方のリードへ電子が透過するので、ゲート電圧を掃引すると準位間隔を反映した伝導特性が得られる。その際の電子の透過は 1. resonant tunneling, 2. sequential tunneling, 3. cotunneling に分けられる。

1. の resonant tunneling (共鳴トンネル) はリードと量子ドットの結合による離散準位の線幅 Γ より熱揺らぎ $k_B T$ が十分小さい低温領域で起こるコヒーレントな伝導である。このとき、電流は図 1.6(b) で模式的に示したように、ゲート電圧に対して多数のピーク構造を示

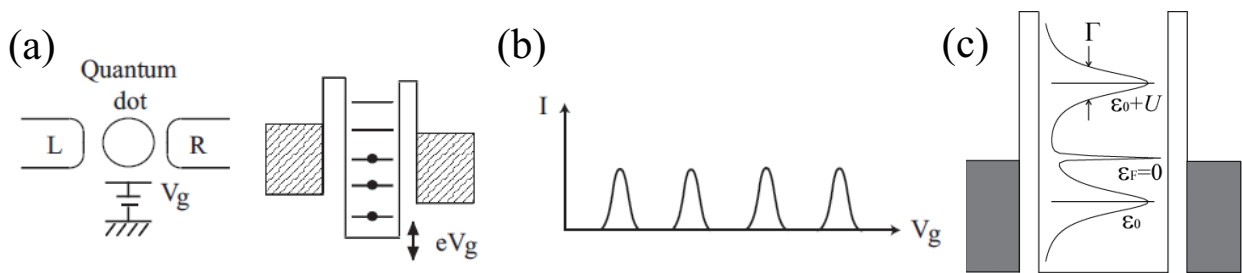


図 1.6 2 端子に接続された量子ドットの模式図。(a) 量子ドット中に離散準位が形成されている。これらの準位はゲート電圧 V_g によって上下される。(b) 量子ドットを流れる電流のゲート電圧依存性 (クーロン振動) の模式図。図は文献 [2] より転載。(c) 近藤効果による近藤共鳴準位の模式図。リード中の Fermi エネルギーと一致する高さに多体状態が形成されている。

す。これをクーロン振動 (Coulomb oscillation) と呼ぶ [59]。各ピークは Breit-Wigner 型の共鳴を示し、左右のリードによる結合が同じ強さの場合にピークの中で透過率 $T = 1$ を得る。

一方、2. の sequential tunneling は $k_B T \gg \Gamma$ の温度領域で現れる。このとき、電流のピーク構造の線幅は $k_B T$ 程度となる。この伝導は左のリードから量子ドットへ、量子ドットから右のリードへと、トンネルが順々に起こるインコヒーレントな伝導と理解できる。

クーロン振動におけるピーク間の領域では電流が抑制され、量子ドット中の電子数が良い量子数となっている。この領域をクーロンブロックエイド (Coulomb blockade) 領域と呼ぶ。クーロンブロックエイド領域では、量子力学における「仮想状態」を介した輸送過程が主な電気伝導への寄与を与える。量子ドットに電子を 1 つ加えるエネルギーを E^+ 、取り去るエネルギーを E^- とすると、クーロンブロックエイド領域では、 $E^\pm \gg k_B T, \Gamma$ となっている。量子ドットから 1 つの電子が右のリードへトンネルすると系のエネルギーは E^- だけ高くなるが、この状態は \hbar/E^- の時間だけ許される。その間に左のリードから電子が量子ドットに入れば、系のエネルギーは元に戻り、結果として左のリードから右のリードへ伝導したことになる。最初に電子が 1 つ入る過程でも同様に、 \hbar/E^+ の時間だけ許される仮想状態を介して伝導する。このような過程では 2 つ以上の電子が関与するため cotunneling と呼ばれる。

1.4.2 近藤効果

量子ドット中の電子数 N が奇数のクーロンブロックエイド領域では、十分低温の場合に近藤効果によって cotunneling による電気伝導度が増大する [2]。上述したように、cotunneling では、仮想状態を介して電子が伝導する。例えば、量子ドット中の電子数が $N = 1$ でその電子のスピンの場合を考える。仮想状態を介する cotunneling では、量子ドットから \uparrow スピンの電子がリードへ出て、 \downarrow スピンの電子が量子ドットに入る過程や、先に \downarrow スピンの

電子が量子ドットに入ってから \uparrow スピンがリードへ出る過程などがある。この 2 つの過程では、始状態と終状態でスピントリプルが生じている。このようなスピントリプル過程によって伝導電子が量子ドット中の局在スピンを遮蔽し、局在電子とリード中の Fermi の海の電子が反強磁性的に結合する。その結果、基底状態がスピン 1 重項である多体状態が量子ドット内に形成される。この多体状態は近藤 1 重項状態、そのエネルギー準位は近藤共鳴準位と呼ばれる。また、この状態の束縛エネルギー $k_B T_K$ は近藤温度と呼ばれる。図 1.6(c) は近藤共鳴準位の模式図で、リード中の Fermi 面と一致するエネルギーに形成される。そのため、この多体の共鳴準位を介した伝導が生じ、電気伝導度が増大する。これが量子ドットにおける近藤効果である [60]。

量子ドットにおける近藤効果は実験的にも観測されており [3]、他の系における現象をメゾスコピック系で実現し、様々なパラメータを制御しながら詳細な研究が行われている代表的な例となっている。

1.4.3 量子ドットにおける SO 相互作用の効果

最近の研究では、InAs や InSb で作製された横型量子ドット [61]、自己形成型量子ドット [62–66]、およびナノワイヤ型量子ドット [67–74] に対して電気伝導の実験が行われ、強い SO 相互作用が報告されている。

東京大学の Tarucha グループの実験では [63–66]、自己形成型の InAs 量子ドット [図 1.1(c)] に金属電極を接合した系の電流を測定し、磁場に対する離散準位のスペクトルを議論している。磁場中では、Zeeman 効果によって離散準位のスピン縮退が解ける。100nm–200nm 程度のサイズの量子ドットに磁場を数 T まで印加していくと、下の軌道の \downarrow スピンの準位 $|1 \downarrow\rangle$ と上の \uparrow スピンの準位 $|2 \uparrow\rangle$ が準位交差する (InAs の g -因子は $g < 0$)。しかし、量子ドット中に SO 相互作用 H_{SO} があると、2 つの準位は混成されて準位は反交差を示す。反交差の大きさは

$$\Delta_{SO} = |\langle 2 \uparrow | H_{SO} | 1 \downarrow \rangle| \quad (1.22)$$

で与えられ、実験結果から $\Delta_{SO} \simeq 0.2\text{meV}$ 程度と見積もられている。この値は InAs ナノワイヤ量子ドットに対してもおおそ同程度の値が報告されている [67, 70]。InSb ナノワイヤ量子ドットに対してもほぼ同程度で $\Delta_{SO} \simeq 0.23\text{meV}$ という値が見積もられている [73]。また、量子ドットの閉じ込めポテンシャルは一様ではないので、SO 相互作用による準位の混成、または反交差の大きさは磁場に対して異方性を示す。Takahashi らと Kanai らは Δ_{SO} の磁場方向依存性を議論し、 Δ_{SO} を $0 - 0.2\text{meV}$ 程度の範囲で制御している [64, 66]。

反交差 Δ_{SO} の異方性に加え、SO 相互作用による g -因子の異方性も報告されている [64, 65, 73, 74]。その他、スピントロニクス領域での SO 相互作用による漏れ電流 [70, 71, 73] や電場による単電子スピン操作 [61, 72, 73] など様々な効果が報告されている。

1.5 Josephson 接合

最近のメソスコピック系におけるもう 1 つのトピックに、半導体ナノ構造に超伝導体を接合した系におけるナノ構造中の超伝導電流に関する研究がある。超伝導体を常伝導体、または絶縁体に接合した系の研究自体は 1962 年の Josephson による先駆的な理論に端を発する長い歴史を持ち、超伝導体/絶縁体/超伝導体 (S/I/S) 接合における Josephson 効果や超伝導体/常伝導体 (S/N) 界面における Andreev 反射など多彩な量子効果が研究されてきた [75–77]。半導体ナノ構造を用いた Josephson 接合としては、1995 年頃から超伝導体を接合した半導体ヘテロ構造中の 2 次元電子系に量子ポイントコンタクトなどを導入することで実験が行われ、臨界電流の量子化などが測定されている [78]。最近では、図 1.1(c) に示した自己形成型量子ドットを用いた超伝導体/量子ドット/超伝導体 (S/QD/S) Josephson 接合 [79, 80] や図 1.1(d) の半導体ナノワイヤを用いた超伝導体/半導体ナノワイヤ/超伝導体 (S/NW/S) Josephson 接合 [81–83] における Josephson 効果が調べられている。

前節で述べたように、InAs や InSb で作製された量子ドットやナノワイヤ中では、強い SO 相互作用がはたらく。そのため、半導体ナノワイヤは SO 相互作用を利用したスピントロニクスデバイスや量子情報処理デバイスなどへの応用の観点からも注目されており、例えば、交流電場による単電子スピンの操作に基づく “spin-orbit qubit” の実験が行われている [72–74]。また、基礎研究においても、近接効果によって超伝導相関を導入した InSb ナノワイヤにおける Majorana fermion の探索など、極めて競争的な研究が進行している [84–87]。最近では、S/NW/S 接合の実験において、DC Josephson 電流での SO 相互作用に起因する効果に関する実験結果が Delft 工科大学の Kouwenhoven グループから報告されている [88]。本研究では、最近の実験結果 [88] を踏まえて、磁場中のナノワイヤを流れる Josephson 電流における SO 相互作用の効果について議論する。そこで、以下では、Josephson 接合における Andreev 束縛状態と Josephson 電流について説明する。

1.5.1 DC Josephson 電流

DC Josephson 電流は常伝導体や絶縁体を超伝導体で挟んだ Josephson 接合において流れる超伝導電流である。ここでは、超伝導体/常伝導体/超伝導体 (S/N/S) Josephson 接合を考える。超伝導体は s 波とする。S/N/S 接合中では、2 つの N/S 界面において Andreev 反射が起きる [76]。図 1.7 に S/N/S 接合における 2 つの Andreev 反射と超伝導電流の関係を模式的に示した。Andreev 反射は界面に入射された電子がホールとなって反射される現象である (反射の際に、電子とホールのスピン状態も反転する。S/N/S 接合ではスピン状態は縮退しており、陽には考えない)。その際、超伝導体側に 1 つの Cooper 対が生成される。逆に、ホールが入射される場合、超伝導体内の Cooper 対が 1 つ消滅し、ホールは電子となっ

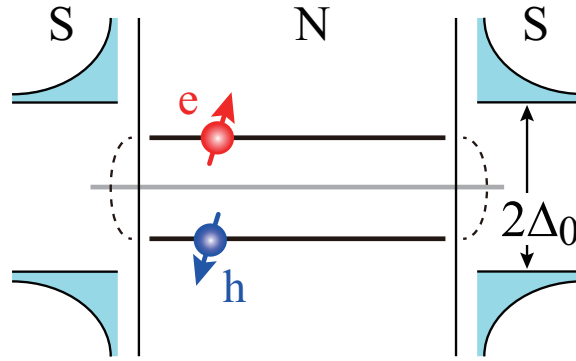


図 1.7 超伝導体/常伝導体/超伝導体 (S/N/S) Josephson 接合の模式図。左右の N/S 界面における Andreev 反射によって、常伝導領域に Andreev 束縛状態が形成されている。 Δ_0 は超伝導体のペアポテンシャルの大きさ。

て反射される。その結果、常伝導体中に電子とホールがコヒーレントに結合した状態が形成される。この状態を Andreev 束縛状態と呼び、超伝導ギャップ Δ_0 内のエネルギーに離散的な準位 E_n を持つ ($|E_n| \leq \Delta_0$)。また、この離散準位を Andreev 準位という。Andreev 準位の数 は常伝導領域でのコヒーレント長 ξ に対して常伝導領域の長さ L が十分短い場合と長い場合で異なる。前者を短い接合 (short junction)、後者を長い接合 (long junction) という。コヒーレント長は不純物のないバリスティックな場合には $\xi = \hbar v_F / (\pi \Delta_0) \equiv \xi_0$ で与えられ、不純物散乱が強い場合は $\xi = (\xi_0 l)^{1/2}$ となる。ここで、 v_F は常伝導体中の Fermi 速度、 l は平均自由行程である。バリスティックな場合、伝導チャンネル数 N の長い接合における Andreev 準位の数 はスピンと準位の正負を考慮しておおよそ $4N(L/\xi_0)$ で与えられる。一方、短い接合の場合は $4N$ 個となる。

短い接合の場合、接合の基底状態のエネルギーにおける超伝導体間の位相差 φ に依存する部分は正の Andreev 準位を足し上げることによって求めることができる [89, 90]。位相 φ が有限のとき、Andreev 束縛状態によって Cooper 対が運ばれて超伝導電流 $I(\varphi)$ が流れる [90–93]。Beenakker はペアポテンシャル Δ_0 の常伝導体への染み出しが無視できる場合に Josephson 電流を計算した。常伝導体での電子の透過率 T_n ($n = 1, 2, \dots, N$ は常伝導領域での伝導チャンネル) を用いて、Josephson 電流が

$$I(\varphi) = \frac{e\Delta_0}{2\hbar} \sum_{n=1}^N \frac{T_n \sin \varphi}{[1 - T_n \sin^2(\varphi/2)]^{1/2}} \quad (1.23)$$

と表せることを示した [90]。Furusaki と Tsukada は Andreev 反射の反射係数を用いて Josephson 電流 $I(\varphi)$ を計算し、(1.23) 式と等価な表式を得ている [92, 93]。

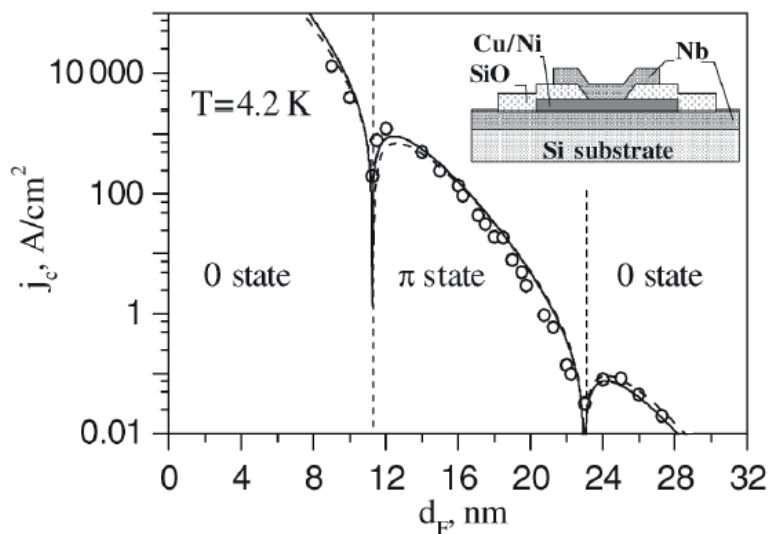


図 1.8 Oboznov らによる超伝導体/強磁性体/超伝導体 Josephson 接合の実験結果 [98]。横軸は強磁性体層の厚さ、縦軸は臨界電流である。強磁性体を厚くしていくと、臨界電流の振動がみられる。Inset は系の模式図。

1.5.2 $0-\pi$ 転移と臨界電流の振動

常伝導体部分に強磁性体を用いた、超伝導体/強磁性体/超伝導体 (S/F/S) Josephson 接合では、超伝導相関と磁性の競合によって、 $0-\pi$ 転移と呼ばれる興味深い現象が現れる [94–98]。

S/N/S 接合の場合、接合の Helmholtz 自由エネルギーは超伝導体間の位相差 $\varphi = 0$ において最少となる。この状態を 0 状態、あるいは 0 接合という。これは $\varphi = 0$ のときに Cooper 対の移動が釣り合っていて、超伝導電流が流れないことを意味している。一方、S/F/S 接合の場合、強磁性体層の厚さが小さければ、ほとんど磁性の効果は無視でき、 0 状態のみである。磁性体層を徐々に厚くしていくと、あるとき自由エネルギーが最少となる位相が $\varphi = 0$ から π に不連続に移る。この状態を π 状態、または π 接合と呼ぶ。また、 0 状態から π 状態へ変わる現象を $0-\pi$ 転移という。 $0-\pi$ 転移を超伝導体側から見た議論では、強磁性体の交換磁場による Zeeman 分裂によって Cooper 対の重心運動量が 0 からシフトし、秩序パラメータが強磁性体中で振動することで説明される。一方、Andreev 束縛状態から見ると、電子とホールが常伝導領域を移動する際に Zeeman 分裂によるスピンの依存した位相を得ることで説明される [99]。Andreev 束縛状態のスピンを考慮すると、 \uparrow スピンの電子と \downarrow スピンのホールが結合した状態と、 \downarrow スピンの電子と \uparrow スピンのホールが結合した状態がある。そのため、強磁性体中ではスピンに依存した Andreev 準位となる。Andreev 準位は基底状態のエネルギーを与えるため、強磁性体の厚さにともなって基底状態のエネルギーが変化し、 π 状態が現れる。

$0-\pi$ 転移は実験においても、強磁性体層の厚さを少しずつ変えたサンプルに対して超伝導電流の臨界電流を測定することで確かめられている。図 1.8 はその実験結果である [98]。強磁性体を厚くしていくと、臨界電流は図中で単調に減少していく。しかし、ある厚さにおいて臨界電流は急激に減少した後、増大して元の単調減少の振る舞いに戻る。この単調減少は磁性とは関係のない抵抗の増大に起因すると考えられる。一方、振動の振る舞いは磁性と超伝導相関の競合によるもので、急激に減少して増加するカスプの点で $0-\pi$ 転移が起きている。この振動に似た臨界電流の振る舞いは S/NW/S 接合に外部磁場を印加することでも得られている [88]。

1.5.3 SO 相互作用と異常 Josephson 電流

DC Josephson 効果における SO 相互作用の影響は比較的最近になって理論的に研究され始め、実験での検証が待たれている。SO 相互作用の効果は様々な Josephson 接合に対して議論されており、例えば、磁性不純物をドーピングした金属 [100] や半導体ヘテロ構造における 2 次元電子系 [101–109]、開放系量子ドット [110]、トンネル障壁を持つ量子ドット [111–116]、カーボンナノチューブ [117]、量子細線または半導体ナノワイヤの擬 1 次元系 [118–120]、トポロジカル絶縁体 [121] などについて理論的に調べられている。また、Chtchelkatchev らは一般的な状況を想定した議論をしている [122]。

Chtchelkatchev らと Beri らは零磁場の場合に、Josephson 接合における SO 相互作用の効果を調べた [110, 122]。超伝導体間の位相差 φ があると、時間反転対称性が破られる。SO 相互作用がはたらく場合、 φ による時間反転対称性の破れによって Andreev 準位の Kramers 縮退が解け、スピン分裂が得られる。しかし、短い接合では、SO 相互作用と有限の位相 $\varphi (\neq 0)$ による Andreev 準位の分裂は、通常得られない。この場合、(1.23) 式で与えられる超伝導電流は SO 相互作用の影響を受けない。

磁場が印加され、接合の常伝導体部分に SO 相互作用と Zeeman 効果の両方が共存する場合、Josephson 電流がこれまでと定性的に異なる振る舞いを示すことが期待される。いくつかの先行研究では、SO 相互作用と Zeeman 効果による $\varphi = 0$ での有限の超伝導電流が議論されている [100, 102–104, 106, 113, 118, 121]。これは異常 Josephson 電流と呼ばれ、電流位相関係において位相の原点がシフトして $I(\varphi) \sim \sin(\varphi - \varphi_0)$ となることと関連付けて調べられている。この電流位相関係は接合の自由エネルギーが $\varphi = \varphi_0 (\neq 0, \pi)$ で最少となることを意味しており、この状態は φ_0 状態と呼ばれる。上記の先行研究では、常伝導体部分の長さ L がコヒーレント長 ξ より十分長いと同程度以上と想定して、異常 Josephson 電流が議論されている。Krive らは量子細線を用いた Josephson 接合を考え、伝導チャンネルが少ない場合での異常 Josephson 電流を調べている。彼らは長い接合 ($L \gg \xi$) を想定し、特に、量子細線中に伝導チャンネルが 1 つだけある場合に大きな異常 Josephson 電流を得てい

る [118]。また、Reynoso らは量子ポイントコンタクトを導入した長さが $L \gtrsim \xi$ の 2 次元電子系の Josephson 接合を考えた [102, 103]。彼らは異常 Josephson 電流に加え、量子ポイントコンタクトによる伝導チャンネルが 2 つ以上に制御されたときに臨界電流が超伝導電流の向きに依存する結果を得た。これは $I(\varphi) \sim \sin(\varphi - \varphi_0)$ という電流位相関係では説明できない。

InSb ナノワイヤを用いた S/NW/S 接合の実験では、磁場中での臨界電流を測定している [88]。磁場はナノワイヤに対して平行に印加され、ナノワイヤの長さと同位相長の関係は $L \gtrsim \xi$ と見積もられている。磁場を印加していくと、臨界電流の振動の振る舞いに加え、正方向の電流の臨界電流と負方向の臨界電流に差が見られる。この結果は InSb における強い SO 相互作用に起因すると考えられる。しかし、異常 Josephson 電流の測定は行われていない。また、その他の最近の実験において、 φ_0 状態を示唆する結果が報告されている [123]。

1.6 本論文の目的

本論文では、スピン軌道 (SO) 相互作用が強くはたらく半導体ナノ構造における量子輸送現象を議論する。最初に、半導体アンチドット構造や 3 端子に接続された量子ドットを考える。これらのナノ構造では様々なパラメータの制御性が良いため、電気伝導特性を詳細に調べることができる。そこで、ナノ構造中の SO 相互作用に起因するスピン依存伝導について調べ、スピン偏極電流の生成機構を明らかにする。これらの人工構造を 1 つの「散乱体」として考えることで、ナノ構造中でのスピン偏極電流の生成を「外因性スピンホール効果」として議論する。特に、ナノ構造中で起こる共鳴現象に着目し、共鳴現象によって「スピンホール効果」が著しく増大することを示す。このとき、ナノ構造におけるスピン偏極電流の生成が共通の物理として理解できることを明らかにする。次に、強い SO 相互作用がはたらく半導体ナノワイヤに s 波超伝導体を接合した Josephson 接合を考える。ナノワイヤ中の超伝導電流を調べ、DC Josephson 効果における SO 相互作用の影響を明らかにする。

最初に、半導体ヘテロ構造中の無限に広い 2 次元電子系にアンチドット構造や STM チップなどによって単一の人工ポテンシャルが形成された系を考え、単一のポテンシャルによる外因性スピンホール効果を調べる。特に、引力の場合に形成される仮想的束縛状態を介した共鳴散乱に着目する。この共鳴散乱付近で外因性スピンホール効果によるスピン偏極が著しく増大することを明らかにする。また、T 型の 3 端子ナノ構造に単一の人工ポテンシャルを導入した系を考え、数値シミュレーションによってスピン偏極の増大を評価する。

次に、量子ドットにおける共鳴現象として、量子ドット中の離散準位を介した共鳴トンネルに着目する。SO 相互作用のある量子ドットがトンネル結合によって $N (\geq 3)$ 本の伝導リードに接続された系を考え、SO 相互作用によるスピンの依存した伝導を調べる。1 つの

リードからスピン偏極していない電子が量子ドットに入射されるとし、その他のリードにおけるスピン偏極電流の生成を明らかにする。さらに、このスピン偏極電流の生成が「量子ドットによる外因性スピンホール効果」として理解できることを示す。また、クーロンブロッケイド領域を考え、近藤効果によって形成される多体の共鳴準位を介したスピン依存伝導を調べる。この多体の共鳴準位による「スピンホール効果」を明らかにする。

量子ドットに磁場を印加した場合を考える。弱磁場として Zeeman 効果を見捨てる場合に、SO 相互作用と磁場による軌道磁性に起因したスピン依存伝導を調べる。このとき、2 端子系においても「スピンホール効果」によってスピン偏極電流が生成されることを明らかにする。

最後に、超伝導体/半導体ナノワイヤ/超伝導体 Josephson 接合を考える。短い接合の場合に、擬 1 次元のナノワイヤ中に形成される Andreev 束縛状態とその束縛状態を介した超伝導電流を調べ、DC Josephson 電流における SO 相互作用の効果を明らかにする。特に、ナノワイヤに平行な磁場によって時間反転対称性が破れた場合を調べ、ナノワイヤ中の SO 相互作用と Zeeman 効果によって異常 Josephson 電流、および臨界電流の電流方向依存性という特異な量子輸送が誘起されることを明らかにする。異常 Josephson 電流は接合が φ_0 状態にあることを意味する。この φ_0 状態に対する「 $0-\pi$ 転移」を明らかにする。

本論文の構成は以下の通りである。第 1 章では、序論としてメゾスコピック系における先行研究、特に、スピン軌道相互作用に関する研究について述べた。第 2 章では、半導体アンチドット構造における外因性スピンホール効果について議論する。2.1 節で第 2 章の研究背景を述べる。2.2 節で 2 次元系の部分波展開を説明し、2.3 節でアンチドットによる人工ポテンシャルが引力の井戸型ポテンシャルとしてスピンホール効果を調べる。2.4 節では、数値シミュレーションで用いる tight-binding model を説明する。2.5 節、2.6 節では T 型 3 端子ナノ構造にアンチドットを導入した系のモデルと計算結果を述べる。2.7 節は第 2 章のまとめである。第 3 章では、3 端子に接続された量子ドットにおけるスピン依存伝導を議論する。3.1 節で第 3 章の研究背景を述べる。3.2 節で 2 準位モデルと電気伝導度の計算方法について述べ、3.3 節でその計算結果を議論する。3.4 節では、slave-boson 平均場近似を用いた近藤効果によるスピン依存伝導を議論する。3.5 節では量子ドットにおけるスピン依存伝導の数値シミュレーションを行う。3.6 節は第 3 章のまとめである。第 4 章では、磁場中の量子ドットにおけるスピン依存伝導を議論する。4.1 節で第 4 章の研究背景を述べる。4.2 節で 2 準位モデルへの磁場の導入を行い、4.3 節で電気伝導度の計算結果を議論する。4.4 節では数値シミュレーションを行う。4.5 節は第 4 章のまとめである。第 5 章では、半導体ナノワイヤ Josephson 接合を調べる。5.1 節で第 5 章の研究背景を述べる。5.2 節ではモデルと計算手法を述べ、5.3 節、5.4 節でそれぞれ解析的な結果と数値計算結果について議論する。5.5 節は第 5 章のまとめである。第 6 章は本論文の結論を述べる。

第 2 章

半導体アンチドット構造

本章では、半導体アンチドット構造における、スピン軌道 (Spin-Orbit; SO) 相互作用に起因したスピン依存伝導について調べる。アンチドットや STM チップによって 2 次元電子系に形成される人工ポテンシャルを考え、単一のポテンシャルによる外因性スピンホール効果を調べる。人工ポテンシャルでは様々なパラメータが制御できるので、ポテンシャルの大きさや強さ、引力・斥力などを制御しながら外因性スピンホール効果の詳細を明らかにする。

2.1 はじめに

1.3 節で述べたように、スピンホール効果は電流に対して垂直方向にスピン流が誘起される現象で、強磁性体を用いないスピン偏極の生成やスピン注入への応用が期待される。散乱に起因したものを外因性スピンホール効果といい、半導体 [32] や金属中 [33] の不純物散乱による外因性スピンホール効果の実験が行われている。また、GaAs の実験に対しては Engel らによって半古典的な Boltzmann 方程式を用いた定量的な説明がなされている [29]。

本章では、半導体ナノ構造における散乱を人工的に制御することで、外因性スピンホール効果に起因したスピン偏極の制御について調べる。ナノ構造中のスピンホール効果を利用したスピフィルターが提案されている [44–55]。Yamamoto と Kramer はアンチドット構造による人工ポテンシャルを導入した T 型の 3 端子スピフィルターを提案した。彼らは斥力の場合に着目し、外因性スピンホール効果に起因したスピン偏極電流の生成を調べた [55]。

本論文では、人工ポテンシャルが引力の場合に着目する。引力ポテンシャルは金属電極や STM チップに正の電圧を印加することで形成される。最初に、無限に広い 2 次元電子系にアンチドット構造や STM チップなどによって形成される人工ポテンシャルが 1 つある場合を考える。軸対称なポテンシャルに対して部分波展開を用い、外因性スピンホール効果を量子力学的に定式化する。引力の場合、仮想的束縛状態を介した共鳴散乱による外因性スピンホール効果を明らかにする。次に、アンチドット構造を持った T 型の 3 端子ナノ構造を考え

る。Tight-binding model を用いてスピんに依存した電気伝導度を計算し、共鳴散乱によるスピン偏極生成を評価する。さらに、実際の実験で考えられる人工ポテンシャルが歪んだ場合の影響についても調べる。

2.2 2次元電子系での部分波展開

2.2.1 モデル

半導体ヘテロ構造において形成される無限に広い2次元電子系 (xy 平面) に1つのアンチドット構造による z 軸対称な人工ポテンシャル $V = V(r)$ [$r = \sqrt{x^2 + y^2}$] がある系を考える。この $V(r)$ は格子定数に比べ十分に滑らかに変化すると仮定し、有効質量近似が成り立つとする。InAs や InSb などの狭ギャップ半導体では、ポテンシャル勾配にともなって強い SO 相互作用がはたらく [13]。ポテンシャル $V = V(r)$ に対して、SO 相互作用は

$$H_{\text{SO}} = \frac{\lambda_{\text{SO}}}{\hbar} \boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{p} \times \nabla V(r)] = -\lambda_{\text{SO}} \frac{2}{r} \frac{dV}{dr} l_z s_z \equiv V_1(r) l_z s_z \quad (2.1)$$

となる。 $l_z = xp_y - yp_x$ は軌道角運動量の z 成分。SO 相互作用も含めたハミルトニアンは

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + V(r) + H_{\text{SO}} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta + V(r) + V_1(r) l_z s_z \quad (2.2)$$

と書かれる。ここで、 m^* は電子の有効質量である。このとき、第2項と第3項の和はスピんに依存した散乱ポテンシャル \tilde{V} とみなすことができる、

$$\tilde{V}(r) = V(r) \pm \frac{1}{2} V_1(r) l_z. \quad (2.3)$$

\pm はスピンの z 成分 $s_z = \pm 1/2$ に対応する。この全ポテンシャル (2.3) による散乱問題を2次元系に対する部分波展開を用いて記述し [30, 31, 128]、アンチドット構造における外因性スピンホール効果を議論する。 $\lambda_{\text{SO}} > 0$ で $|V|$ が単調に減少する場合、 V と V_1 は同符号である。従って、スピンの $s_z = +1/2$ の場合、 $l_z > 0$ の成分に対して散乱ポテンシャルは強められ、 $l_z < 0$ の成分に対して散乱ポテンシャルは弱められる。ダウンスピン $s_z = -1/2$ に対しては反対の効果が期待される。これが外因性スピンホール効果の原因となる。

半導体ヘテロ構造における2次元電子系では、垂直電場に起因する Rashba SO 相互作用 (1.13) がある場合について理論、実験の両面から多くの研究がなされている。しかし、以下では垂直電場はないものとして、人工ポテンシャルによるスピン軌道相互作用 (2.1) に起因したスピン依存伝導を調べる。また、半導体の結晶構造に起因する Dresselhaus SO 相互作用 (1.14) は無視できるとする。

2.2.2 部分波展開

2次元系でのハミルトニアン (2.2) を極座標表示すると

$$\begin{aligned} H &= -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta + \tilde{V}(r) \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{l_z^2}{r^2} \right] + V(r) + V_1(r) l_z s_z \end{aligned} \quad (2.4)$$

となる。 $l_z = -i\partial/\partial\theta$ である。また、ポテンシャルは無限遠において $V(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ となるとする。このとき、波動関数 ψ に対して動径方向と角度方向の変数分離

$$\psi(r, \theta) = R(r)\Theta(\theta)$$

を仮定する。電子のエネルギー E に対して波数 k を $E = \hbar^2 k^2 / (2m^*)$ とすると、Schrödinger 方程式は

$$\frac{1}{R_m^\pm} \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \right] + V(r) \pm \frac{1}{2} m V_1(r) \right\} R_m^\pm(r) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (2.5)$$

$$l_z \Theta_m(\theta) = m \Theta_m(\theta) \quad (2.6)$$

の2式に分離できる。角度方向の式 (2.6) の解は $\Theta_m(\theta) = e^{im\theta}$ である。従って、波動関数を $e^{im\theta}$ で展開する。ここで、上付きの \pm はスピン $s_z = \pm 1/2$ に対応する。動径方向の式 (2.5) を $x = kr$ で変数変換すると

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d}{dx} + 1 - \frac{m^2}{x^2} - \tilde{U}_m^\pm(x) \right] R_m^\pm(x) = 0 \quad (2.7)$$

となる。ここで、

$$\tilde{U}_m^\pm(x) \equiv \frac{2m^* k^2}{\hbar^2} \left\{ V(r) \pm \frac{1}{2} m V_1(r) \right\}$$

である。 $\tilde{U} = 0$ の領域で、(2.7) 式の解は Bessel 関数 $J_m(x)$ または Neumann 関数 $Y_m(x)$ となる。従って、その線形結合をとって、

$$R_m^\pm(x) = A_m^\pm J_m(x) + B_m^\pm Y_m(x) \quad (2.8)$$

とする。ここで、 $J_m(x)$ 、 $Y_m(x)$ はそれぞれ $x \rightarrow +\infty$ に対して

$$J_m(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos \left(x - \frac{2m+1}{4} \pi \right), \quad (2.9)$$

$$Y_m(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin \left(x - \frac{2m+1}{4} \pi \right). \quad (2.10)$$

また $x \rightarrow 0$ に対して

$$J_m(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{1}{m!} \left(\frac{x}{2}\right)^m, \quad (2.11)$$

$$Y_m(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \begin{cases} (2/\pi) \log(x/2) & (m=0) \\ -\{(m-1)!/\pi\} (2/x)^m & (m \geq 1) \end{cases} \quad (2.12)$$

である。従って、 $x \rightarrow +\infty$ における動径方向の波動関数を

$$R_m^\pm(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi x}} C_m^\pm \cos\left(x - \frac{2m+1}{4}\pi + \delta_m^\pm\right) \quad (2.13)$$

として、2次元系におけるスピンの依存した位相のずれ δ_m^\pm を定義する。この動径方向の波動関数の漸近形 (2.13) から、 $s_z = \pm 1/2$ の全波動関数は $kr \rightarrow +\infty$ において

$$\begin{aligned} \psi^\pm(r, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} R_m^\pm(r) e^{im\theta} \\ &\rightarrow \sum_m \frac{C_m^\pm}{\sqrt{2\pi kr}} e^{-i\delta_m^\pm} \left[e^{i\{kr - (2m+1)\pi/4 + 2\delta_m^\pm\}} + e^{-i\{kr - (2m+1)\pi/4\}} \right] e^{im\theta} \end{aligned} \quad (2.14)$$

となる。ここで、SO 相互作用は時間反転対称性を壊さないので、スピンの依存した全ポテンシャル (2.3) は

$$\tilde{V}_m^\pm(r) = \tilde{V}_{-m}^\mp(r) \quad \left(\tilde{V}_m^\pm \equiv V \pm \frac{1}{2}mV_1 \right) \quad (2.15)$$

となる。従って、スピンの依存した位相のずれは

$$\delta_m^\pm = \delta_{-m}^\mp \quad (2.16)$$

という関係を満たす。これは時間反転対称性から満たされる関係である。また、 S 波 ($m=0$) には SO 相互作用がはたらかないので、 $\delta_0^+ = \delta_0^- \equiv \delta_0$ とする。

次に、 xy 平面において $+x$ 方向に進む平面波の散乱を考える。入射波と散乱波は

$$\psi^\pm(r, \theta) = e^{ikx} + \frac{e^{i(kr+\pi/4)}}{\sqrt{r}} f^\pm(\theta) \quad (2.17)$$

と書ける。ここで、散乱波 $e^{i(kr+\pi/4)}$ に $1/\sqrt{r}$ の因子がかかっているが、これは $d\theta$ 方向の散乱面 (長さ) $rd\theta$ に確率が反比例するようになっているためである。また、後述の光学定理に対応するために、散乱波の位相に $\pi/4$ を導入している。ただし、この $\pi/4$ は物理量である散乱断面積 $\sigma^\pm(\theta)$ には現れない。入射波 e^{ikx} を $e^{im\theta}$ で展開する*1:

$$\begin{aligned} e^{ikx} &= e^{ikr \cos \theta} = e^{ikr \sin(\theta+\pi/2)} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(kr) e^{im(\theta+\pi/2)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m J_m(kr) e^{im\theta}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

*1 $e^{iz \sin \theta} = \sum_m J_m(z) e^{im\theta}$.

また、散乱振幅の部分波展開を

$$f^\pm(\theta) \equiv \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_m^\pm e^{im\theta} \quad (2.19)$$

と定義する。この2式を(2.17)式に代入すると、 $kr \rightarrow +\infty$ において

$$\begin{aligned} \psi^\pm(r, \theta) &\rightarrow \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[i^m \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cos \left(kr - \frac{2m+1}{4} \pi \right) + \frac{f_m^\pm}{\sqrt{r}} e^{i(kr+\pi/4)} \right] e^{im\theta} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi kr}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ i^m \left[e^{i\{kr-(2m+1)\pi/4\}} + e^{-i\{kr-(2m+1)\pi/4\}} \right] \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2\pi k} f_m^\pm e^{i(kr+\pi/4)} \right\} e^{im\theta} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi kr}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[\left(e^{-i\pi/4} + \sqrt{2\pi k} f_m^\pm e^{i\pi/4} \right) e^{ikr} + (-1)^m e^{i\pi/4} e^{-ikr} \right] e^{im\theta} \quad (2.20) \end{aligned}$$

と波動関数(2.17)の部分波 $e^{im\theta}$ による展開が求まる。

(2.14)式と(2.20)式の比較から部分波の散乱振幅 f_m^\pm を求めると

$$f_m^\pm = \frac{e^{2i\delta_m^\pm} - 1}{i\sqrt{2\pi k}} = \sqrt{\frac{2}{\pi k}} e^{i\delta_m^\pm} \sin \delta_m^\pm \quad (2.21)$$

となる。また、 S 行列とは

$$S_m^\pm = 1 + \sqrt{2\pi k} f_m^\pm = e^{2i\delta_m^\pm} \quad (2.22)$$

という関係がある。以上より、 $s_z = \pm 1/2$ の散乱振幅 $f^\pm(\theta)$ は

$$\begin{aligned} f^\pm(\theta) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_m^\pm e^{im\theta} = f_0^\pm + \sum_{m=-\infty}^{-1} f_m^\pm e^{im\theta} + \sum_{m=1}^{+\infty} f_m^\pm e^{im\theta} \\ &= f_0 + \sum_{m=1}^{+\infty} f_{-m}^\pm e^{-im\theta} + \sum_{m=1}^{+\infty} f_m^\pm e^{im\theta} \\ &= f_0 + \sum_{m=1}^{+\infty} \left[(f_m^\pm + f_m^\mp) \cos m\theta + i(f_m^\pm - f_m^\mp) \sin m\theta \right] \\ &= \frac{1}{i\sqrt{2\pi k}} \left[(e^{2i\delta_0} - 1) + \sum_{m=1}^{+\infty} (e^{2i\delta_m^+} + e^{2i\delta_m^-} - 2) \cos m\theta \right] \\ &\quad \pm \frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \sum_{m=1}^{+\infty} (e^{2i\delta_m^+} - e^{2i\delta_m^-}) \sin m\theta \\ &\equiv A \pm B \quad (2.23) \end{aligned}$$

と書くことができる。ここで、 $\delta_m^\pm = \delta_{-m}^\mp$ 、 $\delta_0^+ = \delta_0^- \equiv \delta_0$ より $f_m^\pm = f_{-m}^\mp$ 、 $f_0^+ = f_0^- \equiv f_0$ を用いた。以上より、 θ 方向の散乱波に対する z 方向のスピン偏極は

$$P_z(\theta) = \frac{|f^+|^2 - |f^-|^2}{|f^+|^2 + |f^-|^2} = \frac{2\text{Re}(AB^*)}{|A|^2 + |B|^2} \quad (2.24)$$

と求まる。(2.23) 式から、 $A(-\theta) = A(\theta)$ 、 $B(-\theta) = -B(\theta)$ なので、スピン偏極 P_z の角度依存性は $P_z(-\theta) = -P_z(\theta)$ となっている。これはアップスピンが右に散乱されたときには同じようにダウンスピンが左に散乱されることを示しており、時間反転対称性と系の軸対称から要請される対称性である。また、全散乱断面積 $\sigma^{\pm\text{tot}}$ は

$$\begin{aligned} \sigma^{\pm\text{tot}} &= \int_0^{2\pi} d\theta \sigma^\pm(\theta) = \int_0^{2\pi} d\theta |f^\pm(\theta)|^2 = \int_0^{2\pi} d\theta \sum_{m,m'} f_m^\pm f_{m'}^{\pm*} e^{i(m-m')\theta} \\ &= \sum_m \frac{1}{k} (e^{2i\delta_m^\pm} - 1)(e^{-2i\delta_m^\pm} - 1) = \frac{2}{k} \sum_m (1 - \cos 2\delta_m^\pm) \\ &= \frac{4}{k} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sin^2 \delta_m^\pm \end{aligned} \quad (2.25)$$

として求まる。ここで、この全散乱断面積 (2.25) と散乱振幅 (2.19) の間には光学定理

$$\sigma^{\pm\text{tot}} = \sqrt{\frac{8\pi}{k}} \sum_m \text{Im} f^\pm(0) \quad (2.26)$$

が成り立っている*2。

2.2.3 位相のずれ δ_m^\pm の決定

ハミルトニアン (2.4) より、2次元系では s_z が保存するのでアップスピンとダウンスピンについて分解して議論できる。従って、位相のずれも別々に決定すればよい。そこでこの節では、スピンを示す上付きの \pm は省略する。

位相のずれ δ_m は動径方向の波動関数 $R_m(r)$ の $kr \rightarrow +\infty$ における漸近形である (2.13) 式で定義される:

$$R_m(r) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} C_m \cos\left(kr - \frac{2m+1}{4}\pi + \delta_m\right).$$

$kr \rightarrow +\infty$ では、ポテンシャルが $V = 0$ と仮定しているので、

$$\begin{aligned} R_m(r) &= A_m J_m(kr) + B_m Y_m(kr) \\ &\rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \left[A_m \cos\left(kr - \frac{2m+1}{4}\pi\right) + B_m \sin\left(kr - \frac{2m+1}{4}\pi\right) \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

*2 (2.17) 式において位相因子 $\pi/4$ がない場合、 $f_m^\pm = (e^{2i\delta_m^\pm} - 1)/\sqrt{2i\pi k}$ となり、光学定理が成り立たない。

が動径方向の波動関数の解となっている。2式を比較すると、この係数 A_m, B_m と位相のずれ δ_m の間には

$$\tan \delta_m = -\frac{B_m}{A_m} \quad (2.28)$$

という関係がある。一方、ポテンシャルが $V \neq 0$ の領域では、 $R_m(r)$ が満たす方程式は

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k^2 - \frac{m^2}{r^2} - \frac{2m^*}{\hbar^2} V(r) \right] R_m(r) = 0 \quad (2.29)$$

である。この解をポテンシャルがない領域での波動関数 (2.27) との混同を避けるために $L_m(r)$ とする。

ポテンシャルの (有効) 半径を r_0 とし、 $r > r_0$ では $V = 0$ とできるとする。 $r \leq r_0$ の波動関数 $L_m(r)$ とその導関数 $L'_m(r)$ をそれぞれ $r \geq r_0$ の $R_m(r)$ 、 $R'_m(r)$ と $r = r_0$ で接続すると、(2.8) 式より

$$L_m(r_0) = A_m J_m(kr_0) + B_m Y_m(kr_0), \quad (2.30)$$

$$L'_m(r_0) = k A_m \frac{d}{d(kr)} J_m(kr_0) + k B_m \frac{d}{d(kr)} Y_m(kr_0) \quad (2.31)$$

と表わすことができる。この2式から

$$\begin{aligned} \frac{L'_m}{L_m} &= \frac{k \left[A_m \frac{d}{d(kr)} J_m(kr_0) + B_m \frac{d}{d(kr)} Y_m(kr_0) \right]}{A_m J_m(kr_0) + B_m Y_m(kr_0)} \\ &= \frac{k \left[J_{m-1}(kr_0) - J_{m+1}(kr_0) \right] + (B_m/A_m) \left[Y_{m-1}(kr_0) - Y_{m+1}(kr_0) \right]}{2 \left[J_m(kr_0) + (B_m/A_m) Y_m(kr_0) \right]} \\ &\equiv l_m \end{aligned} \quad (2.32)$$

とする。ここで、

$$\frac{d}{dx} J_m(x) = \frac{1}{2} [J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x)], \quad \frac{d}{dx} Y_m(x) = \frac{1}{2} [Y_{m-1}(x) - Y_{m+1}(x)]$$

を用いた。上式から (B_m/A_m) を求めると、位相のずれを決定する式

$$\tan \delta_m = \frac{2l_m J_m(kr_0) + k J_{m+1}(kr_0) - k J_{m-1}(kr_0)}{2l_m Y_m(kr_0) + k Y_{m+1}(kr_0) - k Y_{m-1}(kr_0)} \quad (2.33)$$

が求まる。従って、求めるべきものは l_m で、変化させるパラメータ (例えばポテンシャルの半径 r_0 や強さ V_0) の関数として求める。それを (2.33) 式に用いることで位相のずれ δ_m が求まり、(2.23)、(2.24)、および (2.25) 式によって散乱強度とスピン偏極を求めることができる。

2.3 外因性スピンホール効果

2.3.1 井戸型ポテンシャル

アンチドット構造による人工ポテンシャルとして矩形ポテンシャルを想定し、スピン $s_z = \pm 1/2$ に対する散乱振幅、およびスピン偏極について議論する。ポテンシャルは

$$V(r) = V_0 \vartheta(r_0 - r) \quad (2.34)$$

と表される。ここで、 $\vartheta(x)$ は階段関数 [$\vartheta(x) = 1(x > 0)$, $\vartheta(x) = 0(x < 0)$] である。このとき、 $s_z = \pm 1/2$ の $l_z = m$ 波にはたらくポテンシャルは

$$\tilde{V}_m^\pm(r) = V_0 \left[\vartheta(r_0 - r) \pm m \frac{\lambda_{\text{SO}}}{r_0} \delta(r - r_0) \right] \quad (2.35)$$

となる。 $\delta(x)$ はデルタ関数。この場合にスピンに依存した位相のずれ δ_m を求める。矩形ポテンシャルの場合、(2.32) 式で定義した l_m が解析的に求まる。(2.29) 式に対して、このポテンシャルを適用すると

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k'^2 - \frac{m^2}{r^2} \mp m \frac{2m^* V_0}{\hbar^2} \frac{\lambda_{\text{SO}}}{r_0} \delta(r - r_0) \right] R_m(r) = 0. \quad (2.36)$$

ここで、 $\hbar k' = \sqrt{\hbar^2 k^2 - 2m^* V_0}$ 。この場合、原点 $r = 0$ において $rR(r) \rightarrow 0$ にならなければならないので、Neumann 関数 Y_m は解から除かれる。従って、内側の波動関数は

$$R_m^\pm(r) = D_m^\pm J_m(k'r) \quad (2.37)$$

と書ける。これと外側の波動関数との連続の接続条件は

$$A_m^\pm J_m(kr_0) + B_m^\pm Y_m(kr_0) = D_m^\pm J_m(k'r_0) \quad (2.38)$$

である。一方、(2.36) 式を $r = r_0 - \epsilon \sim r_0 + \epsilon$ の範囲で積分して $\epsilon \rightarrow 0$ とすると

$$\frac{dR_m^\pm}{dr} \Big|_{r_0+0} - \frac{dR_m^\pm}{dr} \Big|_{r_0-0} \mp m \frac{2m^* V_0}{\hbar^2} \frac{\lambda_{\text{SO}}}{r_0} R_m^\pm(r_0) = 0 \quad (2.39)$$

となるので、導関数の接続条件は

$$\begin{aligned} kA_m \frac{d}{d(kr)} J_m(kr_0) + kB_m \frac{d}{d(kr)} Y_m(kr_0) \\ = k'D_m^\pm \frac{d}{d(k'r)} J_m(k'r_0) \pm m \frac{2m^* V_0}{\hbar^2} \frac{\lambda_{\text{SO}}}{r_0} D_m^\pm J_m(k'r_0) \end{aligned} \quad (2.40)$$

である。(2.38) 式 + (2.40) 式より

$$\begin{aligned} & \frac{[J_{m-1}(kr_0) - J_{m+1}(kr_0)] + (B_m^\pm/A_m^\pm)[Y_{m-1}(kr_0) - Y_{m+1}(kr_0)]}{J_m(kr_0) + (B_m^\pm/A_m^\pm)Y_m(kr_0)} \\ &= \frac{k'}{k} \frac{J_{m-1}(k'r_0) - J_{m+1}(k'r_0)}{J_m(k'r_0)} \pm \frac{2}{k} (k^2 - k'^2) m \frac{\lambda_{\text{SO}}}{r_0}. \end{aligned}$$

従って、位相のずれ δ_m^\pm は

$$\tan \delta_m^\pm = -\frac{B_m^\pm}{A_m^\pm} = \frac{J_{m-1}(kr_0) - J_{m+1}(kr_0) - J_m(kr_0)\alpha_m^\pm(k'r_0)}{Y_{m-1}(kr_0) - Y_{m+1}(kr_0) - Y_m(kr_0)\alpha_m^\pm(k'r_0)}, \quad (2.41)$$

$$\alpha_m^\pm(k'r_0) \equiv \frac{k'r_0}{kr_0} \frac{J_{m-1}(k'r_0) - J_{m+1}(k'r_0)}{J_m(k'r_0)} \pm \frac{2m}{kr_0} (\lambda_{\text{SO}}k^2) \left[1 - \left(\frac{k'r_0}{kr_0} \right)^2 \right] \quad (2.42)$$

より求めることができる。

2.3.2 $kr_0 = 1$ の場合

人工ポテンシャルはその大きさ r_0 や強さ V_0 を制御できる。そこで、 kr_0 と $V_0/E = 1 - (k'/k)^2$ をパラメータとして、スピン $s_z = \pm 1/2$ の散乱強度と散乱断面積、およびスピン偏極を、特に引力の井戸型ポテンシャルの場合 ($V_0 < 0$) に議論する。実際の実験では、電圧による $|V_0|$ の変調にともなってポテンシャルの半径 r_0 も変調されるが、以下では r_0 を固定して $|V_0|$ のみを制御できるとして議論する。

最初に、ポテンシャルの半径が $kr_0 = 1$ の場合を考える。SO 相互作用の強さは $\lambda_{\text{SO}}k^2 = 0.01$ とする。これは電子の波長が $2\pi/k = 70 \text{ nm}$ のときに、InAs における SO 相互作用の強さ $\lambda_{\text{SO}} = 1.171 \text{ nm}^2$ に対応する [13]。図 2.1 は引力の場合に、ポテンシャルを徐々に深くしたときの (a) S 、 P 波 ($m = 0, \pm 1$) の散乱強度 $\sin^2 \delta_m^\pm$ (D 波以上は無視できるほど小さい)、(b) $\theta = -\pi/2$ 方向への散乱断面積 $\sigma^\pm(\theta = -\pi/2) = |f^\pm(\theta = -\pi/2)|^2$ 、(c) $\theta = -\pi/2$ 方向へのスピン偏極 $P_z(\theta = -\pi/2)$ の計算結果である。ここで、位相のずれには $\delta_{-m}^\pm = \delta_m^\mp$ が成り立っているので、図 2.1(a) には $m \geq 0$ の場合のみ示した。ポテンシャルを深くしていくと各部分波の散乱強度が増大していき、 S 波 ($m = 0$) と P 波 ($m = \pm 1$) はあるところで $\sin^2 \delta_m^\pm = 1$ となる (ユニタリー極限; $\delta_m^\pm = \pi/2$)。これは仮想的束縛状態を介した共鳴散乱によって引き起こされる。引力ポテンシャルの場合、図 2.1(d) に模式的に示したように遠心力ポテンシャル (点線; $\sim m^2/r^2$) との和で、赤線のようなポテンシャルが形成される。その結果、ポテンシャル内部に仮想的束縛状態が形成される。人工ポテンシャルでは深さ $|V_0|$ を制御することで、この仮想的束縛状態のエネルギー準位を上下できる。ポテンシャルを深くしていく電子のエネルギー E と仮想的束縛状態のエネルギー準位が一致するとき、共鳴散乱が起こる。図 2.1(a) では S 波に比べ P 波の方が鋭い共鳴散乱となっている。これは m が大きい方が遠心力ポテンシャルが強くはたらくため、外側の領域と仮想的束縛状態が分離

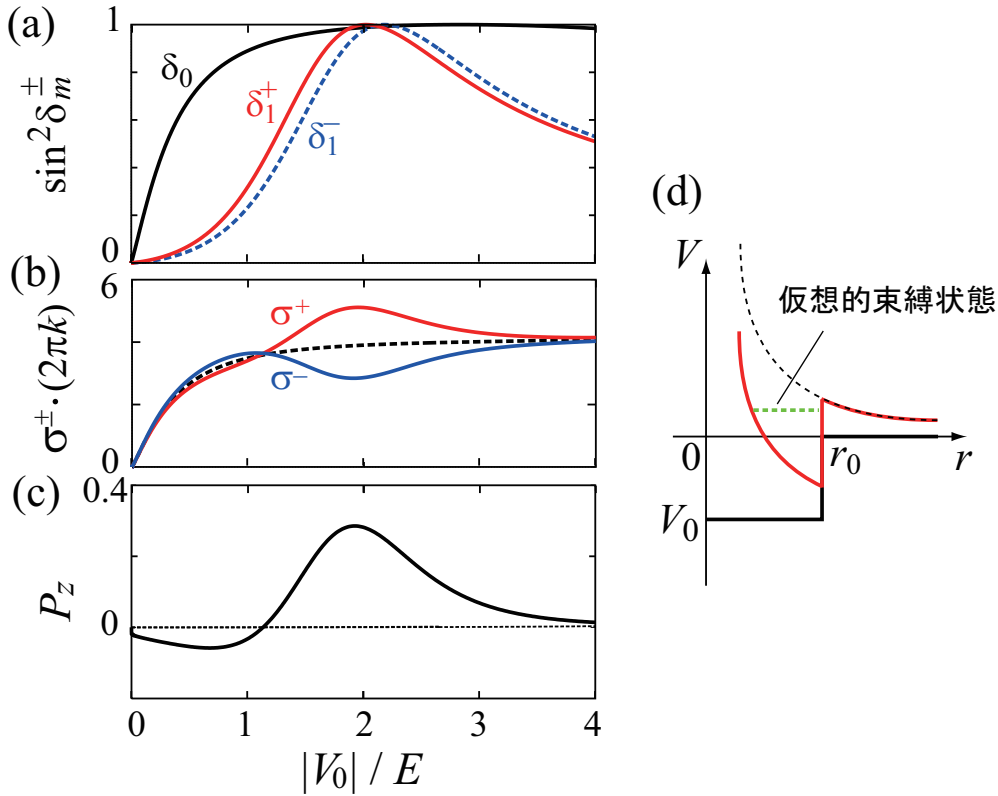


図 2.1 $kr_0 = 1$ の場合の計算結果。引力ポテンシャルの場合に、ポテンシャルの深さ $|V_0|$ を徐々に深くしたときの (a) 各部分波の散乱強度 ($m > 0$ のみ、 $\delta_m^\pm = \delta_m^\mp$)、(b) $\theta = -\pi/2$ 方向への散乱断面積 $\sigma^\pm(\theta = -\pi/2) = |f^\pm(\theta = -\pi/2)|^2$ 、(c) $\theta = -\pi/2$ 方向へのスピンの偏極である。SO 相互作用の強さは $\lambda_{\text{SO}} k^2 = 0.01 [E = \hbar^2 k^2 / (2m^*)$ は電子のエネルギー]。 (a) では、赤実線はアップスピン $s_z = 1/2$ 、青破線はダウンスピン $s_z = -1/2$ の散乱強度を示している。S 波には SO 相互作用がはたらかないので、 $\delta_0^+ = \delta_0^- \equiv \delta_0$ として黒い実線とした。 (b) では、赤実線は σ^+ 、青破線は σ^- である (黒点線は SO 相互作用が無い場合)。 (d) 仮想的束縛状態の模式図。井戸型の引力ポテンシャル (黒実線) と遠心力ポテンシャル (黒破線) の和 (赤線) によって仮想的束縛状態が形成される。

され、外側の電子と仮想的束縛状態にある電子の結合が小さくなるためである。

全ポテンシャル (2.3) より、スピン $s_z = 1/2$ に対して、 $m(> 0)$ 波が感じる散乱ポテンシャルは SO 相互作用によって増大される。一方、 $s_z = -1/2$ に対しては、散乱ポテンシャルは抑制される。その結果、P 波の散乱強度は SO 相互作用によって分裂し、位相のずれ δ_1^+ と δ_1^- に差が生じる。この差によって散乱断面積 σ^+ と σ^- に違いが現れる [図 2.1(b)]。また、図 2.1(c) に示したようにスピンの偏極 P_z が誘起される。従って、位相のずれ δ_1^\pm の差によってスピンホール効果が引き起こされる。図 2.1(a) のように $|m| \geq 2$ の位相のずれ δ_m^\pm が

無視できるとき、(2.23) 式より

$$A(\theta = -\pi/2) \approx \frac{1}{i\sqrt{2\pi k}}(e^{2i\delta_0} - 1),$$

$$B(\theta = -\pi/2) \approx -\frac{1}{\sqrt{2\pi k}}(e^{2i\delta_1^+} - e^{2i\delta_1^-})$$

となるので、散乱断面積 $\sigma^\pm(\theta = -\pi/2)$ は

$$\begin{aligned} \sigma^\pm(\theta = -\pi/2) &= |A \pm B|^2 = |A|^2 + |B|^2 \pm 2\text{Re}(AB^*) \\ &\sim \frac{2}{\pi k} [\sin^2 \delta_0 + \sin^2 \Delta\delta_1 \pm 2 \sin \delta_0 \sin(2\bar{\delta}_1 - \delta_0) \sin \Delta\delta_1] \end{aligned} \quad (2.43)$$

とできる。ここで、 $\Delta\delta_1 = \delta_1^+ - \delta_1^-$, $\bar{\delta}_1 = (\delta_1^+ + \delta_1^-)/2$ である。共鳴散乱付近において $\bar{\delta}_1 \approx \pi/2$ とすると、

$$\sigma^\pm(\theta = -\pi/2) \sim \frac{2}{\pi k} [\sin^2 \delta_0 + \sin^2 \Delta\delta_1 \pm 2 \sin^2 \delta_0 \sin \Delta\delta_1]$$

となる。従って、共鳴散乱付近では位相のずれの差 $\Delta\delta_1$ が増大するので、図 2.1(b) において σ^+ は増加し、 σ^- は減少する。

$m > 0$ の波は $s_z = -1/2$ のスピンよりも $s_z = 1/2$ の方がより強い散乱ポテンシャルを感じるため、共鳴散乱においてより小さい $|V_0|$ でユニタリー極限となっている [図 2.1(a)]。ユニタリー極限付近では位相のずれが急激に変化するので、アップスピンとダウンスピンの位相のずれの差 $\Delta\delta_1$ が増大される。その結果、(2.43) 式のスピン依存性を示す第三項の寄与が大きくなり、 σ^+ と σ^- の差が増大する。共鳴散乱付近において $\bar{\delta}_1 \approx \pi/2$ とすると、スピンホール効果によるスピン偏極の振る舞いは

$$P_z(\theta = -\pi/2) = \frac{2\text{Re}(AB^*)}{|A|^2 + |B|^2} \approx \frac{2 \sin^2 \delta_0 \sin \Delta\delta_1}{\sin^2 \delta_0 + \sin^2 \Delta\delta_1} \quad (2.44)$$

となる。従って、共鳴散乱付近での $\Delta\delta_1$ の増大にともなってスピン偏極がピークとなる。 $kr_0 = 1$ の場合、図 2.1(c) においてスピン偏極は $P_z \approx 30\%$ 程度まで増大している。スピン偏極は位相のずれが急激に変化する領域、つまり共鳴散乱のピーク幅程度の範囲で得られる。

2.3.3 $kr_0 = 2$ の場合

次に、 $kr_0 = 2$ の場合について調べる。電子の波長 $2\pi/k$ や SO 相互作用の強さ $\lambda_{\text{SO}}k^2 = 0.01$ は前節と同じとし、InAs を想定する。これはポテンシャルの半径 r_0 が 2 倍になったことに対応する。図 2.2 はポテンシャルの深さ $|V_0|/E$ を徐々に深くしたときの (a) 各部分波の散乱強度 ($\delta_m^\pm = \delta_m^\mp$) と (b) スピン偏極の計算結果である。ポテンシャルの半径 r_0 を大きくすると、共鳴条件がポテンシャルの浅い方にずれ、より高次の部分波が共鳴散乱に寄与するようになる。一般的に、 m が大きくなると共鳴散乱近傍での位相のずれ δ_m^\pm の

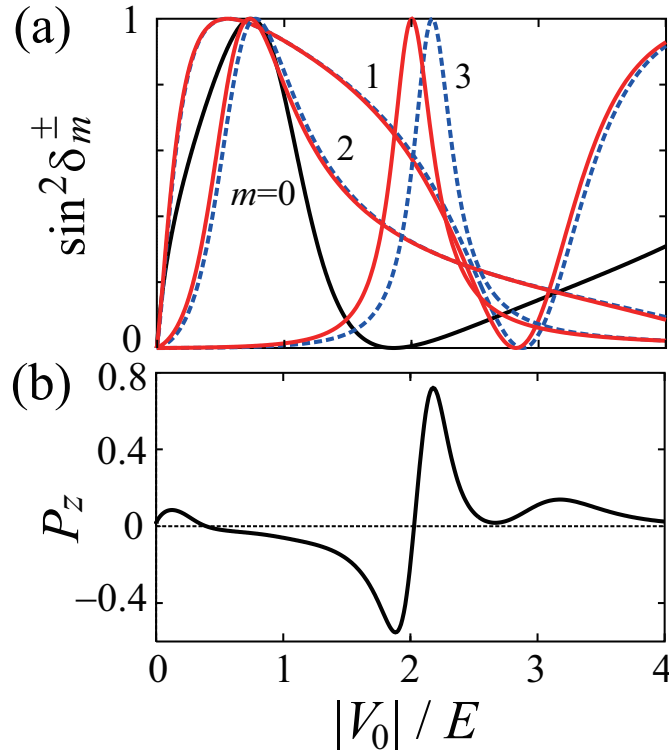


図 2.2 $kr_0 = 2$ の場合の計算結果。引力ポテンシャルの場合に、ポテンシャルの深さ $|V_0|$ を徐々に深くしたときの (a) 各部分波の散乱強度 ($m > 0$ のみ、 $\delta_{-m}^\pm = \delta_m^\mp$)、(b) $\theta = -\pi/2$ 方向へのスピン偏極である。SO 相互作用の強さは $\lambda_{\text{SO}} k^2 = 0.01$ [$E = \hbar^2 k^2 / (2m^*)$ は電子のエネルギー]。 (a) では、赤実線はアップスピン $s_z = 1/2$ 、青破線はダウンスピン $s_z = -1/2$ の散乱強度を示している。S 波には SO 相互作用がはたらかないので、 $\delta_0^+ = \delta_0^- \equiv \delta_0$ として黒実線とした。

変化は鋭くなる。そのため、 m が大きいほどスピン $s_z = \pm 1/2$ に対する位相のずれの差 $\Delta\delta_m = \delta_m^+ - \delta_m^-$ はより大きくなり、図 2.2 では $kr_0 = 1$ の場合より大きなスピン偏極が得られている。図 2.2(a) 中では、 $|V_0|/E = 2$ 付近で F 波 ($|m| = 3$) による鋭い共鳴散乱が起こっている。この鋭い共鳴散乱のため、スピン偏極は $P_z \approx 72\%$ まで増大されている [図 2.2(b)]。

図 2.2(b) では、スピン偏極 P_z は F 波の共鳴散乱付近で鋭いディップ・ピーク構造を示している。このような振る舞いは $(m, s_z) = (3, 1/2)$ と $(m, s_z) = (3, -1/2)$ の共鳴散乱が十分離れているときに現れる。図 2.2(a) より、F 波の共鳴散乱付近において、 $\delta_1^+ \approx \delta_1^-$ 、 $\delta_2^+ \approx \delta_2^-$ ($\equiv \delta_2$) とし、 δ_0 および $\delta_m (m > 3)$ は無視する。このとき、(2.23) 式より

$$A(\theta = -\pi/2) \approx \frac{1}{i\sqrt{2\pi k}} (2 - 2e^{\delta_2}), \quad (2.45)$$

$$B(\theta = -\pi/2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi k}} (e^{2i\delta_3^+} - e^{2i\delta_3^-}) \quad (2.46)$$

となる。ここで、2 式には P 波 ($m = 1$) が寄与していない。これは m が奇数の場合、 $\theta = -\pi/2$ では $A(\theta = -\pi/2)$ に寄与せず、また $\delta_1^+ \approx \delta_1^-$ から $B(\theta = -\pi/2)$ に寄与しないためである。上の 2 式から、スピン偏極は

$$P_z(\theta = -\pi/2) \approx \frac{4 \sin \delta_2 \sin(2\bar{\delta}_3 - \delta_2) \sin \Delta\delta_3}{4 \sin^2 \delta_2 + \sin^2 \Delta\delta_3} \quad (2.47)$$

となる。ここで、 $\bar{\delta}_3 = (\delta_3^+ + \delta_3^-)/2$ である。右辺の分子の真ん中の因子 $\sin(2\bar{\delta}_3 - \delta_2)$ に着目する。 F 波の共鳴散乱付近では、 D 波は $\pi > \delta_2 > \pi/2$ である。従って、初め $2\bar{\delta}_3 < \delta_2$ だったものが、ポテンシャルの深さ $|V_0|/E$ を 0 から深くしていくと、共鳴散乱付近のある点から $2\bar{\delta}_3 > \delta_2$ となる。そのため、共鳴散乱付近で分子の $\sin(2\bar{\delta}_3 - \delta_2)$ の符号が負から正に変わる。次に、 $\sin \Delta\delta_3$ の因子について考える。 $(m, s_z) = (3, 1/2)$ と $(m, s_z) = (3, -1/2)$ の共鳴散乱が十分離れているとき、 $(m, s_z) = (3, 1/2)$ の共鳴点において $\delta_3^+ = \pi/2$ 、 $\delta_3^- \approx 0$ となり、 $\sin \Delta\delta_3 \approx 1$ に鋭くたち上がる。また、 $(m, s_z) = (3, -1/2)$ の共鳴点においても $\delta_3^+ \approx \pi$ 、 $\delta_3^- = \pi/2$ となり、 $\sin \Delta\delta_3 \approx 1$ となる。その後 δ_3^- は π まで鋭く変化するので、 $\sin \Delta\delta_3$ も急激に減少する。従って、 $\sin \Delta\delta_3$ は共鳴散乱付近でのみ十分な大きさの値を持つ。以上から、 $\sin(2\bar{\delta}_3 - \delta_2) \sin \Delta\delta_3$ の因子によって、共鳴散乱付近での鋭いディップ・ピーク構造が現れる。

2.3.4 斥力の場合

以上では、引力ポテンシャルの場合について調べた。その結果、仮想的束縛状態を介した共鳴散乱近傍で SO 相互作用による位相のずれの差 $\Delta\delta_m = \delta_m^+ - \delta_m^-$ が増大し、大きなスピン偏極が得られることを示した。一方、斥力ポテンシャルの場合 ($V_0 > 0$)、共鳴散乱は起こらない。図 2.3 は $kr_0 = 2$ 、 $\lambda_{\text{SO}}k^2 = 0.01$ の場合の (a) 各部分波の散乱強度 ($0 \leq m \leq 2$ のみ、 $\delta_{\pm m}^{\pm} = \delta_m^{\mp}$)、(b) はスピン偏極を示している。横軸はポテンシャルの強さ V_0/E である。斥力ポテンシャルの場合においても、ポテンシャル勾配によって SO 相互作用がはたらき、外因性スピンホール効果に起因したスピン偏極が得られる。しかし、斥力の場合、遠心力ポテンシャルは単にポテンシャルを強くするだけで、仮想的束縛状態は形成されない [図 2.3(c)]。そのため、共鳴散乱は引き起こされず、各部分波の散乱強度は図 2.3(a) のような緩やかな変化となる。従って、スピンに依存した位相のずれの差は $\Delta\delta_m$ は増大されず、スピン偏極は 0.5% 程度しか得られない。

2.4 Tight-Binding Model

メゾスコピック系では、興味のある系の性質を調べるために、リード (量子細線) を接続して電流または電気伝導度を測定する。その際、ナノ構造の形状やポテンシャルが系の電気伝導度に影響する。Tight-binding model を用いることで、任意の形状やポテンシャル構造を

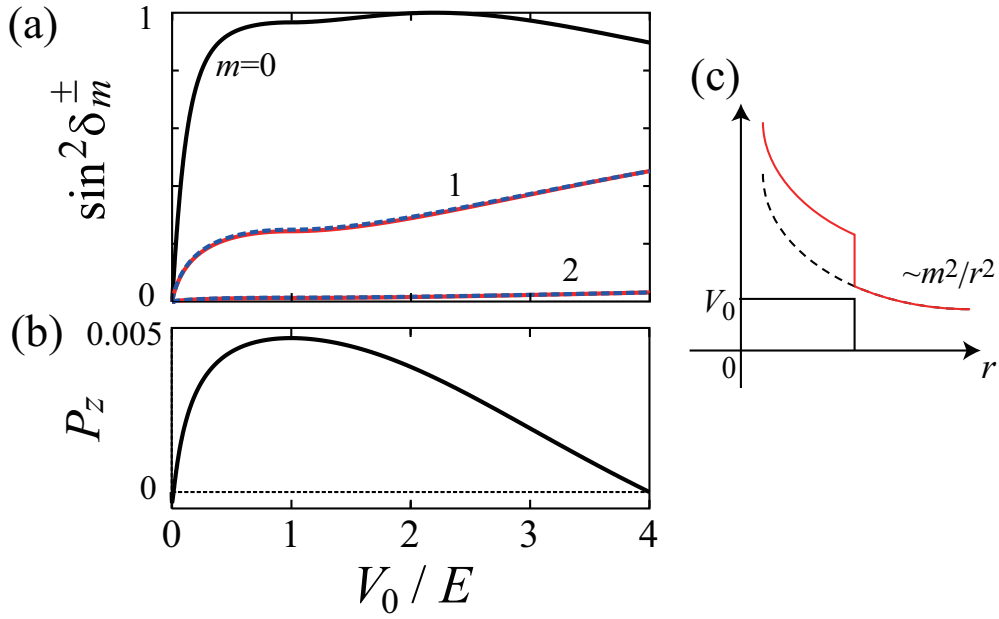


図 2.3 $kr_0 = 2$ で斥力ポテンシャル ($V_0 > 0$) の場合の計算結果。ポテンシャルの高さ V_0 を徐々に高くしたときの (a) 各部分波の散乱強度 ($m > 0$ のみ、 $\delta_{-m}^\pm = \delta_m^\mp$)、(b) $\theta = -\pi/2$ 方向へのスピン偏極である。SO 相互作用の強さは $\lambda_{\text{SO}} k^2 = 0.01$ である [$E = \hbar^2 k^2 / (2m^*)$ は電子のエネルギー]。 (a) では、赤実線はアップスピン $s_z = 1/2$ 、青破線はダウンスピン $s_z = -1/2$ の散乱強度を示している。S 波には SO 相互作用がはたらかないので、 $\delta_0^+ = \delta_0^- \equiv \delta_0$ として黒実線とした。 (c) 斥力ポテンシャル (黒実線) と遠心力ポテンシャル (黒破線) との和 (赤線) の模式図である。

考慮した系の電気伝導度を求めることができる。本節では、次節以降の数値シミュレーションに用いる tight-binding model とその計算方法について説明する [55, 129–131]。

2.4.1 空間の離散化

空間を正方格子に離散化したモデルを考える。この正方格子に対し、ハミルトニアン of 微分演算子は差分に置き換えられる。波動関数を各格子点に対するベクトルとすると、ハミルトニアンは行列として表される。このモデルはバンド計算で用いられる強束縛近似、サイトに固定された原子核の周りの電子状態を決定する近似法、でのハミルトニアンと似ているため、tight-binding model と呼ばれる。

1次元系

まずは1次元の場合を考える。離散化したときのサイトが直線上に等間隔で並んでいるとし、そのサイト間距離 (格子定数) を a とする。このモデルの模式図を図 2.4 に示した。まず

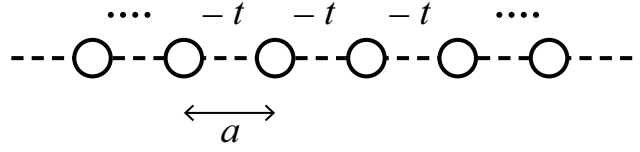


図 2.4 1次元系の tight-binding model の模式図。 a は格子間隔、 t は飛び移り積分である。

は、零磁場で SO 相互作用もないとすると、連続系のハミルトニアンは

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

である。ここで、 m^* は伝導電子の有効質量、 V は 1次元系のポテンシャルである。これに任意関数 $F(x)$ が演算されたとき、 $F(x)$ の微分は

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dx}(x = ja) &\rightarrow \frac{F_{j+1/2} - F_{j-1/2}}{(j+1/2)a - (j-1/2)a} = \frac{1}{a}(F_{j+1/2} - F_{j-1/2}), \\ \frac{d^2F}{dx^2}(x = ja) &\rightarrow \frac{1}{a^2}(F_{j+1} + F_{j-1} - 2F_j) \end{aligned}$$

と近似される。従って、ハミルトニアンは

$$[HF]_{x=ja} = (V_j + 2t)F_j - t(F_{j+1} + F_{j-1}) \quad (t \equiv \hbar^2/2m^*a^2) \quad (2.48)$$

となる。ここで、 $\{F_j\}$ をベクトル、 H を行列と考えると、

$$H = \begin{pmatrix} \ddots & & & & \\ & V_{-1} + 2t & -t & & \\ & -t & V_0 + 2t & -t & \\ & & -t & V_1 + 2t & \\ & & & & \ddots \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

と書くことができる。この行列から、tight-binding model では各サイトが隣り合うサイトと $-t$ のエネルギーで接続されており（飛び移り積分）、各サイトのポテンシャルは V_j に $2t$ を足したものとなるのが分かる。また、このハミルトニアンを各サイトの生成、消滅演算子 c_j^\dagger, c_j で表すと、

$$H = \sum_j (V_j + 2t)c_j^\dagger c_j - t \sum_j (c_j^\dagger c_{j+1} + c_j^\dagger c_{j-1}) \quad (2.50)$$

となる。

1次元での一様な系の場合 ($V_j = 0$)、波動関数は平面波 $\psi_k(x) \propto \exp(ikx)$ となる。これを tight-binding model に適用すると、式 (2.48) より

$$\begin{aligned} E\psi_j = H\psi_j &= 2t\psi_j - t(\psi_{j+1} - \psi_{j-1}), \\ \Rightarrow E &= 2t - t \frac{\psi_{j+1} - \psi_{j-1}}{\psi_j} = 2t - 2t \cos(ka) \end{aligned} \quad (2.51)$$

という \cos 型の分散関係が求まる。これは $ka \ll 1$ の極限で

$$E \approx 2t - 2t \left\{ 1 - \frac{1}{2}(ka)^2 \right\} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

となり、連続系の分散関係と一致する (連続極限)。また、tight-binding model での群速度は

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} = \frac{2ta}{\hbar} \sin(ka) \quad (2.52)$$

となる。

2次元系

2次元系への拡張は単に y 方向を考慮するだけで、連続系のハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + V(x, y)$$

より

$$H = \sum_{j,l} (V_{j,l} + 4t) c_{j,l}^\dagger c_{j,l} - t \sum_{j,l} \left\{ (c_{j,l}^\dagger c_{j+1,l} + c_{j,l}^\dagger c_{j,l+1}) + \text{h. c.} \right\} \quad (2.53)$$

とするだけである。ここで、下付き添え字 j, l はそれぞれ x, y 方向のサイト番号を指定しており、h. c. はエルミート共役を意味している。

ポテンシャル V がある場合、その勾配によって SO 相互作用 (1.12)

$$H_{\text{SO}} = \frac{\lambda_{\text{SO}}}{\hbar} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} \times \nabla V)$$

がはたらく。特に2次元系 (xy 平面) において、 z に依らない面内ポテンシャル $V(x, y)$ がある場合、SO 相互作用は

$$H_{\text{SO}} = \frac{\lambda_{\text{SO}}}{\hbar} \sigma_z \left(p_x \frac{\partial V}{\partial y} - p_y \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (2.54)$$

となる。従って、面内ポテンシャル $V(x, y)$ のみの場合はスピンの z 成分が保存される。次節では、垂直電場は無く、結晶構造に起因する Dresselhaus の SO 相互作用も無視できるとして*3、(2.54) 式の SO 相互作用についてのみ tight-binding model を求める。(2.54) 式が tight-binding model で離散化されると、

$$\begin{aligned} H_{\text{SO}} F &= -i\lambda_{\text{SO}} \sigma_z \left(\frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial y} \right) \\ &\rightarrow -i\lambda_{\text{SO}} \sigma_z \left[\frac{\partial V}{\partial y} \frac{F_{j+1,l} - F_{j-1,l}}{2a} - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{F_{j,l+1} - F_{j,l-1}}{2a} \right] \end{aligned}$$

*3 ポテンシャルが z に依存して垂直電場 $\mathcal{E} = (1/e)(\partial V/\partial z)$ がある場合、Rashba 相互作用は σ_x, σ_y を持つ。また、Dresselhaus 相互作用も σ_x, σ_y を持ち、スピン σ_z は保存されない。

$$\begin{aligned} \simeq & -i \frac{\lambda_{\text{SO}}}{2a^2} \sigma_z \left[\left(V_{j+\frac{1}{2}, l+\frac{1}{2}} - V_{j+\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} \right) F_{j+1, l} - \left(V_{j-\frac{1}{2}, l+\frac{1}{2}} - V_{j-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} \right) F_{j-1, l} \right. \\ & \left. - \left(V_{j+\frac{1}{2}, l+\frac{1}{2}} - V_{j-\frac{1}{2}, l+\frac{1}{2}} \right) F_{j, l+1} + \left(V_{j+\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} - V_{j-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} \right) F_{j, l-1} \right] \end{aligned} \quad (2.55)$$

となる。ここで、 $V_{j+\frac{1}{2}, l+\frac{1}{2}}$ はサイト (j, l) と $(j+1, l+1)$ の中点におけるポテンシャルである。従って、この SO 相互作用も含めたハミルトニアンを生成、消滅演算子で表すと、

$$\begin{aligned} H = & t \sum_{j, l, \sigma} \left(\tilde{V}_{j, l} + 4 \right) c_{j, l; \sigma}^\dagger c_{j, l; \sigma} \\ & - t \sum_{j, l, \sigma} \left\{ \left(T_{j, l; j-1, l; \sigma} c_{j, l; \sigma}^\dagger c_{j-1, l; \sigma} + T_{j, l; j, l-1; \sigma} c_{j, l; \sigma}^\dagger c_{j, l-1; \sigma} \right) + \text{h. c.} \right\} \end{aligned} \quad (2.56)$$

となる。ここで、 $c_{j, l; \sigma}^\dagger$ と $c_{j, l; \sigma}$ はそれぞれサイト (j, l) でのスピン $\sigma = \pm$ を持つ電子の生成、消滅演算子、 $\tilde{V}_{j, l} = V_{j, l}/t$ は無次元化したサイト (j, l) のポテンシャルである。(2.56) 式の第二項は隣のサイトへの hopping を意味しており、 x 方向への hopping の係数は

$$T_{j, l; j-1, l; \pm} = 1 \pm i \tilde{\lambda}_{\text{SO}} \left(\tilde{V}_{j-\frac{1}{2}, l+\frac{1}{2}} - \tilde{V}_{j-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} \right) \quad (2.57)$$

である。また、 y 方向への hopping は

$$T_{j, l; j, l-1; \pm} = 1 \mp i \tilde{\lambda}_{\text{SO}} \left(\tilde{V}_{j+\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} - \tilde{V}_{j-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} \right) \quad (2.58)$$

である。ここで、 $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = \lambda_{\text{SO}}/(2a^2)$ は無次元化した SO 相互作用の強さである。

磁場中の tight-binding model

本章、および次章では零磁場を想定する。しかし、第 4 章で磁場がある場合の計算を行う。そのため、ここで tight-binding model におけるベクトルポテンシャルの導入を説明する。

z 方向の閉じ込めが十分強いとし、2次元系に対して垂直な (z 軸方向の) 磁場成分のみがベクトルポテンシャルに寄与すると仮定する。磁場がある場合、ハミルトニアンは

$$H = \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m^*} + V(x, y) + H_{\text{SO}}(\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \quad (2.59)$$

で与えられる。ここで、 \mathbf{A} は磁場によるベクトルポテンシャルである。スカラー関数 $\chi(\mathbf{r}, t)$ でゲージ変換

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\chi = 0, \quad \chi(\mathbf{r}) = - \int^{\mathbf{r}} d\mathbf{r}' \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}') \quad (2.60)$$

を行うと、波動関数は

$$F(\mathbf{r}) \rightarrow F'(\mathbf{r}) = F(\mathbf{r}) \exp\left(i \frac{e}{\hbar} \chi\right) \quad (2.61)$$

となる。\$F\$ にハミルトニアンを演算した \$HF\$ を一つの関数とみると

$$[HF](\mathbf{r}) = [HF]' \exp\left(-i\frac{e}{\hbar}\chi\right).$$

ここで、\$[HF]'\$ は磁場がない場合とみなせるので

$$\begin{aligned} [HF]_{j,l} &= \left[(V_{j,l} + 4t)F'_{j,l} - t(T_{j,l;j+1,l;\sigma}F'_{j+1,l} + T_{j,l;j-1,l;\sigma}F'_{j-1,l}) \right. \\ &\quad \left. - t(T_{j,l;j,l+1;\sigma}F'_{j,l+1} + T_{j,l;j,l-1;\sigma}F'_{j,l-1}) \right] \exp\left(-i\frac{e}{\hbar}\chi_{j,l}\right) \\ &= (V_{j,l} + 4t)F_{j,l} \\ &\quad - t \left[T_{j,l;j+1,l;\sigma}F_{j+1,l} \exp\left(i\frac{e}{\hbar}(\chi_{j+1,l} - \chi_{j,l})\right) + T_{j,l;j-1,l;\sigma}F_{j-1,l} \exp\left(i\frac{e}{\hbar}(\chi_{j-1,l} - \chi_{j,l})\right) \right] \\ &\quad - t \left[T_{j,l;j,l+1;\sigma}F_{j,l+1} \exp\left(i\frac{e}{\hbar}(\chi_{j,l+1} - \chi_{j,l})\right) + T_{j,l;j,l-1;\sigma}F_{j,l-1} \exp\left(i\frac{e}{\hbar}(\chi_{j,l-1} - \chi_{j,l})\right) \right] \end{aligned}$$

とできる。ゲージを \$\mathbf{A} = (-By, 0, 0)\$ と取ると、位相部分は

$$\frac{e}{\hbar}(\chi_{j\pm 1,l} - \chi_{j,l}) = \frac{e}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_{j\pm 1,l}}^{\mathbf{r}_{j,l}} d\mathbf{r} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \pm \frac{e}{\hbar} B l a^2, \quad (2.62)$$

$$\frac{e}{\hbar}(\chi_{j,l\pm 1} - \chi_{j,l}) = \frac{e}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_{j,l\pm 1}}^{\mathbf{r}_{j,l}} d\mathbf{r} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.63)$$

となる。これらを上式に適用すると

$$\begin{aligned} [HF]_{j,l} &= (V_{j,l} + 4t)F_{j,l} - t(T_{j,l;j,l+1;\sigma}F_{j,l+1} + T_{j,l;j,l-1;\sigma}F_{j,l-1}) \\ &\quad - t \left[T_{j,l;j+1,l;\sigma} e^{-i2\pi\tilde{B}l} F_{j+1,l} + T_{j,l;j-1,l;\sigma} e^{i2\pi\tilde{B}l} F_{j-1,l} \right]. \quad (2.64) \end{aligned}$$

ここで、\$\tilde{B} = |e|Ba^2/h\$ は正方格子の各メッシュを貫く磁束に等しい。以上より、tight-binding model において、ベクトルポテンシャルは位相因子 \$e^{i2\pi\tilde{B}l}\$ の形で導入される。この位相を Peierls 位相と呼ぶ。ハミルトニアンを生成、消滅演算子で記述すると

$$\begin{aligned} H &= t \sum_{j,l,\sigma} \left(\tilde{V}_{j,l} + 4 \right) c_{j,l;\sigma}^\dagger c_{j,l;\sigma} \\ &\quad - t \sum_{j,l,\sigma} \left\{ \left(T_{j,l;j-1,l;\sigma} e^{i2\pi\tilde{B}l} c_{j,l;\sigma}^\dagger c_{j-1,l;\sigma} + T_{j,l;j,l-1;\sigma} c_{j,l;\sigma}^\dagger c_{j,l-1;\sigma} \right) + \text{h. c.} \right\} \quad (2.65) \end{aligned}$$

となる *4。

理想的なリード中の分散関係

Tight-binding model では、図 2.5 のように興味のある系 (コンダクター、水色で囲まれた領域) に磁場や不純物ポテンシャルのない半無限の理想的なリードが接続されていると考え、リードから別のリードへの透過率を計算することで (ゼロバイアス極限の) 電気伝導度を

*4 SO 相互作用を磁場による Peierls 位相と同様、位相の形で導入することもできる [132, 133]。

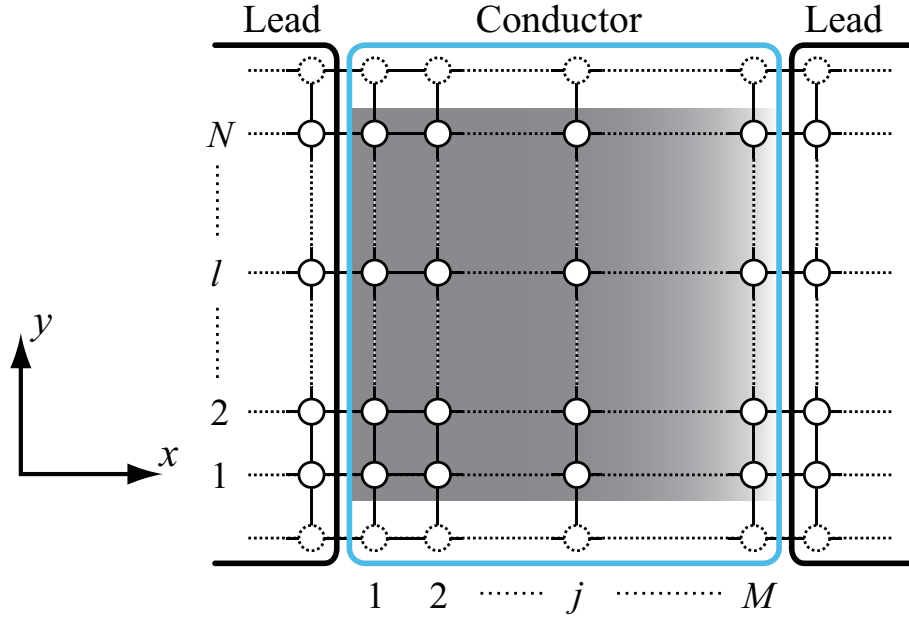


図 2.5 2次元系における tight-binding model の模式図。コンダクターに半無限の理想的なリードが接続されている。 M, N はそれぞれコンダクターの x, y 方向のサイト数。

求める。そこで、半無限のリードの固有状態と固有エネルギーを求める。

リードは不純物などによるポテンシャルが無い理想的なリードを想定する。リードの幅に対するサイト数を N とし、壁は hard-wall ポテンシャルによって形成されているとする。Hard-wall ポテンシャルに対して Rashba 相互作用 (2.54) はデルタ関数となるが、リードの端では波動関数の振幅が 0 となるため無視できる^{*5}。従って、リードの垂直方向 (図 2.5 では y 軸方向) は初等的な無限に高い井戸型ポテンシャルである。半無限リードの固有状態と固有エネルギーは

$$\psi_{\mu,k}(j', l') = \sqrt{\frac{2a}{L}} \sin(ka j') u_{\mu}(l'), \quad (2.66)$$

$$u_{\mu}(l') = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sin\left(\frac{\pi \mu l'}{N+1}\right), \quad (2.67)$$

$$E_{\mu}(k) = 4t - 2t \cos(ka) - 2t \cos\left(\frac{\pi \mu}{N+1}\right) \quad (2.68)$$

となり、各 $\mu (= 1, \dots, N)$ に対して幅 $4t$ のバンドを成す。ここで、 j' と l' はそれぞれリードに対して接線方向と垂直方向のサイト番号を指定している。リードの端は $j' = 0$ である。

リード中で電子がとる垂直方向の定在波 (2.67) をチャンネルといい、そのまま μ で指定する。リードに接続された粒子浴の Fermi エネルギー E_F が与えられたときに、チャンネル μ

*5 補遺 A 参照

が伝導チャンネルかどうかは分散関係 (2.68) から決定される。Fermi 面上の電子が垂直方向の定在波の離散エネルギーを取れるとき、つまり、チャンネル μ に対して $E_\mu(k=0) < E_F$ であれば伝導チャンネルとなる。このとき、コンダクターから十分遠方での波動関数は

$$\psi_\mu(j', l') = \exp(ik_\mu a j') u_\mu(l') \quad (2.69)$$

となる。ここで、波数 k_μ は与えられた Fermi エネルギー E_F に対して

$$E_\mu(k_\mu) = 4t - 2t \cos(k_\mu a) - 2t \cos\left(\frac{\pi\mu}{N+1}\right) = E_F \quad (2.70)$$

を満たすように決定される。一方、 $E_\mu(k=0) > E_F$ の場合は減衰モードとなる。その場合、十分遠方での波動関数は

$$\psi_\mu(j', l') = \exp(-\kappa_\mu a j') u_\mu(l') \quad (2.71)$$

となり、振幅はコンダクターからの距離 $a j'$ によって指数的に減衰する。また、 κ_μ は

$$E_\mu(i\kappa_\mu) = 4t - 2t \cosh(\kappa_\mu a) - 2t \cos\left(\frac{\pi\mu}{N+1}\right) = E_F \quad (2.72)$$

を満たすように決定される*6。

Tight-binding model の適用が正当化されるのは、電子の Fermi 波長 λ_F が格子定数 a よりも十分大きく、波を十分表現できるエネルギーまでである。言い換えると、Fermi エネルギー E_F が低く、 $k_F a \ll 1$ のときに \cos 型の分散は自由電子のパラボリックな分散と一致する。従って、tight-binding model はリード中の伝導チャンネル数がある程度少ない場合に良い近似となっており、例えば $N = 29$ の場合に $k_F a = 0.4$ とすると、伝導チャンネルの数は $N_{\text{ch}} = 3$ である。

2.4.2 計算方法

Tight-binding model において、リードから別のリードへの電気伝導度を求めるためにグリーン関数を導入する。リードも含めた系全体の遅延グリーン関数は、離散化によって行列となったハミルトニアンを用いて

$$\hat{G}^R(E) \equiv \left[(E + i\eta)I - H \right]^{-1} \quad (2.73)$$

と定義される。ここで、 η はエネルギーの次元を持った正の微量である。このグリーン関数の計算では逆行列計算を行うが、リードは無限遠まで続いているので、リードも含めた全

*6 Tight-binding model の場合、Fermi エネルギー E_F が高すぎると、非物理的な減衰振動が現れる。これは $E_\mu(k = \pi/a) < E_F$ のときで、波動関数は $\psi_\mu(j', l') = (-1)^{a j'} \exp(-\kappa'_\mu a j') u_\mu(l')$ となる。ここで、 κ'_μ は E_F に対して $E_\mu(i\kappa'_\mu) = 4t + 2t \cosh(\kappa'_\mu a) - 2t \cos\left(\frac{\pi\mu}{N+1}\right) = E_F$ を満たす。

系のハミルトニアンは無次元であり、逆行列を計算できない。そこで、リードを自己エネルギーとしてコンダクターのハミルトニアンにくり込み、(コンダクター部分のみの)有限次元の行列にする。

まず、式 (2.73) をコンダクターと各リードの部分行列に分ける、

$$\begin{pmatrix} EI - H_C & \tau_p^\dagger & \tau_q^\dagger & \cdots \\ \tau_p & (E + i\eta)I - H_p & 0 & 0 \\ \tau_q & 0 & (E + i\eta)I - H_q & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{G}_C & \hat{G}_{Cp} & \hat{G}_{Cq} & \cdots \\ \hat{G}_{pC} & \hat{G}_p & & \\ \hat{G}_{qC} & & \hat{G}_q & \\ \vdots & & & \ddots \end{pmatrix} = I. \quad (2.74)$$

ここで C はコンダクターを、 p, q, \dots はリードを示している。遅延グリーン関数の添え字 R は簡単のため省略した。また、コンダクターの行列には微量 η は必要ないので落とした。 τ_p はリード p 中のサイトとコンダクター中のサイト間の接続による飛び移り積分を表す行列で、

$$\tau_L = t \begin{pmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 0 \\ & & & \vdots \end{pmatrix}, \quad \tau_R = t \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & I \\ \vdots & 0 & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 0 \\ & & & \vdots \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

となる。

(2.74) 式を解くことで、コンダクター部分のグリーン関数 \hat{G}_C を

$$\hat{G}_C(E) = \left[EI - H_C - \sum_p \Sigma_p \right]^{-1} \quad (2.76)$$

と書くことができる^{*7}。ここで、 Σ_p はリード p とコンダクターの結合によるコンダクターからの電子の散逸に対応する自己エネルギーである。この自己エネルギーはリード中の各チャンネルの固有状態 (2.67) を用いて、

$$\Sigma_p = -\frac{1}{t} \tau_p^\dagger U_p \Lambda_p U_p^{-1} \tau_p, \quad (2.77)$$

$$U_p = (\mathbf{u}_{p,1}, \mathbf{u}_{p,2}, \dots, \mathbf{u}_{p,N}) \quad (2.78)$$

とできる。ここで、 $\mathbf{u}_{p,\mu} = (u_{p,\mu}(1), u_{p,\mu}(2), \dots, u_{p,\mu}(N))^T$ は各チャンネルの波動関数によるユニタリ行列である。また、 $\Lambda_p = \text{diag}(\lambda_{p,1}, \lambda_{p,2}, \dots, \lambda_{p,N})$ は伝導チャンネル $\lambda_{p,\mu} = \exp(ik_{p,\mu}a)$ と減衰モード $\lambda_{p,\mu} = \exp(-\kappa_{p,\mu}a)$ を記述する対角行列である。

^{*7} 補遺 B 参照。また、補遺 B で述べる方法以外でも自己エネルギーは導出できる [134]。

以上のグリーン関数と自己エネルギーを用いて、リード p から q への透過率 $T_{qp} = \sum_{\nu\mu} T_{\nu\mu}$ を求める。ここで、 μ, ν はそれぞれリード p, q でのチャンネルである。Green 関数と S 行列の間には以下の Fisher-Lee 関係が成り立っている [135]、

$$s_{\nu\mu} = -\delta_{\nu\mu} + i\hbar \frac{\sqrt{v_\nu v_\mu}}{a} \sum_{q_j, p_i} u_{q,\nu}(q_j) \hat{G}_C(j, i) u_{p,\mu}(p_i). \quad (2.79)$$

ここで、 i, j はそれぞれコンダクター内のサイトを指しており (x, y 方向ではない)、 p_i, q_j はそれぞれコンダクター内のサイト i, j に隣接するリード p, q 内のサイトを指定している。 v_μ, v_ν は伝導チャンネル μ, ν の群速度で、分散関係 (2.68) において与えられた電子のエネルギー $E_\mu(k) = E$ に対して

$$v_\mu = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_\mu}{\partial k} = \frac{2ta}{\hbar} \sin(ka) \quad (2.80)$$

で与えられる。減衰モードについては $v_\mu = 0$ とすればよい。透過率は異なるリード間に対して求めるので、 $\mu \neq \nu$ を考慮すると、

$$T_{\nu\mu} = |s_{\nu\mu}|^2 = \sum_{i,j,i',j'} u_{q,\nu}(q_{j'}) \frac{\hbar v_\nu}{a} u_{q,\nu}(q_j) \hat{G}_C(j, i) u_{p,\mu}(p_i) \frac{\hbar v_\mu}{a} u_{p,\mu}(p_{i'}) \hat{G}_C^*(j', i')$$

となる。ここで、リードの外では $u_{p,\mu} = 0$ として和をコンダクター内の全てのサイトに拡張した。チャンネル μ, ν について和を取れば透過率 T_{pq} が求まる。このとき、減衰モードはリードの無限遠での入射波、透過波に寄与しないので、伝導チャンネル μ ($E > \varepsilon_\mu$) に対してのみ和をとると、

$$\begin{aligned} T_{qp}(E) &= \sum_{i,j,i',j'} \Gamma_q(j', j) \hat{G}_C(j, i) \Gamma_p(i, i') \hat{G}_C^*(j', i') \\ &= 4\text{Tr} \left[\Gamma_q \hat{G}_C(E) \Gamma_p \hat{G}_C^\dagger(E) \right] \end{aligned} \quad (2.81)$$

となる。ここで、 Γ_p はリード p との結合を特徴づける行列で、その成分は

$$\Gamma_p(i', i) = \sum_{\mu} \tau_p(p_{i'}, i')^* u_{p,\mu}(p_{i'}) \frac{\hbar v_\mu}{2a} u_{p,\mu}(p_i) \tau_p(p_i, i) \quad (2.82)$$

によって与えられる。ただし、(2.82) 式の左辺ではコンダクター内のサイト i, i' に対応するが、右辺ではリード p 内のサイト $p_i, p_{i'}$ を指定しているので、リード p 内のサイトとコンダクター内のサイトを接続する $\tau_p(p_i, i)$ を導入している。また、 \sum' は伝導チャンネルのみの和を意味する。 μ, ν はスピンの自由度も含んでいる。以上の計算から透過率 T_{qp} が求まるので、Landauer-Büttiker 公式 (1.7) における G_{ji} よりゼロバイアスにおける電気伝導度は

$$G_{qp} = \frac{e^2}{h} T_{qp}(E_F) = \frac{4e^2}{h} \text{Tr} \left[\Gamma_q \hat{G}_C(E_F) \Gamma_p \hat{G}_C^\dagger(E_F) \right] \quad (2.83)$$

と求まる。次節以降では SO 相互作用によるスピンに依存した電気伝導度を議論するが、その際は、コンダクターのグリーン関数のスピン自由度を陽に書き、スピン依存電気伝導度を

$$G_{qp,\sigma} = \frac{4e^2}{h} \text{Tr} \left[\Gamma_q \hat{G}_{C,\sigma} \Gamma_p \hat{G}_{C,\sigma}^\dagger \right] \quad (2.84)$$

とすればよい。ここで、SO 相互作用 (2.54) に対してスピンの z 成分 $s_z = \pm 1/2$ は保存することを考慮した。 Γ_p は (2.82) 式によって定義されているが、(2.77) 式の自己エネルギー Σ_p を用いると

$$\Gamma_p = \frac{i}{2} [\Sigma_p - \Sigma_p^\dagger] \quad (2.85)$$

と書くことができる*⁸。また、ある伝導チャンネルのみでの入射を考え、(2.82) 式において他の伝導チャンネルの速度を $v_\mu = 0$ とするか、(2.85) 式を用いて自己エネルギー Σ_p から求める際に、 Λ_p の他チャンネルの成分を $\lambda_{p,\mu} = 0$ とすると、チャンネル分解した電気伝導度を求めることができる。

2.6 節では、仮想的束縛状態について調べるために系の状態密度を求める。状態密度はグリーン関数の虚部から求めることができる*⁹、

$$D(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \left[\text{Tr} \hat{G}_C(E) \right]. \quad (2.86)$$

ただし、束縛状態に対応する状態密度は鋭いピークとなっており、数値計算で求める際にエネルギーの刻み幅を小さくしなければならない。そこで、刻み幅を大きくしても振る舞いが見えるように状態密度のピークを広げるため、グリーン関数 (2.76) の分母に純虚数 $iE_F/100$ を加えて計算した。

2.5 ナノ構造におけるアンチドット構造

2.5.1 モデル

半導体ヘテロ構造における 2 次元電子系上に作製された金属電極によって形成される、図 2.6(a) のようなアンチドット構造による人工ポテンシャルを 1 つ持った T 型 3 端子ナノ構造を考える。人工ポテンシャルは系の中心の接合部 (破線で囲まれた領域) にあるとし、不純物等によるポテンシャルがない幅 W の理想的なリードを介して粒子浴に接続されている。リードの壁は無限に高い hard-wall ポテンシャルによって形成されている。粒子浴 1 からスピン偏極していない電子がナノ構造に入射され、人工ポテンシャルによって散乱を受けて粒

*⁸ (2.85) 式を用いると、伝導チャンネルが減衰モードかを判別する必要がないので、(2.85) 式を定義とすることもある。

*⁹ 補遺 B 参照

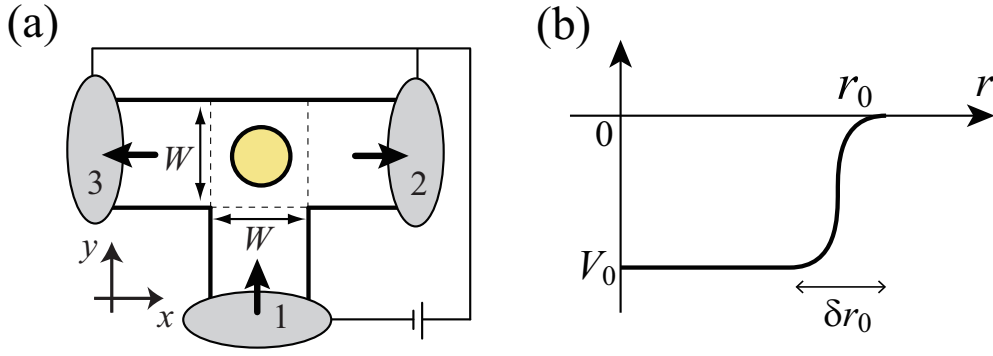


図 2.6 (a) アンチドット構造を持った T 型 3 端子ナノ構造の模式図。系の接合部 (破線で囲まれた領域) に人工ポテンシャルが一つ形成されている。各端子は幅 W の理想的なリードを介して粒子浴と接続されている。粒子浴 1 からスピン偏極していない電子がナノ構造に入射し、粒子浴 2、3 へ透過する。粒子浴 2、3 の化学ポテンシャルは全て等しいとする。(b) アンチドット構造による人工ポテンシャルの模式図。 r_0 はポテンシャルの半径で、 $r = r_0$ を中心に厚さ $\delta r_0 = 0.7r_0$ 、 \cos 型の滑らかな壁を持つ。 $V_0 (< 0)$ はポテンシャルの深さ。

子浴 2、3 へ透過する。これらの粒子浴 2、3 にかかっている電圧 (化学ポテンシャル) は全て等しいとする。

人工ポテンシャルは図 2.6(b) のような滑らかな壁を持った井戸型の引力ポテンシャルを想定する。

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & (r - r_0 < -\delta r_0/2) \\ \frac{V_0}{2} \left\{ 1 - \sin \left[\frac{\pi(r-r_0)}{\delta r_0} \right] \right\} & (|r - r_0| \leq \delta r_0/2) \\ 0 & (r - r_0 > \delta r_0/2) \end{cases} \quad (2.87)$$

ここで、 r_0 はポテンシャルの半径である。また、 $\delta r_0/r_0 = 0.7$ とした。このポテンシャルの勾配によってのみ SO 相互作用 (2.1) がはたらくとし、リードを形成する hard-wall ポテンシャルによる SO 相互作用は無視できる^{*10}。また、2 次元電子系に対する垂直電場による Rashbas 相互作用 (1.13) や半導体の結晶構造に起因する Dresselhaus 相互作用 (1.14) も無視できるとする。このとき、スピンの z 成分 $s_z = \pm 1/2$ を保存する。以上の T 型 3 端子の系は Yamamoto と Kramer によって提案されたスピンフィルターと同様の構造で、彼らは斥力の場合について調べている [55]。本論文では特に引力ポテンシャルの場合に着目し、2.2 節の議論に基づいて共鳴散乱によるスピン偏極の増大を議論する。

以上の系に対して、前節で述べた tight-binding model とグリーン関数を用いた数値計算によって、スピンに依存した電気伝導度 $G_{qp,\pm}$ とそのスピン偏極 $P_{z,qp} = (G_{qp,+} - G_{qp,-}) / (G_{qp,+} + G_{qp,-})$ 、および接合部の状態密度 $D(E)$ を求める。想定した系では [図

*10 補遺 A 参照

2.6(a)]、ポテンシャルが中心にある場合、系の対称性から $G_{31,\pm} = G_{21,\mp}$ となる。従って、次節では図 2.6(a) 中での粒子浴 1 から 2 への電気伝導度を議論する。これは 2.2 節における $\theta = -\pi/2$ の方向に対応している。そこで、以下では、 $G_{21,\pm}$ と $P_{z,21}$ の下付きの添え字 21 を省略する。

2.5.2 パラメータ

人工ポテンシャルはその大きさ r_0 や深さ $|V_0|$ を制御できる。そこで、2.2 節と同様に $k_F r_0$ と $|V_0|/E_F$ をパラメータとして、スピンに依存した電気伝導度 G_{\pm} 、スピン偏極 P_z 、および状態密度 $D(E)$ を計算する。 k_F は Fermi 波数で、Fermi エネルギーと $E_F/t = 2 - 2 \cos(k_F a)$ という関係がある。従って、 $k_F a \ll 1$ のときに、 $E_F/t \simeq (k_F a)^2$ とパラボリックな分散関係になる。人工ポテンシャルの深さ $|V_0|$ はアンチドットの金属電極、または STM チップへの電圧によって制御できるとして連続的に変調する。本節でも、 r_0 と $|V_0|$ を別々に制御できるとする。

系の大きさとして、リードの幅は $W = 50 \text{ nm}$ と想定する。リードの幅に対するサイト数は $N = 29$ とする。このとき、 $W = (N + 1)a$ なので、tight-binding model の格子定数は $a = W/30 = 5/3 \text{ nm}$ である。そこで、(2.57)、(2.58) 式中で用いる SO 相互作用の強さは $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = \lambda_{\text{SO}}/(2a^2) = 0.2$ とする。これは 2.2 節と同様、InAs における SO 相互作用の強さ $\lambda_{\text{SO}} = 1.171 \text{ nm}^2$ に対応している [13]。次節では、ポテンシャルの半径は $r_0 = W/4$ に固定して Fermi 波数 k_F を変調し、 $k_F r_0 = 1, 2, 3$ の場合を調べる。このとき、リード中の伝導チャンネルの数はそれぞれ $N_{\text{ch}} = 1, 2, 3$ である。系の温度は絶対零度とする。

2.6 数値計算結果

本節では、 $k_F r_0 = 1, 2, 3$ の場合におけるスピン依存電気伝導度の計算結果を示す。まず、 $k_F r_0 = 2, 3$ の場合について調べ、共鳴散乱によってスピン偏極が増大されることを明らかにする。次に、 $k_F r_0 = 1$ の場合を示す。このとき、伝導チャンネルが $N_{\text{ch}} = 1$ のために干渉効果が強く電気伝導度に現れ、ほぼ 100% のスピン偏極が得られる。

2.6.1 $k_F r_0 = 2$ の場合

$k_F r_0 = 2$ の場合、 $r_0 = W/4$ より

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F} = \frac{\pi}{4} W \simeq 39.3 \text{ nm} \quad \Rightarrow \quad \lambda_F < W < \frac{3}{2} \lambda_F$$

である。従って、リード中には Fermi 波長より長い波長の定在波が 2 つたち、リード中の伝導チャンネルの数は $N_{\text{ch}} = 2$ となる。

図 2.7(a) と (b) はそれぞれポテンシャルの深さ $|V_0|$ を深くしていったときの、スピン $s_z = \pm 1/2$ に対する粒子浴 1 から 2 への電気伝導度 G_{\pm} とそのスピン偏極 P_z である。図 2.7(a) において、赤い実線は G_+ 、青い破線は G_- を示しており、SO 相互作用によって G_{\pm} に差が生じている。スピンに依存した電気伝導度 G_{\pm} は $|V_0|/E_F \approx 0.6, 2, 5$ において 3 つの極小を示している。 $|V_0|/E_F \approx 0.6$ における最初の極小近傍では、アップスピンの電気伝導度 G_+ とダウンスピンの電気伝導度 G_- の差は小さい。一方、2 番目 ($|V_0|/E_F \approx 2$) と 3 番目 (≈ 5) の極小近傍では、 G_{\pm} の差は大きくなっている。その結果、図 2.7(b) において、 $|V_0|/E_F \approx 2$ では約 25%、 $|V_0|/E_F \approx 5$ では約 $\pm 60\%$ の大きなスピン偏極が得られている。

この電気伝導度 G_{\pm} の振る舞いは井戸型ポテンシャル内に形成される仮想的束縛状態を介した共鳴散乱に起因すると理解できる。ナノ構造における共鳴散乱をより詳しく調べるため、(2.86) 式より接合部の状態密度をポテンシャルの深さ $|V_0|$ と電子のエネルギー E の関数として図 2.7(c) に示した。図 2.7(c) では、状態密度をグレースケールで示しており、明るい部分は状態密度が大きく、暗い部分は状態密度が小さいことを示している。図中で $E/E_F \simeq 0.154$ と 0.615 に状態密度の境目があるが、これはそれぞれリード中の 2 つの伝導バンドのバンド端に対応している [(2.68) 式における $E_1(k=0), E_2(k=0)$]。ポテンシャルの深さ $|V_0|$ を固定して図を縦に見ると、状態密度が伝導バンド内 ($E/E_F > 0.154$) に幅のあるブロードなピークを持つことが分かる。これは仮想的束縛状態が形成されていることを示している。 $E/E_F > 0.615$ では、リード中の 2 つの伝導チャンネルが伝導に寄与するので、最低チャンネルのみである $0.615 > E/E_F > 0.154$ に比べてよりブロードなピークとなっている。ポテンシャルを深くしていくと、仮想的束縛状態のエネルギー準位が下がっていき、リード中の最低バンド ($\mu = 1$) より低くなる。最低バンドのバンド端以下では ($E/E_F < 0.154$)、状態密度が鋭いピークとなっており、束縛状態が形成されていることを示している。この状態にいる接合部内の電子は、リード中では伝導チャンネルを持たないエネルギー領域であるため、リードを介して系の外に伝導することができない。ポテンシャルを深くしていくと、束縛状態が一つずつ現れる。最初の束縛状態 [図 2.7(c) 中の左下] は SO 相互作用によるスピン分裂が (ほとんど) ないため、 S 波-like な束縛状態である ($l_z = 0$)。想定した系は回転対称性がないので、軌道角運動量 l_z は良い量子数ではないが、ポテンシャル内であればある程度は良い対称性が保たれていると考えられる。ポテンシャルがない場合 ($V_0 = 0$) でもこの束縛状態は存在し [45, 46]、ポテンシャルを深くしていくと S 波-like な束縛状態に変化していく。さらにポテンシャルを深くしていくと、 P 波-like な束縛状態 ($l_z = \pm 1$) が得られる。 P 波-like な状態も Kramers 縮退している。図 2.7(c) ではほとんど重なってしまっているが、 P 波-like では 2 つのピークがあり、4 つの束縛状態が形成されている。 D 波-like ($l_z = \pm 2$) では、角運動量が大きく SO 相互作用が強くはたらくため、ピークがはっきりと分裂している。 D 波-like 付近には 3 つのピークがあるが、3 目目のピークは別の S 波-like な状態である。さらに、 $|V_0|/E_F \approx 7$ に F 波-like な束縛状態 ($l_z = \pm 3$) が形

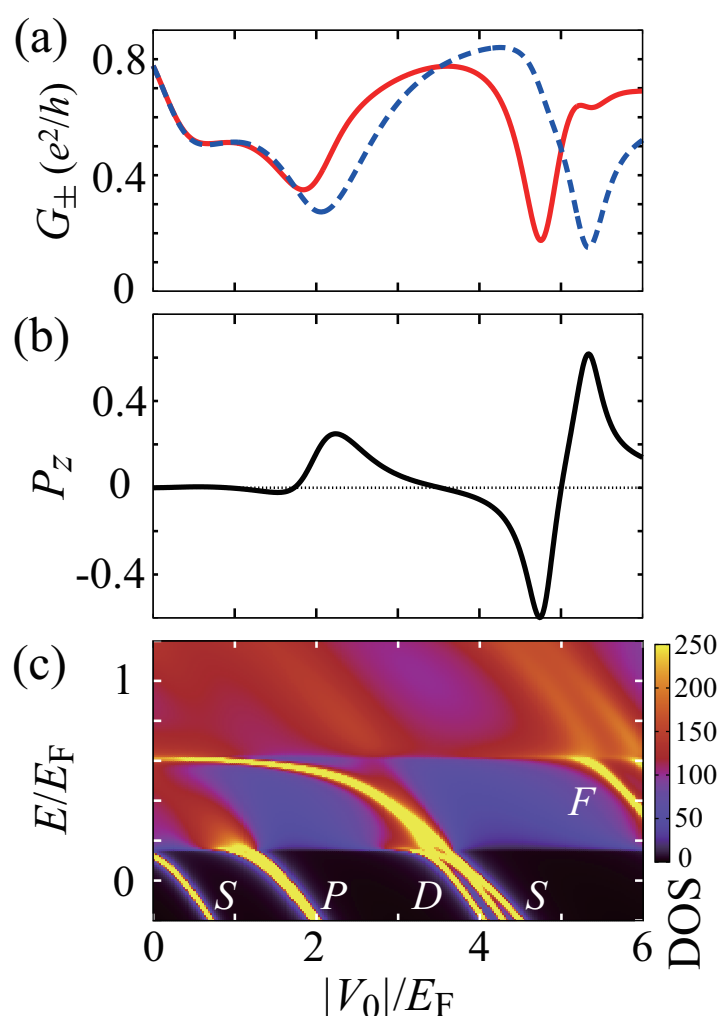


図 2.7 アンチドット構造を持つ T 型 3 端子ナノ構造 [図 2.6(a)] における $k_F r_0 = 2$ の場合の数値計算結果。ポテンシャルの深さ $|V_0|/E_F$ を徐々に深くしたときの (a) スピン $s_z = \pm 1/2$ に対する粒子浴 1 から 2 への電気伝導度 G_{\pm} 、(b) 粒子浴 2 への電流のスピンの偏極 $P_z = (G_+ - G_-)/(G_+ + G_-)$ 、および (c) 電子のエネルギー E に対する状態密度 $D(E)$ である (E_F は Fermi エネルギー)。 (a) において、赤実線は G_+ 、青破線は G_- を示している。 (c) では、状態密度をグレースケールでプロットしたもので、明るい部分ほど状態密度が大きいことを示している。パラメータは $W = 50 \text{ nm}$ 、 $r_0 = W/4$ 、 $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = 0.2$ である。

成されている。

このように、リード中の最低バンド以下のエネルギー領域では束縛状態が形成されている。一方、伝導バンド内ではこれらのピークがエネルギー的に広がり、仮想的束縛状態となる。これは接合部の外にも波動関数が広がっていることを示しており、この仮想的束縛状態が電子の散乱に大きく寄与する。ポテンシャルの深さを調節すると、 $|V_0|/E_F \approx 2$ および 5 のとき、Fermi 面 [図 2.7(c) 中で $E/E_F = 1$] 上に仮想的束縛状態が形成される。これらは図

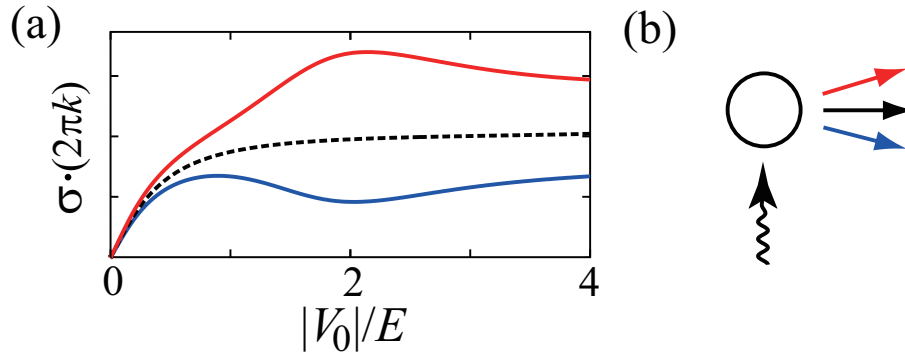


図 2.8 (a) 2次元系の部分波展開における散乱断面積 $\sigma(\theta)$ の角度依存性。パラメータは $kr_0 = 1$ 。簡単のため、SO 相互作用がはたらいしていない場合の結果である。赤線と青線はそれぞれ $\theta = -0.45\pi$ 、 $\theta = -0.55\pi$ 方向の散乱断面積 (点線は $\theta = -\pi/2$ 方向)。横軸はポテンシャルの深さ。(b) $\theta = -0.45\pi$ 、 $-\pi/2$ 、 -0.55π 方向の散乱の模式図。

2.7(a) との比較で、2 番目と 3 番目の電気伝導度 G_{\pm} のディップ位置に対応している。従って、電気伝導度のディップは仮想的束縛状態を介した共鳴散乱によって引き起こされていると考えられる。この仮想的束縛状態はバンド端以下の振る舞いとつながりから、それぞれ D 波-および F 波-like の仮想的束縛状態である。特に、 F 波-like の仮想的束縛状態は SO 相互作用によって大きく分裂している。その結果、 G_{+} と G_{-} のディップ位置が大きくずれるため、 $P_z \simeq \pm 60\%$ という非常に大きなスピン偏極が得られる。このように、共鳴散乱が鋭くなって電気伝導度が鋭く変化することに加え、仮想的束縛状態の軌道角運動量が大きくなり、SO 相互作用によるアップスピンとダウンスピンの共鳴位置が明確に分裂するようになると、スピン偏極が著しく増大される。以上の振る舞いは部分波展開による議論と定性的に一致し、共鳴散乱によるスピホール効果の増大、およびスピン偏極の増大を示している。一方、 $|V_0|/E_F \approx 0.6$ における電気伝導度 G_{\pm} の極小については対応する Fermi 面上の仮想的束縛状態を見ることができない。従って、この G_{\pm} の極小は共鳴散乱ではなく、接合部付近の干渉効果によるものと考えられる。

2.3 節での議論に基づくと、共鳴散乱では電子の散乱強度 $\sin^2 \delta_m$ がユニタリ極限 ($\delta_m = \pi/2$) となり、最大値をとる。一方、図 2.6(a) のナノ構造では、共鳴散乱によって電気伝導度 G_{\pm} がディップの振る舞いとなる。このように、ポテンシャルの深さに対して共鳴散乱付近で電気伝導度がピークとなるのか、ディップとなるのかは自明ではない。これはリードが有限の幅を持つため、 $\theta = -\pi/2$ 周りの有限の角度幅の散乱が電気伝導度に寄与するためだと考えられる。そこで、2.3 節の部分波展開における角度 $\theta = -\pi/2$ 周辺への散乱断面積 $\sigma(\theta)$ の振る舞いを調べる。簡単のために SO 相互作用がはたらいしていないとして、 $kr_0 = 1$ の場合の $\theta = -0.45\pi, \pi/2, -0.55\pi$ 方向への散乱断面積を図 2.8(a) に示した。図 2.1(a) より $\delta_1^+ = \delta_1^- \equiv \delta_1$ とし、 $\delta_m (|m| \geq 2)$ は無視できるとする。このとき、(2.23) 式よ

り散乱断面積 $\sigma(\theta)$ は

$$\sigma(\theta) = \frac{2}{\pi k} [\sin^2 \delta_0 + 4 \sin^2 \delta_1 \cos^2 \theta + 4 \sin \delta_0 \sin \delta_1 \cos(\delta_0 - \delta_1) \cos \theta] \quad (2.88)$$

となる。この第2項、3項より、 $\theta = -\pi/2$ 方向への散乱において P 波の共鳴散乱 ($\delta_1 = \pi/2$) は散乱断面積に寄与しないことが分かる。角度が $\theta = -\pi/2$ からずれると $\cos \theta$ の因子が有限の値を持つので、 P 波が $\sigma(\theta)$ に寄与するようになる。図 2.1(a) を見ると、 P 波の共鳴散乱付近では $\delta_0 \approx \pi/2$ 、 $\delta_1 \approx \pi/2$ なので、第3項の各因子は $\sin \delta_0 \sim 1$ 、 $\sin \delta_1 \sim 1$ 、 $\cos(\delta_0 - \delta_1) \sim 1$ とできる。一方、 $\cos \theta$ は $\theta = -\pi/2$ の周りで符号が反転する。その結果、 P 波 (δ_1) の寄与によって $\sigma(\theta = -0.45\pi)$ はピークとなり、 $\sigma(\theta = -0.55\pi)$ はディップとなっている。ナノ構造における電気伝導度には、以上のような振る舞いを示す $\sigma(\theta)$ を $\theta = -\pi/2$ 周りで積分したものと複雑な干渉効果の両方が反映され、その結果、図 2.7(a) において G_{\pm} がディップを持つと考えられる。

2.6.2 $k_F r_0 = 3$ の場合

次に $k_F r_0 = 3$ の場合について調べる。このとき、 $r_0 = W/4$ より、Fermi 波長 λ_F は

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F} = \frac{2\pi}{3} r_0 = \frac{\pi}{6} W \simeq 26.2 \text{ nm} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2} \lambda_F < W < 2\lambda_F$$

を満たすので、伝導チャンネルの数は $N_{\text{ch}} = 3$ となる。

図 2.9 はポテンシャルの深さ $|V_0|$ を深くしていったときの計算結果である。図 2.9(a)、(b) はそれぞれスピン $s_z = \pm 1/2$ に対する電気伝導度 G_{\pm} とその電流のスピン偏極 P_z である。(c) はポテンシャルの深さ $|V_0|$ と電子のエネルギー E に対する状態密度をグレースケールで示したもので、明るい部分ほど状態密度が大きい。図 2.9(a) において、前節の $k_F r_0 = 2$ の場合と同様、電気伝導度 G_{\pm} がポテンシャルの深さ $|V_0|$ に対して極小を持つ振る舞いが見られる。また、その極小付近でスピン偏極 P_z が増大している。これらの振る舞いは前節の議論で理解できる。特に、 $|V_0|/E_F \approx 3$ において、スピン偏極 $P_z \simeq 40\%$ 程度まで増大されている。また、状態密度をみると、 $|V_0|/E_F \approx 3$ において G 波-like の仮想的束縛状態 ($l_z = \pm 4$) が Fermi 面上に形成されており、仮想的束縛状態を介した共鳴散乱によって電気伝導度の極小とスピン偏極の増大が誘起されていることが分かる。

伝導チャンネルの数が $N_{\text{ch}} = 2$ の場合 (図 2.7) と $N_{\text{ch}} = 3$ の場合 (図 2.9) を比較すると、 $N_{\text{ch}} = 3$ の方が電気伝導度 G_{\pm} が大きい。しかし、スピン偏極 P_z の最大値は ($N_{\text{ch}} = 3$ の方がやや小さいが) どちらも同程度である。従って、スピン偏極電流 ($\propto G_+ - G_-$) は $k_F r_0 = 2$ で伝導チャンネルが $N_{\text{ch}} = 2$ の場合よりも $k_F r_0 = 3$ で $N_{\text{ch}} = 3$ の方が大きく、効率的なスピン偏極の生成となっている。以上から、電子の Fermi エネルギーを調節して伝導チャンネル数 N_{ch} を増やすことで、スピン偏極生成をより効率的に行うことが可能となる。

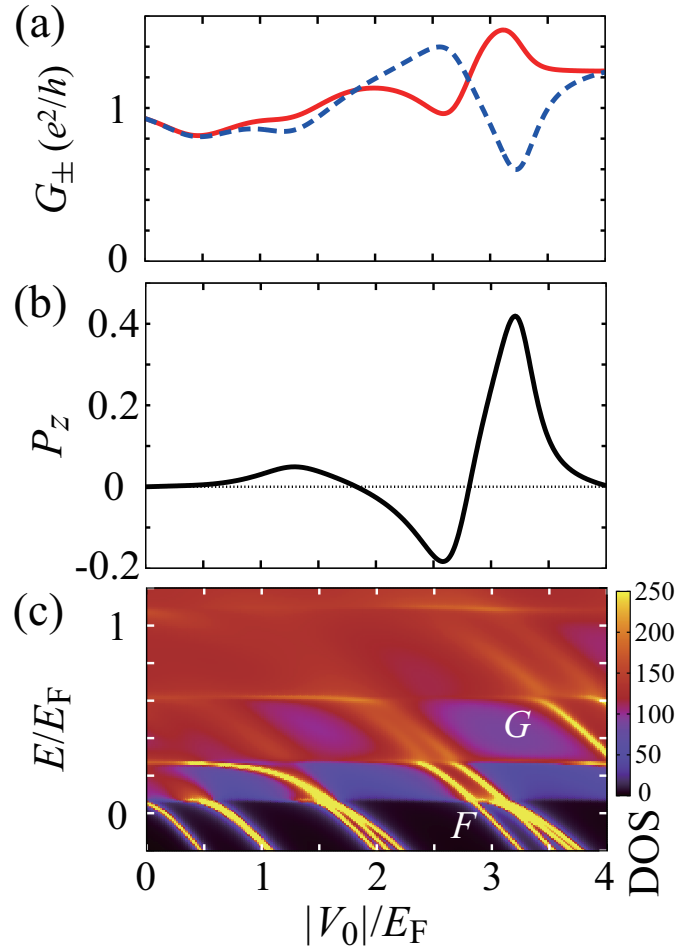


図 2.9 アンチドット構造を持つ T 型 3 端子ナノ構造 [図 2.6(a)] における $k_F r_0 = 3$ の場合の数値計算結果。ポテンシャルの深さ $|V_0|/E_F$ を徐々に深くしたときの (a) スピン $s_z = \pm 1/2$ に対する粒子浴 1 から 2 への電気伝導度 G_{\pm} 、(b) 粒子浴 2 への電流のスピン偏極 $P_z = (G_+ - G_-)/(G_+ + G_-)$ 、および (c) 電子のエネルギー E に対する状態密度 $D(E)$ である (E_F は Fermi エネルギー)。 (a) において、赤実線は G_+ 、青破線は G_- を示している。 (c) では、状態密度をグレースケールでプロットしたもので、明るい部分ほど状態密度が大きいことを示している。パラメータは $W = 50$ nm、 $r_0 = W/4$ 、 $\tilde{\lambda}_{SO} = 0.2$ である。

2.6.3 $k_F r_0 = 1$ の場合

$k_F r_0 = 1$ の場合、 $r_0 = W/4$ より、

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F} = 2\pi r_0 = \frac{\pi}{2} W \simeq 78.5 \text{ nm} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \lambda_F < W < \lambda_F$$

を満たし、伝導チャンネルの数は $N_{\text{ch}} = 1$ となる。このとき、接合部内での電子の干渉効果が電気伝導度とそのスピン偏極に強く影響する。

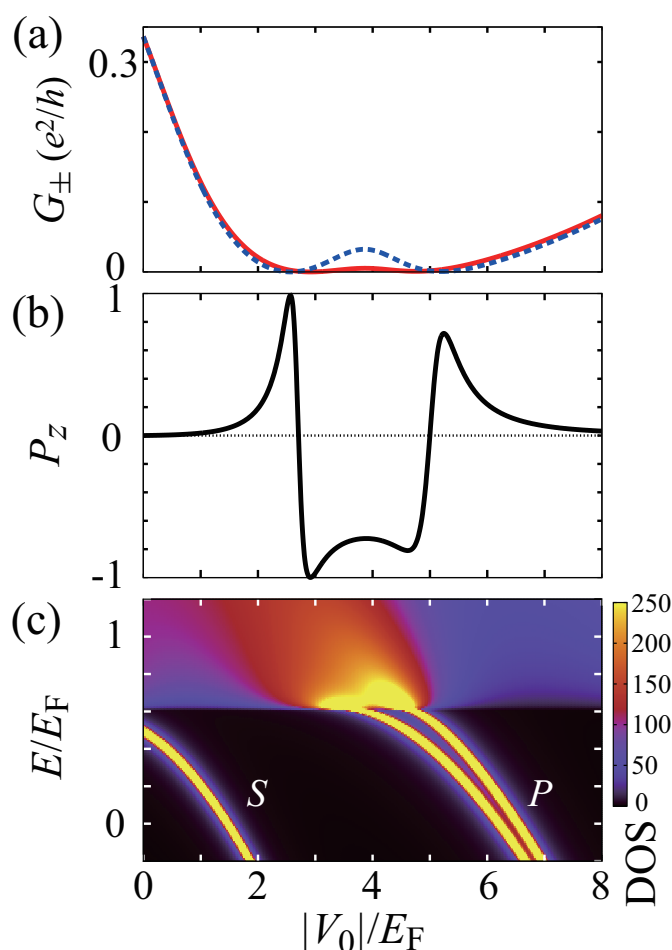


図 2.10 アンチドット構造を持つ T 型 3 端子ナノ構造 [図 2.6(a)] における $k_F r_0 = 1$ の場合の数値計算結果。ポテンシャルの深さ $|V_0|/E_F$ を徐々に深くしたときの (a) スピン $s_z = \pm 1/2$ に対する粒子浴 1 から 2 への電気伝導度 G_{\pm} 、(b) 粒子浴 2 への電流のスピン偏極 $P_z = (G_+ - G_-)/(G_+ + G_-)$ 、および (c) 電子のエネルギー E に対する状態密度 $D(E)$ である (E_F は Fermi エネルギー)。(a) において、赤実線は G_+ 、青破線は G_- を示している。(c) では、状態密度をグレースケールでプロットしたもので、明るい部分ほど状態密度が大きいことを示している。パラメータは $W = 50$ nm、 $r_0 = W/4$ 、 $\tilde{\lambda}_{SO} = 0.2$ である。

図 2.10 はポテンシャルの深さ $|V_0|$ を深くしていったときの計算結果である。図 2.10(a)、(b) はそれぞれスピン $s_z = \pm 1/2$ に対する電気伝導度 G_{\pm} とその電流のスピン偏極 P_z である。(c) はポテンシャルの深さ $|V_0|$ と電子のエネルギー E に対する状態密度をグレースケールで示したもので、明るい部分ほど状態密度が大きい。 $k_F r_0 = 1$ の場合、 $E/E_F = 0.616$ に最低バンドのバンド端がある。図 2.10(a) において、電気伝導度 G_{\pm} は共鳴散乱によって強く抑制されており、特に $|V_0|/E_F \approx 2.7$ と ≈ 5 において $G_{\pm} \approx 0$ となる。この電気伝導度の消失は共鳴散乱だけでは説明できず、接合部における干渉効果が強く電気伝導度に寄与して

いると考えられる。SO 相互作用がはたらくと、 $s_z = \pm 1/2$ の共鳴条件に差が生じて、 G_{\pm} が極小となる $|V_0|$ が異なる。その結果、一方のスピに対してが $G_{\pm} \approx 0$ となるときに、他方のスピのみが伝導できるようになり、 $P_z \simeq \pm 100\%$ のスピ偏極が得られる [図 2.10(b)]。

状態密度 $D(E)$ を調べると、 $|V_0|/E_F \approx 3$ のときに、 P 波-like の仮想的束縛状態が Fermi 面上に形成されている [図 2.10(c)]。従って、 $|V_0|/E_F \approx 2.7$ における電気伝導度の消失は P 波-like の共鳴散乱に起因すると考えられる。一方、 $|V_0|/E_F \approx 5$ における 2 回目の電気伝導度の消失では、Fermi 面上に仮想的束縛状態が形成されていない。従って、接合部における干渉効果が強く寄与することで 2 回目の消失が引き起こされていると考えられる。

以上の単一チャンネルの場合、電気伝導度 G_{\pm} が小さく効率的なスピ偏極生成ではないが、完全なスピ偏極源として有効である。

2.6.4 チャンネル分解

以上では、パラメータがそれぞれ $k_F r_0 = 1, 2, 3$ の場合について議論した。このときのリード中の伝導チャンネルの数はそれぞれ $N_{\text{ch}} = 1, 2, 3$ である。伝導チャンネルが複数ある場合、ある程度大きな電気伝導度と共鳴散乱による電気伝導度のディップ、SO 相互作用によるディップ位置の分裂によってスピ偏極が増大する。一方、 $N_{\text{ch}} = 1$ の場合は、共鳴散乱と接合部での干渉効果に起因して電気伝導度が小さくなりうる。このとき、 $G_{\pm} \approx 0$ となるときに $P_z \simeq \pm 100\%$ のスピ偏極が得られる。そこで、 $N_{\text{ch}} \geq 2$ の場合に各チャンネルでの電気伝導度を求め、共鳴散乱によるスピ偏極の増大についてより詳細に調べる。

$k_F r_0 = 2$ の場合 ($N_{\text{ch}} = 2$) に、粒子浴 1 からの入射波をチャンネル $\mu = 1, 2$ に分解したときの電気伝導度 G_{\pm} とそのスピ偏極 P_z を図 2.11(a) から (c) に示した。チャンネル $\mu = 1, 2$ の電気伝導度は共に $|V_0|/E_F \approx 2, 5$ において、 D 波-like、および F 波-like の仮想的束縛状態を介した共鳴散乱によって急激に変化し、 G_+ と G_- の差も増大している。 $\mu = 1$ の場合は図 2.10 で示されている $N_{\text{ch}} = 1$ の状況に対応しており、 $|V_0|/E_F \lesssim 2$ の領域において電気伝導度は抑制されている。また、 $|V_0|/E_F \approx 0.6$ においても極小を持ち、 $\mu = 1$ に対しては干渉効果が強く電気伝導度に影響していることが分かる。一方、チャンネル $\mu = 2$ の電気伝導度はおよそ $\mu = 1$ よりも大きく、全チャンネルの電気伝導度への寄与が大きい。そのため、図 2.11(b) と図 2.7(a) は似た振る舞いとなっている。

電気伝導度の振る舞いから、 $\mu = 2$ のスピ偏極は図 2.7(c) と似た振る舞いとなっており、ディップ・ピークの振る舞いを示しながら $|V_0|/E_F \approx 4.7$ と ≈ 5.3 においてそれぞれ -50% 、 83% まで増大する [図 2.11(c)]。一方、 $\mu = 1$ のスピ偏極は、 $|V_0|/E_F \approx 5$ における F 波-like の共鳴散乱に起因した増大に加え、 $|V_0|/E_F \approx 2$ においても 73% にまで増大されている。これは $|V_0|/E_F \approx 2$ で G_{\pm} が強く抑制されているためで、 $k_F r_0 = 1$ の場合に P_z が著しく増大されたことと類似している。

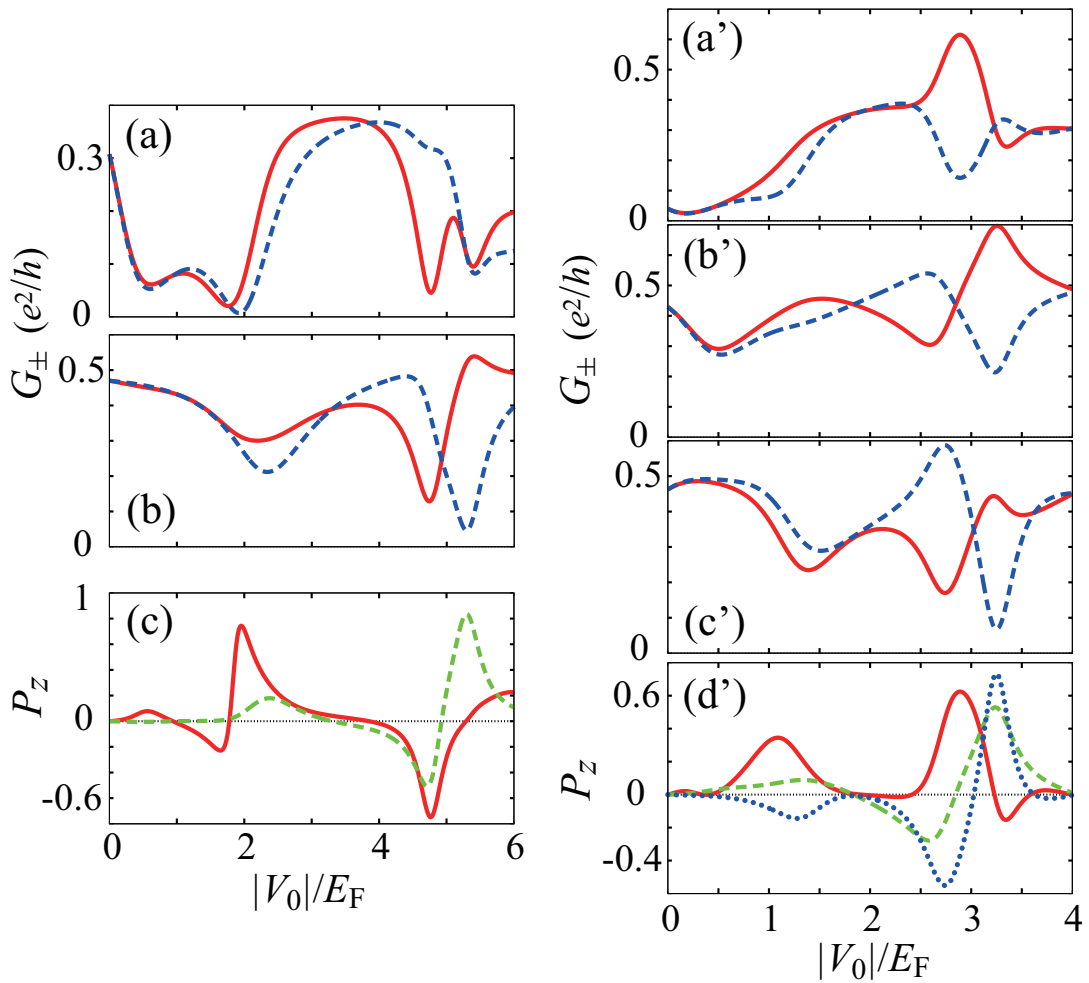


図 2.11 アンチドット構造を持つ T 型 3 端子ナノ構造 [図 2.6(a)] における $k_F r_0 = 2$ [(a)-(c)] と $k_F r_0 = 3$ [(a')-(d')] の場合での各チャンネルに対する数値計算結果。ポテンシャルの深さ $|V_0|/E_F$ を徐々に深くしたときの (a),(a') チャンネル $\mu = 1$ 、(b),(b') 2、および (c') 3 で電子が入射された場合の spin 依存電気伝導度 G_{\pm} と (c),(d') その spin 偏極 $P_z = (G_+ - G_-)/(G_+ + G_-)$ である (E_F は Fermi エネルギー、spin は $s_z = \pm 1/2$)。全て粒子浴 1 から 2 への伝導に対する結果である。電気伝導度の結果において、赤実線は G_+ 、青破線は G_- を示している。(c),(d') では、赤実線、緑破線、および青点線はそれぞれ $\mu = 1, 2, 3$ の spin 偏極 P_z を示している。パラメータは $W = 50 \text{ nm}$ 、 $r_0 = W/4$ 、 $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = 0.2$ である。

図 2.11(a') から (d') は $k_F r_0 = 3$ の場合 ($N_{\text{ch}} = 3$) のチャンネル分解の結果である。この場合も、 $k_F r_0 = 2$ の場合と同様、 $\mu = 1$ と $\mu \geq 2$ で電気伝導度の振る舞いに違いが見られる。図 2.11(a') において、チャンネル $\mu = 1$ の G_{\pm} は $|V_0|/E_F \lesssim 1$ の領域で抑制されており、その結果、 $|V_0|/E_F \approx 1$ における spin 偏極の増大を得ている。また、 $|V_0|/E_F \approx 3$ での G 波-like の共鳴散乱でも先に $G_+ > G_-$ となり、 P_z は図 2.9(b) とは逆のピーク・ディップの振る舞いとなっている。一方、チャンネル $\mu \geq 2$ はおおよそ $G_{\pm} \simeq 0.4e^2/h$ 程度で [図

2.11(b'), (c')], 電気伝導度とスピン偏極の振る舞いは定性的に図 2.9 と一致している。

以上より、共鳴散乱は各チャンネルの電気伝導度に対して強く影響する。一方で、干渉効果は $\mu = 1$ に対しては強く寄与するが、 $\mu \geq 2$ は前者ほどは影響を受けないと考えられる。このようなチャンネル $\mu = 1$ のみでの電子の入射は粒子浴 1 と接合部の間に量子ポイントコンタクトを用いることで可能である。

2.6.5 歪みの影響

実際の実験では、人工ポテンシャルは軸対称からずれて非対称な形状と考えられる。そこで、ポテンシャルを楕円にして対称性を壊した場合について調べる。

楕円のポテンシャルは (2.87) 式において、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ を

$$r' = \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (ab = 1) \quad (2.89)$$

に置き換えることで与えられる。ポテンシャルの中心の位置は接合部の中心と一致する。図 2.12(a) と (b) はそれぞれ楕円ポテンシャルの長軸が x 方向の場合 ($a > b$) と y 方向の場合 ($a < b$) のスピン偏極 P_z を示している。Fermi 波数は $k_F r_0 = 2$ とした。図 2.12 を見ると、共鳴散乱付近 ($|V_0|/E_F \approx 5$ において F 波-like の共鳴) でのスピン偏極はどちらの場合でもポテンシャルが軸対称のとき (黒い細線) に最大で、長軸と短軸の比 a/b (または b/a) を大きくして非対称にしていくとスピン偏極が減少していくことが分かる。この非対称性によるスピン偏極の減少は仮想的束縛状態のエネルギー準位の縮退が解けることによって理解できる。以下では、リードを無視した広い 2 次元系で議論する。

まず、SO 相互作用が無いとする。軸対称なポテンシャルがあると、軌道角運動量 l_z が保存される。そのため、仮想的束縛状態の波動関数は l_z の固有状態 $e^{im\theta}$ に比例する。このとき、 $l_z = \pm m$ の仮想的束縛状態は縮退している。ポテンシャルも含めハミルトニアンは実演算子なので、縮退している $l_z = \pm m$ の固有状態に対して線形結合をとって仮想的束縛状態の波動関数を実関数とすることができる。ポテンシャルに歪みが生じると、仮想的束縛状態の縮退が解ける。 $l_z = \pm m$ 以外の仮想的束縛状態はエネルギー準位が十分離れており、寄与しないとする。ポテンシャルの軸対称性が壊れていてもハミルトニアンは実なので、波動関数も実のみである。

SO 相互作用がある場合、SO 相互作用によって 2 つの仮想的束縛状態が混ざる。 $H_{SO} \propto \sigma \cdot (\mathbf{p} \times \nabla V)$ の軌道成分は純虚数の演算子なので、仮想的束縛状態に対する対角成分は 0 である。ポテンシャルが軸対称の場合、仮想的束縛状態が縮退しているので、 H_{SO} による混ざり合いが強くはたらき、Kramers 縮退している仮想的束縛状態の波動関数は $e^{im\theta}\chi_{\uparrow}$ と $e^{-im\theta}\chi_{\downarrow}$ となる。そのため、アップスピンとダウンスピンは異なる共鳴散乱を受ける。 $e^{+im\theta}$ と $e^{-im\theta}$ の仮想的束縛状態を介した共鳴散乱に対して、 $\theta = \pm\pi/2$ 方向への散乱振

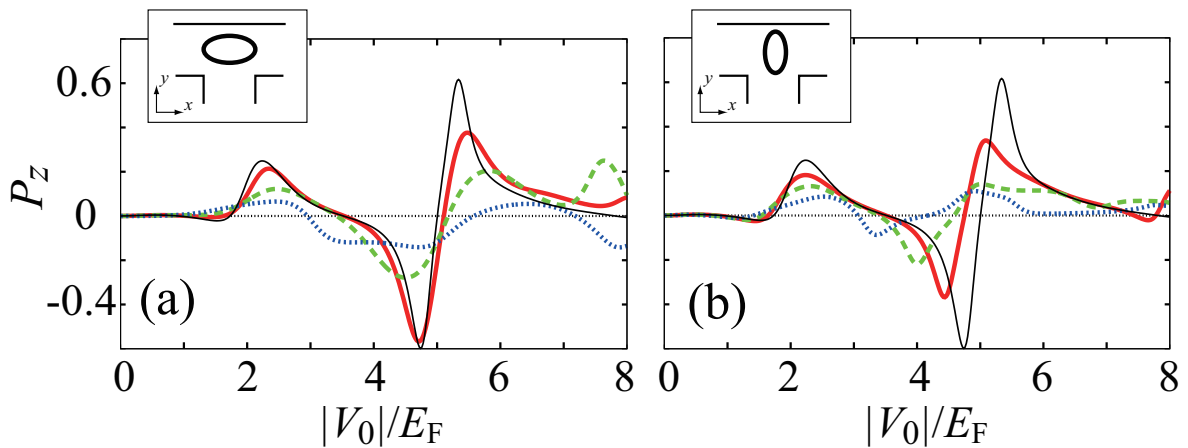


図 2.12 アンチドット構造を持つ T 型 3 端子ナノ構造 [図 2.6(a)] においてポテンシャルが楕円形の場合のスピンの偏極 P_z の計算結果。 $k_F r_0 = 0.2$ 。ポテンシャルは式 (2.87) を $V(r'); r' = \sqrt{(x/a)^2 + (y/b)^2} (ab = 1)$ とする。ポテンシャルの深さ $|V_0|/E_F$ を徐々に深くしたときの (a) $a > b$ の場合と (b) $a < b$ の場合の粒子浴 1 から 2 への伝導に対するスピンの偏極である。(a) において、赤実線、緑破線、青点線はそれぞれ $a/b = 5/4, 3/2, 2/1$ の場合の結果を示している。また、(b) において、赤実線、緑破線、青点線はそれぞれ $b/a = 5/4, 3/2, 2/1$ の場合の結果を示している。黒細線は $a = b = 1$ でポテンシャルが軸対称の場合。パラメータは $W = 50 \text{ nm}$ 、 $r_0 = W/4$ 、 $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = 0.2$ である。

幅 (または左右の端子への電気伝導度) に大きな差がある場合、大きなスピンの偏極が誘起される。ポテンシャルが軸対称ではなくなると軌道に対する縮退がとけるため、 H_{SO} による軌道の混ざり合いが弱くなる。そのため、歪みが強くなると Kramers 縮退している仮想的束縛状態の波動関数の軌道成分はスピンに依存しなくなり、共鳴散乱のスピン依存性もなくなる。その結果、ポテンシャルの歪みによって「共鳴散乱によるスピンの偏極の増大」は抑制される。しかし、図 2.12 を見ると、 $a/b = 2/1, 1/2$ の場合においても、共鳴散乱付近で 10% 程度のスピンの偏極が生き残っている。従って、実際の実験においても十分なスピンの偏極を得ることができると思われる。

2.7 本章のまとめ

本章では、半導体アンチドット構造または STM チップによって 2 次元電子系に形成される人工ポテンシャルを考え、人工ポテンシャルによる散乱に起因した外因性スピンホール効果を明らかにした。最初に、無限に広い 2 次元系に軸対称な人工ポテンシャルがある場合を考えた。部分波展開を用いて外因性スピンホール効果を量子力学的に定式化し、スピンホール効果によって生成されるスピンの偏極を求めた。特に、人工ポテンシャルが引力の場合を議論し、仮想的束縛状態を介した共鳴散乱付近で散乱振幅が急激に変化することでスピンの偏極

が著しく増大されることを明らかにした。次に、アンチドット構造を持つ T 型の 3 端子ナノ構造を考えた。スピン偏極していない電子が 1 つの端子から入射されるとし、スピンに依存した電気伝導度を求めることで、スピン偏極を求めた。引力ポテンシャルを深くしていくと、共鳴散乱によって電気伝導度が急激に変化する。その付近で、60% 程度の大きなスピン偏極が得られることを示した。また、ポテンシャルが歪んだ場合を調べ、仮想的束縛状態の縮退が共鳴散乱による外因性スピンホール効果の増大において重要であることを明らかにした。

SO 相互作用のある 3 端子ナノ構造を用いたスピフィルターは多くの先行研究で提案されている。Kiselev と Kim は Rashba の SO 相互作用がはたらくスピフィルターを提案した [45]。彼らは 2 次元電子系の Fermi エネルギーが変調されるときに、3 端子の接合部において共鳴散乱が起き、スピン偏極が増大されることを指摘した。彼らのスピフィルターでは、スピン偏極の向きが z 軸から傾いている。一方、本章で提案したアンチドット構造を持つスピフィルターでは、スピンは z 方向に偏極している。これは実験において測定を行いやすく、スピントロニクスデバイスへの応用においても利点となる。

共鳴散乱による外因性スピンホール効果は磁性不純物のある金属中においても調べられており、共鳴散乱によるスピンホール効果の増大が報告されている [124–127]。しかし、半導体ヘテロ接合の場合、散乱ポテンシャルの制御性が高いという利点を持つ。そのため、単一の散乱体による外因性スピンホール効果とその増大を詳細に調べることができる。

本章では、電子間相互作用を無視している。ポテンシャルが引力の場合、ポテンシャルを深くしていくと電子が束縛される。この電子と Fermi 面上の伝導電子間のクーロン相互作用は考慮されるべきである。Hartree 近似を考えると、クーロン相互作用はポテンシャルの深さをシフトさせる。従って、本章での $|V_0|$ は小さく見積もられている。しかし、共鳴散乱による外因性スピンホール効果の増大についての議論は定性的に変わらないと考えられる。

第 3 章

半導体量子ドット

前章では、アンチドット構造や STM チップによって形成される人工ポテンシャルを考え、引力の場合に、仮想的束縛状態を介した共鳴散乱による外因性スピンホール効果について調べた。本章では、ナノ構造における共鳴現象として、半導体量子ドットにおける共鳴トンネルに着目し、量子ドット中の離散準位を介した共鳴トンネルによる「外因性スピンホール効果」を議論する。

3.1 はじめに

1.4 節で述べたように、量子ドット中のスピン軌道 (SO) 相互作用に起因した準位の反交差など、様々なスピン物性の実験が行われている。また、最近の実験で、スピン偏極電流の生成や量子ドットを用いたスピンフィルターに関する結果が報告されている [43]。また、リードとの間にポテンシャル障壁がない開放系の量子ドットだが、Krich と Halperin によって量子ドットに多端子を接続した系における SO 相互作用に起因したスピン偏極電流の生成が議論されている [56, 57]。

本章では、量子閉じ込め効果が強く、離散準位を持つ量子ドットに N 本の伝導リードが接続された系を考え、量子ドット中の離散準位を介した共鳴トンネルによるスピン偏極電流の生成について調べる。最初に、SO 相互作用のある量子ドットの最少モデルとして 2 準位モデルを考える。1 つのリードからスピン偏極していない電子が入射されるとし、共鳴トンネルによるクーロンピーク近傍でのスピン依存電気伝導度を解析的に求めることで、他のリードにおけるスピン偏極電流の生成を明らかにする。このとき、リードに接続された量子ドットを 1 つの「散乱体」と考えることで、スピン偏極電流の生成を量子ドットによる「外因性スピンホール効果」として議論できることを示す。次に、クーロンブロッケード領域に着目し、近藤効果によるスピン依存伝導を調べる。近藤効果によって形成される多体の共鳴準位を slave-boson 平均場近似を用いて記述し、多体の共鳴準位による「スピンホール効果」を明ら

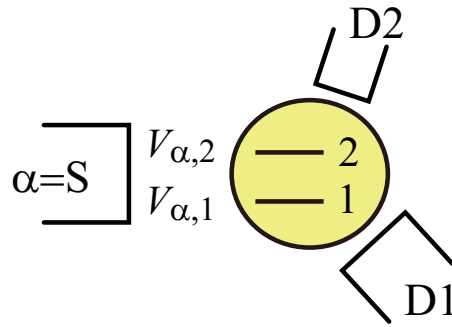


図 3.1 2つのエネルギー準位 ε_1 と ε_2 を持つ量子ドットが $N(\geq 2)$ 本の伝導リードとトンネル結合 $V_{\alpha,1}$ と $V_{\alpha,2}$ によって接続された系の模式図。リード $\alpha = S$ からスピン偏極していない電子が量子ドットに入射され、その他のリード $D1, D2, \dots$ へ透過する。

かにする。また、T型3端子ナノ構造に量子ポイントコンタクトを導入することで、3端子に接続された量子ドットの数値シミュレーションを行う。スピン依存電気伝導度を数値的に求め、2準位モデルの正当性を評価する。

3.2 2準位モデル

本節では、SO相互作用のある量子ドットの最も単純なモデルとして2準位 Anderson モデルを説明する。

エネルギー準位が離散的な閉じ込めの強い量子ドットに2本以上の伝導リードがトンネル結合によって接続された系を考える。この系では、電子は一方のリードから他方のリードへ量子ドット中の離散準位を介して伝導する。十分低温の場合、離散準位とリード中の Fermi エネルギーが一致するときに電子がコヒーレントに伝導する共鳴トンネルが起こる。量子ドット中の離散準位(静電ポテンシャル)をゲート電圧によって掃引すると、準位間隔を反映したクーロン振動が得られる。このクーロン振動において、2つの連続した電流ピーク近傍に着目する。

3.2.1 ハミルトニアン

離散的なエネルギー準位を持つ量子ドットが $N(\geq 2)$ 本の伝導リードに接続された系の模式図を図 3.1 に示した。各リード ($\alpha = S, D1, D2, \dots$) はそれぞれ単一の伝導チャンネルを持ち、量子ドット内の離散準位 ε_j とトンネル結合 $V_{\alpha,j}$ によって接続されている。

量子ドットの電子状態はハミルトニアン

$$H_{\text{dot}} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + U(\mathbf{r}) + H_{\text{SO}} + H_{\text{int}} \quad (3.1)$$

によって記述される。ここで、 m^* は伝導電子の有効質量、 $U(\mathbf{r})$ は量子ドットによる閉じ込めポテンシャル、 H_{SO} は SO 相互作用、 H_{int} は量子ドット内の電子間相互作用である。SO 相互作用は閉じ込めポテンシャルの勾配 ∇U によって誘起される Rashba 相互作用 (1.12) と結晶構造による Dresselhaus 相互作用 (1.14) の和である。(3.1) 式において、右辺の第 1 項と第 2 項 $p^2/(2m^*) + U(\mathbf{r})$ は離散準位 $\{\varepsilon_j\}$ を形成する。ここで、リード中の Fermi 面に近く、電子の伝導に寄与する 2 つのエネルギー準位 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を考え、他の準位は十分離れていて伝導に寄与しないとする。準位 ε_j の固有状態を $|j\rangle$ とする。このとき、ヒルベルト空間を $|1\rangle$ と $|2\rangle$ に限定する。 $p^2/(2m^*) + U(\mathbf{r})$ は実演算子なので $\langle \mathbf{r} | j \rangle \in \mathcal{R}$ である。SO 相互作用は軌道成分 ($\mathbf{p} \times \nabla U$ など) が純虚数の演算子なので、2 準位に対して対角成分は $\langle j | H_{\text{SO}} | j \rangle = 0$ である。一方、非対角成分は純虚数となる:

$$\langle 2 | H_{\text{SO}} | 1 \rangle = i \mathbf{h}_{\text{SO}} \cdot \boldsymbol{\sigma} / 2. \quad (3.2)$$

ここで、 $\mathbf{h}_{\text{SO}} = \mathbf{h}_{\text{RSO}} + \mathbf{h}_{\text{DSO}}$ はベクトルで、その大きさ $\Delta_{\text{SO}} = |\mathbf{h}_{\text{SO}}|$ は SO 相互作用による 2 準位の混成エネルギー、その方向は SO 相互作用による有効磁場の向きを与える。 \mathbf{h}_{SO} の各成分はそれぞれ Rashba 項 $i \mathbf{h}_{\text{RSO}} = (2\lambda/\hbar) \langle 2 | (\mathbf{p} \times \nabla U) | 1 \rangle$ と Dresselhaus 項 $i h_{\text{DSO},x} = (2\lambda'/\hbar) \langle 2 | p_x (p_y^2 - p_z^2) | 1 \rangle$ ($h_{\text{DSO},y}$ と $h_{\text{DSO},z}$ に対しても同様) からの寄与である。スピン量子化軸を SO 相互作用による有効磁場方向にとる。このとき、状態 $|j\rangle$ 、スピン σ の生成、消滅演算子 $d_{j\sigma}^\dagger, d_{j\sigma}$ を用いると、2 準位に対する量子ドットのハミルトニアン (3.1) は

$$H_{\text{dot}} = \sum_{\sigma=\pm} (d_{1\sigma}^\dagger, d_{2\sigma}^\dagger) \left(\bar{\varepsilon} - \frac{\Delta}{2} \tau_z + \sigma \frac{\Delta_{\text{SO}}}{2} \tau_y \right) \begin{pmatrix} d_{1\sigma} \\ d_{2\sigma} \end{pmatrix} + H_{\text{int}} \quad (3.3)$$

と書ける。ここで $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$ は平均準位エネルギー、 $\Delta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ は準位間隔である。InAs 量子ドットの実験では、 $\Delta_{\text{SO}} \sim 0.2 \text{ meV}$ と見積もられている [63, 64, 66, 67, 70]。 τ_y と τ_z はそれぞれ準位 1, 2 を表示する擬スピンに対する Pauli 行列の y, z 成分である。量子ドットがリードと接続されずに孤立していた場合、準位間隔は $\sqrt{\Delta^2 + (\Delta_{\text{SO}})^2}$ となる。量子ドットにおける典型的な準位間隔は $\delta \sim 1 \text{ meV}$ 程度であるが、多数の準位の組の中から準位間隔 Δ が δ より小さい組を考える。ある準位の組に対して Δ は固定されているが、平均準位 $\bar{\varepsilon}$ はゲート電圧によって制御することができる。

量子ドットにリードが接続された系では、全系のハミルトニアンは量子ドットのハミルトニアン (3.3) も含め

$$H = H_{\text{dot}} + H_{\text{lead}} + H_{\text{T}} \quad (3.4)$$

と書かれる。ここで、

$$H_{\text{lead}} = \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} \varepsilon_k a_{\alpha,k\sigma}^\dagger a_{\alpha,k\sigma} \quad (3.5)$$

はそれぞれ単一の伝導チャンネルを持つリード ($\alpha = S, D1, D2, \dots$) のハミルトニアン、

$$\begin{aligned} H_T &= \sum_{j=1,2} \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} \left(V_{\alpha,j} d_{j\sigma}^{\dagger} a_{\alpha,k\sigma} + \text{h.c.} \right) \\ &= \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} V_{\alpha} \left[\left(e_{\alpha,1} d_{1\sigma}^{\dagger} + e_{\alpha,2} d_{2\sigma}^{\dagger} \right) a_{\alpha,k\sigma} + \text{h.c.} \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

は量子ドットとリードの結合を表すトンネルハミルトニアンである。ここで、 $a_{\alpha,k\sigma}^{\dagger}$ 、 $a_{\alpha,k\sigma}$ はリード α 中の状態 k 、スピン $\sigma = \pm$ にある伝導電子の生成、消滅演算子である。 $V_{\alpha,j}$ は量子ドット中の状態 $|j\rangle$ とリード α のトンネル結合である。 $V_{\alpha} = \sqrt{(V_{\alpha,1})^2 + (V_{\alpha,2})^2}$ 。 $\langle r|j\rangle$ が実関数なので、 $V_{\alpha,j}$ は実にとることができる。ここで、2準位に対するリード α へのトンネル結合を特徴づける単位行列 $e_{\alpha} = (e_{\alpha,1}, e_{\alpha,2})^T$ を導入した ($e_{\alpha,j} = V_{\alpha,j}/V_{\alpha}$)。 e_{α} は量子ドット内の電子の波動関数とリード中の電子の波動関数との重なりを反映しており、量子ドットに接続したリード間の角度に関する情報を含んでいる。 V_{α} はサイドゲートなどを用いることで電氣的に制御可能であるが、一方で e_{α} は波動関数 $\langle r|1\rangle$ 、 $\langle r|2\rangle$ によって決まるため、各クーロンピークに対して制御することは難しい。次節以降の計算結果では、適当な $\{e_{\alpha}\}$ を持ったピークを想定する。

3.2.2 電気伝導度の計算方法

以下では任意の準位間隔 Δ を考え、共鳴トンネルによる電流ピーク近傍での電気伝導度を求める [136]。電流ピーク近傍では、電子間相互作用は電流ピークに対して定性的に重要ではなく、無視してよい。ハミルトニアン (3.4) から電気伝導度を計算するため、遅延グリーン演算子を導入する:

$$(\varepsilon - H + i\eta)\hat{G} = 1. \quad (3.7)$$

η は正の微少量である。ここで、ハミルトニアン (3.4) に対してトンネルハミルトニアン H_T を摂動項、それ以外 H_0 を非摂動ハミルトニアンとすると、リード S から Dn ($n = 1, \dots, N-1$) への電子の伝導を記述する T 行列は

$$\hat{T} = H_T + H_T \hat{G} H_T \quad (3.8)$$

と求まる*1、

リード S 中の状態 $k\sigma$ からリード Dn 中の状態 $k'\sigma'$ への遷移確率 P は T 行列を用いて

$$P = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle Dn, k'\sigma' | \hat{T} | S, k\sigma \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon_{S,k\sigma} - \varepsilon_{Dn,k'\sigma'}) \quad (3.9)$$

*1 補遺 C 参照

与えられる*²。遷移確率 P より、リード S から Dn への電子のトンネル確率は

$$\gamma_{\sigma}^{(S \rightarrow Dn)} = \sum_{k, k'} \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle Dn, k' \sigma' | \hat{T} | S, k \sigma \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon_{S, k \sigma} - \varepsilon_{Dn, k' \sigma}) \times f(\varepsilon_{S, k \sigma} - \mu_S) [1 - f(\varepsilon_{Dn, k' \sigma} - \mu_{Dn})] \quad (3.10)$$

となる。ここで、 $f(\epsilon) = [1 + \exp(\epsilon/k_B T)]^{-1}$ は Fermi 分布関数、 μ_{α} はリード α 中の化学ポテンシャルである。また、ハミルトニアン (3.3) に基づいてスピン σ に対して対角的とし、スピンフリップをともなったトンネル過程はないとした。このトンネル確率を用いて、電流は

$$I_n = \sum_{\sigma=\pm} I_{n, \sigma} = e \sum_{\sigma=\pm} \left(\gamma_{\sigma}^{(S \rightarrow Dn)} - \gamma_{\sigma}^{(Dn \rightarrow S)} \right) \quad (3.11)$$

と書ける。電圧は $V_{\text{bias}} = (\mu_S - \mu_{Dn})/e$ である。絶対零度の場合、ゼロバイアス極限 ($\mu_S = \mu_{Dn} = \varepsilon_F$) で、スピン $\sigma = \pm$ の電子による電流 $I_{n, \sigma}$ は

$$I_{n, \sigma} = \frac{2\pi}{\hbar} e^2 V_{\text{bias}} \nu_S \nu_{Dn} \left| \langle Dn, k' \sigma | \hat{T} | S, k \sigma \rangle_{\varepsilon=\varepsilon_F} \right|^2 \quad (3.12)$$

となる。ここで、 ν_{α} はリード α 中の状態密度である。

(3.10) 式に遅延グリーン演算子を用いた T 行列の表式 (3.8) を適用すると、

$$\begin{aligned} \langle Dn, k' \sigma | T | S, k \sigma \rangle &= \langle Dn, k' \sigma | H_T | S, k \sigma \rangle + \langle Dn, k' \sigma | H_T \hat{G} H_T | S, k \sigma \rangle \\ &= \sum_{j, j'} V_{Dn, j'} \langle j' \sigma | \hat{G} | j \sigma \rangle V_{S, j} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $V_{\alpha, j}$ は実数であることに注意されたい。(3.3) 式に合わせて行列表示すると、

$$\langle Dn, k' \sigma | T | S, k \sigma \rangle = (V_{Dn, 1}, V_{Dn, 2}) \begin{pmatrix} \hat{G}_{11\sigma} & \hat{G}_{12\sigma} \\ \hat{G}_{21\sigma} & \hat{G}_{22\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{S, 1} \\ V_{S, 2} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

とできる。ここで、 $\langle i \sigma | \hat{G} | j \sigma \rangle = \hat{G}_{ij\sigma}$ として略記した。 $|j \sigma\rangle$ は量子ドット中の状態で、(3.7) 式をこの状態ではさむことで (3.13) 式中の量子ドットのグリーン関数を求めることができる*³、

$$\begin{aligned} \left(\hat{G}_{\sigma} \right) &\equiv \begin{pmatrix} \hat{G}_{11\sigma} & \hat{G}_{12\sigma} \\ \hat{G}_{21\sigma} & \hat{G}_{22\sigma} \end{pmatrix} \\ &= \left[\begin{pmatrix} \varepsilon - \bar{\varepsilon} + \Delta/2 & i\sigma \Delta_{\text{SO}}/2 \\ -i\sigma \Delta_{\text{SO}}/2 & \varepsilon - \bar{\varepsilon} - \Delta/2 \end{pmatrix} + i \sum_{\alpha} \Gamma_{\alpha} \begin{pmatrix} (e_{\alpha, 1})^2 & e_{\alpha, 1} e_{\alpha, 2} \\ e_{\alpha, 1} e_{\alpha, 2} & (e_{\alpha, 2})^2 \end{pmatrix} \right]^{-1}. \quad (3.14) \end{aligned}$$

*² T 行列を $\hat{T} = H_T$ までで近似すると遷移確率 P は Fermi の黄金律に一致する。

*³ 補遺 C 参照

ここで、トンネル結合の強さを特徴づける線幅 $\Gamma_\alpha = \pi\nu_\alpha(V_\alpha)^2$ 、およびその行列 $\hat{\Gamma}_\alpha$ を導入した。以上の (3.13) 式、および (3.14) 式を電流の表式 (3.12) に適用するとスピンの依存した電気伝導度 $G_{n,\pm}$ が求まる:

$$G_{n,\sigma} = \frac{e^2}{h} \frac{4\Gamma_S\Gamma_{Dn}}{|D|^2} \left[g_n^{(1)} + g_{n,\sigma}^{(2)} \right], \quad (3.15)$$

$$g_n^{(1)} = \left[\left(\varepsilon_F - \bar{\varepsilon} - \frac{\Delta}{2} \right) e_{Dn,1} e_{S,1} + \left(\varepsilon_F - \bar{\varepsilon} + \frac{\Delta}{2} \right) e_{Dn,2} e_{S,2} \right]^2, \quad (3.16)$$

$$g_{n,\pm}^{(2)} = \left[\pm \frac{\Delta_{SO}}{2} (\mathbf{e}_S \times \mathbf{e}_{Dn})_z + \sum_\alpha \Gamma_\alpha (\mathbf{e}_{Dn} \times \mathbf{e}_\alpha)_z (\mathbf{e}_S \times \mathbf{e}_\alpha)_z \right]^2, \quad (3.17)$$

$$D = (\varepsilon_F - \bar{\varepsilon})^2 - \frac{1}{4} \left\{ \Delta^2 + (\Delta_{SO})^2 \right\} + (\Gamma_{12})^2 - \Gamma_1\Gamma_2 \\ + i \left\{ (\varepsilon_F - \bar{\varepsilon})(\Gamma_1 + \Gamma_2) - \frac{1}{2} \Delta(\Gamma_1 - \Gamma_2) \right\}. \quad (3.18)$$

ここで、 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_z = a_1b_2 - a_2b_1$ 。 D は (3.14) 式でエネルギーがリード中の Fermi エネルギー ε_F の場合の分母である。 $\Gamma_j = \sum_\alpha \Gamma_\alpha (e_{\alpha,j})^2$ 、 $\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = \sum_\alpha \Gamma_\alpha e_{\alpha,1} e_{\alpha,2}$ はそれぞれ線幅行列 $\hat{\Gamma} = \sum_\alpha \hat{\Gamma}_\alpha$ の対角、非対角要素である。このとき、分母の D はスピンの依存していない。(3.15) 式において、第1項 $g_n^{(1)}$ は各準位を介した共鳴トンネルによる伝導を表す。第2項 $g_{n,\pm}^{(2)}$ の Δ_{SO} と Γ_α の項はそれぞれ SO 相互作用とリードへのトンネル結合による準位混成、または擬スピン空間における回転からの寄与を与える。この SO 相互作用によるスピンの依存した準位混成とリードによるスピンの依存しない準位混成の干渉によって、電気伝導度のスピン依存性が得られる。

3.3 スピン依存電気伝導度

前節で求めた、2 準位モデルにおけるスピン依存伝導度 (3.15) について調べる。リード S からスピン偏極していない電子が入射されるとし、他のリード $[Dn; n = 1, \dots, (N-1)]$ においてスピン偏極電流が得られることを示す。また、そのスピン偏極電流が増大する条件を明らかにし、スピン偏極の生成が量子ドットによる散乱に起因した「外因性スピンホール効果」として理解できることを示す。

SO 相互作用は一般的に弱い効果である。従って以下では、 $\Delta_{SO} \lesssim \Gamma_\alpha$ とする [$\alpha = S, D1, \dots, D(N-1)$ はリードの添え字、 $j = 1, 2$ は準位の添え字である]。

3.3.1 準位間隔が大きい場合 ($\Delta \gg \Gamma_\alpha$)

2 準位モデルで議論したいパラメータ領域ではないが、簡単な場合として、2 つの準位の間隔 Δ がリードへのトンネル結合による線幅 Γ_α より十分大きい場合を考える。このとき、

ゲート電圧を掃引すると、それぞれの準位を介した共鳴トンネルによって2つの孤立した電流ピークが得られる。(3.15)式において $\Delta \gg \Gamma_\alpha, \Delta_{SO}$ とすると、電気伝導度は

$$G_{n,\sigma} \approx \frac{4e^2}{h} \Gamma_S \Gamma_{Dn} \sum_{j=1,2} \frac{(e_{Dn,j} e_{S,j})^2}{(\varepsilon_j - \varepsilon_F)^2 + (\Gamma_j)^2} \quad (3.19)$$

と近似でき、 $\varepsilon_{1,2} = \bar{\varepsilon} \mp \Delta/2$ のエネルギー準位を介した共鳴トンネルを反映した2つのローレンツ型のピークが得られる。このとき、スピン偏極電流 [$\propto (G_{n,+} - G_{n,-})$] は非常に小さい。従って、大きなスピン偏極電流を得るためには準位間隔 Δ がトンネル結合による線幅 Γ_α と同程度か小さくなる必要がある。これは孤立した離散準位に対して、SO相互作用がはたらかない ($\langle j | H_{SO} | j \rangle = 0$) ことに対応している。また、以上の議論は2.6節において指摘したように、外因性スピンホール効果の共鳴散乱による増大には状態の縮退が重要であることを量子ドット系においても指摘している。

3.3.2 伝導リードが2本の場合

次に、量子ドットが2本のリードにしか接続されていない場合を考える。このとき、(3.18)式中の $g_{1,\pm}^{(2)}$ において、 α についての和はSとD1のみである。従って、 $(\mathbf{a} \times \mathbf{a})_z = 0$ より Γ の項は0となるので、 $g_{1,\pm}^{(2)} = (\Delta_{SO})^2 (e_S \times e_{Dn})_z^2 / 4$ でスピン依存性がなくなり、スピン偏極は得られない ($G_{1,+} = G_{1,-}$)。以上より、量子ドットによるスピンホール効果には3本以上の伝導リードが必要である。また、スピン偏極には $N \geq 3$ のリードが必要である点は先行研究においても指摘されている [56, 137, 138]。ただし、リード中に2つ以上の伝導チャンネルがあり、スピン緩和、あるいはスピンフリップが起こる場合は、2端子系においてもスピン偏極電流が得られる [40, 56]。

3.3.3 伝導リードが N 本の場合 ($N \geq 3$)

3本の伝導リードに接続された量子ドットを考え、リードSからD1への電気伝導度 $G_{1,\pm}$ について議論する。このとき、 $g_{1,\pm}^{(2)} = [\pm(\Delta_{SO}/2)(e_S \times e_{D1})_z + \Gamma_{D2}(e_{D1} \times e_{D2})_z(e_S \times e_{D2})_z]^2$ となり、SO相互作用によるスピンの依存した準位混成が「3端子目」のリードによる準位混成との干渉によってスピン依存性が生き残る。ここで、 e_{D2} が e_S および e_{D1} と並行でない場合のみを考えると*4。従って、 Δ_{SO} と Γ_{D2} が同程度の場合に、 $g_{1,\pm}^{(2)}$ のスピン依存性は最も強くなると考えられる。

電気伝導度の表式(3.15)を見ると、 $g_1^{(1)}$ に比べて $g_{1,\pm}^{(2)}$ が十分大きいときに $G_{1,\pm}$ のスピン依存性が強くなる。従って、量子ドットの平均準位 $\bar{\varepsilon}$ がリード中のFermiエネルギー ε_F とおおよそ一致するとき、 $g_1^{(1)}$ が小さくなり大きなスピン偏極が得られると期待される。

*4 $e_{D2} \propto e_S$ または $e_{D2} \propto e_{D1}$ の場合、(3.18)式で $g_{1,\pm}^{(2)}$ の中の Γ_α の項が0となりスピン依存性が消える。

以上の議論をまとめると、量子ドットにおける「外因性スピンホール効果」によって大きなスピン偏極電流が生成される条件は

1. リードの本数は $N \geq 3$
2. 準位間隔が小さく、2 準位が伝導に寄与する (縮退): $\Delta \lesssim \Gamma_\alpha$
3. 準位がリード中の Fermi エネルギー近傍にある (共鳴条件): $\varepsilon_F \approx \bar{\varepsilon}$
4. SO 相互作用と 3 端子目による準位混成の大きさが同程度: $\Delta_{SO} \sim \Gamma_{D2}$

とまとめることができる。

上記の条件について調べるため、典型的なパラメータの値を想定し、スピン依存電気伝導度 $G_{1,\pm}$ を計算する。図 3.2 と図 3.4 は量子ドットが 3 本以上のリードに接合された系において、2 準位の平均準位 $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$ をゲート電圧によって掃引したときのリード S から D1 へ電気伝導度である。それぞれ典型的なトンネル結合のパラメータ e_α に対する結果を示している。図 3.2 の場合、(3.16) 式中の $g_1^{(1)}$ における $e_{D1,1}e_{S,1}$ と $e_{D1,2}e_{S,2}$ は異なる符号を持つ。一方、図 3.4 の場合は同符号である。従って、図 3.2 の場合は $-\Delta/2 < \bar{\varepsilon} - \varepsilon_F < \Delta/2$ の範囲内に $g_1^{(1)} = 0$ が解を持たないが、図 3.4 の場合は解を持つ。

図 3.2 では、電気伝導度 $G_{1,\pm}$ が $\bar{\varepsilon}$ の関数として単一のピーク構造を示している。リード S と D1 へのトンネル結合の強さを特徴づける線幅は $\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$ とした。また、リード D2 へのトンネル結合は電氣的に制御され、(a) $\Gamma_{D2} = 0.1\Gamma$ から (d) 2Γ に変調する。実験では、InAs 量子ドットに対して SO 相互作用による準位の反交差の大きさが $\Delta_{SO} \sim 0.2\text{meV}$ と見積もられている [63, 64, 66, 67, 70]。トンネル結合による準位の線幅のオーダーは $\Gamma \sim 1\text{meV}$ なので、本章および次章では、SO 相互作用の強さを $\Delta_{SO} = 0.2\Gamma$ と固定する。準位間隔が $\Delta = 0.2\Gamma$ の場合を考える (図 3.2 中の左図)。このとき、2 準位を介した共鳴トンネルが電子の伝導に寄与し、 $G_{1,\pm}$ は 1 つのピークとなる。ピーク近傍では $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ の差が増大され、大きなスピン偏極電流が得られている [図 3.3(a)]。このスピン偏極の増大において、上記の条件 1. ~ 3. が満たされており、量子ドットにおけるスピンホール効果が共鳴トンネルによって増大されていることを示している。 Γ_{D2} が大きくなるにつれてスピン偏極電流も増大し、ある $\Gamma_{D2} (\sim \Delta_{SO})$ において最大となる。さらに Γ_{D2} を大きくすると、 $G_{n,+} - G_{n,-}$ は減少する。この Γ_{D2} に対する振る舞いは条件 4. に従っており、スピンホール効果がトンネル結合によって電氣的に制御可能であることを意味している。 $\Delta = \Gamma$ の場合 (図 3.2 中の右図)、準位の縮退が解けることでスピンホール効果が弱まる。その結果、電流ピーク近傍でのスピン偏極 $P = (G_{1,+} - G_{1,-}) / (G_{1,+} + G_{1,-})$ は $\Delta = 0.2\Gamma$ のときよりも小さくなる。しかし、図 3.3(a) と (b) を比べると、 $\Delta = \Gamma$ においても十分大きなスピン偏極電流 [$\propto (G_{n,+} - G_{n,-})$] が得られている。

図 3.4 では、 $\Delta = 0.5\Gamma$ に固定している。 Γ_{D2} が小さい場合、電気伝導度 $G_{1,\pm}$ が $\bar{\varepsilon} \approx \varepsilon_F$ において鋭いディップを示している。この電気伝導度のディップは量子ドット中の 2 つの準位

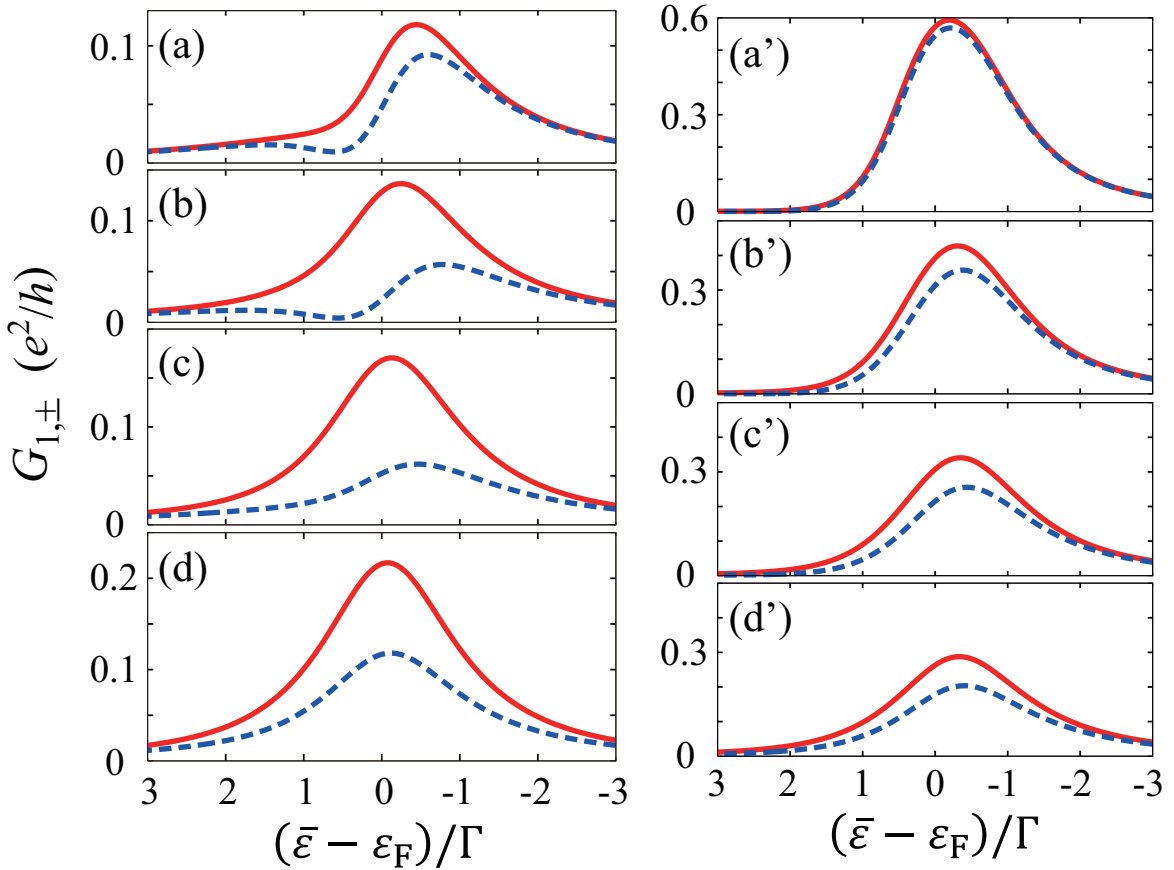


図 3.2 2 準位モデルにおけるリードが 3 本の場合のスピンの依存電気伝導度 $G_{1,\pm}$ 。図に示した電気伝導度はリード D1 への計算結果。2 準位の平均準位 $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ をゲート電圧によって掃引した場合に電流ピークが得られている。 h_{SO} の方向をスピンの量子化軸として、スピン $\sigma = \pm 1$ に対して赤実線は $G_{1,+}$ 、青破線は $G_{1,-}$ を示している。準位間隔は $\Delta = \epsilon_2 - \epsilon_1 = 0.2\Gamma$ (左図) と Γ (右図)。リード S、D1 へのトンネル結合は変えず、その線幅はそれぞれ $\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$ で固定されている ($e_{S,1}/e_{S,2} = 1$, $e_{D1,1}/e_{D1,2} = -2/3$)。一方、リード D2 へのトンネル結合は徐々に強くし、その線幅は (a) $\Gamma_{D2} = 0.1\Gamma$ 、(b) 0.5Γ 、(c) Γ 、および (d) 2Γ である ($e_{D2,1}/e_{D2,2} = 2$)。SO 相互作用の強さは $\Delta_{SO} = 0.2\Gamma$ 。

を透過する電子間の弱め合う干渉によって引き起こされる。量子ドットが 2 端子のみに接続され ($\Gamma_{D2} = 0$)、SO 相互作用も無視できる場合 ($\Delta_{SO} = 0$)、(3.15) 式において $G_{1,\sigma} \propto g_1^{(1)}$ となり、ディップにおいて伝導が完全に抑制される ($G_{1,\sigma} = 0$)。この鋭いディップでは、量子ドットを透過する電子の位相に “phase lapse” が起きている [139]。図 3.4 中で見られているように、3 端子量子ドットにおいて Γ_{D2} を徐々に大きくしていくと、電気伝導度のディップがピークの振る舞いになってしまう。SO 相互作用がはたらく場合、図 3.2 と同様、 $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ の差はこのディップ、またはピークの近傍において増大される。スピン偏極電流も $G_{1,\pm}$ のディップ、ピークの近傍で大きなピークとなっている (図 3.4 の inset)。また、

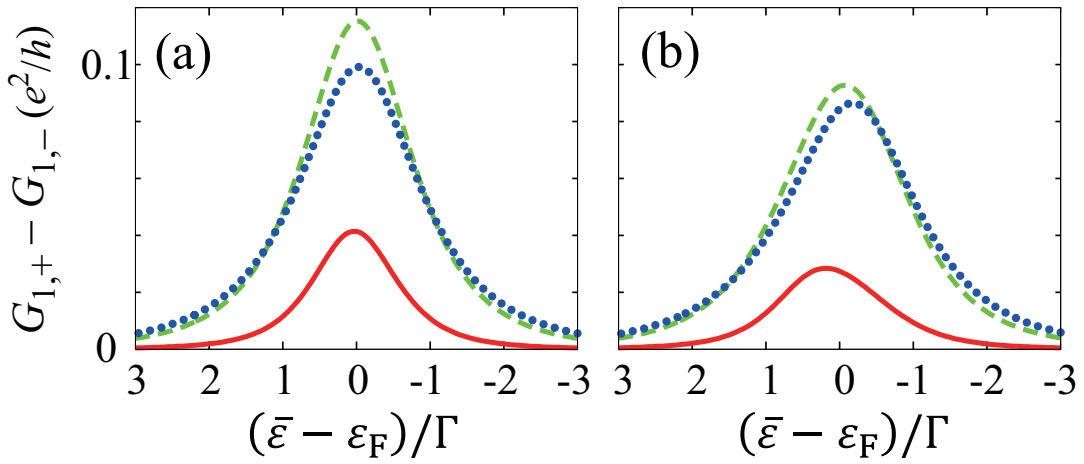


図 3.3 2 準位モデルにおけるリードが 3 本の場合のスピンの偏極電流 [$\propto (G_{1,+} - G_{1,-})$]. 図に示したスピンの偏極電流は 2 準位の平均準位 $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ をゲート電圧によって掃引したときのリード D1 への計算結果。スピンの量子化軸の向きは $\hbar s_{SO}$ である。準位間隔は (a) $\Delta = \epsilon_2 - \epsilon_1 = 0.2\Gamma$ と (b) Γ 。リード S、D1 へのトンネル結合は変えず、その線幅はそれぞれ $\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$ で固定されている ($e_{S,1}/e_{S,2} = 1$, $e_{D1,1}/e_{D1,2} = -2/3$)。一方、リード D2 へのトンネル結合は徐々に強くし、その線幅は $\Gamma_{D2} = 0.1\Gamma$ (赤実線)、 Γ (緑破線)、および 2Γ (青点線) である ($e_{D2,1}/e_{D2,2} = 2$)。SO 相互作用の強さは $\Delta_{SO} = 0.2\Gamma$ 。

スピンの偏極電流の増大は条件 4. に従っている。図 3.4(a) では ($\Gamma_{D2} = 0.1\Gamma$)、 $\sigma = -1$ の電気伝導度がディップにおいてほぼ $G_{1,-} \simeq 0$ にまで抑制されている。その結果、スピンの偏極 $P = (G_{1,+} - G_{1,-})/(G_{1,+} + G_{1,-})$ がほぼ 100% にまで増大している。

3.4 近藤効果

前節では、離散準位を介した共鳴トンネルによる電流ピーク近傍に着目し、共鳴トンネルによる「外因性スピンホール効果」について議論した。その際、スピンホール効果が増大する条件を明らかにした。本節では、離散準位がリード中の Fermi エネルギーから離れたクーロンブロックド領域を考える。クーロンブロックド領域では、電流が抑制され、量子ドット内の電子数が良い量子数となっている。以下では、量子ドット内の電子数が 1 の場合に着目し、近藤効果によって形成される多体状態を介したスピンの偏極電流の生成を議論する。SO 相互作用は時間反転対称性を保つので近藤効果を壊さない。近藤効果による多体状態のエネルギー準位はリード中の Fermi エネルギーと一致するように形成され、リード中の電子はこの準位を介した共鳴トンネルによって伝導できる。この準位を近藤共鳴準位という。従って、近藤共鳴準位に対しては前節の条件 3. が常に満たされる。一方、共鳴準位の線幅は近藤温度 T_K によって与えられる [60]。線幅が準位間隔より小さい場合 ($\Delta > T_K$)、上の準位は近藤共鳴準位の形成に寄与せず、下の準位のスピンのみが遮蔽される。これはよく

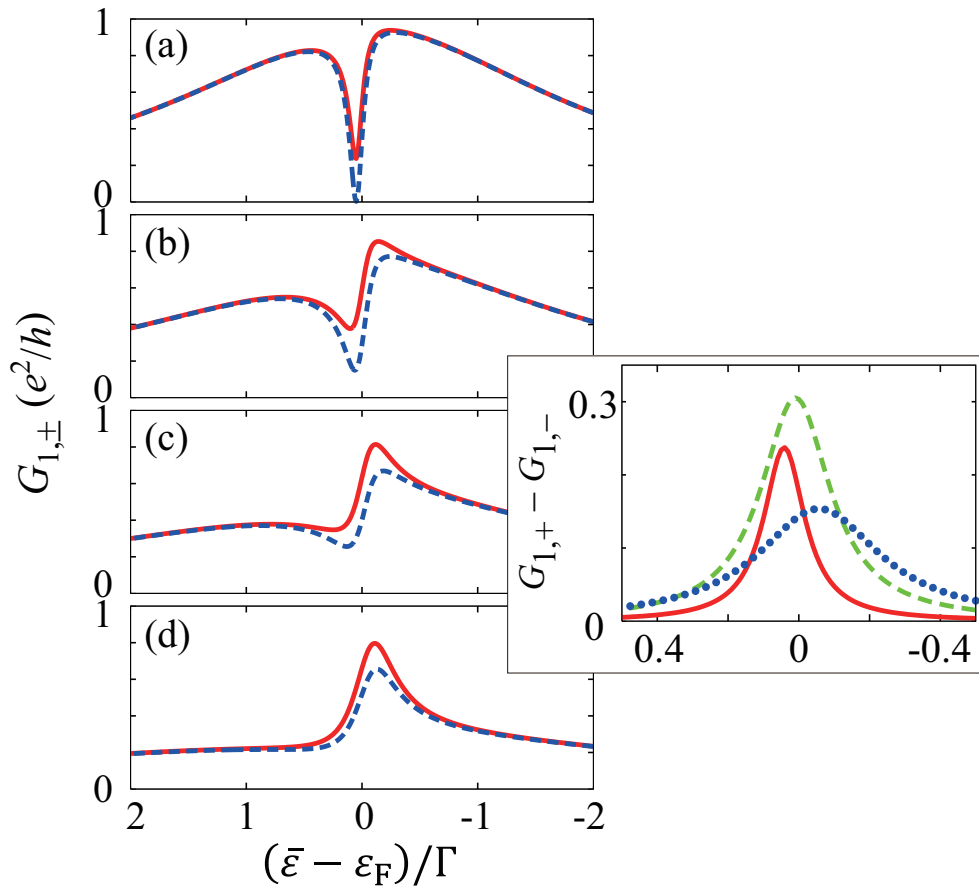


図 3.4 2 準位モデルにおけるリードが 3 本の場合で、“phase lapse” が起こる場合でのスピン依存電気伝導度 $G_{1,\pm}$ の計算結果。平均準位 $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ をゲート電圧によって掃引している。 $\hbar s_{\text{SO}}$ の方向をスピン量子化軸として、スピン $\sigma = \pm 1$ に対して赤実線は $G_{1,+}$ 、青破線は $G_{1,-}$ を示している。準位間隔は $\Delta = \epsilon_2 - \epsilon_1 = 0.5\Gamma$ 。リード S、D1 へのトンネル結合は変えず、その線幅はそれぞれ $\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$ で固定されている ($e_{S,1}/e_{S,2} = 1$, $e_{D1,1}/e_{D1,2} = 2/3$)。一方、リード D2 へのトンネル結合は徐々に強くし、その線幅は (a) $\Gamma_{D2} = 0.1\Gamma$ 、(b) 0.5Γ 、(c) Γ 、および (d) 2Γ である ($e_{D2,1}/e_{D2,2} = 2$)。 (a) では、phase lapse に起因した鋭いディップが得られる。SO 相互作用の強さは $\Delta_{\text{SO}} = 0.2\Gamma$ 。Inset: スピン依存電気伝導度の差 ($G_{1,+} - G_{1,-}$)。単位は e^2/h 。横軸は平均準位 $(\bar{\epsilon} - \epsilon_F)/\Gamma$ である。それぞれ $\Gamma_{D2} = 0.1\Gamma$ (赤実線)、 0.5Γ (緑破線)、 2Γ (青点線) の場合の結果。

知られた SU(2) 近藤効果である。 $\Delta < T_K$ の場合には、上の準位も共鳴準位の形成に寄与し、SU(4) 近藤効果によって準位に対する擬スピンもスピンと同様に遮蔽される^{*5}。この領域において条件 2. が満たされる。

^{*5} 一般に N 本のリードが結合されている場合でも、2 準位の量子ドットに有効的に結合しているチャンネル数は 2 である。この SU(4) 近藤領域では、(軌道 2) \times (スピン 2) の自由度が 2 つのチャンネルによって遮蔽される full-screening の場合となっている。

3.4.1 スレーブ・ボゾン平均場近似

SU(2) および SU(4) 近藤効果を半定量的に記述するために、slave-boson 平均場近似を用いる [60, 140]。この理論は近藤共鳴準位が形成されることを仮定した上でその振る舞いを記述するもので、絶対零度における近藤共鳴準位を介した電気伝導度を求めることができる。

クーロンブロッケイド領域では電子間相互作用が量子ドット内の電子状態に重要な役割を果たす。Anderson model を考え、電子間相互作用は

$$H_{\text{int}} = U \sum_j n_{j+} n_{j-} + U' \sum_{\sigma, \sigma'} n_{1\sigma} n_{2\sigma'} \quad (3.20)$$

とする。ここで、 $n_{j\sigma} = d_{j\sigma}^\dagger d_{j\sigma}$ である。電子間相互作用が準位間隔と線幅に比べて十分大きいとする ($U, U' \gg \Delta, \Gamma_\alpha$)。 $U, U' \rightarrow \infty$ として、2 準位がリード中の Fermi エネルギー付近以下にある場合、量子ドット内の電子状態は電子がない状態 $|0\rangle$ と軌道 $j = 1, 2$ にスピン $\sigma = \pm$ の電子が1つ入っている状態 $|j\sigma\rangle$ の5つを取りうる。この5個の状態 (一般には $2m + 1$ 個) にヒルベルト空間を限定して演算子を構成する方法に slave-boson 法がある。

量子ドットの生成、消滅演算子 $d_{j\sigma}^\dagger, d_{j\sigma}$ を

$$d_{j\sigma}^\dagger = f_{j\sigma}^\dagger b, \quad d_{j\sigma} = b^\dagger f_{j\sigma} \quad (3.21)$$

と記述できるとする。ここで、 b^\dagger, b は「電子がない状態」の生成、消滅演算子、 $f_{j\sigma}^\dagger, f_{j\sigma}$ は「軌道 j にスピン σ がいる状態」の生成、消滅演算子である。ここで、 $b, f_{j\sigma}$ はそれぞれボゾン、フェルミオン演算子で、交換関係と反交換関係

$$[b, b^\dagger] = 1, \quad \{f_{j\sigma}, f_{j'\sigma'}^\dagger\} = \delta_{j,j'} \delta_{\sigma,\sigma'} \quad (3.22)$$

を満たす。量子ドット内の電子数はたかだか1つなので、電子間相互作用 H_{int} は拘束条件

$$b^\dagger b + \sum_{j\sigma} f_{j\sigma}^\dagger f_{j\sigma} = 1 \quad (3.23)$$

と読み換えられる。従って、(3.21) 式をハミルトニアン (3.4) に適用すると

$$\begin{aligned} H = & \sum_{\sigma=\pm} (f_{1\sigma}^\dagger, f_{2\sigma}^\dagger) \left(\bar{\varepsilon} - \frac{\Delta}{2} \tau_z + \sigma \frac{\Delta_{\text{SO}}}{2} \tau_y \right) \begin{pmatrix} f_{1\sigma} \\ f_{2\sigma} \end{pmatrix} \\ & + \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} \varepsilon_k a_{\alpha, k\sigma}^\dagger a_{\alpha, k\sigma} + \sum_j \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} \left(V_{\alpha, j} f_{j\sigma}^\dagger a_{\alpha, k\sigma} b + \text{h.c.} \right) \\ & + \lambda \left(b^\dagger b + \sum_{j\sigma} f_{j\sigma}^\dagger f_{j\sigma} - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

となる*6。ここで、 λ はラグランジュの未定乗数である。

ハミルトニアン (3.24) に対して平均場近似を行う。 b を平均値 $\langle b \rangle$ に置き換え、そのまわりでの揺らぎを無視できるとすると

$$\begin{aligned} H_{\text{MF}} = & \sum_{\sigma=\pm} (f_{1\sigma}^\dagger, f_{2\sigma}^\dagger) \left(\tilde{\varepsilon} - \frac{\Delta}{2} \tau_z + \sigma \frac{\Delta_{\text{SO}}}{2} \tau_y \right) \begin{pmatrix} f_{1\sigma} \\ f_{2\sigma} \end{pmatrix} \\ & + \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} \varepsilon_k a_{\alpha, k\sigma}^\dagger a_{\alpha, k\sigma} + \sum_j \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} \left(\tilde{V}_{\alpha, j} f_{j\sigma}^\dagger a_{\alpha, k\sigma} + \text{h.c.} \right) \\ & + (\tilde{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}) (|\langle b \rangle|^2 - 1) \end{aligned} \quad (3.25)$$

となり、電子間相互作用を無視したハミルトニアンと数学的に同じ形に帰着する。ここで、 $\tilde{\varepsilon} = \bar{\varepsilon} + \lambda$ 、 $\tilde{V}_{\alpha, j} = V_{\alpha, j} \langle b \rangle$ である。この H_{MF} から、分配関数 $Z = \text{Tr} \exp\{-\beta(H_{\text{MF}} - \mu N)\}$ を用いて、自由エネルギー

$$F = -\frac{1}{\beta} \ln Z = -\frac{1}{\beta} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \rho_{\text{sys}}(\varepsilon) \ln \left(1 + e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \right) + (\tilde{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}) (|\langle b \rangle|^2 - 1) \quad (3.26)$$

を求める。ここで、 $\rho_{\text{sys}}(\varepsilon)$ は系の状態密度で量子ドットのグリーン関数 (3.14) を用いて

$$\rho_{\text{sys}}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_{\alpha, k\sigma} \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + i\delta} - \frac{1}{\pi} \sum_{\sigma} \text{Im} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \log \left[\det \left(\hat{G}_{\sigma} \right)^{-1} \right] \right\} \quad (3.27)$$

と求めることができる*7。第1項はリードの状態密度 $\nu(\varepsilon)$ に対応する。この項は $\langle b \rangle$ 、 λ に依らず、後で行う F の微分に寄与しないため、ここで無視する。(3.27) 式を自由エネルギーに用いると、

$$F = \frac{1}{\pi} \sum_{\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon f(\varepsilon) \text{Im} \left\{ \log \left[\det \left(\hat{G}_{\sigma} \right)^{-1} \right] \right\} + (\tilde{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}) (|\langle b \rangle|^2 - 1). \quad (3.28)$$

$f(\varepsilon)$ は Fermi 分布関数。 $\text{Im} \log(a + ib) = \tan^{-1}(b/a)$ なので、自由エネルギーは

$$\begin{aligned} F = & \frac{1}{\pi} \sum_{\sigma} \int_{-D_0}^{\varepsilon_{\text{F}}=0} d\varepsilon \tan^{-1} \left[\frac{(\varepsilon - \bar{\varepsilon})(\Gamma_1 + \Gamma_2) - \frac{1}{2}\Delta(\Gamma_1 - \Gamma_2)}{(\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2 - \frac{1}{4}\{\Delta^2 + (\Delta_{\text{SO}})^2\} + (\Gamma_{12})^2 - \Gamma_1\Gamma_2} \right] \\ & + (\tilde{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}) (|\langle b \rangle|^2 - 1) \end{aligned} \quad (3.29)$$

となる。ここで、絶対零度として積分区間を ε_{F} までとした。また、下限にバンド端 D_0 を導入した。

$$\frac{\partial F}{\partial \tilde{\varepsilon}} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial |\langle b \rangle|^2} = 0 \quad (3.30)$$

*6 H_{dot} については一度ユニタリ変換 $d_{\sigma} = \hat{U} \tilde{d}_{\sigma}$ により対角化してから slave-boson 法を適用し、数演算子に対して $\tilde{d}_{j\sigma}^\dagger \tilde{d}_{j\sigma} \rightarrow \tilde{f}_{j\sigma}^\dagger \tilde{f}_{j\sigma}$ とした後、逆変換で $f_{j\sigma}$ に戻す。

*7 補遺 C 参照

の2式から自由エネルギーが極小となる $\tilde{\varepsilon}$ 、 $|\langle b \rangle|^2$ を求めることで、近藤共鳴準位のエネルギー準位 $\tilde{\varepsilon}$ とトンネル結合 $\tilde{V}_{\alpha,j}$ を得る。これらくり込まれたパラメータのもとでハミルトニアン (3.25) から、近藤効果による電気伝導度を求める。このとき、近藤共鳴準位の線幅 $\tilde{\Gamma}$ によって近藤温度が見積もられる [60]。

3.4.2 近藤効果による電気伝導度

リードが3本の場合について、近藤共鳴準位を介した電気伝導度を議論する。平均場のハミルトニアン (3.25) が自由電子のハミルトニアンと数学的に同じ形であることから、自由エネルギー (3.29) が極小となる $\tilde{\varepsilon}$ 、 $|\langle b \rangle|^2$ を数値的に求め、くり込まれたパラメータを (3.15) 式に適用することで近藤効果による電気伝導度が得られる*⁸。

図 3.5 は量子ドットの平均準位 $\bar{\varepsilon}$ を Fermi エネルギー ε_F から下げていった (図中で右から左へ) ときのスピン依存電気伝導度 $G_{1,\pm}$ とスピン偏極電流 [$\propto (G_{1,+} - G_{1,-})$] である。パラメータは図 3.2 で用いたものと同じである。図 3.5(a) において、2 端子の状況 ($\Gamma_{D2} = 0$) では、 $G_{1,+} = G_{1,-}$ である。量子ドットの準位を $\bar{\varepsilon}$ を Fermi エネルギーから下げていくと、電気伝導度は e^2/h を単位として $G_{1,\pm}/(e^2/h) \simeq 0$ から $\simeq 1$ にまで急激に立ち上がる。これらの領域はそれぞれ電荷揺動領域と近藤領域を示している。 $\Gamma_{D2} \neq 0$ の場合、近藤領域に入り始めるあたりでスピン偏極電流が得られている。さらに $\bar{\varepsilon}$ を下げていくと、 $G_{1,+} \approx G_{1,-}$ となり、スピン偏極電流は得られなくなる。これは、近藤共鳴準位が形成され始める領域では近藤温度が大きく、SU(4) 近藤領域 ($\Delta < T_K$ で条件 2. を満たす) となっているが、 $\bar{\varepsilon}$ が下がるにつれて共鳴準位が鋭くなり、SU(2) 近藤領域 ($\Delta > T_K$) となるためである。以上の振る舞いは準位間隔 Δ が大きい場合でも定性的に変わらない [図 3.5(b)]。

図 3.5(c)、(d) を見ると、 $\bar{\varepsilon}$ に対する SU(4) から SU(2) 近藤効果へのクロスオーバーを反映してスピン偏極電流がピークの振る舞いを示している。リード D2 へのトンネル結合を徐々に強くしていくと、ピークの高さは初めに増加し、ある Γ_{D2} で最大となる [$\Gamma_{D2} = \Gamma$ 、図 (a)、(b) の線 iv の場合]。さらに結合を強くすると、ピークは小さくなっていく。この振る舞いは条件 4. と一致する。

3.5 ポテンシャル構造のある量子ドット

これまでは3端子に接続された量子ドットにおけるスピン依存伝導について、2準位モデルを用いて議論した。以上での議論の正当性を評価するために、2.4 節の tight-binding model を用いて、図 3.6 のようなポテンシャル構造を考慮した T 型 3 端子系量子ドットの数値シミュレーションを行う。ただし、本節の数値シミュレーションでは近藤効果について考

*⁸ 近藤状態は局所 Fermi 液体として振る舞っている。

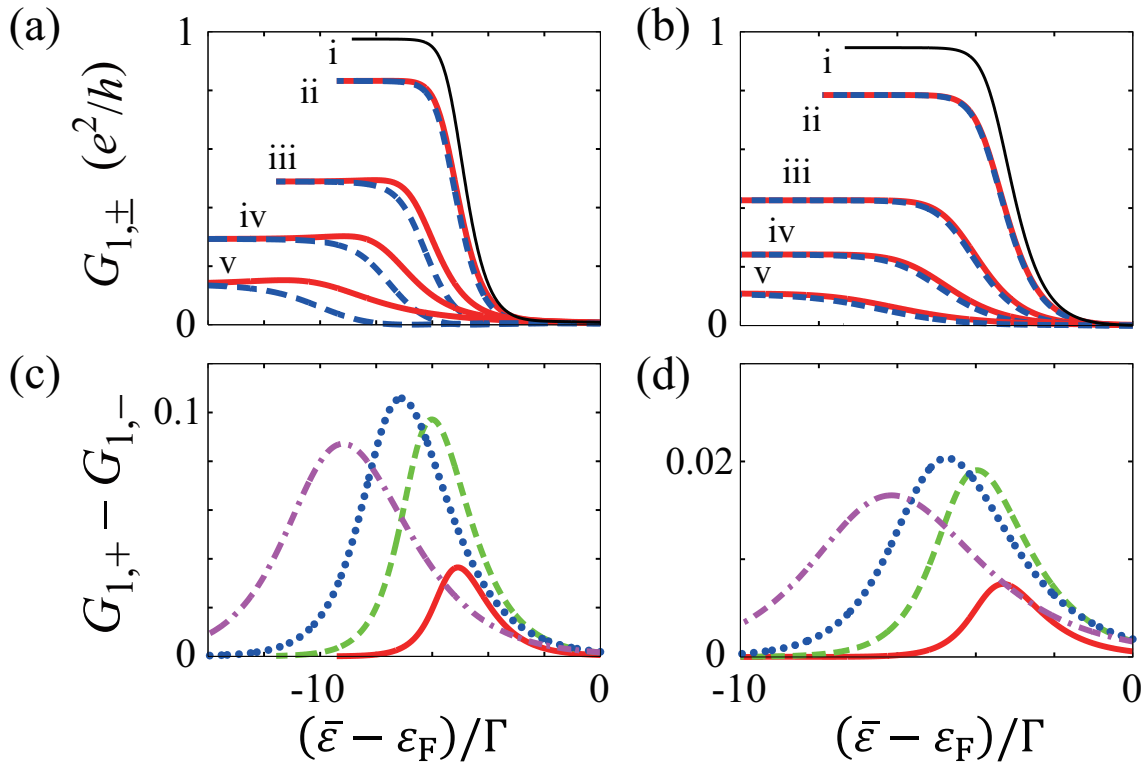


図 3.5 2 準位モデルにおける近藤効果の計算結果。2 準位の平均準位 $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ をゲート電圧によってリード中の Fermi エネルギー ϵ_F から下げていったときのリード D1 への (a),(b) スピン依存電気伝導度 $G_{1,+}$ (赤実線)、 $G_{1,-}$ (青破線) と (c),(d) そのスピン偏極電流 $[\propto (G_{1,+} - G_{1,-})]$ である。単位は e^2/h 。 h_{SO} の方向をスピン量子化軸とする。リード S、D1 へのトンネル結合は変えず、その線幅はそれぞれ $\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$ で固定されている ($e_{S,1}/e_{S,2} = 1$, $e_{D1,1}/e_{D1,2} = -2/3$)。一方、リード D2 へのトンネル結合による線幅は、(a),(b) 中で、 $\Gamma_{D2} = 0$ (線 i; 2 端子の場合で $G_{1,+} = G_{1,-}$) から 0.1Γ (線 ii)、 0.5Γ (線 iii)、 Γ (線 iv)、 2Γ (線 v) まで徐々に強くする ($e_{D2,1}/e_{D2,2} = 2$)。 (c),(d) では $\Gamma_{D2} = 0.1\Gamma$ (赤実線)、 0.5Γ (緑破線)、 Γ (青点線)、 2Γ (紫点破線) である。準位間隔はそれぞれ (a),(c) では $\Delta = \epsilon_2 - \epsilon_1 = 0.2\Gamma$ 、(b),(d) では $\Delta = \Gamma$ 。SO 相互作用の強さは $\Delta_{SO} = 0.2\Gamma$ 。

えない。

3.5.1 T 型 3 端子系量子ドットのモデル

図 3.6 に T 型 3 端子ナノ構造に量子ドットが形成されている系の模式図を示す。接合部 (グレーの領域) と 3 本のリード (量子細線) の間にそれぞれ量子ポイントコンタクトを導入し、そのポテンシャル障壁によって量子ドットが形成されている。接合部に接続している量子細線の壁は hard-wall ポテンシャルとし、幅は W とする。量子細線に沿った向きを x 軸とすると、 $x = 0$ にある量子ポイントコンタクトのポテンシャルは $-L_{QPC} < x < L_{QPC}$ の

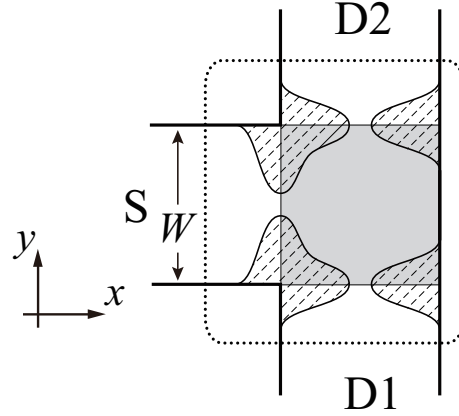


図 3.6 3 端子系量子ドットの模式図。T 型 3 端子ナノ構造に 3 つの量子ポイントコンタクトによるポテンシャル障壁を導入することで量子ドットが接合部 (グレーの領域) に形成されている。点線で囲まれた領域をコンダクターと考える。

範囲で

$$U(x, y; U_0) = \left\{ \frac{U_0}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi x}{L_{\text{QPC}}} \right) \right] + E_{\text{F}} \sum_{\pm} \left(\frac{y - y_{\pm}(x)}{W_{\text{QPC}}} \right)^2 \theta(y^2 - y_{\pm}(x)^2) \right\}, \quad (3.31)$$

$$y_{\pm}(x) = \pm \frac{W}{4} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi x}{L_{\text{QPC}}} \right) \right] \quad (3.32)$$

によって与えられる [130]。ここで、 $\theta(t)$ は階段関数である [$\theta = 1 (t > 0)$, $\theta = 0 (t < 0)$]。 L_{QPC} と W_{QPC} はそれぞれ量子細線に沿ったポテンシャル障壁の厚さと量子細線に対して垂直方向の閉じ込めの幅、 U_0 はポテンシャル障壁の高さを特徴づける。Tight-binding model では Fermi エネルギーを E_{F} と表記する。量子ドットが形成されている接合部の静電ポテンシャルはゲート電圧 V_{g} によって制御される。そこで、接合部ではポテンシャル (3.31) を $U(x, y; U_0) \rightarrow U(x, y; U_0 - eV_{\text{g}}) + eV_{\text{g}}$ と修正する。図 3.6 において、ポテンシャル障壁は接合部内で他のポテンシャルと重なっている。そこで、接合部の対角線に対してポテンシャルを切り落とし、重ならないようにする。

SO 相互作用は上記の量子ドットの閉じ込めポテンシャル $U_{\text{QD}}(x, y)$ の勾配によって引き起こされる Rashba 相互作用を考える。

$$H_{\text{SO}} = \frac{\lambda_{\text{SO}}}{\hbar} \sigma_z \left[p_x \frac{\partial U_{\text{QD}}}{\partial y} - p_y \frac{\partial U_{\text{QD}}}{\partial x} \right]. \quad (3.33)$$

ここで、SO 相互作用によるスピンの量子化軸 \hbar_{SO} は z 軸方向で、(2.4 節と同様に) スピン $\sigma_z = \pm 1$ は保存する。

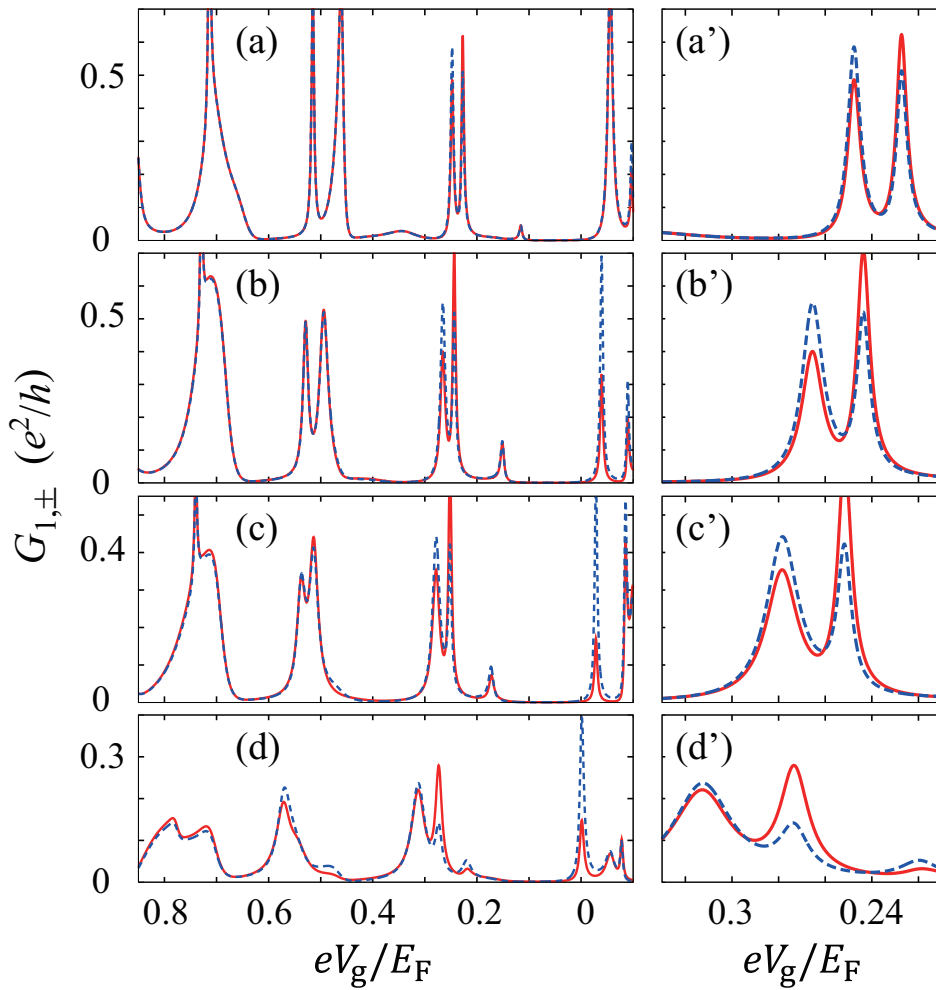


図 3.7 T 型 3 端子ナノ構造中に形成された量子ドットに対するスピン依存電気伝導度の数値計算結果。量子ドットは 3 つの量子ポイントコンタクトによるポテンシャル障壁によって形成されている (図 3.6)。図に示した結果はリード D1 へのスピン $\sigma_z = \pm 1$ の電気伝導度 $G_{1,+}$ (赤実線) と $G_{1,-}$ (青破線) で、ゲート電圧 V_g の関数として多数のピークを示している。ポテンシャル障壁の厚さと閉じ込め幅はそれぞれ $L_{\text{QPC}} = \lambda_F$, $W_{\text{QPC}} = \lambda_F$ である。一方、高さはリード S、D1 と接合の間のポテンシャルに対して $U_0 = 0.8E_F$ で固定し、リード D2 との間は (a) $U_0/E_F = 1.1$ から (b) 0.9、(c) 0.8、(d) 0.6 まで変調する。SO 相互作用の強さは $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = 0.2$ 。右図は左図の拡大図である。

系のパラメータは以下のようにとる。リードとする量子細線の厚さは $W = 50 \text{ nm}$ とする。ここで、リードに垂直な方向のサイト数を $N = 29$ とすると (tight-binding model 上でのサイト間距離は $a = W/30$)。SO 相互作用の強さは $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = \lambda_{\text{SO}}/(2a^2) = 0.2$ とする。これは InAs における SO 相互作用の強さ $\lambda_{\text{SO}} = 1.171 \text{ nm}^2$ に対応している [13]。Fermi 波長とリード中の Fermi エネルギーはそれぞれ $\lambda_F = W/3$, $E_F/t = 2 - 2 \cos(2\pi a/\lambda_F) \simeq 0.382$ とする。このとき、リード内の伝導チャンネルの数は $N_{\text{ch}} = 6$ である (量子ドットの各準位に対して有効的に結合するチャンネル数はポテンシャル障壁のために、それぞれ 1 となって

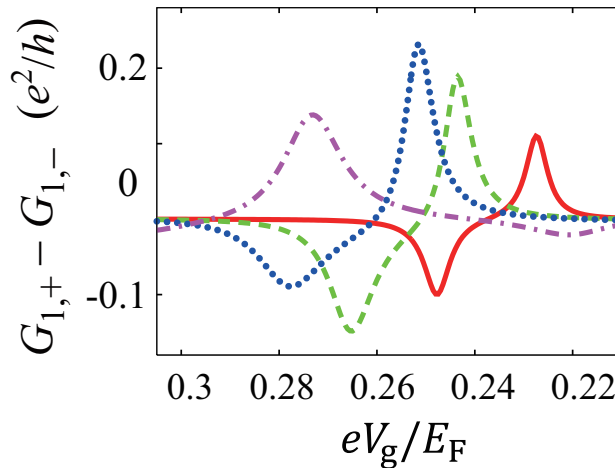


図 3.8 T 型 3 端子ナノ構造中に形成された量子ドットに対するスピン偏極電流 [$\propto (G_{1,+} - G_{1,-})$] の数値計算結果。量子ドットは 3 つの量子ポイントコンタクトによるポテンシャル障壁によって形成されている (図 3.6)。ゲート電圧 V_g を下げていき、共鳴トンネルによる電流ピーク近傍でのリード D1 へのスピン偏極電流を示している。ポテンシャル障壁の厚さと閉じ込め幅はそれぞれ $L_{\text{QPC}} = \lambda_F$ 、 $W_{\text{QPC}} = \lambda_F$ である。一方、高さはリード S、D1 と接合の間のポテンシャルに対して $U_0 = 0.8E_F$ で固定し、リード D2 との間は $U_0/E_F = 1.1$ (赤実線) から 0.9 (緑破線)、0.8 (青点線)、0.6 (紫点破線) まで変調する。SO 相互作用の強さは $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = 0.2$ 。

いると考えられる)。ポイントコンタクトによるポテンシャルについて、その厚さおよび閉じ込めの幅はそれぞれ $L_{\text{QPC}} = \lambda_F$ 、 $W_{\text{QPC}} = \lambda_F$ とする。ポテンシャルの高さについては、リード S、D1 と接合の間のポテンシャルは $U_0 = 0.8E_F$ に固定し、リード D2 との間のポテンシャルは $U_0 = 1.1E_F$ から $0.6E_F$ まで変調する。また、接合部内のサイトにランダムポテンシャル $w_{j,l}$ を $-0.1E_F \leq w_{j,l} \leq 0.1E_F$ の範囲で導入して、量子ドットの空間的な対称性が良すぎる特別な場合を回避する。以上のモデルで、図 3.6 中の点線で囲まれた領域をコネクタとして電気伝導度を求める。

3.5.2 計算結果

図 3.7 は T 型 3 端子量子ドットにおけるスピン $\sigma_z = \pm 1$ に対する電気伝導度 $G_{1,\pm}$ である。 $G_{1,\pm}$ はゲート電圧 V_g の関数として多数のピークを示している。これは量子ドット中の多数の離散準位を介した共鳴トンネルを反映している。この多数のピークはクーロン振動に似た振る舞いだが、電子間相互作用を無視しているためにピーク間距離は小さく見積もられている。

図 3.7 では、準位間隔の平均は線幅よりも大きい。従って、 $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ の差は概ね小さくなる。しかし、複数の準位が互いに比較的近く、電気伝導度のピークが重なっているよう

な状況では、 $G_{1,+} - G_{1,-}$ は大きくなっている。図 3.7(a') から (d') に $eV_g/E_F \approx 0.25$ から 0.3 付近を拡大したものを示した。電気伝導度のピークにおいて $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ の差が見られる。リード D2 と接合部の間にある量子ポイントコンタクトによるポテンシャル障壁の高さ U_0 を下げることで量子ドットとリード D2 のトンネル結合を強めていくと、 $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ の差も増大する。図 3.8 にその U_0 を徐々に低くしていったときの $eV_g/E_F = 0.25$ 近傍における $G_{1,+} - G_{1,-}$ をゲート電圧 V_g の関数として示した。図の領域では複数の準位が Fermi エネルギー近傍にあるため、干渉効果によって $G_{1,+} - G_{1,-}$ は複雑な振る舞いを示しており、ピークとディップが 1 つずつ現れている。リード D2 との間のポテンシャルの高さを低くしていくと、 $G_{1,\pm}$ が図 3.7 中で左にシフトするので、 $G_{1,+} - G_{1,-}$ のピークとディップも左にずれていく。 U_0 を小さくしてリード D2 とのトンネル結合を強くしていくと、スピン偏極電流 [$\propto (G_{1,+} - G_{1,-})$] のピークの高さとディップの深さは大きくなり、あるときその大きさは最大となる。さらに U_0 を小さくすると、 $|G_{1,+} - G_{1,-}|$ は減少する。結果から準位間隔とトンネル結合を評価することは難しいが、以上の振る舞いは 3.3 節で議論した 2 準位モデルにおける解析的な結果と定性的に一致する。

3.6 本章のまとめ

本章では、半導体量子ドットに多端子を接続した系におけるスピン依存伝導を調べた。量子ドットを 1 つの「散乱体」と考えることで、量子ドット中の共鳴トンネルによる「外因性スピンホール効果」を明らかにした。最初に、量子ドットの最少モデルとして 2 準位をモデルを考えた。3 本のリードが接続されている量子ドットにおいて、1 つのリードからスピン偏極していない電子が入射されるとし、スピンに依存した電気伝導度の解析的な表式を求めることで他のリードにおけるスピン偏極電流の生成を調べた。量子ドットに接続されたリードが 3 本 (以上) の場合に、「スピンホール効果」によってスピン偏極電流が生成されることを示した。このとき、2 準位の準位間隔がリードへのトンネル結合による準位の線幅よりも小さい場合、共鳴トンネルによる電流ピーク近傍でスピン偏極が増大されることを明らかにした。また、残りのリードへのトンネル結合を電氣的に制御することでスピン偏極を制御できることを明らかにした。次に、クーロンブロッケイド領域での近藤効果による多体状態を介した「スピンホール効果」を明らかにした。Slave-boson 平均場近似を用いて近藤効果による多体の共鳴準位を記述し、ゲート電圧を掃引することで近藤温度が 2 準位の準位間隔より大きい SU(4) 近藤領域から近藤温度が準位間隔より小さい SU(2) 近藤領域へのクロスオーバーを調べた。このとき、SU(4) 近藤領域でスピン偏極が生成されることを明らかにした。さらに、2 準位モデルを評価するため、ポテンシャル構造を考慮した量子ドットについて数値シミュレーションを行った。その結果から、共鳴トンネルによる電流ピーク近傍でスピン偏極が増大することを示した。また、量子ドットとリードの間のポテンシャル障壁の高さを

変えることでトンネル結合を制御し、スピン偏極電流が電氣的に制御できることを示した。

以上の議論では、リード S からスピン偏極していない電子が入射されたときに、他のリード $[Dn; n = 1, \dots, (N - 1)]$ におけるスピン偏極電流を調べている。しかし、スピン偏極を直接測定することは、通常難しい。そこで、強磁性金属をリードとして用いた「逆スピンホール効果」によって SO 相互作用によるスピン偏極生成が検出できると考えられる [141]。このとき、リード D1 への電流は $(1 + p \cos \theta)G_{1,+} + (1 - p \cos \theta)G_{1,-}$ に比例する。ここで、 p は強磁性体のスピン偏極、 θ は磁化の向きと h_{SO} がなす角度である。従って、 $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ は磁化を回転させながら電流を測定することで見積もることができる。これは前章でのアンチドットによるスピン偏極生成の検出にも適用することができる。量子ドットでは、様々なパラメータがよく制御できる。そのため、量子ドットにおけるスピン偏極電流の生成機構の解明はスピンホール効果のより深い理解に貢献すると期待される。

3.5 節の数値シミュレーションにおいて、ゲート電圧に対して多数の電流ピークを得ている。しかし、このシミュレーションでは電子間相互作用を無視している。従って、計算結果は電子間相互作用が重要ではない電流ピーク近傍でのみ正当化される。電子間相互作用は電子が量子ドットに閉じ込められているクーロンブロック領域で重要となる。そのため、ピーク間の距離は電子間相互作用も考慮した準位間隔となる。従って、このシミュレーションでは、ピーク間の距離が小さく見積もられている。

第 4 章

磁場中の量子ドット

前章では、零磁場の場合に、量子ドット中のスピン軌道 (SO) 相互作用に起因したスピン偏極電流の生成を議論した。本章では、磁場中の量子ドットを考える。前章の 2 準位モデルに軌道磁性を導入し、SO 相互作用と軌道磁性に起因したスピン偏極電流の生成を調べる。

4.1 はじめに

量子ドットはメソスコピック系の代表的なナノ構造で、数多くの実験が行われてきた。1.4 節で述べたように、最近では、SO 相互作用が強い InAs や InSb を用いた量子ドットが作製され、様々なスピン物性の実験が行われている。これらの SO 相互作用に関する量子ドットの実験は 2 端子系で行われている。例えば、図 1.1(c) に示した InAs の自己形成型量子ドットの実験では、高磁場による準位交差近傍での SO 相互作用による反交差や g -因子の異方性などが調べられている [64]。

本章では、SO 相互作用のある量子ドットに磁場を印加した場合を考える。弱磁場を想定して Zeeman 効果が無視できるとし、前章の 2 準位モデルに磁場の 1 次に比例する軌道磁性の効果のみを取り入れる。このとき、SO 相互作用と軌道磁性によって、実験で作製されている 2 端子系においてもスピン偏極電流が生成されることを明らかにする。また、軌道磁性が 3 端子系での「3 端子目へのトンネル結合」と同様の役割としてはたらき、このスピン偏極生成を 2 端子系での「スピンホール効果」として議論できることを示す。2 端子系の数値シミュレーションも行い、スピン依存電気伝導度を数値的に求め、2 準位モデルの正当性を評価する。

本章の議論では、軌道磁性のパラメータ b [(4.3) 式; $|b| \sim \hbar\omega_c, \omega_c = |e|B/m^*$] を導入する。この b と SO 相互作用の強さ Δ_{SO} が同程度のときに大きなスピン偏極電流が生成されることを示す。この磁場は SO 相互作用の実験値 $\Delta_{\text{SO}} \simeq 0.2\text{meV}$ より $B \simeq 40\text{mT}$ で、サイクロトロン半径が $l_c = \sqrt{\hbar/(|e|B)} \simeq 130\text{nm}$ に対応する。

4.2 磁場中の2準位モデル

4.2.1 ハミルトニアン

前章での2準位モデルに磁場による軌道磁性の効果を取り入れる。磁場が印加されている場合、量子ドットのハミルトニアンは

$$H_{\text{dot}}^{(0)} = \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m^*} + U(\mathbf{r}) + H_{\text{SO}}(\mathbf{B}) \quad (4.1)$$

と書かれる。ここで、 \mathbf{A} はベクトルポテンシャル、 m^* は伝導電子の有効質量である。 H_{SO} は Rashba 相互作用 (1.12) と Dresselhaus 相互作用 (1.14) によって与えられる。磁場中では、運動量演算子 \mathbf{p} が $(\mathbf{p} - e\mathbf{A})$ となるため、 H_{SO} も磁場に依存する。弱磁場を想定し、 A^2 の項と Zeeman 効果は無視できるとすると、ハミルトニアンは

$$H_{\text{dot}}^{(0)} \simeq \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + U(\mathbf{r}) + \frac{|e|\hbar}{2m^*} \mathbf{B} \cdot \mathbf{l} + H_{\text{SO}} \quad (4.2)$$

とできる。ここで、対称ゲージ $\mathbf{A} = (\mathbf{B} \times \mathbf{r})/2$ を取った。 $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ は軌道角運動量である。また、弱磁場において H_{SO} が持つ \mathbf{A} の項は無視した*1。

磁場の効果は磁場と軌道角運動量で表わされる軌道磁性 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{l}$ としてハミルトニアンに寄与する。3.2 で議論したように、 $\mathbf{p}^2/(2m^*) + U(\mathbf{r})$ は離散準位 $\{\varepsilon_j\}$ を形成し、その波動関数は実である、 $\langle \mathbf{r} | j \rangle \in \mathcal{R}$ 。連続した2つの準位 $|1\rangle, |2\rangle$ に着目し、ヒルベルト空間の基底を $|1\rangle$ と $|2\rangle$ に限定する。SO 相互作用 H_{SO} はこの2つの状態を混成させる。このとき、 H_{SO} の軌道部分は純虚数演算子なので、 $|j\rangle$ に対して対角成分は0である。一方、非対角成分は $\langle 2 | H_{\text{SO}} | 1 \rangle = i\hbar_{\text{SO}} \cdot \boldsymbol{\sigma} / 2$ とできる [(3.2) 式]。軌道磁性 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{l}$ も純虚数演算子なので、SO 相互作用と同様に非対角成分のみを持つ: $\langle 1 | \mathbf{B} \cdot \mathbf{l} | 1 \rangle = \langle 2 | \mathbf{B} \cdot \mathbf{l} | 2 \rangle = 0$ 、

$$\frac{|e|\hbar}{m^*} \langle 2 | \mathbf{B} \cdot \mathbf{l} | 1 \rangle = ib/2. \quad (4.3)$$

ここで、導入した磁場のパラメータ b について、その大きさはサイクロトロン振動数によって見積もられる、 $|b| \sim |e|\hbar B / m^* = \hbar\omega_c$ 。以上より、スピン量子化軸を \mathbf{h}_{SO} 方向とすると、量子ドットのハミルトニアンは状態 $|j\rangle$ 、スピン σ の生成、消滅演算子 $d_{j\sigma}^\dagger$ 、 $d_{j\sigma}$ を用いて

$$H_{\text{dot}} = \sum_{\sigma=\pm} (d_{1\sigma}^\dagger, d_{2\sigma}^\dagger) \left(\bar{\varepsilon} - \frac{\Delta}{2} \tau_z + \frac{b + \sigma \Delta_{\text{SO}}}{2} \tau_y \right) \begin{pmatrix} d_{1\sigma} \\ d_{2\sigma} \end{pmatrix} + H_{\text{int}} \quad (4.4)$$

となる。量子ドットが孤立していると、準位は $\bar{\varepsilon} \pm \sqrt{\Delta^2 + (b + \sigma \Delta_{\text{SO}})^2} / 2$ となり、 $b \neq 0$ で Kramers 縮退が解けることが分かる。

*1 補遺 D 参照

4.2.2 電気伝導度

(4.4) 式のハミルトニアンで記述される量子ドットに複数のリードがトンネル結合によって接続されているとする。リードのハミルトニアン H_{lead} とトンネルハミルトニアン H_{T} はそれぞれ (3.5) 式と (3.6) 式で与えられるとする。このとき、離散準位を介した共鳴トンネルによる電流ピーク近傍に着目する。3.2 節と同様、電子間相互作用を無視して電気伝導度を求める。計算過程はほとんど同じで、(4.4) 式のハミルトニアンをグリーン関数 (3.7) に用いて、磁場中の量子ドットにおけるスピン依存電気伝導度を計算する。スピン $\sigma = \pm$ に対する電気伝導度は

$$G_{n,\sigma} = \frac{e^2}{h} \frac{4\Gamma_S\Gamma_{Dn}}{|D_\sigma|^2} \left[g_n^{(1)} + g_{n,\sigma}^{(2)} \right], \quad (4.5)$$

$$g_n^{(1)} = \left[\left(\varepsilon_F - \bar{\varepsilon} - \frac{\Delta}{2} \right) e_{Dn,1} e_{S,1} + \left(\varepsilon_F - \bar{\varepsilon} + \frac{\Delta}{2} \right) e_{Dn,2} e_{S,2} \right]^2, \quad (4.6)$$

$$g_{n,\pm}^{(2)} = \left[\frac{b \pm \Delta_{\text{SO}}}{2} (\mathbf{e}_S \times \mathbf{e}_{Dn})_z + \sum_{\alpha} \Gamma_{\alpha} (\mathbf{e}_{Dn} \times \mathbf{e}_{\alpha})_z (\mathbf{e}_S \times \mathbf{e}_{\alpha})_z \right]^2, \quad (4.7)$$

$$D_{\pm} = (\varepsilon_F - \bar{\varepsilon})^2 - \frac{1}{4} \left\{ \Delta^2 + (b \pm \Delta_{\text{SO}})^2 \right\} + (\Gamma_{12})^2 - \Gamma_1 \Gamma_2 \\ + i \left\{ (\varepsilon_F - \bar{\varepsilon})(\Gamma_1 + \Gamma_2) - \frac{1}{2} \Delta(\Gamma_1 - \Gamma_2) \right\} \quad (4.8)$$

と求まる。 ε_F はリード中の Fermi エネルギーである。ここで、零磁場の場合 [(3.15) 式] と異なり、分母の D_{σ} もスピンの依存している。

4.3 スピン依存電気伝導度

磁場中の 2 準位モデルにおける電気伝導度 (4.5) より、リード S からスピン偏極していない電子が入射されたときのリード D1 におけるスピン偏極電流を調べる。

零磁場の場合 ($b = 0$)、2 端子系では $g_{n,\pm}^{(2)}$ 中のトンネル結合による線幅 Γ_{α} の項が 0 となる。そのため、2 乗により電気伝導度のスピン依存性が消え、スピン偏極は得られない。しかし、磁場がある場合 ($b \neq 0$) は 2 端子系においても $g_{n,\pm}^{(2)}$ がスピンの依存する。これは 3 端子系における $\Gamma_{D2} (\mathbf{e}_{D1} \times \mathbf{e}_{D2})_z (\mathbf{e}_S \times \mathbf{e}_{D2})_z$ と磁場中における $(b/2) (\mathbf{e}_S \times \mathbf{e}_{D1})_z$ が同じ役割を果たし、SO 相互作用によるスピンの依存した準位混成が軌道磁性による準位混成との干渉によってスピン依存性が生き残るためである。従って、軌道磁性についての大きなスピン偏極が得られる条件は

- 4'. SO 相互作用と軌道磁性による準位混成の大きさが同程度: $\Delta_{\text{SO}} \sim b$

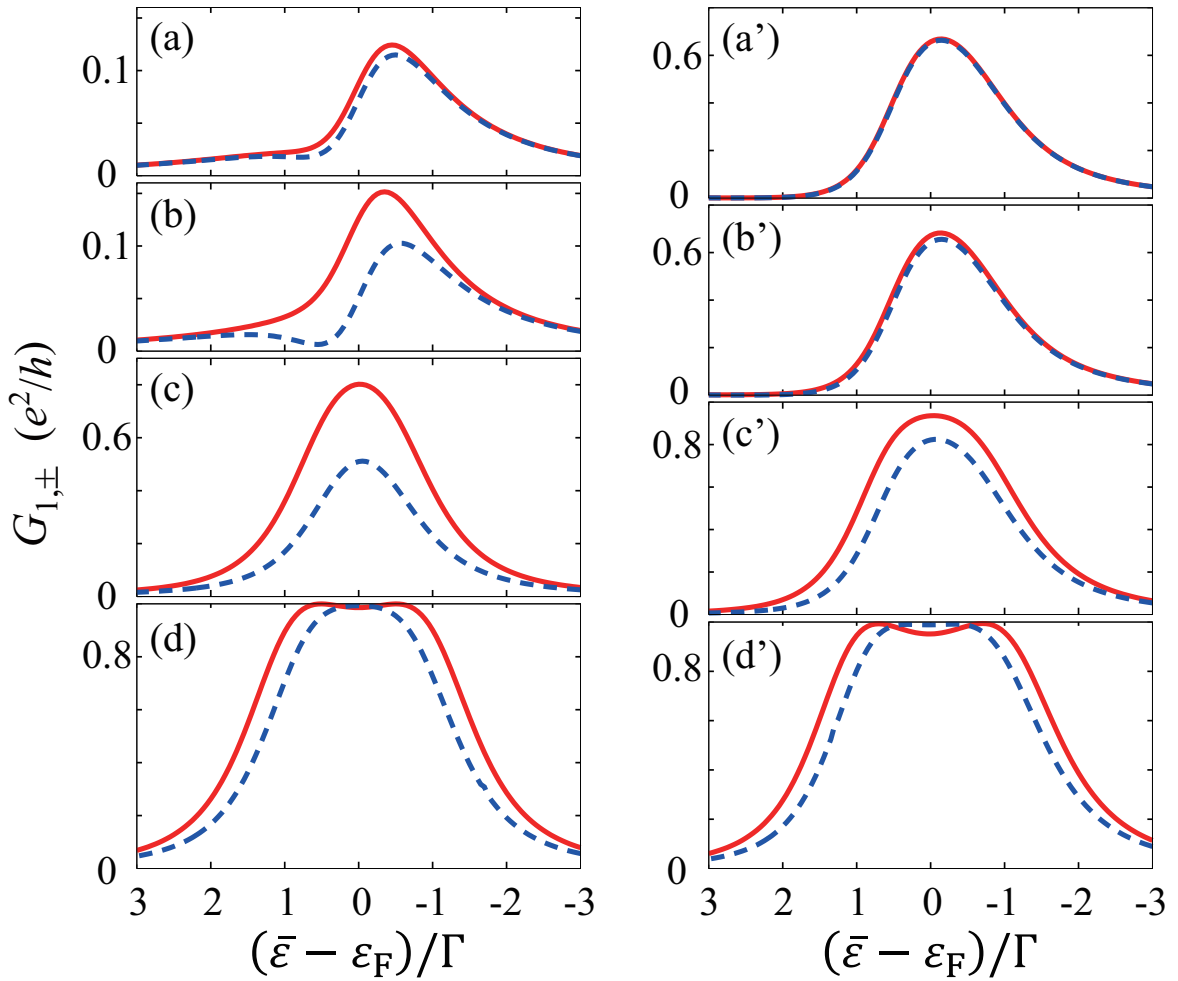


図 4.1 磁場中の量子ドットの 2 準位モデルにおけるスピン依存電気伝導度 $G_{1,\pm}$ の計算結果。2 準位の平均準位 $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ をゲート電圧によって掃引した場合に電流ピークが得られている。 h_{SO} の方向をスピン量子化軸として、スピン $\sigma = \pm 1$ に対して赤実線は $G_{1,+}$ 、青破線は $G_{1,-}$ を示している。準位間隔は $\Delta = \epsilon_2 - \epsilon_1 = 0.2\Gamma$ (左図) と Γ (右図)。リード S、D1 へのトンネル結合は変えず、その線幅はそれぞれ $\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$ で固定されている ($e_{S,1}/e_{S,2} = 1$, $e_{D1,1}/e_{D1,2} = -2/3$)。磁場は (a) $b = 0.02\Gamma$ 、(b) 0.1Γ 、(c) Γ 、および (d) 2Γ と徐々に強くしていく。SO 相互作用の強さは $\Delta_{\text{SO}} = 0.2\Gamma$ 。

となる。このとき、2 端子系においてもスピン偏極の生成を「スピンホール効果」として議論できることが分かる。

リードの本数が 2 本の場合 ($N = 2$) の場合を考える。スピン偏極電流の条件について調べるため、3.3 節と同様、典型的なパラメータの値を想定し、スピン依存電気伝導度 $G_{1,\pm}$ を計算する。図 4.1 と図 4.3 は 2 端子系の量子ドットにおいて、平均準位 $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ をゲート電圧によって掃引したときのリード S から D1 へ電気伝導度で、それぞれトンネル結合のパラメータ $e_{D1,1}e_{S,1}$ と $e_{D1,2}e_{S,2}$ が異なる符号を持つ場合と同符号の場合の結果を示している。ここで、トンネル結合による線幅は対称となるようにとっている ($\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$)。

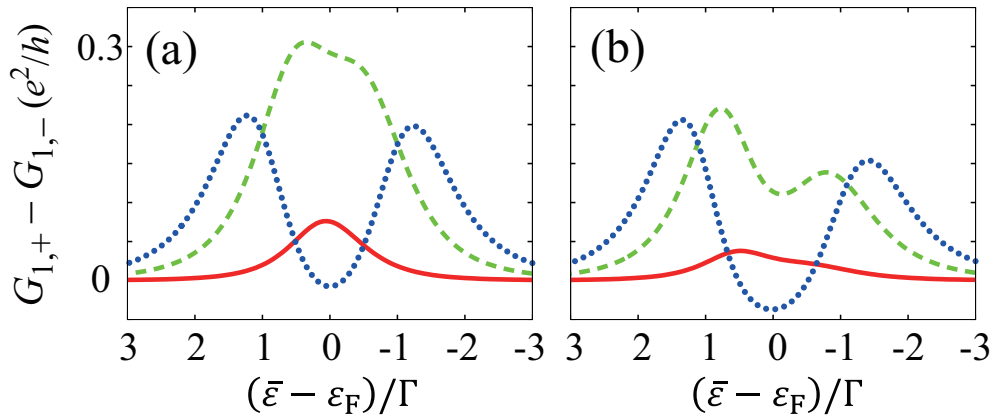


図 4.2 磁場中の量子ドットの 2 準位モデルにおけるスピン偏極電流 $[\propto (G_{1,+} - G_{1,-})]$ 。平均準位 $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$ をゲート電圧によって掃引した場合の計算結果を示している。スピン量子化軸の向きは \hbar_{SO} である。準位間隔は (a) $\Delta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 0.2\Gamma$ と (b) Γ 。リード S、D1 へのトンネル結合は変えず、その線幅はそれぞれ $\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$ で固定されている ($e_{S,1}/e_{S,2} = 1$, $e_{D1,1}/e_{D1,2} = -2/3$)。磁場は $b = 0.1\Gamma$ (赤実線)、 Γ (緑破線)、 2Γ (青点線) と徐々に強くしていく。SO 相互作用の強さは $\Delta_{SO} = 0.2\Gamma$ 。

InAs 量子ドットの実験において $\Delta_{SO} \sim 0.2\text{meV}$ なので [63, 64, 66, 67, 70]、 $\Gamma \sim 1\text{meV}$ より、SO 相互作用の強さを $\Delta_{SO} = 0.2\Gamma$ と固定する。3.3 節で、リード D2 へのトンネル結合による線幅 Γ_{D2} に対するスピン偏極電流の振る舞いを調べたことに対応して、軌道磁性のパラメータ b に対するスピン偏極電流の振る舞いを調べる。

図 4.1 は準位間隔が $\Delta = 0.2\Gamma$ と Γ の場合の電気伝導度 $G_{1,\pm}$ を平均準位 $\bar{\varepsilon}$ の関数として示している。図 4.1(a) において、 $G_{1,\pm}$ は 1 つのピーク構造を示している。前章で議論したように、 $b = 0$ の場合は $G_{1,+} = G_{1,-}$ となり、スピン偏極は得られない (図には示していない)。磁場を印加すると、 $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ に差が現れ、ピーク近傍でその差が増大する。磁場を強くするにつれてピーク近傍における $G_{1,+} - G_{1,-}$ も増大し、 $b \sim \Delta_{SO}$ のときに最大のスピン偏極電流が得られる [図 4.1(c)]。さらに磁場を強くしていくと、 $G_{n,+} - G_{n,-}$ は減少する。以上の b に対する振る舞いは条件 4' と一致する。また、この振る舞いは $\Delta = \Gamma$ においても定性的に変わらない。

図 4.2(a)、(b) にそれぞれ $\Delta = 0.2\Gamma$ と Γ の場合のスピン偏極電流 $[\propto (G_{1,+} - G_{1,-})]$ を示した。この「スピンホール効果」によるスピン偏極電流は準位間隔 Δ が線幅 Γ 小さいときに大きくなる。しかし、図 4.2(a) と (b) を比較すると、 $\Delta = \Gamma$ においても大きなスピン偏極電流が得られている。磁場を $b \gg \Gamma$ にまで強くすると (モデルの適用範囲を超えるが)、軌道磁性による準位反発によって電気伝導度が 2 つのピークを示す。電気伝導度が 2 つのピークになることを反映して、スピン偏極電流も 2 つのピークを示すようになる。 $b = 2\Gamma$ の場合 [図 4.1(d)]、電気伝導度はまだ 1 つのピークのままだが、スピン偏極電流では 2 つのピークとなっている。

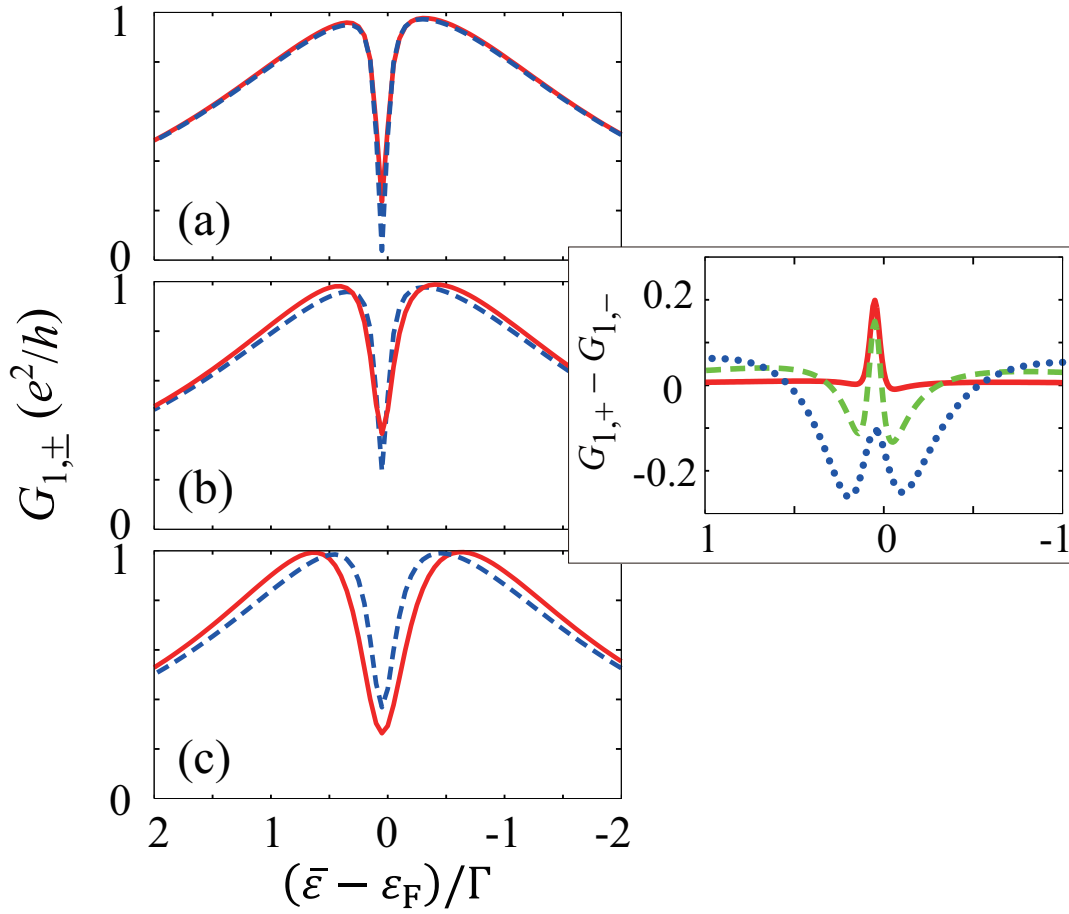


図 4.3 磁場中の量子ドットの 2 準位モデルにおいて、“phase lapse” が起こる場合でのスピン依存電気伝導度 $G_{1,\pm}$ の計算結果。平均準位 $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ をゲート電圧によって掃引している。 $\hbar s_{\text{SO}}$ の方向をスピン量子化軸として、スピン $\sigma = \pm 1$ に対して赤実線は $G_{1,+}$ 、青破線は $G_{1,-}$ を示している。準位間隔は $\Delta = \epsilon_2 - \epsilon_1 = 0.5\Gamma$ 。リード S、D1 へのトンネル結合は変えず、その線幅はそれぞれ $\Gamma_S = \Gamma_{D1} \equiv \Gamma$ で固定されている ($e_{S,1}/e_{S,2} = 1$, $e_{D1,1}/e_{D1,2} = 2/3$)。磁場は (a) $b = 0.1\Gamma$ 、(b) 0.5Γ 、(c) Γ と徐々に強くしていく。SO 相互作用の強さは $\Delta_{\text{SO}} = 0.2\Gamma$ 。Inset: スピン依存電気伝導度の差 ($G_{1,+} - G_{1,-}$)。単位は e^2/h 。横軸は平均準位 $(\bar{\epsilon} - \epsilon_F)/\Gamma$ である。それぞれ $\Gamma_{D2} = 0.1\Gamma$ (赤実線)、 0.5Γ (緑破線)、 Γ (青点線) の場合の結果。

図 4.3 は零磁場において “phase lapse” が起きる場合の電気伝導度 $G_{1,\pm}$ とその差 $G_{1,+} - G_{1,-}$ である。 $\bar{\epsilon}$ をゲート電圧によって変えていくと、 $G_{1,\pm}$ のピーク構造の中で、phase lapse に起因した鋭いディップが $\bar{\epsilon} \approx \epsilon_F$ に得られる。このディップ近傍でスピン偏極電流が増大している (図 4.3 の inset)。図 4.3(a) では ($b = 0.1\Gamma$)、ディップにおいて $G_{1,-}$ が強く抑制されるために、スピン偏極 $P = (G_{1,+} - G_{1,-})/(G_{1,+} + G_{1,-})$ が 100% に近い値まで増大している。

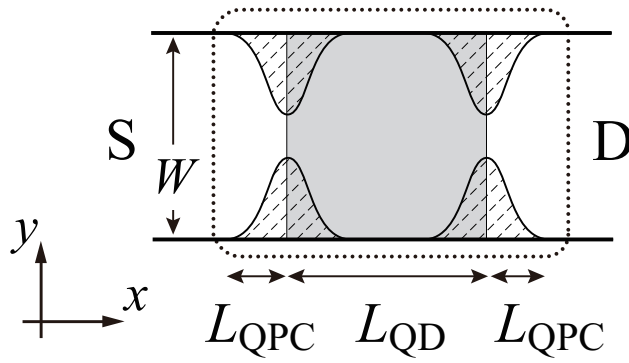


図 4.4 2 端子系量子ドットの模式図。量子細線に 2 つの量子ポイントコンタクトを導入し、そのポテンシャル障壁によって量子ドット (グレーの領域) が形成されている。点線で囲まれた領域をコンダクターと考える。

4.4 ポテンシャル構造のある量子ドット

磁場中の量子ドットにおけるスピン依存伝導について、前章と同様に tight-binding model を用いて数値シミュレーションを行う。ポテンシャル構造を考慮した 2 端子系量子ドットとして、図 4.4 のように 2 つの量子ポイントコンタクトを導入した量子細線を考える。

4.4.1 2 端子系量子ドットのモデル

図 4.4 に量子ドットが形成された量子細線の模式図を示す。量子細線のポテンシャルは hard-wall とし、幅は W とする。導入した量子ポイントコンタクトによるポテンシャル障壁によって挟まれた部分 (図中のグレーの領域) に量子ドットが形成されている。1 つの量子ポイントコンタクトによるポテンシャルは (3.31) 式で与えられる。また、量子ドット内の静電ポテンシャルは 3.5 節と同様、ゲート電圧 V_g によって制御される。図 4.4 中の L_{QPC} と L_{QD} はそれぞれ量子ドットの大きさとポテンシャル障壁の厚さである。

ポテンシャル $U_{\text{QD}}(x, y)$ の勾配による Rashba の SO 相互作用を考える [(3.33) 式]、

$$H_{\text{SO}} = \frac{\lambda_{\text{SO}}}{\hbar} \sigma_z \left[p_x \frac{\partial U_{\text{QD}}}{\partial y} - p_y \frac{\partial U_{\text{QD}}}{\partial x} \right].$$

ここで、SO 相互作用によるスピンの量子化軸 \hbar_{SO} は z 軸方向で、(2.4 節と同様に) スピン $\sigma_z = \pm 1$ は保存する。

系のパラメータは 3.5 節と同様、以下のようにとる。リードとする量子細線の厚さは $W = 50 \text{ nm}$ とする。ここで、リードに垂直な方向のサイト数を $M = 29$ とすると (tight-binding model 上でのサイト間距離は $a = W/30$)。SO 相互作用の強さは $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = \lambda_{\text{SO}}/(2a^2) = 0.2$ とする。これは InAs における SO 相互作用の強さ $\lambda_{\text{SO}} = 1.171 \text{ nm}^2$

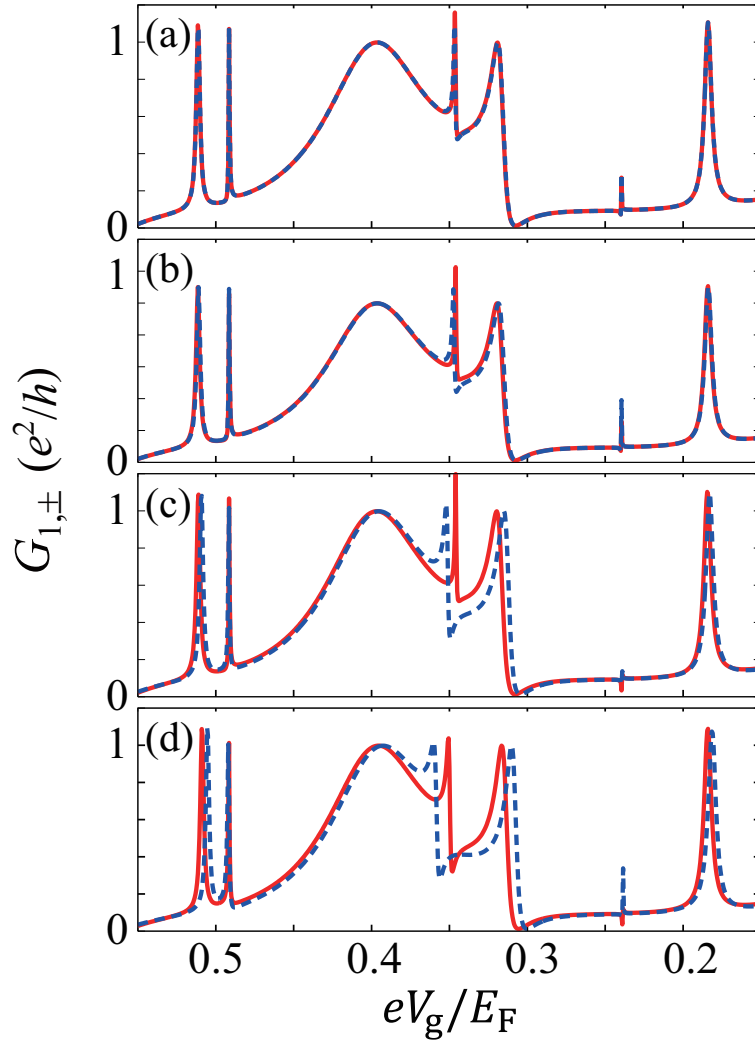


図 4.5 2 端子ナノ構造中に形成された量子ドットに対するスピン依存電気伝導度の数値計算結果。量子ドットは量子細線に導入した 2 つの量子ポイントコンタクトによって形成されている (図 4.4)。図に示した結果はリード D1 へのスピン $\sigma_z = \pm 1$ の電気伝導度 $G_{1,+}$ (赤実線) と $G_{1,-}$ (青破線) で、ゲート電圧 V_g の関数として多数のピークを示している。ポテンシャル障壁の厚さと閉じ込め幅はそれぞれ $L_{\text{QPC}} = \lambda_F$ 、 $W_{\text{QPC}} = \lambda_F$ である。高さは $U_0 = 0.85E_F$ で固定する。一方、磁場の強さは (a) $\hbar\omega_c/E_F = 2 \times 10^{-4}$ から (b) 10×10^{-4} 、(c) 50×10^{-4} 、(d) 100×10^{-4} まで印加する。SO 相互作用の強さは $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = 0.2$ 。

に対応している [13]。Fermi 波長とリード中の Fermi エネルギーはそれぞれ $\lambda_F = W/3$ 、 $E_F/t = 2 - 2\cos(2\pi a/\lambda_F) \simeq 0.382$ とする。このとき、リード内の伝導チャンネルの数は $N_{\text{ch}} = 6$ である (量子ドットの各準位に対して有効的に結合するチャンネル数はポテンシャル障壁のために、それぞれ 1 である)。ポイントコンタクトによるポテンシャルについて、その厚さおよび閉じ込めの幅はそれぞれ $L_{\text{QPC}} = \lambda_F$ 、 $W_{\text{QPC}} = \lambda_F$ とする。高さは $U_0 = 0.85E_F$ に固定する。磁場は xy 平面に対して垂直方向に印加される。磁場は $\hbar\omega_c/E_F \sim 10 \times 10^{-4}$

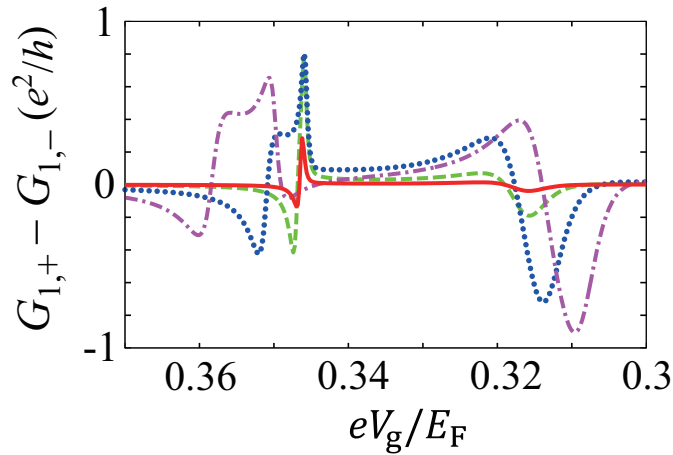


図 4.6 2 端子ナノ構造中に形成された量子ドットに対するスピン偏極電流 [$\propto (G_{1,+} - G_{1,-})$] の数値計算結果。量子ドットは量子細線に導入した 2 つの量子ポイントコンタクトによって形成されている (図 4.4)。ゲート電圧 V_g を下げていき、共鳴トンネルによる電流ピーク近傍でのリード D1 へのスピン偏極電流を示している。ポテンシャル障壁の厚さと閉じ込め幅はそれぞれ $L_{\text{QPC}} = \lambda_F$ 、 $W_{\text{QPC}} = \lambda_F$ である。高さは $U_0 = 0.85E_F$ で固定する。一方、磁場の強さは $\hbar\omega_c/E_F = 2 \times 10^{-4}$ (赤実線) から 10×10^{-4} (緑破線)、 50×10^{-4} (青点線)、 100×10^{-4} (紫点破線) まで印加する。SO 相互作用の強さは $\tilde{\lambda}_{\text{SO}} = 0.2$ 。

程度の強さを考える*2。このとき、 $B \sim 45\text{mT}$ である。InAs の g -因子を $|g_0| \simeq 10$ 、有効質量を $m^* \simeq 0.024m_e$ とすると、Zeeman エネルギーは $E_Z/E_F = (g_0\mu_B B/2)/E_F \simeq 0.6 \times 10^{-4}$ となる。ここで、 $\mu_B = |e|\hbar/(2m_e)$ は Bohr 磁子、 m_e は真空中の電子質量である。計算結果より線幅を $\Gamma \sim 0.01E_F$ と見積もると、Zeeman エネルギーは線幅に比べて十分小さく、無視できる。また、接合部内のサイトにランダムポテンシャル $w_{j,l}$ を $-0.1E_F \leq w_{j,l} \leq 0.1E_F$ の範囲で導入している。以上のモデルで、図 3.6 中の点線で囲まれた領域をコンダクターとして電気伝導度を求める。

4.4.2 計算結果

図 4.5 は磁場を印加していったときの 2 端子ナノ構造中に形成された量子ドットにおけるスピン $\sigma_z = \pm 1$ の電気伝導度 $G_{1,\pm}$ である。ゲート電圧 V_g 掃引すると、電気伝導度は多数のピーク構造を示す。これは量子ドット内に形成された多数の離散準位を介した共鳴トンネルを反映している。ただし、電子間相互作用を無視しているため、準位間隔は小さく見積もられている。零磁場の場合、スピン偏極は得られない ($G_{1,+} = G_{1,-}$; 図には示していない)。図 4.5(a) においても $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ はほとんど重なっている。ここ

*2 2.4 節で導入した Peierls 位相とは $2\pi\tilde{B} = [1 - \cos(k_F a)](\hbar\omega_c/E_F)$ の関係が成り立っている。

で、複数の離散準位による電気伝導度のピークが重なり、干渉効果によって $G_{1,\pm}$ が複雑な振る舞いをしている $0.4 > eV_g/E_F > 0.3$ の範囲に着目する。磁場を印加していくと、 $0.4 > V_g/E_F > 0.3$ において $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ の差が増大していく。一方、他の電気伝導度のピークでは $G_{1,+}$ と $G_{1,-}$ がほとんど重なっており、その差は小さい。電気伝導度の振る舞いから、線幅の大きさをおおよそ $\Gamma \sim 0.01E_F$ と読み取ると、磁場によるサイクロトロンエネルギーが $\hbar\omega_c/E_F = 50 \times 10^{-4}$ 程度において $G_{1,+} - G_{1,-}$ が $0.5e^2/h$ 程度の大きな値となる。図 4.6 は磁場を印加していったときの $0.37 > eV_g/E_F > 0.3$ の範囲におけるスピン偏極電流 [$\propto (G_{1,+} - G_{1,-})$] を示している。スピン偏極電流は磁場にともなって増大する。 $eV_g/E_F \approx 0.35$ 付近では、 $\hbar\omega_c/E_F = 50 \times 10^{-4}$ 程度の磁場に対して $G_{1,+} - G_{1,-}$ が最大となり、その後、減少していく振る舞いとなっている。これは 2 準位モデルでの議論と定性的に一致する。

4.5 本章のまとめ

本章では、磁場中の量子ドットにおけるスピン依存伝導を調べた。2 準位モデルにおいて磁場による軌道磁性の効果を考慮し、スピんに依存した電気伝導度を解析的に求めた。リードからスピン偏極していない電子が入射されたとき、量子ドット中の SO 相互作用による準位混成と軌道磁性による準位混成が干渉することで、2 端子系においてもスピン偏極電流が生成されることを示した。軌道磁性が 3 端子系での「3 端子目へのトンネル結合」と同様の役割としてはたらき、スピン偏極の生成を 2 端子に接続された量子ドットでの「スピンホール効果」として理解できることを明らかにした。また、ポテンシャル構造を考慮した 2 端子系の量子ドットの数値シミュレーションを行った。量子細線に 2 つのポテンシャル障壁を導入し、その間に形成される量子ドットを調べた。磁場が印加された場合にスピんに依存した電気伝導度を求め、2 端子を接続した量子ドットにおける「スピンホール効果」を評価した。このとき、2 準位モデルでの議論と定性的に一致する結果を得た。

第 5 章

半導体ナノワイヤを用いた Josephson 接合

これまで、常伝導リードに接続された半導体ナノ構造を考え、ナノ構造中の電気伝導におけるスピン軌道 (SO) 相互作用の効果について議論してきた。本章では、超伝導体に接合されたナノ構造を考える。絶縁体や常伝導体を 2 つの超伝導体ではさんだ接合系を Josephson 接合と呼ぶ。常伝導体として、SO 相互作用がはたらく擬 1 次元の半導体ナノワイヤを想定し、半導体ナノワイヤ Josephson 接合を流れる超伝導電流における SO 相互作用の効果を明らかにする。

5.1 はじめに

1.5 節で述べたように、半導体メソスコピック系に超伝導体を接合した系が作製され、Andreev 反射や Josephson 効果など、様々な量子現象が調べられている。最近では、InAs や InSb などの強い SO 相互作用がはたらく半導体を用いた Josephson 接合が作製されており、例えば、擬 1 次元の半導体ナノワイヤを用いた Josephson 接合において、ナノワイヤを流れる超伝導電流が測定されている [81–83, 88]。

本章では、半導体ナノワイヤを用いた Josephson 接合を考え、DC Josephson 電流におけるナノワイヤ中の SO 相互作用の効果を明らかにする。散乱行列を用いて系を記述し、Beenakker の手法に基づいて Andreev 準位と Josephson 電流を計算する [90]。最初に、ナノワイヤ中の伝導チャンネルの数が $N = 1$ の場合を考える。超伝導体間の位相差の関数として Andreev 準位と Josephson 電流を解析的に求める。ナノワイヤに平行な磁場が印加されているとし、Zeeman 効果による接合の $0-\pi$ 転移を議論する。次に、伝導チャンネルの数が $N = 2$ の場合を調べる。Andreev 準位と Josephson 電流を数値的に求め、ナノワイヤ中に Zeeman 効果と SO 相互作用があるとき、異常 Josephson 効果と臨界電流の電流方向依存

性が誘起されることを明らかにする。

異常 Josephson 効果は超伝導体間の位相差が $\varphi = 0$ でも有限の超伝導電流が流れる現象で、電流位相関係における位相の原点のシフトとして議論されている [$I(\varphi) \sim \sin(\varphi - \varphi_0)$]。しかし、この場合の超伝導電流の最大値と最小値 (の絶対値) は等しく、臨界電流の電流方向依存性を説明しない。本章では、Andreev 準位を φ の関数として求め、Andreev 準位から Josephson 電流を計算することで、異常 Josephson 効果と臨界電流の電流方向依存性を議論する。

1.5 節で述べたように、異常 Josephson 効果に関する研究では、SO 相互作用のはたらく Josephson 接合が理論的に調べられている [100, 102–104, 106, 113, 118, 121]。その他には、異方的超伝導体を用いた接合、例えば、スピン 1 重項超伝導体/スピン 3 重項超伝導体接合 [142] や偶周波数超伝導体/奇周波数超伝導体接合 [143] において調べられている。異方的超伝導体は s 波以外の対称性を持った超伝導体で、 Sr_2RuO_4 などの物質において報告されている [144]。このような異方的超伝導体の接合では、異常 Josephson 効果の発現に関するパラメータが物質に依存する。一方、SO 相互作用のはたらく Josephson 接合では、磁場の向きや強さ、SO 相互作用などが制御可能であり、詳細に調べることができる。

5.2 モデルと散乱行列

本節では、超伝導/半導体ナノワイヤ/超伝導 (S/NW/S) Josephson 接合のモデル、および系を記述する Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程式について説明する。さらに、BdG 方程式を解く手法としてナノワイヤ中の伝導と Andreev 反射を記述する散乱行列を導入し、ナノワイヤ中に形成される Andreev 束縛状態のエネルギー準位を求める。

5.2.1 半導体ナノワイヤ Josephson 接合のモデル

S/NW/S Josephson 接合の模式図を図 5.1(a) に示した。超伝導体は s 波とする。ナノワイヤに沿った向きを x 軸とし、 $x < 0$ と $x > L$ の領域において、接合した超伝導体から近接効果によってナノワイヤ中に Cooper 対が染み出しており、ナノワイヤ中の状態密度に $2\Delta_0$ のギャップが開いているとする [81]。また、 Δ_0 は $x < 0$ と $x > L$ で等しく、一定であると仮定する。この Cooper 対を形成する電子は $0 \leq x \leq L$ の常伝導領域を伝導する。

ナノワイヤに対して並行な磁場を考える。このとき、ナノワイヤによる閉じ込めが十分強く、ベクトルポテンシャルによる軌道磁性の効果を無視できるとし、磁場の影響は Zeeman 効果のみを考慮する。ここで、 g は半導体ナノワイヤ中の g -因子 (InSb の場合、 $g \simeq -50$ 程度)、 μ_B は Bohr 磁子、 $\hat{\sigma}$ は Pauli 行列である。接合された超伝導体の g -因子は InSb に比べて小さく (Nb の場合は $g \simeq 1$ 程度)、以下で議論する $0-\pi$ 転移が現れる程度の磁場でも超伝導状態は壊れないとする。磁場の向きをスピン空間での量子化軸にとる。このとき、ナノ

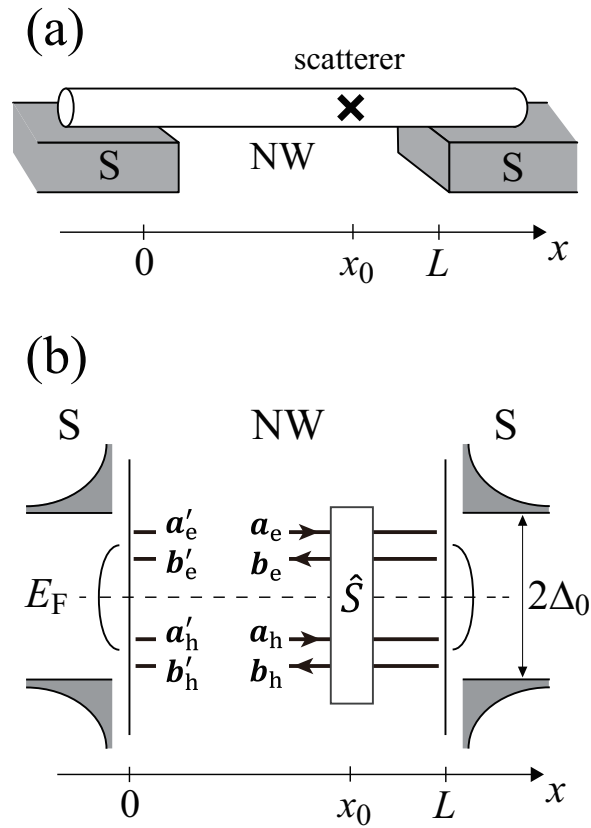


図 5.1 SO 相互作用がはたらく半導体ナノワイヤを用いた Josephson 接合の模式図。
 (a) ナノワイヤは 2 つの s 波超伝導体の上に置かれているとし、近接効果によって $x < 0, x > L$ の領域でそれぞれ $\Delta = \Delta_0 e^{i\varphi_L}, \Delta_0 e^{i\varphi_R}$ のペアポテンシャルがナノワイヤ中に染み出している ($0 < x < L$ では $\Delta = 0$)。少数の伝導チャンネルに対して、ナノワイヤ中での弾性散乱と SO 相互作用の効果を $x = x_0$ における 1 つの散乱体で記述する。
 (b) Josephson 接合におけるナノワイヤ中の伝導と $x = 0, L$ における Andreev 反射を記述する散乱行列、および Andreev 束縛状態を模式的に表した図。 $x = x_0$ における散乱行列は \hat{S} で記述される。 E_F は Fermi 準位である。 $a_{e(h)}$ と $b_{e(h)}$ はそれぞれ \hat{S} に対する電子 (ホール) の入射波と射出波で、 $b'_{e(h)}$ と $a'_{e(h)}$ は Andreev 反射に対する電子 (ホール) の入射波と射出波。

ワイヤのハミルトニアンは

$$H = H_0 + H_Z, \quad (5.1)$$

$$H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + V_{\text{conf}}(y, z) + V_{\text{scatt}}, \quad (5.2)$$

$$H_Z = \frac{1}{2} g \mu_B \mathbf{B} \cdot \hat{\sigma} \quad (5.3)$$

で与えられる。 $V_{\text{conf}}(y, z)$ はナノワイヤによる y, z 方向の閉じ込めポテンシャルである。 V_{scatt} は不純物ポテンシャルなどによる弾性散乱とナノワイヤ中の SO 相互作用による効果

を記述する。ナノワイヤ中の伝導チャンネルの数は $N = 1$ または 2 とする。少数の伝導チャンネルに対して、ナノワイヤ中の弾性散乱と SO 相互作用の効果 V_{scatt} を $x = x_0$ における 1 つの散乱体で記述し、ナノワイヤ中で $x = x_0$ 以外は散乱のない理想的な擬 1 次元系であるとする。 V_{scatt} は次節で述べる散乱行列によって記述される。常伝導領域と超伝導領域の境界 ($x = 0, L$) においても超伝導体の接合によるポテンシャルの変化が無視できるとし、通常の反射は起こらないと仮定する [76]。また、常伝導領域の長さ L は常伝導領域のコヒーレント長 ξ_0 より十分短いとする ($L \ll \xi_0$; 短い接合)。以下では、Zeeman エネルギー $E_Z = |g\mu_B B|/2$ およびペアポテンシャルの大きさ Δ_0 は Fermi エネルギー E_F より十分小さいとする。

以上の半導体ナノワイヤのモデルに対して、ナノワイヤ中に形成される Andreev 束縛状態を求めるために BdG 方程式

$$\begin{pmatrix} H - E_F & \hat{\Delta} \\ \hat{\Delta}^\dagger & -(H^* - E_F) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_h \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_h \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

を解く [145]。ここで、 $\psi_e = (\psi_{e+}, \psi_{e-})^T$ と $\psi_h = (\psi_{h+}, \psi_{h-})^T$ はそれぞれ電子とホールに対するスピノールである。± の添え字はスピンを示している。また、エネルギー E は Fermi エネルギー E_F から測ったものである。 $\hat{\Delta}$ は近接効果によってナノワイヤ中に染み出した s 波超伝導体のペアポテンシャルで、スピン空間に対して

$$\hat{\Delta} = \Delta(x)\hat{g} = \Delta(x) \begin{pmatrix} & -1 \\ 1 & \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

と書かれる。ここで、 $\hat{g} = -i\hat{\sigma}_y$ である。BdG 方程式の表示について、Nambu 表示 $\psi = (\psi_{e+}, \psi_{e-}, \psi_{h-}, \psi_{h+})^T$ を採用すると、ホールのハミルトニアンは時間反転演算子 $\mathcal{T} = -i\hat{\sigma}_y K = \hat{g}K$ を用いて $-\mathcal{T}H\mathcal{T}^{-1}$ となる。これを (5.4) 式での基底の表示 $\psi_h = (\psi_{h+}, \psi_{h-})^T$ に変換することで、非対角成分に \hat{g} が現れる。 $x < 0$ および $x > L$ において、ペアポテンシャルはそれぞれ $\Delta(x) = \Delta_0 e^{i\varphi_L}$ と $\Delta_0 e^{i\varphi_R}$ で与えられる。 φ_L と φ_R はそれぞれ左右の超伝導体の位相である。一方、 $0 < x < L$ では $\Delta = 0$ とする。以上で述べた BdG 方程式 (5.4) を解くことで、超伝導体間の位相差 $\varphi = \varphi_L - \varphi_R$ に対する Andreev 束縛状態のエネルギー準位 E_n ($|E_n| < \Delta_0$; Andreev 準位) を求める。

ある Andreev 準位 E_n の固有状態を $(\psi_{e,n}, \psi_{h,n})^T$ とすると、BdG 方程式 (5.4) はエネルギーが $-E_n$ 、その状態が $(\psi_{h,n}^*, \psi_{e,n}^*)^T$ の解も同時に持つ。短い接合の場合、Andreev 準位の数 は伝導チャンネルの数 N に対応して、スピン自由度も含め正負それぞれ $2N$ 個の計 $4N$ 個である。Andreev 準位は接合の基底状態のエネルギーを与える:

$$E_{\text{gs}}(\varphi) = -\frac{1}{2} \sum_n' E_n(\varphi). \quad (5.6)$$

ここで、和は正の Andreev 準位に対してのみ取られる [$E_n(\varphi) > 0$]。短い接合の場合、 $|E| > \Delta_0$ にある連続準位は基底状態のエネルギーの位相差 φ に依存する部分に寄与し

ないので無視した [90]。絶対零度では、基底状態のエネルギー (5.6) の φ 微分によって Josephson 接合を流れる超伝導電流

$$I(\varphi) = \frac{2e}{\hbar} \frac{dE_{\text{gs}}}{d\varphi} = -\frac{e}{\hbar} \sum_n' \frac{dE_n}{d\varphi} \quad (5.7)$$

が求まる。(5.7) 式の最右辺から、Andreev 束縛状態によって Josephson 電流が流れることが分かる。また、 $I(\varphi)$ は Andreev 準位 $E_n(\varphi)$ の φ についての対称性を反映する。ここで、Josephson 電流は $-\pi \leq \varphi < \pi$ において周期的な関数でその最大値と最小値 (の絶対値) はそれぞれ正負の電流に対する臨界電流 $I_{c,+}$ 、 $I_{c,-}$ を与える。

Andreev 準位を求める前に、BdG 方程式の対称性について考える。BdG 方程式 (5.4) の左辺における行列は Josephson 接合の有効ハミルトニアン $\mathcal{H}(\varphi)$ とみなせる。磁場がない場合、SO 相互作用は時間反転対称性を破らないので、スピン 1/2 の時間反転演算子 $\mathcal{T} = -i\hat{\sigma}_y K$ に対して、 $\mathcal{T}\mathcal{H}(\varphi)\mathcal{T}^{-1} = \mathcal{H}(-\varphi)$ を満たす。ハミルトニアン $\mathcal{H}(\varphi)$ が固有エネルギー E_n 、その固有状態として $(\psi_{e,n}, \psi_{h,n})^T$ を持つとき、超伝導体の位相を反転した $\mathcal{H}(-\varphi)$ も固有エネルギーに E_n を持つ。ただし、この固有状態は $(\mathcal{T}\psi_{e,n}, \mathcal{T}\psi_{h,n})^T$ で、スピンの反転した状態である。系の基底状態のエネルギー (5.6) はスピン自由度も含め正の Andreev 準位について全て足し上げるので、 $E_{\text{gs}}(-\varphi) = E_{\text{gs}}(\varphi)$ となる。一方、SO 相互作用が無く、磁場による Zeeman 効果のみがある場合、Zeeman 項はスピン空間にのみ寄与するので、(スピンの量子化軸を取り直すことで) 有効ハミルトニアンに対して $K\mathcal{H}(\varphi)K^{-1} = \mathcal{H}(-\varphi)$ の関係が成り立つ。従って、Andreev 準位は位相の反転に対して $E_n(\varphi) = E_n(-\varphi)$ であり、基底エネルギーも $E_{\text{gs}}(-\varphi) = E_{\text{gs}}(\varphi)$ である。以上より、SO 相互作用、または磁場のみの場合は (5.7) 式より $I(-\varphi) = -I(\varphi)$ となる。しかし、SO 相互作用と Zeeman 効果が共にある場合、Andreev 準位および基底状態のエネルギーが上記の関係を満たすとは限らず、Josephson 電流の電流位相関係が $I(-\varphi) \neq -I(\varphi)$ となり得る。

5.2.2 散乱行列による計算

Andreev 準位を求める手法として、BdG 方程式を散乱行列で記述する手法を説明する [90]。以下では、ナノワイヤ中での (i) 弾性散乱と SO 相互作用を記述する散乱体の効果、(ii) Zeeman 効果をともなった伝導、(iii) 常伝導/超伝導界面における Andreev 反射、に対する散乱行列を考える。

散乱行列によって系を記述した模式図を図 5.1(b) に示す。最初に、(i) 弾性散乱と SO 相互作用を記述する散乱行列を考える。 $x = x_0$ における散乱体 V_{scatt} による散乱行列を \hat{S}_p とする ($p = e, h$ はそれぞれ電子とホールを指す添え字)。 \hat{S}_p は $4N \times 4N$ の行列で、左右から散乱体 V_{scatt} へ入射する N 個の伝導チャンネル (\times スピン \pm) の振幅 $(\mathbf{a}_{pL}, \mathbf{a}_{pR})^T$ と V_{scatt}

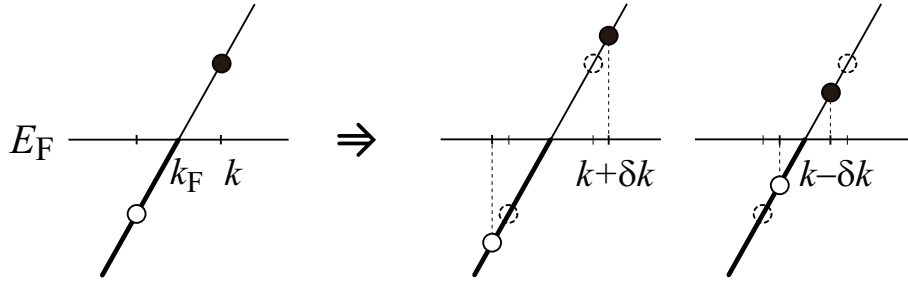


図 5.2 Zeeman 効果による $+x$ 方向へ進む平面波 $\psi_{e,h} \propto e^{ikx}$ ($k > 0$) の波数変化の模式図。スピン $\sigma = \pm 1$ の電子 ($k > k_F$) およびホール ($k < k_F$) の波数 k が Zeeman 効果によって $k \pm \delta k$ にずれる [$\delta k = E_Z/(\hbar v_F)$]。

から左右へ出ていく波の振幅 $(b_{pL}, b_{pR})^T$ をつなげる、

$$\begin{pmatrix} b_{pL} \\ b_{pR} \end{pmatrix} = \hat{S}_p \begin{pmatrix} a_{pL} \\ a_{pR} \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

ここで、 \hat{S}_e と \hat{S}_h は $\hat{S}_e(E) = \hat{S}_h^*(-E)$ という関係にある。弾性散乱のみを考え、 $|E| < \Delta_0$ において散乱行列 \hat{S}_p はエネルギー E に依らないとする ($\hat{S}_e = \hat{S}$, $\hat{S}_h = \hat{S}^*$)。この \hat{S} に対して反射、透過行列の表式を導入する:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{r}_L & \hat{t}_{LR} \\ \hat{t}_{RL} & \hat{r}_R \end{pmatrix}. \quad (5.9)$$

以上の散乱行列 \hat{S} は粒子数保存よりユニタリで、 $\hat{S}^\dagger \hat{S} = \hat{1}$ を満たす。また、SO 相互作用は時間反転対称性を破らないので、 $\hat{S}^T = \hat{g}^\dagger \hat{S} \hat{g}$ より反射、透過行列はそれぞれ

$$\hat{r}_L^T = \hat{g}^\dagger \hat{r}_L \hat{g}, \quad \hat{r}_R^T = \hat{g}^\dagger \hat{r}_R \hat{g}, \quad \hat{t}_{RL}^T = \hat{g}^\dagger \hat{t}_{LR} \hat{g} \quad (5.10)$$

の関係を満たす。

(ii) 次に、 $0 < x < x_0$ および $x_0 < x < L$ の領域における Zeeman 効果 $H_Z = \pm g\mu_B B/2$ をともなった電子とホールの伝導を考え、散乱行列 \hat{t}_B で記述する。電子とホールは移動した距離に比例した位相を得る。Fermi エネルギーは超伝導体中のペアポテンシャルより十分大きいとしているので、 $|E| \ll E_F$ に対して線形分散

$$E = +\hbar v_F(k - k_F) \quad \text{for } k > 0, \quad (5.11)$$

$$E = -\hbar v_F(k + k_F) \quad \text{for } k < 0 \quad (5.12)$$

を考える。 k_F はナノワイヤ中の Fermi 波数である。スピン $\sigma = \pm 1$ の平面波 $\psi_{e,h} \propto e^{ikx}$ に対して、波数 k は Zeeman 効果によって

$$k = k_F + \frac{E \pm E_Z}{\hbar v_F} \quad \text{for } k > 0, \quad (5.13)$$

$$k = -k_F - \frac{E \pm E_Z}{\hbar v_F} \quad \text{for } k < 0 \quad (5.14)$$

へずれる (図 5.2)。Andreev 束縛状態では、スピン $\sigma = \pm 1$ を持った右 (左) 向きの電子とスピン $\sigma = \mp 1$ の左 (右) 向きのホールがコヒーレントに結合している。この束縛状態は Zeeman 効果によって $0 < x < x_0$ の領域で $\pm\theta_{BL}$ 、 $x_0 < x < L$ の領域で $\pm\theta_{BR}$ の位相を得る [146]、

$$\frac{1}{2}\theta_{BL} \equiv \frac{|g|\mu_B B}{2\hbar v_F} x_0, \quad (5.15)$$

$$\frac{1}{2}\theta_{BR} \equiv \frac{|g|\mu_B B}{2\hbar v_F} (L - x_0). \quad (5.16)$$

ここで、短い接合では $L \ll \xi_0 [= \hbar v_F / (\pi \Delta_0)]$ なので、ペアポテンシャル内の Andreev 束縛状態 ($|E| < \Delta_0$) の位相に対して $2Ex_0/(\hbar v_F)$ と $2E(L - x_0)/(\hbar v_F)$ の項を無視した。Fermi 速度 v_F は伝導チャンネルごとに異なる。しかし、5.4 節で議論する $N = 2$ の場合には、定性的な結果は変わらないとして v_F のチャンネル依存性は無視する。

スピンに依存した位相 $\pm\theta_{BL}, \pm\theta_{BR}$ を電子とホールに対する散乱行列 $\hat{\tau}_B$ として表す:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}'_{eL} \\ \mathbf{b}'_{eR} \end{pmatrix} = \hat{\tau}_B \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{eL} \\ \mathbf{b}_{eR} \end{pmatrix}, \quad (5.17)$$

$$\hat{\tau}_B = \begin{pmatrix} \hat{1} \otimes \hat{\tau}_{BL} & \\ & \hat{1} \otimes \hat{\tau}_{BR} \end{pmatrix}. \quad (5.18)$$

ここで、 $(\mathbf{b}'_{eL}, \mathbf{b}'_{eR})^T$ は $x = 0, L$ における外へ向かう電子波の振幅である [図 5.1(b)]。また、 $\hat{1}$ は $N \times N$ の単位行列、 $\hat{\tau}_{BL(R)}$ はスピン空間に対応する 2×2 の行列

$$\hat{\tau}_{BL(R)} = \begin{pmatrix} e^{i\theta_{BL(R)}/2} & \\ & e^{-i\theta_{BL(R)}/2} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

である。以上のモデルでは、Zeeman 効果は位相

$$\theta_B = \theta_{BL} + \theta_{BR} = \frac{|g|\mu_B B}{\hbar v_F} L = \frac{2E_Z}{E_{Th}}, \quad (5.20)$$

および非対称因子 $\alpha_B = \theta_{BL}/\theta_{BR} = x_0/(L - x_0)$ の 2 つのパラメータによって特徴づけられる。ここで、 θ_B は電子およびホールがナノワイヤ中を往復したときに、Zeeman 効果によって得る位相の和である。また $E_{Th} = \hbar v_F / L$ はバリスティックな伝導体における Thouless エネルギーである。以下では、 $\alpha_B = \sqrt{2}$ に固定する。

(iii) 最後に、 $x = 0, L$ における Andreev 反射を散乱行列で記述する*1。Andreev 反射では、スピン σ の電子 (ホール) がスピン $-\sigma$ のホール (電子) として反射される。電子がホー

*1 補遺 E 参照

ルとして反射される場合、散乱行列は

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}'_{\text{hL}} \\ \mathbf{a}'_{\text{hR}} \end{pmatrix} = \hat{r}_{\text{he}} \begin{pmatrix} \mathbf{b}'_{\text{eL}} \\ \mathbf{b}'_{\text{eR}} \end{pmatrix}, \quad (5.21)$$

$$\hat{r}_{\text{he}} = e^{-i\alpha} \begin{pmatrix} e^{-i\varphi_{\text{L}}} \hat{1} \otimes \hat{g} & \\ & e^{-i\varphi_{\text{R}}} \hat{1} \otimes \hat{g} \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

とできる [90]。 $\alpha \equiv \arccos(E/\Delta_0)$ 。また、ホールが電子として反射される場合は

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}'_{\text{eL}} \\ \mathbf{a}'_{\text{eR}} \end{pmatrix} = \hat{r}_{\text{eh}} \begin{pmatrix} \mathbf{b}'_{\text{hL}} \\ \mathbf{b}'_{\text{hR}} \end{pmatrix}, \quad (5.23)$$

$$\hat{r}_{\text{eh}} = e^{-i\alpha} \begin{pmatrix} e^{i\varphi_{\text{L}}} \hat{1} \otimes \hat{g}^\dagger & \\ & e^{i\varphi_{\text{R}}} \hat{1} \otimes \hat{g}^\dagger \end{pmatrix}. \quad (5.24)$$

ここで、 $N \geq 2$ の場合について、Andreev 反射ではナノワイヤ中の伝導チャンネルが保存されると仮定する。また、超伝導体とナノワイヤの境界においてポテンシャル障壁はないとして、通常の反射は起こらない [76]。

(5.8)、(5.18)、(5.21)、(5.23) 式より、 S 、 \hat{r}_B 、 \hat{r}_{he} 、および \hat{r}_{eh} を結合することで BdG 方程式に対応する全体の散乱行列が求まる、

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}_{\text{eL}} \\ \mathbf{a}_{\text{eR}} \end{pmatrix} = \left(\hat{r}_B \hat{r}_{\text{eh}} \hat{r}_B^* \hat{S}^* \hat{r}_B^* \hat{r}_{\text{he}} \hat{r}_B \hat{S} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{\text{eL}} \\ \mathbf{a}_{\text{eR}} \end{pmatrix}. \quad (5.25)$$

従って、Andreev 束縛状態が満たす式は

$$\det \left(\hat{1} - \hat{r}_B \hat{r}_{\text{eh}} \hat{r}_B^* \hat{S}^* \hat{r}_B^* \hat{r}_{\text{he}} \hat{r}_B \hat{S} \right) = 0 \quad (5.26)$$

となる。この式を解くことで Andreev 準位 $E_n(\varphi)$ が求まる [90]。零磁場の場合、(5.26) 式は

$$\det \left[\left\{ 1 - \left(\frac{E}{\Delta_0} \right)^2 \right\} \hat{1} - \hat{t}_{\text{LR}}^\dagger \hat{t}_{\text{LR}} \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right] = 0 \quad (5.27)$$

とでき、Andreev 準位は $\hat{t}_{\text{LR}}^\dagger \hat{t}_{\text{LR}}$ の固有値 T_n と関係づけられる [90]。このとき、 T_n はスピンに対して 2 重縮退している。従って、短い接合の場合、SO 相互作用による Andreev 準位のスピン分裂は得られない [110]。

5.3 伝導チャンネルが $N = 1$ の場合

半導体ナノワイヤ中の伝導チャンネルの数が $N = 1$ の場合に、Andreev 準位と Josephson 電流を解析的に調べる。このとき、散乱体 V_{scatt} による散乱行列 (5.9) における反射行列は単位行列を用いて $\hat{r}_{\text{L}} = \sqrt{1-T} e^{i\zeta} \hat{1}$ 、 $\hat{r}_{\text{R}} = -\sqrt{1-T} e^{-i\zeta} \hat{1}$ と書くことができる。ここで、 T は透過率、 ζ は任意の位相である。この位相因子は (5.26) 式において打ち消され、物理量

には寄与しない。一方、透過行列は

$$\hat{t}_{\text{LR}} = \sqrt{T} \hat{U}^\dagger \begin{pmatrix} e^{i\eta_{\text{SO}}} & \\ & e^{-i\eta_{\text{SO}}} \end{pmatrix} \hat{U}, \quad (5.28)$$

$$\hat{t}_{\text{RL}} = \hat{g}^\dagger \hat{t}_{\text{LR}}^T \hat{g} = \sqrt{T} \hat{U}^\dagger \begin{pmatrix} e^{-i\eta_{\text{SO}}} & \\ & e^{i\eta_{\text{SO}}} \end{pmatrix} \hat{U} \quad (5.29)$$

とできる。ここで、

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & \sin(\theta/2) \\ -\sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

は角度 θ の回転行列である。この透過行列 $\hat{t}_{\text{LR}}, \hat{t}_{\text{RL}}$ において、SO 相互作用はスピン量子化軸 (x 軸方向) と角度 θ をなす軸の周りでのスピンの回転として記述される。この軸は SO 相互作用による有効磁場の向きに対応している。回転角 $2\eta_{\text{SO}}$ は SO 相互作用の強さを特徴づけるパラメータである; $0 \leq \eta_{\text{SO}} \leq \pi/2$ 。 $\eta_{\text{SO}} = 0$ の場合 (SO 相互作用が無い場合)、散乱行列 \hat{S} はランダム行列理論における orthogonal ensemble に属する。また、 $\eta_{\text{SO}} = \pi/2$ で SO 相互作用が強い極限では、symplectic ensemble に属する。

5.3.1 SO 相互作用が無い場合

SO 相互作用が無い場合 ($\eta_{\text{SO}} = 0$) を調べる。このとき、磁場を強くしていったときに得られる $0-\pi$ 転移について説明する。

(5.26) 式を解くことで、Andreev 準位の解析的な表式が得られる、

$$E_{\uparrow\pm}(\varphi) = \Delta_0 \cos \left(\theta_B/2 + \arccos \left[\pm \sqrt{(1 + \delta_B + T \cos \varphi)/2} \right] \right), \quad (5.31)$$

$$E_{\downarrow\pm}(\varphi) = \Delta_0 \cos \left(\theta_B/2 - \arccos \left[\pm \sqrt{(1 + \delta_B + T \cos \varphi)/2} \right] \right). \quad (5.32)$$

ここで、 $\delta_B = (1 - T) \cos[\theta_B(\alpha_B - 1)/(\alpha_B + 1)]$ である。 \uparrow, \downarrow の下付き添え字はそれぞれスピン $\sigma = +1$ の電子と $\sigma = -1$ のホール、および $\sigma = -1$ の電子と $\sigma = +1$ のホールがコヒーレントに結合した状態であることを示している。また、(5.31) 式と (5.32) 式の \pm の添え字は零磁場における Andreev 準位の正負に対応している。つまり、 $\theta_B = 0$ で $E_{\uparrow+}(\varphi) = E_{\downarrow+}(\varphi) > 0$ 、 $E_{\uparrow-}(\varphi) = E_{\downarrow-}(\varphi) < 0$ である (零磁場では準位はスピン縮退している)。前節で示したように、BdG 方程式の解である Andreev 準位は正負のエネルギーの組となっている;

$$E_{\uparrow+}(\varphi) = -E_{\downarrow-}(\varphi), \quad E_{\downarrow+}(\varphi) = -E_{\uparrow-}(\varphi).$$

この関係は $\theta_B \neq 0$ においても成り立つ。また、Andreev 準位は超伝導体間の位相差 φ について偶関数である [$E_n(-\varphi) = E_n(\varphi)$; $n = (\uparrow\pm), (\downarrow\pm)$]。

(5.31) 式、(5.32) 式の Andreev 準位について、磁場を $\theta_B = 0$ から π へ徐々に強くして

いったときの結果を図 5.3(a) に示す。ただし、磁場に対して $\alpha_B = \sqrt{2}$ としている*2。このとき、 $0 \leq \theta_B \leq \pi$ に対して3つの領域を考える。(I) $0 \leq \theta_B < \theta_B^{(1)}$; Andreev 準位の正負は $E_{\uparrow+}, E_{\downarrow+} > 0$, $E_{\uparrow-}, E_{\downarrow-} < 0$ で準位交差なし。(II) $\theta_B^{(1)} \leq \theta_B \leq \theta_B^{(2)}$; $E = 0$ において準位交差あり。(III) $\theta_B^{(2)} < \theta_B \leq \pi$; $E_{\downarrow+}, E_{\downarrow-} > 0$, $E_{\uparrow+}, E_{\uparrow-} < 0$ で準位交差なし。ここで、 $\theta_B^{(1)}$ 、 $\theta_B^{(2)}$ はそれぞれ

$$-T + \cos \theta_B^{(1)} + \delta_B(\theta_B^{(1)}) = 0, \quad (5.33)$$

$$+T + \cos \theta_B^{(2)} + \delta_B(\theta_B^{(2)}) = 0 \quad (5.34)$$

を満たす。

領域 (I) $0 \leq \theta_B < \theta_B^{(1)}$ について、Zeeman 効果によって Andreev 準位がスピン \uparrow, \downarrow に対して分裂している。 θ_B の増大にともなって準位の分裂が増大し、 $\theta_B = \theta_B^{(1)}$ のときに $\varphi = \pm\pi$ において Andreev 準位が $E_{\uparrow+} = E_{\downarrow-} = 0$ を示す。さらに磁場を印加すると、Andreev 準位の交差がみられる [領域 (II)]。領域 (I) では、基底状態のエネルギー E_{gs} は $\varphi = 0$ で最少となる (0 状態)。

領域 (II) $\theta_B^{(1)} \leq \theta_B \leq \theta_B^{(2)}$ について、 $E_{\uparrow+}(\varphi)$ と $E_{\downarrow-}(\varphi)$ が $\varphi = \pm\varphi_1$, $E = 0$ で準位交差する。ここで、 φ_1 は

$$T \cos \varphi_1 + \cos \theta_B + \delta_B(\theta_B) = 0 \quad (5.35)$$

を満たす。さらに θ_B が大きくなると、準位交差の点は $\pm\varphi_1 = \pm\pi$ ($\theta_B = \theta_B^{(1)}$) から 0 ($\theta_B = \theta_B^{(2)}$) へ動いていく。この領域で 0- π 転移が起こる。

領域 (III) $\theta_B^{(2)} < \theta_B \leq \pi$ について、基底エネルギー E_{gs} は $\varphi = \pi$ において最少となっている (π 状態)。

超伝導電流 $I(\varphi)$ は (5.7) 式によって得られる。領域 (I) では、

$$I(\varphi) = \frac{e\Delta_0}{\hbar} \cos\left(\frac{\theta_B}{2}\right) \frac{T \sin \varphi}{\sqrt{2 + 2(\delta_B + T \cos \varphi)}}. \quad (5.36)$$

この式は $\theta_B = 0$ において (1.23) 式と一致する。透過率が十分小さい場合 ($T \ll 1$)、 $I(\varphi) \propto \sin \varphi$ である。これは 0 状態の典型的な振る舞いである。磁場が印加されて領域 (II) になると、Josephson 電流は $\varphi = \pm\varphi_1$ において不連続点を持つ。このとき、

$$I(\varphi) = \begin{cases} \frac{e\Delta_0}{\hbar} \cos\left(\frac{\theta_B}{2}\right) \frac{T \sin \varphi}{\sqrt{2 + 2(\delta_B + T \cos \varphi)}} & (|\varphi| < \varphi_1) \\ -\frac{e\Delta_0}{\hbar} \sin\left(\frac{\theta_B}{2}\right) \frac{T \sin \varphi}{\sqrt{2 - 2(\delta_B + T \cos \varphi)}} & (|\varphi| > \varphi_1) \end{cases} \quad (5.37)$$

となる。領域 (III) では、再び超伝導電流の不連続点がなくなる、

$$I(\varphi) = -\frac{e\Delta_0}{\hbar} \sin\left(\frac{\theta_B}{2}\right) \frac{T \sin \varphi}{\sqrt{2 - 2(\delta_B + T \cos \varphi)}}. \quad (5.38)$$

*2 $\alpha_B = 1$ の場合、モデルが対称性を持ち、磁場に対する非物理的な周期性が Josephson 電流に現れる。

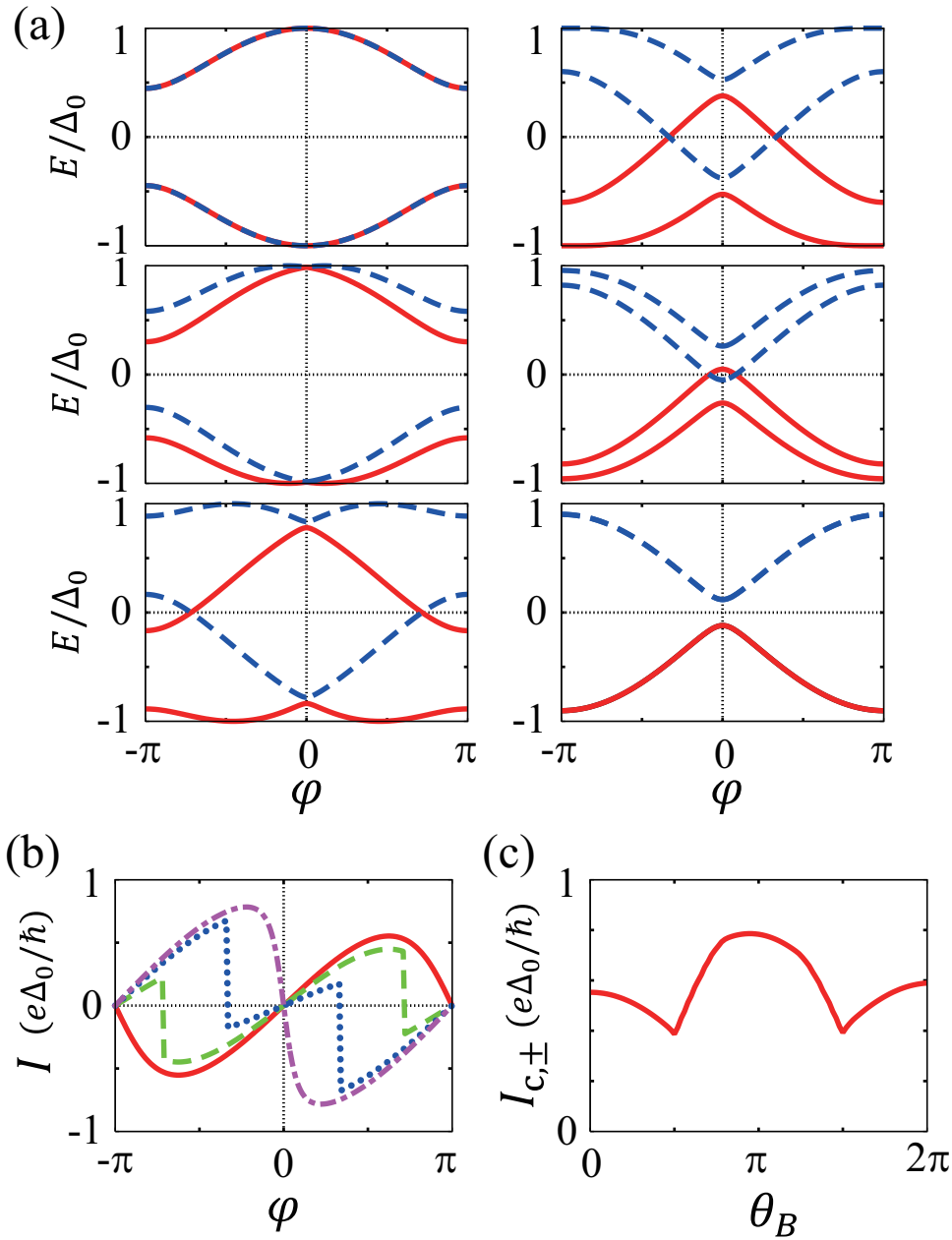


図 5.3 伝導チャンネルの数が $N = 1$ で、SO 相互作用がない場合 ($\epsilon_{SO} = 0$) における半導体ナノワイヤ Josephson 接合に対する計算結果。ナノワイヤ中の弾性散乱の効果は $x = x_0$ における散乱行列 \hat{S} で記述される。透過率は $T = 0.8$ とする。 $\alpha_B = \sqrt{2}$ 。(a) 超伝導体間の位相差 φ に対する Andreev 準位 $E_{\uparrow\pm}$ (赤実線)、 $E_{\downarrow\pm}$ (青破線)。磁場は $\theta_B = 0$ (左上) から、 0.1π (左中)、 0.4π (左下)、 0.7π (右上)、 0.9π (右中)、 π (右下) まで印加する。 $\theta_B = 0$ のとき、 $E_{\uparrow\pm} = E_{\downarrow\pm}$ で赤実線と青破線が重なっている。一方、 $\theta_B = \pi$ のとき、 $E_{\sigma+} = E_{\sigma-}$ である ($\sigma = \uparrow, \downarrow$)。 (b) 位相 φ に対する、半導体ナノワイヤを流れる超伝導電流 $I(\varphi)$ 。磁場の強さは $\theta_B = 0$ (赤実線)、 0.4π (緑破線)、 0.7π (青点線)、および π (紫点破線) である。 (c) 磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの臨界電流 $I_{c,\pm}$ 。正方向の電流の臨界電流 $I_{c,+}$ と負方向の臨界電流 $I_{c,-}$ は一致している。

この式に対して透過率が $T \ll 1$ のとき、 $I(\varphi) \propto -\sin \varphi$ となる。これは π 状態の振る舞いである。図 5.3(b) は磁場が $\theta_B = 0$ から π のときに、超伝導体間の位相差 φ の関数として超伝導電流 $I(\varphi)$ を示している。図中では、磁場の増大にともなって $I(\varphi)$ の不連続点が $\pm\pi$ から 0 に移動し、0 状態的な Josephson 電流の振る舞いから次第に π 状態的な振る舞いに移り変わっていく。ただし、基底状態のエネルギーは位相 φ の反転に対して $E_{\text{gs}}(-\varphi) = E_{\text{gs}}(\varphi)$ を満たすので、Josephson 電流の電流位相関係は常に $I(-\varphi) = -I(\varphi)$ となっている。

図 5.3(c) では、磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで印加していったときの $I(\varphi)$ の最大値 $I_{c,+}$ (赤実線)、および最小値の絶対値 $I_{c,-}$ (青破線) を示している。この $I_{c,\pm}$ はそれぞれ正負の向きに流れる超伝導電流の臨界電流である。図中では、 $I_{c,+}$ と $I_{c,-}$ は重なっている。これは $I(-\varphi) = -I(\varphi)$ の関係を反映している。磁場が $\theta_B = 0$ から大きくなると、臨界電流 $I_{c,\pm}$ は初め減少し、その後「カスプ」を示して増加に転じる。このカスプの位置は $0-\pi$ 転移の臨界点に対応している。この臨界点はだいたい $\theta_B \sim \pi/2$ で、または、(5.20) 式より $E_Z \sim E_{\text{Th}}$ で現れる。

図 5.3(a)、(b) では、 $\theta_B = 0$ から π の範囲のみを示した。図 5.3(c) にあるように、 $\theta_B = \pi$ から 2π においても臨界電流はカスプを示して振動し、 π 状態から再び 0 状態になる。このときの Andreev 準位 $E_n(\varphi)$ 、および Josephson 電流 $I(\varphi)$ の振る舞いは $\theta_B = \pi$ から 0 への巻き戻した振る舞いに似た結果である。 $x_0 = L/2$ の場合には、 $\theta_B = \pi$ から 0 と $\theta_B = \pi$ から 2π は一致する。

5.3.2 SO 相互作用がある場合

半導体ナノワイヤ中に SO 相互作用がはたらく場合 ($\eta_{\text{SO}} \neq 0$) を調べる。このとき、(5.28) 式の透過行列 \hat{t}_{LR} はパラメータ $\epsilon_{\text{SO}} \equiv \sin^2(\eta_{\text{SO}}) \sin^2 \theta$ を用いて

$$\hat{t}_{\text{LR}} = \sqrt{T} \begin{pmatrix} e^{i\phi} \sqrt{1 - \epsilon_{\text{SO}}} & i\sqrt{\epsilon_{\text{SO}}} \\ i\sqrt{\epsilon_{\text{SO}}} & e^{-i\phi} \sqrt{1 - \epsilon_{\text{SO}}} \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

と表わすことができる。ここで、位相 $\phi = \arccos[\cos(\eta_{\text{SO}})/\sqrt{1 - \epsilon_{\text{SO}}}]$ は (5.26) 式における Andreev 準位の計算において打ち消され、物理量には現れない。従って、SO 相互作用の効果はパラメータ ϵ_{SO} のみで記述される。 ϵ_{SO} は SO 相互作用によるスピントリップ確率と等しく、 $\theta = \pi/2, \eta_{\text{SO}} = \pi/2$ のときに $\epsilon_{\text{SO}} = 1$ で最大となる。逆に、磁場と SO 相互作用による有効磁場が平行な場合 ($\theta = 0$)、スピントリップは起きない ($\epsilon_{\text{SO}} = 0$)。

(5.39) 式を (5.26) 式中の散乱行列 \hat{S} に適用して、SO 相互作用がある場合の Andreev 準位 E_n を求める。図 5.4(a) は透過率 $T = 0.8$ 、SO 相互作用 $\epsilon_{\text{SO}} = 0.2$ の場合の位相 φ に対する $E_n(\varphi)$ を示している。磁場は $\theta_B = 0$ から π まで印加する。SO 相互作用がはたらくと、Andreev 準位のスピン状態は SO 相互作用によって互いに混ぜられるので、 \uparrow と \downarrow は良い量子数ではなくなる。しかし、以下で議論するように、伝導チャンネルが 1 つの場合は

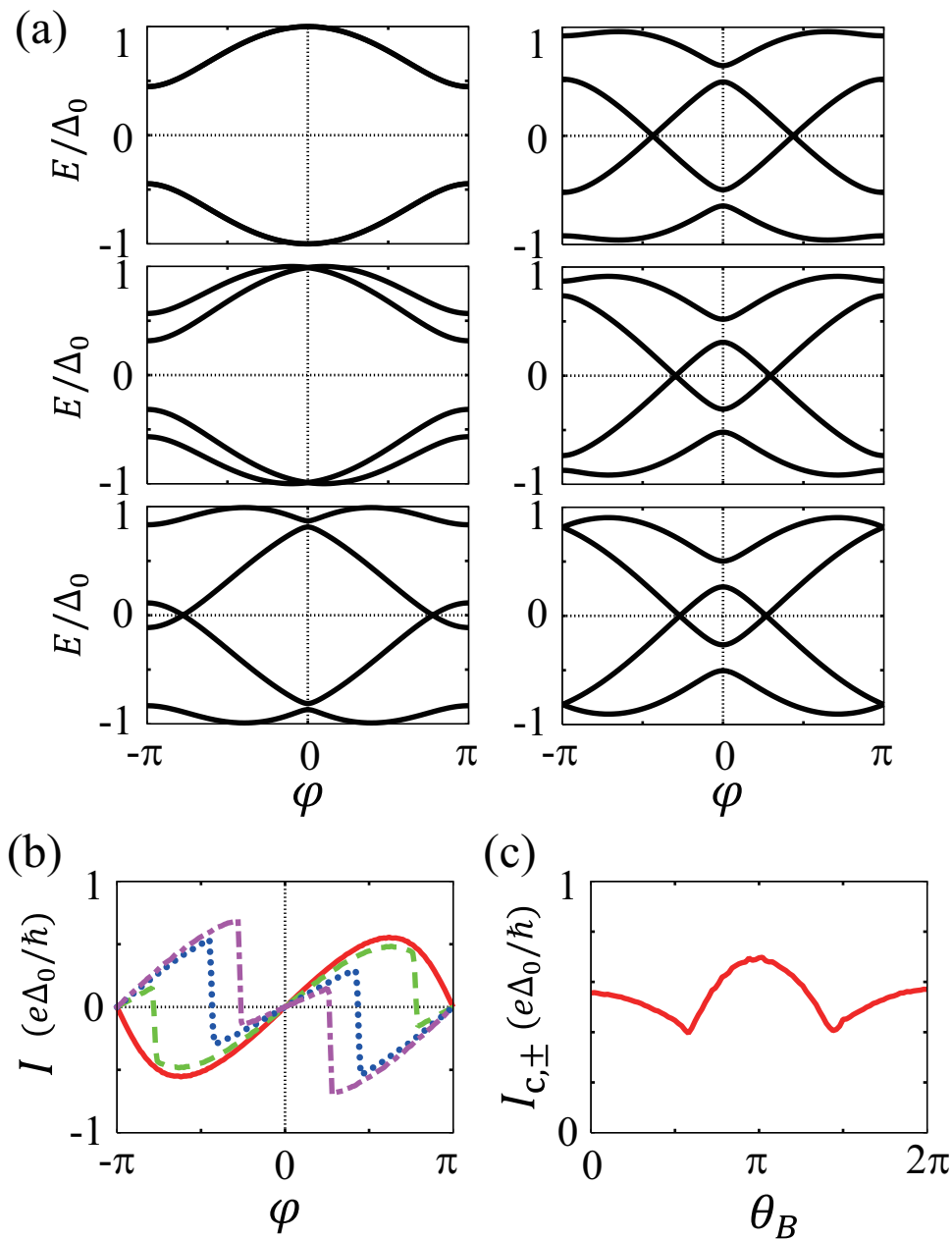


図 5.4 伝導チャンネルの数が $N = 1$ で、SO 相互作用がある場合 ($\epsilon_{SO} = 0.2$) における半導体ナノワイヤ Josephson 接合に対する計算結果。ナノワイヤ中の弾性散乱と SO 相互作用の効果は $x = x_0$ における散乱行列 \hat{S} で記述される。透過率は $T = 0.8$ とする。 $\alpha_B = \sqrt{2}$ 。(a) 超伝導体間の位相差 φ に対する Andreev 準位 E_n (磁場と SO 相互作用が共存する場合、スピン \uparrow, \downarrow は良い量子数ではなく、黒実線のみ)。磁場は $\theta_B = 0$ (左上) から、 0.1π (左中)、 0.4π (左下)、 0.7π (右上)、 0.9π (右中)、 π (右下) まで印加する。 $\theta_B = 0$ のとき、スピン縮退により Andreev 準位は 2 つずつ重なっている。(b) 位相 φ に対する、半導体ナノワイヤを流れる超伝導電流 $I(\varphi)$ 。磁場の強さは $\theta_B = 0$ (赤実線)、 0.4π (緑破線)、 0.7π (青点線)、および π (紫点破線) である。(c) 磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの臨界電流 $I_{c,\pm}$ 。正方向の電流の臨界電流 $I_{c,+}$ と負方向の臨界電流 $I_{c,-}$ は一致している。

SO 相互作用の効果は Andreev 準位および Josephson 電流の振る舞いに大きく影響しない。

図 5.4(a) において、零磁場の場合 (左上図)、全ての $E_n(\varphi)$ が SO 相互作用がない場合 [図 5.3(a)] と一致する。これは、(5.39) 式に対して、SO 相互作用による ϵ_{SO} の値に依らず $\hat{t}_{\text{LR}}^\dagger \hat{t}_{\text{LR}}$ の固有値が透過率 T なので、(5.27) 式より Andreev 準位が SO 相互作用に影響されないためである。

磁場を印加すると Andreev 準位は分裂する。この分裂は磁場にもなって大きくなり、ある程度磁場が強くなると $E = 0$ における準位交差が現れる。準位交差が現れる前の弱磁場では [領域 (I)]、接合は 0 状態である。準位交差が現れる領域 (II) では、 $E = 0$ で準位交差する位相 $\pm\varphi_1$ は磁場の増加にもなって $\pm\pi$ から 0 へ向かって動く。このとき、 φ_1 の条件 (5.35) は SO 相互作用によって

$$T \cos \varphi_1 + \cos \theta_B + \delta_B(\theta_B) = -2T\epsilon_{\text{SO}} \sin\left(\frac{\theta_B}{\alpha_B + 1}\right) \sin\left(\frac{\alpha_B \theta_B}{\alpha_B + 1}\right) \quad (5.40)$$

と修正される。また、 $\theta_B^{(1)}$ と $\theta_B^{(2)}$ は (5.40) 式においてそれぞれ $\varphi_1 = \pm\pi$ と $\varphi_1 = 0$ の場合の θ_B である。しかし、図 5.4(a) におけるパラメータの場合、 $\theta_B^{(2)}$ の解がなく $\theta_B = \pi$ においても領域 (III) にはならない。

図 5.4(b) は図 5.4(a) の Andreev 準位から計算した Josephson 電流 $I(\varphi)$ を示した。また、 $I(\varphi)$ の最大値、および最小値の絶対値である臨界電流 $I_{c,\pm}$ を θ_B の関数として示した。このときの $I_{c,\pm}$ は図 5.3 において示した SO 相互作用が無い場合の結果と定性的に同じ振る舞いを示している。単一チャンネルの場合、SO 相互作用と Zeeman 効果がナノワイヤ中に共存していても、Andreev 準位に対して $E_n(-\varphi) = E_n(\varphi)$ の関係が保たれ、その結果、Josephson 電流も $I(-\varphi) = -I(\varphi)$ となる。従って、短い接合で $N = 1$ の場合、異常 Josephson 電流および臨界電流の電流向き依存性は得られない: $I(\varphi = 0) = 0$ 、 $I_{c,+} = I_{c,-}$ 。

5.4 伝導チャンネルが $N = 2$ の場合

次に、半導体ナノワイヤの伝導チャンネルの数が $N = 2$ の場合について調べる。ナノワイヤ中に SO 相互作用と Zeeman 効果が共存するとき、異常 Josephson 電流、および臨界電流の電流方向依存性が誘起されることを示す。

$x = x_0$ の V_{scatt} による散乱行列 \hat{S} について、 $N \geq 2$ の場合、 \hat{S} の記述には多くのパラメータが必要となる。そこで、SO 相互作用の対称性を考慮したランダムなユニタリ行列によって \hat{S} を数値的に与え、(5.26) 式から Andreev 準位を求める。数値的な \hat{S} の準備は補遺 F で説明する。補遺 F では、SO 相互作用のパラメータとして p_{SO} を導入する ($0 \leq p_{\text{SO}} \leq 1$)。 p_{SO} は散乱行列 \hat{S} の対称性を制御するもので、 $p_{\text{SO}} = 0$ は SO 相互作用が無い場合で、 \hat{S} はランダム行列理論における orthogonal ensemble に属する。一方、SO 相互作用が強い極限は $p_{\text{SO}} = 1$ で、このとき \hat{S} は symplectic ensemble に属する。

本節では、まず、1つのランダムな \hat{S} について議論する。SO 相互作用がない場合 ($p_{\text{SO}} = 0$) とある場合 ($p_{\text{SO}} \neq 0$) について調べ、磁場に対する異常 Josephson 電流と電流方向に依存した臨界電流を求める。その後、SO 相互作用がある場合について、多数の \hat{S} に対してランダム平均を取る。実際のサンプル作製では、不純物などによるポテンシャルが不規則に入り、ナノワイヤのサンプル毎に透過率や SO 相互作用の効果が異なる。異常 Josephson 電流、および正方向と負方向の臨界電流の差に対して多数の \hat{S} のランダム平均をとることで、実験で期待される値としてサンプル揺らぎを求める。その際、ランダム性は透過率やその位相に対して一様分布と仮定する。ただし、 α_B は磁場に対する非物理的な周期性を避けるために導入しており、弾性散乱と SO 相互作用に対する \hat{S} のランダム平均に対して、 $\alpha_B = \sqrt{2}$ で一定とする。

5.4.1 SO 相互作用が無い場合

図 5.5(a) は散乱行列 \hat{S} において $p_{\text{SO}} = 0$ で SO 相互作用が無い場合の Andreev 準位 $E_n(\varphi)$ の計算結果を示している。磁場は $\theta_B = 0$ から π まで強くする。SO 相互作用が無く、Zeeman 効果のみであれば、Andreev 準位のスピン状態は前節と同様 \uparrow, \downarrow で指定される; $E_{\uparrow\pm i}$ (赤実線) および $E_{\downarrow\pm i}$ (青破線)。 $i = 1, 2$ は伝導チャンネルに対応する。また、Andreev 準位は常に正負の解を互いに持つ; $E_{\uparrow+i}(\varphi) = -E_{\downarrow-i}(\varphi)$ 、 $E_{\downarrow+i}(\varphi) = -E_{\uparrow-i}(\varphi)$ 。

零磁場の場合 ($\theta_B = 0$)、Andreev 準位はスピン縮退している [$E_{\uparrow\pm i}(\varphi) = E_{\downarrow\pm i}(\varphi)$]。磁場を印加すると、それぞれの Andreev 準位が分裂する。 $N = 2$ においても、 $N = 1$ の場合と同様に Zeeman 効果による位相 θ_B に対して 3 つの領域に分けて議論する。領域 (I) は Andreev 準位が $E_{\uparrow+i}, E_{\downarrow+i} > 0$ 、 $E_{\uparrow-i}, E_{\downarrow-i} < 0$ となっている領域とする。このとき、接合は基底エネルギー E_{gs} が $\varphi = 0$ において最少となる 0 状態である。磁場を強めていくと、 $E = 0$ において $E_{\uparrow+i}(\varphi)$ と $E_{\downarrow-i}(\varphi)$ の準位交差が起こる。この $E = 0$ における準位交差が現れる θ_B 範囲が領域 (II) である。ただし、 $E \neq 0$ での準位交差は領域 (II) でなくとも現れる [例えば、図 5.5(a) で $\theta_B = 0.1\pi$ の場合 (左中図)]。 $E = 0$ における準位交差は 2 つずつの組 ($\varphi = \pm\varphi_i$; $i = 1, 2$) で現れ、その交差点 $\varphi = \varphi_i$ はそれぞれ θ_B の増加にともなって $\pm\varphi_i = \pm\pi$ から 0 へ動く。領域 (III) では、 $E = 0$ における準位交差はなくなり、 $E_{\downarrow\pm i}(\varphi) > 0$ および $E_{\uparrow\pm i}(\varphi) < 0$ となる。このとき、接合は π 状態となる。従って、領域 (II) において $0-\pi$ 転移が起こる。以上の振る舞いは $N = 1$ の場合と定性的に同じであり、 \hat{S} においてチャンネル間の散乱が起こっても 2 つの独立した伝導チャンネルによる Andreev 準位の和として理解できる。

図 5.5(b) は図 5.5(a) で示した Andreev 準位から求めた Josephson 電流 $I(\varphi)$ である。 $I(\varphi)$ の振る舞いは不連続点が 4 つ現れることがある以外、前節の図 5.3(b) における $N = 1$ の場合とほとんど同じである。図 5.5(a) において常に $E_n(\varphi) = E_n(-\varphi)$ なので、Josephson

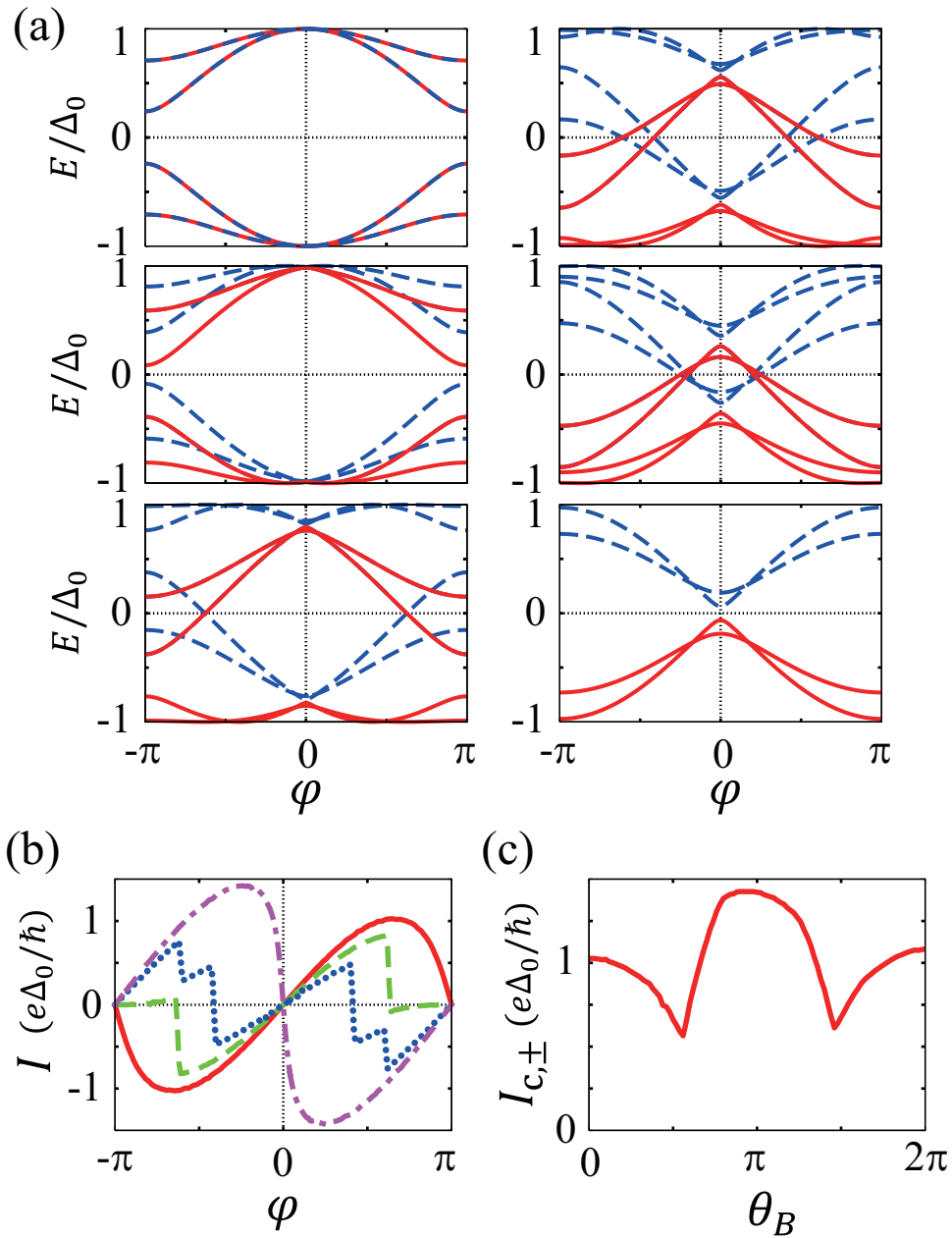


図 5.5 伝導チャンネルの数が $N = 2$ で、SO 相互作用がない場合 ($p_{\text{SO}} = 0$) における半導体ナノワイヤ Josephson 接合の 1 つのサンプルに対する計算結果。ナノワイヤ中の弾性散乱の効果は $x = x_0$ における散乱行列 \hat{S} で記述される。 $\alpha_B = \sqrt{2}$ 。(a) 超伝導体間の位相差 φ に対する Andreev 準位 $E_{\uparrow\pm i}$ (赤実線)、 $E_{\downarrow\pm i}$ (青破線)。 $i = 1, 2$ は伝導チャンネルに対応する。磁場は $\theta_B = 0$ (左上) から、 0.1π (左中)、 0.4π (左下)、 0.6π (右上)、 0.8π (右中)、 π (右下) まで印加する。 $\theta_B = 0$ のとき、 $E_{\uparrow\pm i} = E_{\downarrow\pm i}$ で赤実線と青破線が重なっている。一方、 $\theta_B = \pi$ のとき、 $E_{\sigma+i} = E_{\sigma-i}$ である ($\sigma = \uparrow, \downarrow$)。 (b) 位相 φ に対する、半導体ナノワイヤを流れる超伝導電流 $I(\varphi)$ 。磁場の強さは $\theta_B = 0$ (赤実線)、 0.4π (緑破線)、 0.8π (青点線)、および π (紫点破線) である。(c) 磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの臨界電流 $I_{c,\pm}$ 。正方向の電流の臨界電流 $I_{c,+}$ と負方向の臨界電流 $I_{c,-}$ は一致している。

電流も常に $I(\varphi) = -I(-\varphi)$ の関係を満たし、異常 Josephson 電流は流れない。

図 5.5(c) は磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの正負方向の臨界電流 $I_{c,\pm}$ を示している。Andreev 準位が $E_n(\varphi) = E_n(-\varphi)$ を満たすので、臨界電流も $I_{c,+} = I_{c,-}$ である。 $I_{c,\pm}$ の振る舞いも $N = 1$ の場合と定性的に同じで、ある θ_B でカスプを示し、その磁場において $0-\pi$ 転移が起きる。

5.4.2 SO 相互作用がある場合

次に、 $p_{SO} = 0.3$ として、SO 相互作用がはたらく場合の散乱行列 \hat{S} を考える。磁場がある場合、SO 相互作用と Zeeman 効果の共存、および伝導チャンネル間の散乱が Andreev 準位 E_n の位相 φ に対する対称性を壊す。その結果、Andreev 準位 $E_n(\varphi)$ と Josephson 電流 $I(\varphi)$ は図 5.4(a)、(b) に示した $N = 1$ の場合の結果と定性的に異なる振る舞いを示す。

Andreev 準位 $E_n(\varphi)$ を図 5.6(a) に示す。零磁場の場合、 $E_n(\varphi)$ は 2 重縮退している^{*3}。このとき、 $E_n(\varphi) = E_n(-\varphi)$ である。一方、磁場を印加すると、Andreev 準位の φ 反転に対する対称性が破れ、 $E_n(\varphi) \neq E_n(-\varphi)$ となる。これは 5.2 節における BdG 方程式の有効ハミルトニアン $\mathcal{H}(\varphi)$ の対称性についての議論から期待される結果である。異なる伝導チャンネルは SO 相互作用によって互いにスピンの依存した結合をする。その結果、異なるスピン状態を持つ Andreev 束縛状態も混成する。これが $\theta_B \neq 0$ において $E_n(\varphi) = E_n(-\varphi)$ の関係を壊す。

SO 相互作用が無い場合に、 $0 \leq \theta_B \leq \pi$ に対して 3 つの領域に分けて議論した。図 5.6(a) の結果に対しても、大雑把に 3 つの領域に分けて考えることができる。つまり、(I) $\theta_B \sim 0$ で接合は「0 状態」となっている領域、(III) $\theta_B \sim \pi$ で接合は「 π 状態」となっている領域、また、(II) 「 $0-\pi$ 転移」が起こる中間領域、である。SO 相互作用が無い場合、または伝導チャンネルが $N = 1$ の場合は領域 (II) において $E = 0$ における Andreev 準位の交差がみられた。しかし、図 5.6(a) では、SO 相互作用が異なるスピン状態を持つ Andreev 束縛状態を混成させるので、Andreev 準位の交差に対しても反交差が得られる。

図 5.6(b) は図 5.6(a) で示した Andreev 準位 $E_n(\varphi)$ から計算した Josephson 電流 $I(\varphi)$ である。 $\theta_B = 0$ の場合、超伝導電流が $I(\varphi) \sim \sin \varphi$ となる一方で、 $\theta_B = \pi$ では $I(\varphi) \sim -\sin \varphi$ である。これらはそれぞれ 0 状態と π 状態の特徴である。領域 (II) にあたる中間領域では、 $E = 0$ における Andreev 準位の交差が SO 相互作用によって無くなることを反映して、 $I(\varphi)$ における不連続の振る舞いがみられなくなる。

SO 相互作用と Zeeman 効果がナノワイヤ中に共存するとき、位相 φ の反転に対して基

^{*3} (5.27) 式において議論したように、短い接合 ($L \ll \xi$) の場合、時間反転対称性が超伝導体間の位相差 $\varphi (\neq 0, \pm\pi)$ によって壊されていても 2 重縮退が残る。 $L \gtrsim \xi$ を想定して常伝導体を記述する散乱行列のエネルギー依存性を考慮すると、SO 相互作用に起因する Andreev 準位の分裂が得られる [110, 122]。

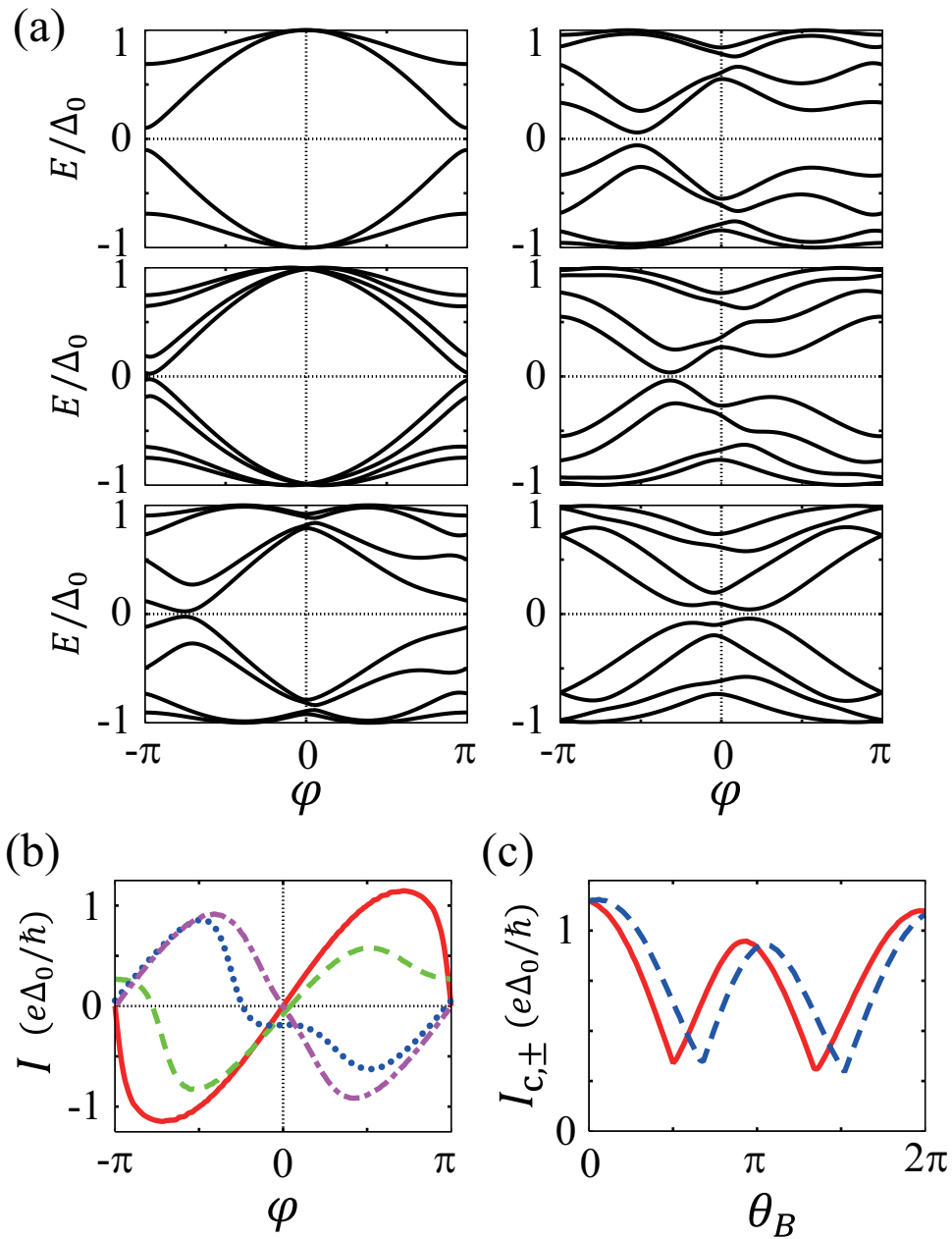


図 5.6 伝導チャンネルの数が $N = 2$ で、SO 相互作用がある場合 ($p_{\text{SO}} = 0.3$) における半導体ナノワイヤ Josephson 接合の 1 つのサンプルに対する計算結果。ナノワイヤ中の弾性散乱と SO 相互作用の効果は $x = x_0$ における散乱行列 \hat{S} で記述される。 $\alpha_B = \sqrt{2}$ 。(a) 超伝導体間の位相差 φ に対する Andreev 準位 E_n (磁場と SO 相互作用が共存する場合、スピン \uparrow, \downarrow は良い量子数ではなく、黒実線のみ)。磁場は $\theta_B = 0$ (左上) から、 0.1π (左中)、 0.4π (左下)、 0.6π (右上)、 0.8π (右中)、 π (右下) まで印加する。 $\theta_B = 0$ のとき、スピン縮退により Andreev 準位は 2 つずつ重なっている。(b) 位相 φ に対する、半導体ナノワイヤを流れる超伝導電流 $I(\varphi)$ 。磁場の強さは $\theta_B = 0$ (赤実線)、 0.4π (緑破線)、 0.8π (青点線)、および π (紫点破線) である。(c) 磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの正方向の電流に対する臨界電流 $I_{c,+}$ (赤実線) と負方向の電流に対する臨界電流 $I_{c,-}$ (青破線)。

底状態のエネルギーは $E_{\text{gs}}(\varphi) \neq E_{\text{gs}}(-\varphi)$ となるので、Josephson 電流の電流位相関係は $I(\varphi) \neq -I(-\varphi)$ となる。その結果、異常 Josephson 電流 $I(\varphi = 0) \neq 0$ を得る。図 5.7(a) には、 $I(\varphi = 0)$ を磁場による θ_B の関数として示した。磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引すると、異常 Josephson 電流 $|I(\varphi = 0)|$ はほぼ線形に増加し、 $\theta_B \sim \pi$ のときに最大となる。その後 $|I(\varphi = 0)|$ は減少していく。

異常 Josephson 電流 $I(\varphi = 0) \neq 0$ は基底状態のエネルギー E_{gs} が領域 (I) では $\varphi = 0$ 以外、領域 (III) では $\varphi = \pi$ 以外のある値 φ_0 で最少となることを示している。従って、この状態は φ_0 状態と呼ばれる。図 5.7(b) には、基底状態のエネルギー E_{gs} が最少となる超伝導体間の位相差 φ_0 を θ_B の関数として示した。 φ_0 は磁場の増大にともなって $\varphi_0 = 0$ から連続的に変化し、領域 (II) におけるある θ_B で $\varphi_0 = \pi$ 付近へ不連続にとぶ。この点は SO 相互作用が無い場合の $0-\pi$ 転移に対応しており、SO 相互作用がある場合でも、 φ_0 状態に対して「0 like 状態- π like 状態転移」を定義できる。さらに磁場を強めると、 $\varphi_0 = \pi$ 付近を緩やかに変化し、ある点で再び $\varphi_0 = 0$ (または 2π) 付近へ不連続に変化する。

SO 相互作用と Zeeman 効果が共にある場合、異常 Josephson 電流に加え、超伝導電流 $I(\varphi)$ の最大値、最小値 (の絶対値) である臨界電流にも差が現れる、 $I_{c,+} \neq I_{c,-}$ 。図 5.6(c) は磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの正方向の超伝導電流に対する臨界電流 $I_{c,+}$ と負方向の臨界電流 $I_{c,-}$ である。磁場を印加していくと、 $I_{c,\pm}$ は SO 相互作用が無い場合と同様、初めは減少し、 $\theta_B \approx \pi/2$ においてカスプを示して、その後に増大する振動の振る舞いを示す。また、 $\theta_B \approx 3\pi/2$ においても再びカスプを示す。カスプを示す θ_B の位置は $I_{c,+}$ と $I_{c,-}$ で異なり、図 5.7(b) で示した「 $0-\pi$ 転移」の転移点よりも、それぞれ小さい θ_B の値と大きい値である。

以上では、ある 1 つのサンプル (散乱行列 \hat{S}) についての結果を議論した。次に、100 個のランダムな散乱行列 \hat{S} の結果に対してランダム平均を取る。その際、異常 Josephson 電流 $I(0)$ と臨界電流の正負方向の差 $\delta I_c = I_{c,+} - I_{c,-}$ に対して、平均値 $\langle A \rangle$ とサンプル揺らぎ $\sqrt{\langle (\Delta A)^2 \rangle} \equiv \sqrt{\langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle}$ を議論する [$A = I(0), \delta I_c$]。

異常 Josephson 電流 $I(0)$ の正負はサンプルに依るため、サンプル数無限大の極限で平均 $\langle I(0) \rangle$ は 0 となる。そこで、ランダム平均に対する物理量の見積もりとしてサンプル揺らぎ (2 乗平均)、 $\sqrt{\langle [\Delta I(0)]^2 \rangle}$ 、を用いる。図 5.8(a) に $p_{\text{SO}} = 0.3$ のときの異常 Josephson 電流の平均 $\langle I(0) \rangle$ と 2 乗平均 $\sqrt{\langle [\Delta I(0)]^2 \rangle}$ を θ_B の関数として示した。零磁場では異常 Josephson 電流は流れないので、平均 2 乗分散も $\sqrt{\langle [\Delta I(0)]^2 \rangle} = 0$ である。磁場を印加すると、 $\sqrt{\langle [\Delta I(0)]^2 \rangle}$ も増大し、 $\theta_B \sim \pi$ において $0.1e\Delta_0/\hbar$ 程度のオーダーとなる。さらに磁場を強くすると、 $\sqrt{\langle [\Delta I(0)]^2 \rangle}$ は減少する。従って、「 π 状態」が現れる領域で、大きな異常 Josephson 電流が期待される。

図 5.8(b) は $\sqrt{\langle [\Delta I(0)]^2 \rangle}$ を SO 相互作用のパラメータ p_{SO} の関数として示したもので、赤い実線は $\theta_B = \pi$ 、緑の破線は $\theta_B = 0.8\pi$ の場合である。異常 Josephson 電流は p_{SO} が

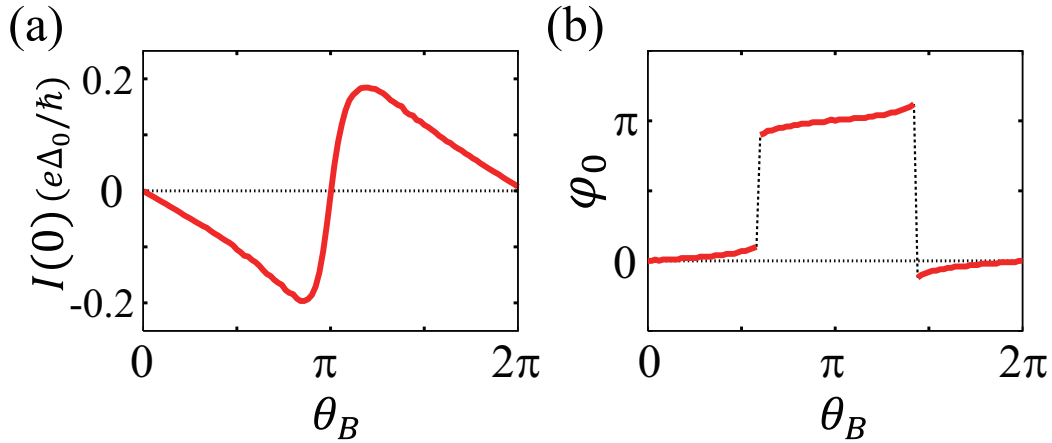


図 5.7 伝導チャンネルの数が $N = 2$ で、SO 相互作用がある場合 ($p_{\text{SO}} = 0.3$) における半導体ナノワイヤ Josephson 接合についての計算結果。磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの (a) $\varphi = 0$ における超伝導電流 $I(0)$ と (b) 基底状態のエネルギー E_{gs} が極小となる超伝導体間の位相差 φ_0 である。散乱行列 \hat{S} は図 5.6 と同じものである。

小さい領域において p_{SO} に対して線形に増加する。おおよそ $p_{\text{SO}} \gtrsim 0.05$ において測定可能な程度の異常 Josephson 電流が得られる。

さらに、Josephson 電流の臨界電流の電流方向依存性に対するランダム平均を考える。図 5.8(c) は磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの平均 $\langle \delta I_c \rangle$ とその揺らぎ $\sqrt{\langle [\Delta(\delta I_c)]^2 \rangle}$ を示している。SO 相互作用のパラメータは $p_{\text{SO}} = 0.3$ である。臨界電流に対しても、サンプル数無限大において $\langle \delta I_c \rangle = 0$ となる。一方、そのサンプル揺らぎは「 π 状態」が現れる $\pi/2 \lesssim \theta_B \lesssim 3\pi/2$ の領域で $0.1e\Delta_0/\hbar$ 程度のオーダーとなる。 $|\delta I_c|$ は「 $0-\pi$ 転移」付近で増大するが、「 $0-\pi$ 転移」の位置はサンプルのランダム性 (特に透過率) に依存するので、サンプル揺らぎとしては $\pi/2 \lesssim \theta_B \lesssim 3\pi/2$ の範囲でおおよそ一定の振る舞いとなっている。図 5.8(d) は p_{SO} に対する $\sqrt{\langle [\Delta(\delta I_c)]^2 \rangle}$ を示している。サンプル揺らぎは p_{SO} と共に大きくなり、ある程度のところで飽和する振る舞いとなっている。このとき、正負の臨界電流の差のサンプル揺らぎは $p_{\text{SO}} \gtrsim 0.05$ 程度で測定できる程度の値となる。

5.5 本章のまとめ

本章では、SO 相互作用のある擬 1 次元的な半導体ナノワイヤに 2 つの s 波超伝導体を接合した Josephson 接合を調べ、DC Josephson 効果における SO 相互作用の影響を明らかにした。短い接合を想定し、少数の伝導チャンネルに対してナノワイヤ中の弾性散乱と SO 相互作用の効果を 1 つの散乱体で記述する簡単なモデルを考えた。ナノワイヤに平行な磁場によって時間反転対称性が破れているとき、ナノワイヤ中の SO 相互作用と Zeeman 効果によって異常 Josephson 電流と臨界電流の電流方向依存性という特異な量子輸送現象が誘起

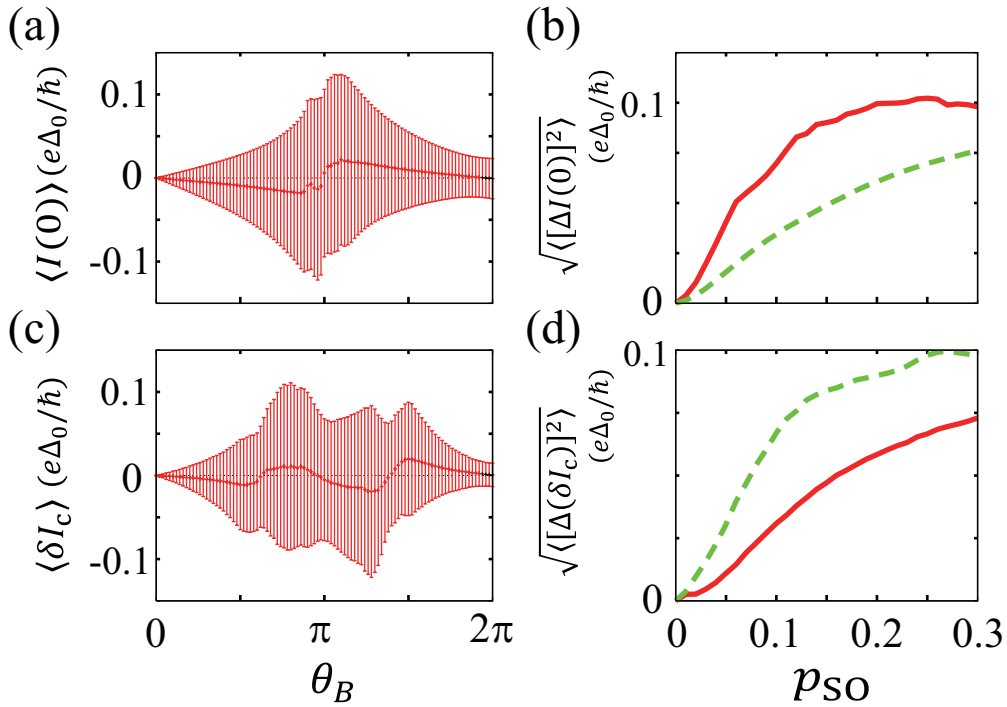


図 5.8 伝導チャンネルの数が $N = 2$ の半導体ナノワイヤを用いた多数の Josephson 接合における Josephson 電流に対するランダム平均とそのサンプル揺らぎ。サンプル数は 100 とした。 $\alpha_B = \sqrt{2}$ 。 (a) 磁場を $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの異常 Josephson 電流 $I(\varphi = 0)$ のランダム平均 $\langle I(0) \rangle$ 。そのサンプル揺らぎ $\sqrt{\langle [\Delta I(0)]^2 \rangle}$ をエラーバーの形で示している ($\Delta I(0) = I(0) - \langle I(0) \rangle$)。パラメータは $p_{SO} = 0.3$ 。 (b) $\theta_B = \pi$ (赤実線) と $\theta_B = 0.8\pi$ (青破線) のときの p_{SO} に対するサンプル揺らぎ $\sqrt{\langle [\Delta I(0)]^2 \rangle}$ 。 (c) $\theta_B = 0$ から 2π まで掃引したときの臨界電流の差のランダム平均 $\langle \delta I_c \rangle$ ($\delta I_c = I_{c,+} - I_{c,-}$)。エラーバーはそのサンプル揺らぎ $\sqrt{\langle [\Delta(\delta I_c)]^2 \rangle}$ である ($\Delta(\delta I_c) = \delta I_c - \langle \delta I_c \rangle$)。SO 相互作用の強さは $p_{SO} = 0.3$ 。 (d) SO 相互作用の強さに対する $\theta_B = \pi$ (赤実線) と $\theta_B = 0.8\pi$ (青破線) のときの臨界電流の差のサンプル揺らぎ $\sqrt{\langle [\Delta(\delta I_c)]^2 \rangle}$ 。

されることを明らかにした。最初に、伝導チャンネルが 1 つの場合を調べた。超伝導体間の位相差の関数として Andreev 準位と Josephson 電流を解析的に求め、磁場に対する接合の $0-\pi$ 転移を示した。 $0-\pi$ 転移は磁場による Zeeman エネルギー E_Z とバリスティックな常伝導領域の Thouless エネルギー E_{Th} が同程度のときに起こる。また、臨界電流は磁場に対して振動し、 $0-\pi$ 転移点においてカスプの振る舞いとなる。次に、伝導チャンネルが 2 つの場合を調べた。 Zeeman 効果と SO 相互作用が共存するとき、超伝導体間の位相差 φ に対して Andreev 準位が $E_n(\varphi) \neq E_n(-\varphi)$ となることを明らかにした。このとき、Josephson 電流は $I(\varphi) \neq -I(-\varphi)$ となる。その結果、異常 Josephson 電流 $I(\varphi = 0) \neq 0$ が誘起される。異常 Josephson 効果は $\varphi = 0, \pi$ 以外で自由エネルギーが最少となる φ_0 状態にあることを意味する。従って、異常 Josephson 効果は SO 相互作用が量子位相に寄与することで誘起さ

れる。また、 $I(\varphi) \neq -I(-\varphi)$ と φ に対する 2π の周期性より、臨界電流が正方向と負方向の超伝導電流で異なることを明らかにした。臨界電流の振動においても、振動の極小となるカスプの位置が電流方向によって異なる。異常 Josephson 効果のために 0 状態、 π 状態ではないが、この 2 つのカスプの間で 0-like 状態から π -like 状態への転移が起こることを明らかにした。

本章で用いたモデルでは短い接合を想定し、2 つ (以上の) 伝導チャンネルの数があるときに異常 Josephson 効果が誘起されることを示した。また、チャンネル数が 1 の場合には得られない。一方、長い接合についての先行研究では、1 つの伝導チャンネルに対して異常 Josephson 効果を得ている [118]。本モデルでは 1 つの散乱体で SO 相互作用と弾性散乱の効果を実験結果を記述している。本章では、短い接合に対して、異常 Josephson 電流に 2 つ以上のチャンネルが必要となる結果が一般的なのかこのモデルに特有なのか、についての議論はできていない。しかし、このモデルは少数のチャンネルを持つナノワイヤの Josephson 接合に対する実験結果の理解に有用であると考えられる。

最近の実験では、InSb ナノワイヤを用いた Josephson 接合において、ナノワイヤに平行な磁場による臨界電流の振動が得られている [88]。その際、磁場がある場合に臨界電流が電流方向によって異なる値を持ち、振動におけるカスプの位置も電流方向に依存する結果が報告されている。異常 Josephson 効果の測定は行われていないが、超伝導体をループにした超伝導量子干渉計 (Superconducting QUantum Interference Device; SQUID) に用いることで測定できる考えられる。実験状況では、ナノワイヤ中には数本の伝導チャンネルがあり、本章のモデルに対応する。一方、超伝導体間の距離 $L = 500 \sim 1000\text{nm}$ に対して、コヒーレント長は $\xi \sim 350\text{nm}$ 程度と見積もられており、本章のモデルとは対応しない。また、SO 相互作用によるスピン緩和長は $\xi_{\text{SO}} \sim 200\text{nm}$ 程度と見積もられており、 $\xi_{\text{SO}} \lesssim L$ である。本章のモデルで導入したパラメータ p_{SO} の値を見積もることは難しいが、 $p_{\text{SO}} = 0$ は $\xi_{\text{SO}} \ll L$ 、 $p_{\text{SO}} = 1$ は $\xi_{\text{SO}} \gg L$ の場合に対応する。

第 6 章

結論

本論文では、半導体ナノ構造中の量子輸送現象におけるスピン軌道相互作用の効果に関する研究結果を報告した。

最初に、半導体アンチドット構造による外因性スピンホール効果について調べた。半導体ヘテロ構造中に形成される 2 次元電子系にアンチドット構造による人工ポテンシャルが 1 つある系を想定し、そのポテンシャルによる散乱を部分波展開を用いて量子力学的に記述した。特に、ポテンシャルが引力の場合に着目した。ポテンシャルを深くしていくと、仮想的束縛状態を介した共鳴散乱が起こる。通常、スピン軌道相互作用によるアップスピンとダウンスピンの散乱強度の差は小さいが、共鳴散乱付近では散乱強度が急激に変化するため、アップスピンとダウンスピンの散乱強度の差が増大される。その結果、外因性スピンホール効果が著しく増大されることを示した。また、アンチドットを持つ 3 端子ナノ構造を考えた。数値計算によってナノ構造における外因性スピンホール効果を評価し、共鳴散乱によって 50% 以上のスピン偏極が得られることを示した。

次に、量子ドットにおける「外因性スピンホール効果」を議論した。強いスピン軌道相互作用のある量子ドットがトンネル結合によって 3 本の伝導リードに接続された系を想定し、スピン偏極していない電子が 1 つのリードから入射されたときの他のリードへのスピン偏極電流を調べた。スピン軌道相互作用のある量子ドットの最も簡単なモデルとして 2 準位モデルを考えた。共鳴トンネルによるスピンに依存した電気伝導度の解析的な表式を得た。求めた解析的な表式より、クーロンピーク近傍において大きなスピン偏極電流が生成される条件を明らかにした。スピン偏極電流はリードが 3 本以上の場合に生成される。(i) 2 準位の準位間隔がリードへのトンネル結合による線幅より小さいときに、(ii) 共鳴トンネルによってスピン偏極は著しく増大する。このスピン偏極は他の端子へのトンネル結合によって制御することができ、(iii) スピン軌道相互作用による準位の混成エネルギーと他の端子による線幅が同程度のときに大きなスピン偏極電流が得られる。さらに、ポテンシャル構造を考慮した T 型 3 端子の量子ドットに対する数値シミュレーションを行い、2 準位モデルによる議論と定

性的に一致する結果を得た。また、クーオンブロッケイド領域における近藤効果によるを調べた。Slave-boson 平均場近似を用いて近藤共鳴位を記述し、多体の共鳴準位を介した「スピンホール効果」を明らかにした。スピン偏極電流は近藤温度が準位間隔より大きい SU(4) 近藤領域において増大し、近藤温度が準位間隔より小さい SU(2) 近藤領域では得られなくなることを明らかにした。これは SU(4) 近藤領域で条件 (i) が満たされるためである。

弱磁場中の量子ドットにおけるスピン偏極電流の生成を調べた。2 準位モデルに軌道磁性の効果を導入し、共鳴トンネルによるクーロンピーク近傍でのスピンに依存した電気伝導度の解析的な表式を得た。磁場がある場合、2 端子においてもスピン偏極が生成される。これは軌道磁性が「3 本目のリード」による線幅と同様の役割を果たすためである。その結果、スピン軌道相互作用と軌道磁性によって、スピン偏極が生成されることを明らかにした。このとき、条件 (iii) は (iii') スピン軌道相互作用による準位混成エネルギーと軌道磁性による準位混成エネルギーが同程度のとき、置き換えられる。また、ポテンシャル構造を考慮した 2 端子系量子ドットの数値シミュレーションも行い、2 準位モデルによって良く説明されることを示した。

以上の議論では、共鳴散乱や共鳴トンネルによるスピン偏極電流の生成を明らかにした。これらの「共鳴現象」によるスピン偏極電流の生成では、ナノ構造中の (仮想的な) 束縛状態を介した「スピンホール効果」として、共通の物理を持つことを明らかにした。

最後に、超伝導体/半導体ナノワイヤ/超伝導体 Josephson 接合におけるスピン軌道相互作用の効果を議論した。短い接合を想定し、ナノワイヤ中のチャンネル数が 1 と 2 の場合を調べた。SO 相互作用と Zeeman 効果がナノワイヤ中に共存するとき、常伝導領域に形成される Andreev 準位 E_n が超伝導体間の位相差 φ に対して $E_n(\varphi) \neq E_n(-\varphi)$ となることを示した。このとき、Josephson 電流も $I(\varphi) \neq -I(-\varphi)$ となり、Zeeman 効果によって時間反転対称性が破れているときに、SO 相互作用が異常 Josephson 効果と臨界電流の電流方向依存性という特異な量子効果を誘起することを明らかにした。特に後者は、SO 相互作用に起因した新奇の量子効果である。また、異常 Josephson 効果は接合が φ_0 状態にあることを意味している。この φ_0 状態に対しても「 $0-\pi$ 転移」が起こることを明らかにした。この転移点付近で、臨界電流がカスプの振る舞いを示すが、その位置も電流方向に依る。2 つのカスプの間でこの「 $0-\pi$ 転移」が起こることを明らかにした。

本論文は投稿論文 [147–152] に基づいている。

謝辞

本研究および本博士論文の執筆にあたって御指導をいただいた江藤幹雄教授に心から感謝いたします。江藤先生には学部4年の春学期の論文講読発表から、卒業研究、前期博士課程、後期博士課程の6年間を通じて多くの御指導をいただきました。研究のプロセスや議論に臨む姿勢、国内・国際学会での発表、学術雑誌への論文執筆など、多くのことを江藤先生から学びました。少しでも身につけていたら嬉しい限りです。研究がうまく進まない時も、丁寧に議論していただきました。無事に本博士論文執筆まで大学院生活を乗り越えてこれたことは江藤先生の心配りのおかげです。また、江藤先生からは研究だけではなく、生活態度や礼節など多くのことを学びました。重ねて御礼申し上げます。多少なりとも人として成長できていたら嬉しく思います。これからも江藤研究室の名に恥じぬよう心掛けていきたいと思えます。

私は2011年の9月から11月の3ヶ月間、オランダのデルフト工科大学へ留学し、Yuli V. Nazarov 教授の下で研究を行いました。快く留学を受け入れていただいた Nazarov 教授に心から御礼申し上げます。Nazarov 教授からは研究者として多大なる刺激をいただきました。また、研究だけではなく多くの新しい体験をすることができました。デルフトへの留学はこれからの人生においても最も貴重な経験の1つとなることと思えます。

博士論文の執筆にあたり、山内淳准教授、渡邊紳一准教授、牧英之准教授、東京大学生産技術研究所の羽田野直道准教授に本論文の審査をしていただき、多くの御指摘をいただきました。皆様の指摘により、より有意義な論文内容となりました。心から感謝いたします。

慶應義塾大学理工学部物理学理論研究室の先生方にはコロキウム等を通じて研究に関する御指導を数多くいただきました。特に、山内先生には計算機の管理や数値計算で大変にお世話になりました。この場を借りて御礼申し上げます。また、筑波大学の植田暁子先生には、江藤研究室の先輩として、研究や海外での生活について様々な助言をいただきました。この場を借りて御礼申し上げます。

第5章の研究では、デルフト工科大学の Leo P. Kowenhoven 教授、Sergey M. Frolov 氏、Vincent Mourik 氏、Kun Zuo 氏に実験結果を御教示いただきました。この場を借りて御礼申し上げます。

筑波大学の都倉康弘教授、三重大大学の内海裕洋准教授、東京大学の樽茶清吾教授とは学会

で数多く議論させていただきました。この場を借りて御礼申し上げます。

留学の際に、本学のグローバル COE プログラムで支援していただきました。デルフトでは、初めての海外長期滞在にもかかわらず何不自由なく過ごすことができました。関係者の皆様に御礼申し上げます。

同じ江藤研究室で切磋琢磨した奥山倫氏、納谷尚吾氏、大久保公弘氏に御礼申し上げます。3氏とは研究の議論や学会への参加で共に苦楽を分かち合いました。3氏と共に楽しく大学院生活を送ることができ、この6年間を大過なく過ごせました。重ねて御礼申し上げます。また、植田先生、京都大学の吉井涼輔先生、納谷氏、大久保氏、奥山氏、千代田智氏、西山浩武氏、榎原自由氏、山田亮洋氏、空保亜莉沙氏には江藤研究室のセミナー等で研究に関する議論や学会発表の練習などに付き合ってくださいました。

また、物理学科同期の友人達、先輩方、後輩、特に後期博士課程で同期である奥山氏、渡邊亮太氏、柏村孝氏、猪谷太輔氏、高山裕貴氏には普段からお世話になりました。皆様と同じ時に物理学科に在籍できたことを嬉しく思います。

最後に、27年間支え続けてくれた家族に感謝します。

補遺 A

Hard-wall ポテンシャルにおける SO 相互作用

この補遺ではリードの壁を形成する hard-wall ポテンシャルによるスピン軌道相互作用について述べる。

まず、スピン軌道 (SO) 相互作用が無い場合の波動関数を考える。リードの断面を図 A.1(a) とする。このとき、ハミルトニアンと波動関数は

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x), \quad U(x) = U_0 \{ \vartheta(x-a) + \vartheta(-a-x) \}, \quad (\text{A.1})$$

$$\psi(x) = \begin{cases} Ce^{\kappa(x+a)} & (x < -a) \\ A \sin(kx) + B \cos(kx) & (-a \leq x \leq a) \\ De^{-\kappa(x-a)} & (x > a) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

となる。ここで、 $\vartheta(x)$ は階段関数で、 k, κ はそれぞれ電子のエネルギー E に対して

$$k = \frac{\sqrt{2m^*E}}{\hbar}, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m^*(U_0 - E)}}{\hbar}$$

を満たしている。波動関数の連続条件は $\xi = ka, \eta = \kappa a$ として、

$$\begin{aligned} -A \sin \xi + B \cos \xi &= C, & A \sin \xi + B \cos \xi &= D, \\ \xi(A \cos \xi + B \sin \xi) &= \eta C, & \xi(A \cos \xi - B \sin \xi) &= -\eta D \end{aligned}$$

と書ける。これをまとめると

$$\begin{aligned} (C + D) &= 2B \cos \xi, & (C - D) &= -2A \sin \xi, \\ \eta(C + D) &= 2\xi B \sin \xi, & \eta(C - D) &= 2\xi A \cos \xi \end{aligned}$$

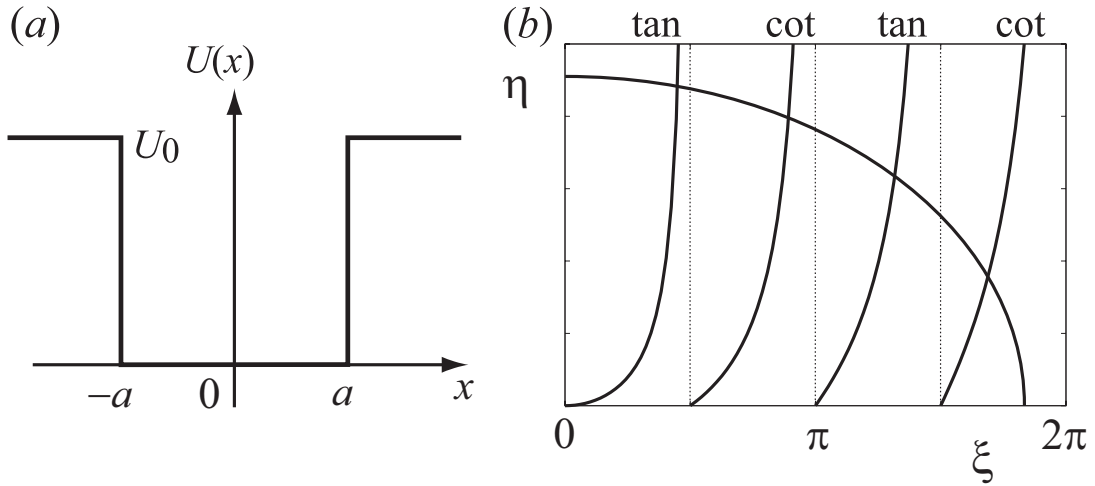


図 A.1 (a) リードの断面の模式図。(b)(A.3)、(A.4)、(A.5) 式の図。交点が η, ξ の解となる。

となる。ここで、 $A \neq 0, B \neq 0$ のとき $\tan^2 \xi = -1$ となるので、 k が虚数となってしまふ。従って、 A, B のどちらかは 0 とならなければならない。従って、条件は

$$A \neq 0, B = 0 \Rightarrow \eta = -\xi \cot \xi, \quad C = -D = -A \sin \xi, \quad (\text{A.3})$$

$$B \neq 0, A = 0 \Rightarrow \eta = \xi \tan \xi, \quad C = D = B \cos \xi \quad (\text{A.4})$$

となる。また、 ξ, η は

$$\xi^2 + \eta^2 = \frac{2m^*a^2U_0}{\hbar^2} = \text{const.} \quad (\text{A.5})$$

を満たす。以上より、(A.3)、(A.4) 式と (A.5) 式の交点が解となる [図 A.1(b)]。 U_0 が有限な場合、波動関数の振幅は

$$C^2 = D^2 = \frac{1}{a} \left(\frac{U_0}{E} + \frac{U_0}{U_0 - E} \right)^{-1} \quad (\text{A.6})$$

となる。 x 方向の閉じ込めエネルギー E に対して $U_0/E \rightarrow +\infty$ の場合、

$$\xi = \frac{n\pi}{2} \Rightarrow E = \frac{\hbar^2\pi^2}{8m^*a^2}n^2, \quad C = D = 0 \quad (\text{A.7})$$

となる。

SO 相互作用を考える。ハミルトニアンは

$$H_{\text{SO}} = -\lambda_{\text{SO}}k_y\sigma_z\frac{dU}{dx}, \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{dU}{dx} = -U_0\{\delta(x-a) - \delta(x+a)\} \quad (\text{A.9})$$

である。 k_y はリードに沿った方向 (y 方向) の波数である。これを SO 相互作用が無い場合の波動関数 (A.2) で評価する。 x 軸方向の閉じ込めによるエネルギー E に対して U_0/E が十分大きい場合に $x = a$ 付近に対して、

$$\frac{\langle H_{\text{SO}}(x = a) \rangle}{E} = \lambda_{\text{SO}} k_y \sigma_z \frac{U_0}{E} D^2 \sim \frac{\lambda_{\text{SO}} k_y}{a} \quad (\text{A.10})$$

と見積もられる。InAs の SO 相互作用の強さは $\lambda_{\text{SO}} = 1.171 \text{nm}^2$ なので、リードの幅 $2a = 50 \text{nm}$ 、 $k_y \sim k_{\text{F}} \sim a$ と見積もると、 $\langle H_{\text{SO}}(x = a) \rangle / E \ll 1$ として SO 相互作用は無視できる。 $U_0/E = 2$ とすると、 $\langle H_{\text{SO}}(x = a) \rangle / E = \lambda_{\text{SO}} k_y \sigma_z / (2a)$ となり、 $U_0/E = 2$ のポテンシャルで十分 SO 相互作用が無視できる。

補遺 B

Tight-binding model の補足

Tight-binding model において、リードも含めた系全体の遅延グリーン関数 (2.73)、(2.74) からリードの効果をコンダクター部分にくり込んだ有限サイズのグリーン関数 (2.76)、および自己エネルギー (2.77) の導出を行う。

B.1 有限サイズにくり込まれたグリーン関数

(2.74) 式から始める、

$$\begin{pmatrix} EI - H_C & \tau_p^\dagger & \tau_q^\dagger & \cdots \\ \tau_p & (E + i\eta)I - H_p & 0 & 0 \\ \tau_q & 0 & (E + i\eta)I - H_q & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_C & G_{Cp} & G_{Cq} & \cdots \\ G_{pC} & G_p & & \\ G_{qC} & & G_q & \\ \vdots & & & \ddots \end{pmatrix} = I.$$

ここで C はコンダクターを、 p, q はリードを示している。また、コンダクターの行列には微小量 η は必要ないので落とした。 τ_p はリード p とコンダクターの接続を表す行列である。

コンダクターのサイト数が NM だとすると $\infty \times NM$ の行列となる。例えば、図 2.5 において左右のリードとコンダクターの接続を表す τ_L, τ_R は

$$\tau_L = t \begin{pmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 0 \\ & & & \vdots \end{pmatrix}, \quad \tau_R = t \begin{pmatrix} 0 & \cdots & & 0 & I \\ \vdots & 0 & & & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & & & & 0 \\ & & & \vdots & \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

となる。ここで、 I は $N \times N$ の単位行列である。コンダクターとリードの境界面にポテンシャル障壁や磁場などを想定する場合は、単位行列 I が対角行列 $\text{diag}(V_1, V_2, \dots, V_N)$ にな

る (V_j は無次元パラメータ)。 (2.74) 式からいくつか必要な式を取り出す。

$$\left[EI - H_C \right] G_C + \sum_p \tau_p^\dagger G_{pC} = 1,$$

$$\tau_p G_C + \left[(E + i\eta)I - H_p \right] G_{pC} = 0,$$

$$\Rightarrow G_{pC} = - \left[(E + i\eta)I - H_p \right]^{-1} \tau_p G_C \equiv -g_p^R \tau_p G_C.$$

G_{pC} を消去して

$$\left[EI - H_C - \sum_p \tau_p^\dagger g_p^R \tau_p \right] G_C = 1.$$

ここで、 $\tau_p^\dagger g_p^R \tau_p$ の次元は $(NM \times \infty) \times (\infty \times \infty) \times (\infty \times NM) = (NM \times NM)$ で、

$$\left[\tau_p^\dagger g_p^R \tau_p \right]_{i,j} = t^2 g_p^R(p_i, p_j)$$

となる。ただし、 p_i, p_j はコンダクターのサイト i, j に隣接したリードのサイトを指定しており、これらは接続面付近のものだけである。ここで、 i, j の添え字は各サイトを指定している。 g_p^R は半無限リードの遅延グリーン関数である。コンダクターに接続されているリードの効果はこの行列にすべて入っており、自己エネルギーとして、その行列成分を

$$\Sigma_p(i, j) = t^2 g_p^R(p_i, p_j) \quad (\text{B.2})$$

とまとめられる。以上より、自己エネルギーを用いると

$$\hat{G}_C(E) = \left[EI - H_C - \sum_p \Sigma_p \right]^{-1} \quad (\text{B.3})$$

として、リードの効果が完全に組み込まれたコンダクターのグリーン関数を求めることができる。以下では C の添え字は落とす。

B.2 リードの自己エネルギー

自己エネルギー Σ_p には半無限リードのグリーン関数 g_p^R が含まれている。この g_p^R はグリーン関数の固有関数展開

$$g^R(\mathbf{r}; \mathbf{r}') = \sum_\alpha \frac{\psi_\alpha(\mathbf{r}) \psi_\alpha^*(\mathbf{r}')}{E - \varepsilon_\alpha + i\eta} \quad (\text{B.4})$$

を用いて、リードの固有状態 (2.67) から求めることができる。代入すると、

$$\begin{aligned} g^R(j=1, l; j'=1, l') &= \frac{2a}{L} \sum_{\mu, k} u_\mu(l) u_\mu(l') \frac{\sin^2(ka)}{E - [\varepsilon_\mu - 2t \cos(ka)] + i\eta} \\ &= \frac{2a}{L} \sum_\mu \frac{L}{\pi} \int_0^{\pi/a} dk u_\mu(l) u_\mu(l') \frac{\sin^2(ka)}{(E - \varepsilon_\mu + i\eta) + 2t \cos(ka)} \end{aligned}$$

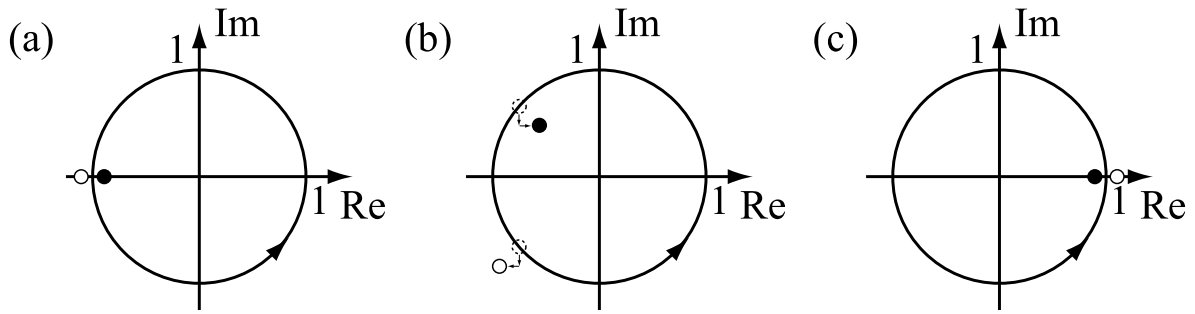


図 B.1 複素積分の積分路と極。(a) $\alpha > 1$ の場合。(b) $1 \geq \alpha \geq -1$ の場合。(c) $\alpha < 1$ の場合。

となる。ここでは、 j, l の添え字は x, y 方向を指定する。また、(B.2) 式においてコンダクターに隣接するサイトについてのみ分かればよいので $j = 1, j' = 1$ とした。また、 $\varepsilon_\mu = 4t - 2t \cos[\pi\mu/(N+1)]$ である。被積分関数は k について偶関数なので、積分区間を $-\pi/a \sim \pi/a$ にして、 $z = \exp(ika)$ で変数変換すると、

$$\begin{aligned} g^R(1, l; 1, l') &= \frac{a}{\pi} \sum_\mu u_\mu(l) u_\mu(l') \oint dz - \frac{1}{i4az} \frac{(z - \frac{1}{z})^2}{(E - \varepsilon_\mu + i\eta) + t(z + \frac{1}{z})} \\ &= \frac{i}{4\pi t} \sum_\mu u_\mu(l) u_\mu(l') \oint dz \frac{z^2 - 2 + \frac{1}{z^2}}{z^2 + 2\alpha'z + 1}. \end{aligned}$$

ここで、 $\alpha' = \alpha + i\delta \equiv (E - \varepsilon_\mu)/2t + i\eta/2t$ である。また、積分路は図 B.1 である。

この積分について、被積分関数の極は

$$\begin{aligned} z_0 &= -\alpha' \pm \sqrt{\alpha'^2 - 1} \\ &\approx -\alpha - i\delta \pm \sqrt{\alpha^2 - 1} \sqrt{1 + i \frac{2\delta\alpha}{\alpha^2 - 1}} \\ &\approx -\alpha - i\delta \pm \sqrt{\alpha^2 - 1} \left(1 + i \frac{\delta\alpha}{\alpha^2 - 1} \right) \\ &\approx -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 1} - i\delta \pm \frac{i\delta\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \end{aligned}$$

と $z_0 = 0$ である ($z_0 = 0$ の留数は $\text{Res} = 0$)。 $\alpha > 1$ の場合、つまり $E > \varepsilon_\mu + 2t$ の場合、極は図 B.1(a) なので、積分は

$$\oint dz \frac{z^2 - 2 + \frac{1}{z^2}}{z^2 + 2\alpha'z + 1} = i4\pi(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1})$$

となる。これは $-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} = -\exp(-\kappa'_\mu a)$ として減衰振動のモードに対応している。

$1 \geq \alpha \geq -1$ の場合

$$\oint dz \frac{z^2 - 2 + \frac{1}{z^2}}{z^2 + 2\alpha'z + 1} = i4\pi(-\alpha + i\sqrt{1 - \alpha^2})$$

ここで、 $\alpha = \pm 1$ の時には微小量 δ による極のずれに注意が必要だが、積分路内の極は $-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1}$ である。この領域は進行波に対応しており、分散関係 (2.68) を用いて $-\alpha + i\sqrt{1 - \alpha^2} = \exp(ik_\mu a)$ とできる。 $\alpha < -1$ の場合

$$\oint dz \frac{z^2 - 2 + \frac{1}{z^2}}{z^2 + 2\alpha'z + 1} = i4\pi(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1})$$

これは α が負なので $-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1} = \exp(-\kappa_\mu a)$ として減衰波に対応している。以上をまとめると、

$$g^R(1, l; 1, l') = -\frac{1}{t} \sum_{\mu} u_{\mu}(l) e^{-\kappa_{\mu} a} u_{\mu}(l') - \frac{1}{t} \sum_{\mu'} u_{\mu'}(l) e^{ik_{\mu'} a} u_{\mu'}(l') + \frac{1}{t} \sum_{\mu''} u_{\mu''}(l) e^{-\kappa_{\mu''} a} u_{\mu''}(l') \quad (\text{B.5})$$

として、半無限リードのグリーン関数が求まる。また、これを行列にすると

$$g^R(1, l; 1, l') = -\frac{1}{t} U \Lambda U^{-1}$$

となる。ここで、 U はリードの垂直方向の波動関数 (2.67) から成るユニタリ行列である。

$$U = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N), \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{u}_{\mu} = [u_{\mu}(1), u_{\mu}(2), \dots, u_{\mu}(N)]^t \quad (\text{B.7})$$

これはフーリエ変換に対応している。一方、 Λ は対角行列 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ で、その成分は伝導チャンネルに対しては $\lambda_{\mu} = \exp(ik_{\mu} a)$ 、減衰モードに対しては $\lambda_{\mu} = \exp(-\kappa_{\mu} a)$ 、減衰振動モードに対しては $\lambda_{\mu} = -\exp(-\kappa'_{\mu} a)$ である。この行列を用いると、自己エネルギーは

$$\Sigma_p \equiv \tau_p^{\dagger} g_p^R \tau_p = -\frac{1}{t} \tau_p^{\dagger} U \Lambda U^{-1} \tau_p \quad (\text{B.8})$$

として (2.77) 式が求まる。ただし、ここでの τ_p は行列の成分をコンダクターと隣接するサイトについてのみにとっており、例えば図 2.5 のように想定していると、

$$\tau_L = t \begin{pmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_R = t \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & I \end{pmatrix}$$

という $(N \times NM)$ 行列である。

自己エネルギー Σ_p は半無限リードのグリーン関数 (B.5) 式から求めることができる。ここで、リード中は磁場や SO 相互作用がないとしているので、リードに対して垂直方向の波

動関数 $u_{\mu'}$ は実関数である。従って、

$$\begin{aligned} g_p^R(p_i, p_j) - g_p^{R*}(p_j, p_i) &= \sum_{\mu'} -u_{\mu'}(p_i) \left[\frac{\exp(ik_{\mu'}a) - \exp(-ik_{\mu'}a)}{t} \right] u_{\mu'}(p_j) \\ &= \sum_{\mu'} -u_{\mu'}(p_i) \frac{2i \sin(ik_{\mu'}a)}{t} u_{\mu'}(p_j) \\ &= \sum_{\mu'} -u_{\mu'}(p_i) \frac{i\hbar v_{\mu'}}{at^2} u_{\mu'}(p_j) \end{aligned}$$

とすることができる。ここで、(2.52) 群速度

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} = \frac{2ta}{\hbar} \sin(ka)$$

を用いた。これより、

$$\begin{aligned} \Sigma_p^R(i, j) - \Sigma_p^{R\dagger}(i, j) &= \left[\tau_p^\dagger g_p^R \tau_p \right]_{ij} - \left[\tau_p^\dagger g_p^{R*} \tau_p \right]_{ij} \\ &= -i \sum_{\mu'} \tau_p(p_i, i)^* u_{\mu'}(p_i) \frac{\hbar v_{\mu'}}{a} u_{\mu'}(p_j) \tau_p(p_j, j), \\ \Rightarrow \Gamma_p &= \frac{i}{2} \left[\Sigma_p^R - \Sigma_p^{R\dagger} \right] \end{aligned} \tag{B.9}$$

と (2.85) 式を求めることができる。

B.3 状態密度

Tight-binding model における系の状態密度を求める。Tight-binding model において、SO 相互作用も含めた系のハミルトニアンは (2.56) 式、または (2.65) で与えられる。これを

$$H = \sum_i \varepsilon_i c_i^\dagger c_i + \sum_{i>j} (t_{ij} c_i^\dagger c_j + \text{h. c.}) \tag{B.10}$$

と書き直す。ここで、 i はスピンも含めた添え字である。 c_i^\dagger, c_i は Schrödinger 表示での生成、消滅演算子で、Fermion の (同時刻) 反交換関係

$$\{c_i, c_j^\dagger\} = \delta_{ij}, \quad \{c_i, c_j\} = 0, \quad \{c_i^\dagger, c_j^\dagger\} = 0 \tag{B.11}$$

を満たす。(B.10) 式の右辺第 2 項は

$$\begin{aligned}
\sum_{i>j} (t_{ij}c_i^\dagger c_j + \text{h. c.}) &= \sum_{i>j} (t_{ij}c_i^\dagger c_j + t_{ij}^*c_j^\dagger c_i) \\
&= \sum_{i>j} t_{ij}c_i^\dagger c_j + \sum_{i<j} t_{ji}^*c_i^\dagger c_j \\
&= \sum_{i\neq j} (t_{ij} + t_{ji}^*)c_i^\dagger c_j \\
&\equiv \sum_{i\neq j} t'_{ij}c_i^\dagger c_j
\end{aligned}$$

とできる。従って、ハミルトニアンは

$$H = \sum_i \varepsilon_i c_i^\dagger c_i + \sum_{i\neq j} t'_{ij} c_i^\dagger c_j \quad (\text{B.12})$$

となる。

2.4 節とは異なるが、遅延グリーン関数 $G_{ij}^R(t)$ を次式で導入する、

$$G_{ij}^R(t) \equiv \frac{1}{i\hbar} \langle \{c_i(t), c_j^\dagger(0)\} \rangle \vartheta(t). \quad (\text{B.13})$$

ここで、 $\langle \dots \rangle$ は基底状態での期待値、 $\vartheta(t)$ は階段関数を表している。 $c_i^\dagger(t), c_i(t)$ はそれぞれ Heisenberg 表示でのサイト i の生成、消滅演算子である、

$$c_i^\dagger(t) = e^{iHt/\hbar} c_i^\dagger e^{-iHt/\hbar}. \quad (\text{B.14})$$

この遅延グリーン関数の Fourier 変換は

$$G_{ij}^R(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt G_{ij}^R(t) e^{i\omega t} = \int_0^{\infty} dt G_{ij}^R(t) e^{i(\omega+i\delta)t}, \quad (\text{B.15})$$

$$G_{ij}^R(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt G_{ij}^R(\omega) e^{-i\omega t} \quad (\text{B.16})$$

で与えられる。ここで、 $\delta(>0)$ は収束因子である。

この遅延グリーン関数の運動方程式を求める。(B.13) 式の両辺を時間微分すると

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} G_{ij}^R(t) = \langle \{c_i(t), c_j^\dagger\} \rangle \frac{\partial}{\partial t} \vartheta(t) + \langle \{ \frac{\partial}{\partial t} c_i(t), c_j^\dagger \} \rangle \vartheta(t) \quad (\text{B.17})$$

となる。 $\partial\vartheta(t)/\partial t = \delta(t)$ と反交換関係 (B.11) より、右辺第 1 項は

$$\bullet \langle \{c_i(t), c_j^\dagger\} \rangle \frac{\partial}{\partial t} \vartheta(t) = \langle \{c_i(t), c_j^\dagger\} \rangle \delta(t) = \delta_{ij} \delta(t)$$

となる。また、Heisenberg の運動方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} A(t) = [A, H](t) \quad (\text{B.18})$$

より、右辺第 2 項は

$$\langle \left\{ \frac{\partial}{\partial t} c_i(t), c_j^\dagger \right\} \rangle \vartheta(t) = \frac{1}{i\hbar} \langle \{ [c_i, H](t), c_j^\dagger \} \rangle \vartheta(t)$$

となる。ここで、(B.12) 式より

$$\begin{aligned} [c_i, H] &= \underbrace{\sum_k \varepsilon_k [c_i, c_k^\dagger c_k]}_{(A)} + \underbrace{\sum_{k \neq l} t'_{kl} [c_i, c_k^\dagger c_l]}_{(B)}, \\ (A) &= \sum_k \varepsilon_k [c_i, c_k^\dagger c_k] = \sum_k \varepsilon_k \left(\{c_i, c_k^\dagger\} c_k - c_k^\dagger \{c_i, c_k\} \right) = \sum_k \varepsilon_k \delta_{ik} c_k = \varepsilon_i c_i, \\ (B) &= \sum_{k \neq l} t'_{kl} \delta_{ik} c_l = \sum_{l(\neq i)} t'_{il} c_l \end{aligned}$$

とできる。ここで、 $\sum_{l(\neq i)}$ は $l = i$ 以外の l で和をとることを意味している。以下では $t'_{ii} = 0$ として、和を制限なしに拡張する。結局右辺第 2 項は

$$\bullet \langle \left\{ \frac{\partial}{\partial t} c_i(t), c_j^\dagger \right\} \rangle \vartheta(t) = \frac{1}{i\hbar} \langle \{ \varepsilon_i c_i(t), c_j^\dagger \} + \left\{ \sum_k t'_{ik} c_k(t), c_j^\dagger \right\} \rangle \vartheta(t)$$

となる。以上をまとめると、(B.17) 式は

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} G_{ij}^R(t) = \delta_{ij} \delta(t) + \frac{1}{i\hbar} \langle \{ \varepsilon_i c_i(t), c_j^\dagger \} + \left\{ \sum_k t'_{ik} c_k(t), c_j^\dagger \right\} \rangle \vartheta(t)$$

となる。ここで、遅延グリーン関数の定義 (B.13) を用いると

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} G_{ij}^R(t) = \delta_{ij} \delta(t) + \varepsilon_i G_{ij}^R(t) + \sum_k t'_{ik} G_{kj}^R(t) \quad (\text{B.19})$$

と書ける。さらに、(B.19) 式の両辺を Fourier 変換して整理すると

$$\begin{aligned} \hbar\omega G_{ij}^R(\omega) &= \delta_{ij} + \varepsilon_i G_{ij}^R(\omega) + \sum_k t'_{ik} G_{kj}^R(\omega), \\ \Rightarrow \text{運動方程式} : (\varepsilon - \varepsilon_i) G_{ij}^R(\omega) - \sum_k t'_{ik} G_{kj}^R(\omega) &= \delta_{ij} \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

を得ることができる。ここで、 $\varepsilon = \hbar\omega$ とした。

一方で、グリーン演算子 \hat{G} を導入する、

$$(\varepsilon^+ - H)\hat{G} = 1. \quad (\text{B.21})$$

ここで、 $\varepsilon^+ = \varepsilon + i\delta$ である。両辺を $\langle i | \cdots | j \rangle$ ではさみ、完全性 $\sum_k |k\rangle \langle k| = 1$ を用いると

$$\sum_k \langle i | \varepsilon^+ - H | k \rangle \langle k | \hat{G} | j \rangle = \delta_{ij} \quad (\text{B.22})$$

となる。これは (2.56) 式と等価である。ハミルトニアンは (B.12) 式なので、(B.22) 式の左辺の各項は

- $$\sum_k \langle i | \varepsilon^+ | k \rangle \langle k | \hat{G} | j \rangle = \varepsilon^+ \langle i | \hat{G} | j \rangle,$$
- $$\begin{aligned} \sum_k \langle i | \sum_l \varepsilon_l c_l^\dagger c_l | k \rangle \langle k | \hat{G} | j \rangle &= \sum_k \sum_l \varepsilon_l \langle i | c_l^\dagger c_l | k \rangle \langle k | \hat{G} | j \rangle \\ &= \sum_l \varepsilon_l \langle i | l \rangle \langle l | \hat{G} | j \rangle \\ &= \varepsilon_i \langle i | \hat{G} | j \rangle, \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} \sum_k \langle i | \sum_{l \neq m} t'_{lm} c_l^\dagger c_m | k \rangle \langle k | \hat{G} | j \rangle &= \sum_k \sum_{l \neq m} t'_{lm} \langle i | c_l^\dagger c_m | k \rangle \langle k | \hat{G} | j \rangle \\ &= \sum_{l \neq m} t'_{lm} \langle i | l \rangle \langle m | \hat{G} | j \rangle \\ &= \sum_m t'_{im} \langle m | \hat{G} | j \rangle \end{aligned}$$

となる。以上より、

$$\text{運動方程式: } (\varepsilon^+ - \varepsilon_i) \langle i | \hat{G} | j \rangle - \sum_k t'_{ik} \langle k | \hat{G} | j \rangle = \delta_{ij} \quad (\text{B.23})$$

を得る。2つの運動方程式 (B.20) 式、(B.23) 式より、 $G_{ij}^R(t) = \langle i | \hat{G} | j \rangle$ なので、遅延グリーン関数 $G_{ij}^R(t)$ はグリーン演算子 \hat{G} から求めることができる。

ハミルトニアンを対角化して

$$H = \sum_{\mu} \epsilon_{\mu} a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} \quad (\text{B.24})$$

とできるとする。このとき、

$$a_{\mu}^{\dagger} = \sum_i u_i^{\mu} c_i^{\dagger}$$

で、 i -表示 (空間表示) から μ -表示 (スペクトル表示) へのユニタリ変換となっている。 $a_{\mu}^{\dagger}, a_{\mu}$ の交換関係は

$$\begin{aligned} \{a_{\mu}, a_{\nu}^{\dagger}\} &= \sum_{ij} \{u_i^{\mu*} c_i, u_j^{\nu} c_j^{\dagger}\} = \sum_{ij} u_i^{\mu*} u_j^{\nu} \delta_{ij} \\ &= \sum_i u_i^{\mu*} u_i^{\nu} = \delta_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

$$\{a_{\mu}, a_{\nu}\} = 0, \quad \{a_{\mu}^{\dagger}, a_{\nu}^{\dagger}\} = 0 \quad (\text{B.26})$$

となっている。このとき、遅延グリーン関数は

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^R(t) &= \frac{1}{i\hbar} \langle \{a_\mu(t), a_\nu^\dagger\} \rangle \vartheta(t) = \frac{1}{i\hbar} \sum_{ij} u_i^{\mu*} u_j^\nu \langle \{c_i(t), c_j^\dagger\} \rangle \vartheta(t) \\ &= \sum_{ij} u_i^{\mu*} u_j^\nu G_{ij}^R(t) \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \langle \{a_\mu(t), a_\nu^\dagger\} \rangle &= \langle e^{iHt/\hbar} a_\mu e^{-iHt/\hbar} a_\nu^\dagger \rangle + \langle a_\nu^\dagger e^{iHt/\hbar} a_\mu e^{-iHt/\hbar} \rangle \\ &= \langle a_\mu a_\nu^\dagger \rangle e^{-i\epsilon_\nu t/\hbar} + \langle a_\nu^\dagger a_\mu \rangle e^{-i\epsilon_\mu t/\hbar} \\ &= \delta_{\mu\nu} e^{-i\epsilon_\mu t/\hbar} - \langle a_\nu^\dagger a_\mu \rangle e^{-i\epsilon_\nu t/\hbar} + \langle a_\nu^\dagger a_\mu \rangle e^{-i\epsilon_\mu t/\hbar} \\ &= \delta_{\mu\nu} e^{-i\epsilon_\mu t/\hbar} \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

となるので、遅延グリーン関数の Fourier 変換は

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^R(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} dt G_{\mu\nu}^R(t) e^{i\omega t} = \frac{\delta_{\mu\nu}}{i\hbar} \int_0^{\infty} dt e^{-i\epsilon_\mu t/\hbar} e^{i(\omega+i\delta)t} \\ &= \frac{\delta_{\mu\nu}}{\varepsilon - \epsilon_\mu + i\delta} \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

となる。ここで、階段関数 $\vartheta(t)$ に対して、

$$\vartheta(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ \lim_{\delta \rightarrow 0^+} e^{-\delta t} & (t > 0) \end{cases} \quad (\text{B.30})$$

であることを用いた。

状態密度は

$$\rho(\varepsilon) = \sum_{\mu} \delta(\varepsilon - \epsilon_\mu) \quad (\text{B.31})$$

と定義される。従って、超関数の関係式

$$\frac{1}{\varepsilon - \epsilon_\mu + i\delta} = P \frac{1}{\varepsilon - \epsilon_\mu} - i\pi \delta(\varepsilon - \epsilon_\mu)$$

より、(B.29) 式を用いると、

$$\rho(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \sum_{\mu} \text{Im} G_{\mu\mu}^R(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [\text{Tr} G^R(\varepsilon)] \quad (\text{B.32})$$

として遅延グリーン関数の虚部から状態密度を求めることができる。

ここで、状態密度を慣例に従い $\rho(\varepsilon)$ としたが、2.5 節では、ナノ構造の接合部 C の状態密度として $D(E)$ の記号を用いる。

補遺 C

2 準位を持つ量子ドットの計算

本補遺では、グリーン関数を導入して 2 準位を持つ量子ドットにおける電気伝導度や状態密度、自由エネルギーを導出する。

2 準位を持つ量子ドットに伝導チャンネルを 1 つずつ持つリード N 本がトンネル結合 $V_{\alpha,j}$ ($j = 1, 2$) によって接続されている系を考える。ハミルトニアンは

$$H = H_{\text{dot}} + H_{\text{lead}} + H_{\text{T}}, \quad (\text{C.1})$$

$$H_{\text{dot}} = \sum_{j,\sigma} \varepsilon_j d_{j\sigma}^\dagger d_{j\sigma}, \quad (\text{C.2})$$

$$H_{\text{lead}} = \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} \varepsilon_k a_{\alpha,k\sigma}^\dagger a_{\alpha,k\sigma}, \quad (\text{C.3})$$

$$H_{\text{T}} = \sum_{\alpha} \sum_{k\sigma} (V_{\alpha,j} d_{\alpha,j}^\dagger a_{\alpha,k\sigma} + \text{h.c.}) \quad (\text{C.4})$$

で与えられる。ここで、 $d_{\alpha,j}^\dagger, d_{\alpha,j}$ はそれぞれ状態 $|j\rangle$ 、スピン σ の生成、消滅演算子で、 $a_{\alpha,k\sigma}^\dagger, a_{\alpha,k\sigma}$ はリード α 中の状態 k 、スピン $\sigma = \pm$ にある伝導電子の生成、消滅演算子である。 H_{T} はドットとリードのトンネル結合を表すトンネルハミルトニアンで $V_{\alpha,j}$ は量子ドット中の状態 $|j\rangle$ とリード α のトンネル結合である。3.2 節に従い、 $\langle r|j\rangle$ が実関数として、 $V_{\alpha,j}$ も実にとる。また、ハミルトニアンはスピン σ に対角的なので、一旦スピンの添え字を落とす。また、電子間相互作用は無視できるとする。以下では、 $H_0 = H_{\text{dot}} + H_{\text{lead}}$ とする。

C.1 グリーン関数

系の遅延グリーン関数 [(3.7) 式] と非摂動グリーン関数はそれぞれ

$$(\varepsilon - H + i\delta)\hat{G} = 1, \quad (\text{C.5})$$

$$(\varepsilon - H_0 + i\delta)\hat{G}_0 = 1 \quad (\text{C.6})$$

と定義される。ここで、 δ は正の微小量である。 $\varepsilon^+ = \varepsilon + i\delta$ とする。(C.5) 式を

$$(\varepsilon^+ - H_0)\hat{G} = 1 + H_T\hat{G} \quad (\text{C.7})$$

と式変形して、両辺の左側から \hat{G}_0 を掛けると

$$\hat{G}_0(\varepsilon^+ - H_0)\hat{G} = \hat{G} = \hat{G}_0 + \hat{G}_0H_T\hat{G} \quad (\text{C.8})$$

とできる。ここで、(C.7) 式の両辺を $\langle i|$ と $|j\rangle$ で挟む。 $\langle i|A|j\rangle = A_{i,j}$ と表記すると、

$$\varepsilon^+\hat{G}_{i,j} - \sum_l \langle i|H_0|l\rangle\hat{G}_{l,j} = \delta_{ij} + \sum_{\alpha k} \langle i|H_T|\alpha k\rangle\hat{G}_{\alpha k,j} \quad (\text{C.9})$$

となる。また、 $\langle \alpha k|$ と $|j\rangle$ で挟むと

$$(\varepsilon^+ - \varepsilon_k)\hat{G}_{\alpha k,j} = \sum_i \langle \alpha k|H_T|i\rangle\hat{G}_{i,j}. \quad (\text{C.10})$$

ここで、 $\langle i|H_T|\alpha k\rangle = V_{\alpha,i}$ なので、(C.9) 式、(C.10) 式より、

$$\begin{aligned} \sum_l (\varepsilon^+\delta_{il} - \langle i|H_0|l\rangle)\hat{G}_{l,j} &= \delta_{ij} + \sum_{\alpha k} \sum_l V_{\alpha,i} \frac{V_{\alpha,l}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} \hat{G}_{l,j} \\ &= \delta_{ij} + \sum_l \hat{\Sigma}_{i,l} \hat{G}_{l,j} \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

とできる。ここで、 $\hat{\Sigma}_{i,l} \equiv \sum_{\alpha k} V_{\alpha,i}V_{\alpha,l}/(\varepsilon^+ - \varepsilon_k)$ は自己エネルギー行列の行列成分である。自己エネルギーはトンネル結合による線幅と $\hat{\Sigma}_{j,l} = -i\hat{\Gamma}_{j,l}$ という関係がある。線幅行列の行列成分 $\hat{\Gamma}_{j,l}$ は

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{j,l} &\equiv i \sum_{\alpha k} \frac{V_{\alpha,j}V_{\alpha,l}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} = i \sum_{\alpha} \int d\varepsilon' \nu_{\alpha}(\varepsilon') \frac{V_{\alpha,j}V_{\alpha,l}}{\varepsilon^+ - \varepsilon'} \\ &= i \sum_{\alpha} V_{\alpha,j}V_{\alpha,l} \int d\varepsilon' \nu_{\alpha}(\varepsilon') \left[P \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon'} - i\pi\delta(\varepsilon - \varepsilon') \right] \\ &\simeq \pi \sum_{\alpha} \nu_{\alpha}(\varepsilon) V_{\alpha,j}V_{\alpha,l} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

と計算される。ここで、 ν_{α} はリード α 中の状態密度である。式中の P は主値積分を意味する。ただし、この項はハミルトニアン H_0 のエネルギー原点をシフトするだけなので無視した。線幅行列 $\hat{\Gamma}$ を用いて (C.11) 式を行列表示すると、

$$(\varepsilon^+\hat{1} - \hat{H}_0 + i\hat{\Gamma})\hat{G}_{\text{dot}} = \hat{1} \quad (\text{C.13})$$

として量子ドットのグリーン関数 (の行列) が求まる。

次に、リードのグリーン関数を求める。(C.7) 式を $\langle \alpha k|$ と $|\beta k'\rangle$ で挟む。省略のためにリードの添え字 α, β を k に含ませると、

$$(\varepsilon^+ - \varepsilon_k)\hat{G}_{k,k'} = \delta_{k,k'} + \sum_j V_{k,j}\hat{G}_{j,k'}. \quad (\text{C.14})$$

また、 $\langle j|$ と $|k'\rangle$ で挟むと、

$$\sum_l (\varepsilon^+ \delta_{jl} - \langle j|H_0|l\rangle) \hat{G}_{l,k'} = \sum_k V_{k,j} \hat{G}_{k,k'} \quad (\text{C.15})$$

$$= \sum_k V_{k,j} \left(\frac{\delta_{k,k'}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} + \sum_l \frac{V_{k,l}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} \hat{G}_{l,k'} \right) \quad (\text{C.16})$$

とできる。(C.16) 式を行列表示し、整理すると

$$\left(\varepsilon^+ \hat{1} - \hat{H}_0 + \hat{\Gamma} \right) \hat{G}_{k'} = \frac{\mathbf{V}_{k'}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_{k'}} \quad (\text{C.17})$$

となる。ただし、この $\hat{G}_{k'}$ と $\mathbf{V}_{k'}$ は量子ドットの準位 j に対するベクトル、または $(N \times 1)$ の行列である。(C.17) 式の左辺の行列は量子ドットのグリーン関数 \hat{G}_{dot} の逆行列である。従って、(C.17) 式を (C.14) 式に適用すると、

$$\begin{aligned} (\varepsilon^+ - \varepsilon_k) \hat{G}_{k,k'} &= \delta_{k,k'} + \mathbf{V}_k^T \left(\hat{G}_{\text{dot}} \right) \frac{\mathbf{V}_{k'}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_{k'}}, \\ \Rightarrow \hat{G}_{k,k'} &= \frac{\delta_{k,k'}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} + \frac{\mathbf{V}_k^T}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} \left(\hat{G}_{\text{dot}} \right) \frac{\mathbf{V}_{k'}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_{k'}} \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

これがリードのグリーン関数である。これは自由エネルギーの計算に用いる。

C.2 T 行列と電気伝導度

T 行列を導入して量子ドットの電気伝導度を求める。 T 行列の定義式は

$$\begin{aligned} \hat{T} &= H_T + H_T \frac{1}{\varepsilon^+ - H_0} H_T + H_T \frac{1}{\varepsilon^+ - H_0} H_T \frac{1}{\varepsilon^+ - H_0} H_T + \dots \\ &= H_T + H_T \hat{G}_0 H_T + H_T \hat{G}_0 H_T \hat{G}_0 H_T + \dots \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

である。これを (C.8) 式をの逐次式

$$\begin{aligned} \hat{G} &= \hat{G}_0 + \hat{G}_0 H_T \hat{G} \\ &= \hat{G}_0 + \hat{G}_0 H_T \hat{G}_0 + \hat{G}_0 H_T \hat{G} \\ &= \hat{G}_0 + \hat{G}_0 H_T \hat{G}_0 + \hat{G}_0 H_T \hat{G}_0 H_T \hat{G}_0 + \dots \end{aligned}$$

と比較すると

$$\hat{G} = \hat{G}_0 + \hat{G}_0 \hat{T} \hat{G}_0, \quad (\text{C.20})$$

$$\hat{T} = H_T + H_T \hat{G} H_T \quad (\text{C.21})$$

の関係式が得られる。

始状態 $|\alpha, k\rangle$ から終状態 $|\beta, k'\rangle$ への遷移確率 P を求める。ここで、リードの添え字を再

び表示する。 \hat{T} 行列を用いると、遷移確率 P は

$$P = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \beta, k' | \hat{T} | \alpha, k \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon_{\alpha k} - \varepsilon_{\beta k'}) \quad (\text{C.22})$$

と表される。従って、リード α から β への電子のトンネル確率 $\gamma^{(\alpha \rightarrow \beta)}$ は

$$\gamma^{(\alpha \rightarrow \beta)} = \sum_{k, k'} \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \beta, k' | \hat{T} | \alpha, k \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon_{\alpha k} - \varepsilon_{\beta k'}) f(\varepsilon_{\alpha k} - \mu_{\alpha}) \left[1 - f(\varepsilon_{\beta k'} - \mu_{\beta}) \right] \quad (\text{C.23})$$

となる。ここで、 $f(\varepsilon)$ はフェルミ分布関数、 μ_{α} はリード α の化学ポテンシャルである。このトンネル確率を用いて電流

$$I_{\sigma}^{(\alpha \rightarrow \beta)} = e \left(\gamma_{\sigma}^{(\alpha \rightarrow \beta)} - \gamma_{\sigma}^{(\beta \rightarrow \alpha)} \right) \quad (\text{C.24})$$

を計算することができる。ここで、スピンの添え字を表示した。また、電圧は $V_{\text{bias}} = (\mu_{\alpha} - \mu_{\beta})/e$ で与えられる。(C.23) 式において、 T 行列に (C.21) 式を適用すると、

$$\begin{aligned} \langle \beta, k' | \hat{T}_{\sigma} | \alpha, k \rangle &= \langle \beta, k' | H_{\text{T}} | \alpha, k \rangle + \langle \beta, k' | H_{\text{T}} \hat{G}_{\sigma} H_{\text{T}} | \alpha, k \rangle \\ &= \sum_{j, l} V_{\beta, j} \hat{G}_{j, l, \sigma} V_{\alpha, j} \\ &= (V_{\beta, 1}, V_{\beta, 2}) \begin{pmatrix} \hat{G}_{1, 1, \sigma} & \hat{G}_{1, 2, \sigma} \\ \hat{G}_{2, 1, \sigma} & \hat{G}_{2, 2, \sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{\alpha, 1} \\ V_{\alpha, 2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

と量子ドットのグリーン関数 (C.13) を用いて T 行列を記述できる。

零バイアス極限の電流、および電気伝導度を求める。(3.11) 式と (C.23) 式より、

$$\begin{aligned} I_{\sigma} &= e \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k, k'} \left| \langle \beta, k' | \hat{T}_{\sigma} | \alpha, k \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon_{\alpha k} - \varepsilon_{\beta k'}) \left[f(\varepsilon_{\alpha k} - \mu_{\alpha}) - f(\varepsilon_{\beta k'} - \mu_{\beta}) \right] \\ &= e \frac{2\pi}{\hbar} \int d\varepsilon \nu_{\alpha} \nu_{\beta} \left| \langle \beta | \hat{T}_{\sigma} | \alpha \rangle_{\varepsilon} \right|^2 \left[f(\varepsilon - \mu_{\alpha}) - f(\varepsilon - \mu_{\beta}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

絶対零度とすると、 $eV_{\text{bias}} = \mu_{\alpha} - \mu_{\beta}$ より

$$I_{\sigma} = \frac{2\pi}{\hbar} e^2 V_{\text{bias}} \nu_{\alpha} \nu_{\beta} \left| \langle \beta | \hat{T}_{\sigma} | \alpha \rangle_{\varepsilon = \varepsilon_{\text{F}}} \right|^2 \quad (\text{C.27})$$

と求まる。また、電気伝導度は

$$G_{\sigma} = \frac{dI}{dV_{\text{bias}}} = \frac{2\pi}{\hbar} e^2 \nu_{\alpha} \nu_{\beta} \left| \langle \beta | \hat{T}_{\sigma} | \alpha \rangle_{\varepsilon = \varepsilon_{\text{F}}} \right|^2 \quad (\text{C.28})$$

となる。これに (C.25) を適用すると、 $\Gamma_{\alpha} = \pi \nu_{\alpha} V_{\alpha}^2$ より

$$G_{\sigma} = \frac{e^2}{h} 4\Gamma_{\alpha} \Gamma_{\beta} \left| (e_{\beta, 1}, e_{\beta, 2}) \hat{G}_{\text{dot}, \sigma} \begin{pmatrix} e_{\alpha, 1} \\ e_{\alpha, 2} \end{pmatrix} \right|^2 \quad (\text{C.29})$$

とできる。ここで、 $e_{\alpha, j} = V_{\alpha, j} / \sqrt{V_{\alpha, 1}^2 + V_{\alpha, 2}^2}$ である。これを具体的に計算することで (3.15) 式、(4.5) 式が求まる。

C.3 自由エネルギー

3.4 節の準備として、この系の自由エネルギーを求める。系の自由エネルギー F は分配関数 $Z = \text{Tr} \exp[-\beta(H - \mu N)] = \prod_l \{1 + \exp[-\beta(\varepsilon_l - \mu)]\}$ を用いて、

$$F = -\frac{1}{\beta} \ln Z = -\frac{1}{\beta} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \rho_{\text{sys}}(\varepsilon) \ln \left(1 + e^{-\beta(\varepsilon - \mu)}\right) \quad (\text{C.30})$$

と与えられる。ここで、 $\rho_{\text{sys}}(\varepsilon)$ は系の状態密度である*¹。状態密度は遅延グリーン関数の虚部から求められる。系全体の状態密度は系のグリーン関数 \hat{G} より

$$\rho_{\text{sys}}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \left(\text{Tr} \hat{G} \right) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \text{Tr} \hat{G}_{\text{dot}} - \frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_k \hat{G}_{k,k} \quad (\text{C.31})$$

と量子ドットのグリーン関数とリードのグリーン関数に分けられる。 \hat{G}_{dot} は $\hat{G}_{k,k}$ それぞれ (C.13) 式、(C.18) 式によって与えられるが、(C.18) 式も量子ドットのグリーン関数によって与えられるので、系の状態密度は \hat{G}_{dot} のみから求まる。ここで、

$$\begin{aligned} \text{Tr} \hat{G}_{\text{dot}} + \sum_k \hat{G}_{k,k} &= \sum_k \frac{1}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} + \text{Tr} \hat{G}_{\text{dot}} + \sum_k \frac{\mathbf{V}_k^T}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} \left(\hat{G}_{\text{dot}} \right) \frac{\mathbf{V}_k}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} \\ &= \sum_k \frac{1}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} + \sum_j \hat{G}_{j,j} + \sum_k \sum_{jl} \frac{V_{k,j} \hat{G}_{j,l} V_{k,l}}{(\varepsilon^+ - \varepsilon_k)^2} \\ &= \sum_k \frac{1}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} + \sum_{jl} \hat{G}_{j,l} \delta_{jl} - \sum_k \sum_{jl} \left(\frac{d}{d\varepsilon} \frac{V_{k,j} V_{k,l}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} \right) \hat{G}_{j,l} \\ &= \sum_k \frac{1}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} + \sum_{jl} \left[\frac{d}{d\varepsilon} \left\{ (\varepsilon^+ - \langle l | H_0 | j \rangle) \delta_{jl} - \sum_k \frac{V_{k,j} V_{k,l}}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} \right\} \right] \hat{G}_{j,l} \\ &= \sum_k \frac{1}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} + \sum_{jl} \left[\frac{d}{d\varepsilon} \left\{ \left(\hat{G}_{\text{dot}} \right)^{-1} \right\}_{l,j} \right] \hat{G}_{j,l} \\ &= \sum_k \frac{1}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} + \text{Tr} \left[\frac{d}{d\varepsilon} \log \left(\varepsilon^+ \hat{1} - \hat{H}_0 + i\hat{\Gamma} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

とできる。最後の式変形では行列に対する

$$\text{Tr} \left(\frac{d}{dx} \log A \right) = \text{Tr} \left(\frac{dA}{dx} A^{-1} \right) = \text{Tr} \left(A^{-1} \frac{dA}{dx} \right) \quad (\text{C.33})$$

の公式を用いた。この式変形を (C.31) に適用すると、

$$\rho_{\text{sys}}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_k \frac{1}{\varepsilon^+ - \varepsilon_k} - \frac{1}{\pi} \text{Im} \text{Tr} \left[\frac{d}{d\varepsilon} \log \left(\hat{G}_{\text{dot}} \right)^{-1} \right] \quad (\text{C.34})$$

*¹ 再びスピンとリードの添え字 σ, α を落としている。対角和に含まれているので注意されたい。

となる。右辺の第 1 項は孤立したリードの状態密度 ρ_{lead} に等しい。(C.34) 式を自由エネルギー (C.30) に代入する。 ρ_{lead} は自由エネルギーに定数項を与えるだけなので無視する。このとき、自由エネルギーは

$$\begin{aligned}
 F &\simeq \frac{1}{\pi\beta} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \left[\frac{d}{d\varepsilon} \text{Im Tr log} \left(\hat{G}_{\text{dot}} \right)^{-1} \right] \ln \left(1 + e^{-\beta(\varepsilon-\mu)} \right) \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon f(\varepsilon) \text{Im Tr log} \left(\hat{G}_{\text{dot}} \right)^{-1} \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon f(\varepsilon) \text{Im log det} \left(\hat{G}_{\text{dot}} \right)^{-1} \tag{C.35}
 \end{aligned}$$

となる。最後の式変形では $\text{Tr log} A = \text{log det} A$ の公式を用いている。以上の自由エネルギーの導出は 3.4 節の slave-boson 平均場近似を行ったハミルトニアンに対して適用する。

補遺 D

弱磁場におけるハミルトニアンの近似

4.2 節において、磁場中の量子ドットのハミルトニアン (4.1) を (4.2) 式に近似する。本補遺では、この近似の正当性を述べる。

離散準位を持つ InAs 量子ドットを考える。量子ドットの特徴的な 1 次元的な閉じ込め長を $d \sim 100\text{nm}$ とすると、平均準位間隔は $\delta \sim \hbar^2/(m^*d^2) \simeq 1\text{meV}$ となる。スピン軌道 (SO) 相互作用の強さは $\Delta_{\text{SO}} \simeq 0.2\text{meV}$ 程度とし、磁場を SO 相互作用に比べて $\hbar\omega_c \sim \Delta_{\text{SO}}$ 程度まで印加すると想定する。ここで、 $m^*/m_e \simeq 0.024$ は InAs の伝導バンドの有効質量と真空中の電子の質量の比、 $\omega_c = |e|B/m^*$ はサイクロトロン振動数である。

量子ドットの 2 準位モデルにおいて、ベクトルポテンシャルのゲージを $\mathbf{A} = (\mathbf{B} \times \mathbf{r})/2$ と取る。量子ドットのハミルトニアン (4.1)

$$H_{\text{dot}}^{(0)} = \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m^*} + U(\mathbf{r}) + H_{\text{SO}}(\mathbf{B})$$

に対して $(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2$ を展開すると、 \mathbf{A} の 1 次の項は軌道磁性の非対角成分 (4.3)

$$\frac{|e|\hbar}{m^*} \langle 2|\mathbf{B} \cdot \mathbf{l}|1\rangle = ib/2$$

を与える。ここで、 $|b| \sim \hbar\omega_c$ である。一方、 \mathbf{A} の 2 次項の行列成分は $e^2/(8m^*) \langle i|(\mathbf{B} \times \mathbf{r})^2|j\rangle \sim (eBd)^2/m^* = (\hbar\omega_c)^2/\delta$ と見積もられる。 $\hbar\omega_c/\delta \ll 1$ の磁場を想定しているので、2 準位モデルにおいて \mathbf{A} の 2 次項は 1 次項より小さく無視できる。

次に、Zeeman 項 $H_Z = g\mu_B \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}/2$ を考える。ここで、 $\mu_B = |e|\hbar/(2m_e)$ は Bohr 磁子である。Zeeman 項はサイクロトロン振動数を用いて $|g|\mu_B B/2 = (|g|/4)(m^*/m_e)\hbar\omega_c$ と見積もられる。InAs の g 因子は $|g| \sim 10$ なので [64–66, 71, 72, 79]、Zeeman 項は軌道磁性 $|b|$ に対して 1 桁程度小さく、無視できるとする。

SO 相互作用 H_{SO} 中のベクトルポテンシャル \mathbf{A} を考える。磁場中では、 H_{SO} の中の運動量演算子 \mathbf{p} は $(\mathbf{p} - e\mathbf{A})$ となる。Rashba 相互作用の場合、

$$\begin{aligned} H_{\text{RSO}}(\mathbf{B}) &= \frac{\lambda}{\hbar} [(\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \times \nabla U] \\ &= \frac{\lambda}{\hbar} (\mathbf{p} \times \nabla U) - \frac{e\lambda}{2\hbar} [(\mathbf{B} \times \mathbf{r}) \times \nabla U]. \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

この式の第 1 項に対する行列成分は $(\lambda/\hbar)|\langle 2|\mathbf{p} \times \nabla U|1\rangle| \sim (\lambda/d^2)\delta$ と見積もられる。一方、磁場の項は $|e|\lambda/(2\hbar)|\langle i|(\mathbf{B} \times \mathbf{r}) \times \nabla U|j\rangle| \sim (|e|\lambda B/\hbar)\delta$ である。後者は前者より $\hbar\omega_c/\delta \ll 1$ 程度小さく、無視できる。Dresselhaus 相互作用については

$$\begin{aligned} H_{\text{DSO}}(\mathbf{B}) &= \frac{\lambda'}{\hbar} [(\pi_y\pi_x\pi_y - \pi_z\pi_x\pi_z)\sigma_x \\ &\quad + (\pi_z\pi_y\pi_z - \pi_x\pi_y\pi_x)\sigma_y \\ &\quad + (\pi_x\pi_z\pi_x - \pi_y\pi_z\pi_y)\sigma_z] \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

となる。ここで、 $\boldsymbol{\pi} = \mathbf{p} - e\mathbf{A}$ 。磁場がない場合の Dresselhaus 相互作用 (1.14) [\mathbf{A} の 0 次項] の行列成分は $(\lambda'\hbar^2/d^3)$ と見積もられる。 \mathbf{A} の 1 次項は $(\lambda'\hbar/d)|e|B$ 、2 次項、3 次項は次数毎に $\hbar\omega_c/\delta (\ll 1)$ のオーダーで小さくなる。従って、 H_{SO} の行列成分から \mathbf{A} の 0 次項のみを考慮し、他は無視する。

補遺 E

Andreev 反射における位相

常伝導領域と超伝導領域の境界では、Andreev 反射によって入射した電子がホールとして反射される、または入射したホールが電子として反射される。その際、常伝導領域の電子とホールは超伝導体中の Cooper 対から位相を受け取る。本補遺では、BdG 方程式を境界面で解くことで、Andreev 反射によって電子とホールが受け取る位相を求める。

BdG 方程式は

$$\begin{pmatrix} H - E_F & \hat{\Delta} \\ \hat{\Delta}^\dagger & -(H^* - E_F) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_h \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_h \end{pmatrix} \quad (\text{E.1})$$

と書かれる。ここで、 $\psi_e = (\psi_{e+}, \psi_{e-})^T$ と $\psi_h = (\psi_{h+}, \psi_{h-})^T$ はそれぞれ電子とホールに対するスピノールである。± の添え字はスピンを示している。また、エネルギー E は Fermi エネルギー E_F から測ったものである。 s 波超伝導体に対してペアポテンシャルは $\hat{\Delta} = \Delta(x)\hat{g}$ である。また、境界付近で磁場やスピン軌道相互作用はないものとする。

BdG 方程式 (E.1) を (ψ_{e+}, ψ_{h-}) に対する成分と (ψ_{e-}, ψ_{h+}) に対する成分に分解する。以下では、スピン成分が (ψ_{e+}, ψ_{h-}) の状態に着目する:

$$(H - E_F)\psi_{e+} - \Delta(x)\psi_{h-} = E\psi_{e+}, \quad (\text{E.2})$$

$$-\Delta^*(x)\psi_{e+} - (H - E_F)\psi_{h-} = E\psi_{h-}. \quad (\text{E.3})$$

$E_F \gg \Delta_0$ で Fermi 面近傍を考える。Fermi 波数の平面波を用いて

$$\begin{pmatrix} \psi_{e+} \\ \psi_{h-} \end{pmatrix} = e^{ik_F x} \begin{pmatrix} f_{e+} \\ f_{h-} \end{pmatrix} \quad (\text{E.4})$$

とする。このとき、 f_{e+} の 2 回微分の項を無視すると

$$(H - E_F)\psi_{e+} \simeq -i\hbar v_F e^{ik_F x} \frac{df_{e+}}{dx} \quad (\text{E.5})$$

となる。これは常伝導領域 ($\Delta = 0$) で $f_{e+} \propto \exp[iEx/(\hbar v_F)]$ となるので、線形分散を考えていることに対応する。 ψ_{h-} に対しても同様に 2 回微分の項を無視すると、(E.2) 式と (E.3)

式は

$$\begin{pmatrix} -i\hbar v_F \frac{d}{dx} & -\Delta(x) \\ -\Delta^*(x) & i\hbar v_F \frac{d}{dx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{e+} \\ f_{h-} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} f_{e+} \\ f_{h-} \end{pmatrix} \quad (\text{E.6})$$

となる。ただし、ホールは常伝導領域で $f_{h-} \propto \exp[-iEx/(\hbar v_F)]$ となる。従って、(E.4) 式で表される状態の電子とホールはそれぞれ $+x$ 、 $-x$ 方向に進む。 $x = 0$ に常伝導/超伝導の境界があり、 $x < 0$ で $\Delta = 0$ 、 $x > 0$ で $\Delta = \Delta_0 e^{i\varphi}$ とする。 $x < 0$ で $+x$ 方向に進む電子が反射係数 r_A でホールとして反射されるとする、 $(f_{e+}^n, f_{h-}^n) \propto (1, r_A)$ 。一方、超伝導領域 ($x > 0$) では、波動関数は減衰する、 $(f_{e+}^s, f_{h-}^s) \propto (a, b)e^{-\lambda x}$ 。 (f_{e+}^s, f_{h-}^s) を (E.6) 式に代入すると、

$$\begin{pmatrix} i\hbar v_F \lambda - E & -\Delta_0 e^{i\varphi} \\ -\Delta_0 e^{-i\varphi} & -i\hbar v_F \lambda - E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{E.7})$$

となり、 $\lambda = \sqrt{(\Delta_0)^2 - E^2}/(\hbar v_F)$ と求まる。 $x = 0$ で接続条件を課すと、Andreev 反射の係数は

$$r_A = b/a = \frac{-\Delta_0 e^{-i\varphi}}{i\hbar v_F \lambda + E} = -\exp[-i\varphi - i \arccos(E/\Delta_0)] \quad (\text{E.8})$$

と求まる。このとき、 $|r_A| = 1$ でノーマル反射は起きない。

Fermi 波数を持つ平面波が逆向きに進む場合、

$$\begin{pmatrix} \psi_{e+} \\ \psi_{h-} \end{pmatrix} = e^{-ik_F x} \begin{pmatrix} f_{e+} \\ f_{h-} \end{pmatrix}, \quad (\text{E.9})$$

(E.2) 式、および (E.3) 式は

$$\begin{pmatrix} i\hbar v_F \frac{d}{dx} & -\Delta(x) \\ -\Delta^*(x) & -i\hbar v_F \frac{d}{dx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{e+} \\ f_{h-} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} f_{e+} \\ f_{h-} \end{pmatrix} \quad (\text{E.10})$$

となる。このとき、電子とホールはそれぞれ $-x$ 、 $+x$ 方向に進む。同様の手順で、 $x = 0$ の境界でホールが電子となって反射される Andreev 反射の反射係数は

$$r_A = -\exp[i\varphi - i \arccos(E/\Delta_0)] \quad (\text{E.11})$$

と求まる。

(ψ_{e-}, ψ_{h+}) の状態に対してもほとんど同じ計算で Andreev 反射の反射係数が求まる。ただし、ペアポテンシャルの符号が異なるので、電子がホールとして反射されるときは

$$r_A = \exp[-i\varphi - i \arccos(E/\Delta_0)]. \quad (\text{E.12})$$

逆にホールが電子になる Andreev 反射では

$$r_A = \exp[i\varphi - i \arccos(E/\Delta_0)] \quad (\text{E.13})$$

となる。

以上を散乱行列としてまとめると (5.21) 式、(5.23) 式を得る。

補遺 F

ランダムな散乱行列 \hat{S} の準備

5.2 節において、半導体ナノワイヤ中に 2 つ (以上) の伝導チャンネルがある場合、(5.26) 式の散乱行列 \hat{S} の記述に多数のパラメータが必要となる。そこで、スピン軌道 (SO) 相互作用の有無を考慮したランダムな行列によって \hat{S} を数値的に与える。SO 相互作用が無い場合は orthogonal ensemble で与えられ、SO 相互作用が強い極限では symplectic ensemble となる。このとき、orthogonal と symplectic をつなぐパラメータ p_{SO} を導入し、 $p_{\text{SO}} = 0$ で orthogonal、 $p_{\text{SO}} = 1$ で symplectic となるように散乱行列を作る。このパラメータ p_{SO} によって、中間程度の強さの SO 相互作用を考える。

伝導チャンネルの数を N として、散乱行列 \hat{S} の次元は $4N \times 4N$ である。Symplectic ensemble に対して、散乱行列は対角行列 $\hat{\Lambda}$ とユニタリ行列 \hat{U} の積で

$$\hat{S} = \hat{U} \hat{\Lambda} \hat{U}^\dagger \quad (\text{F.1})$$

と表すことができる。ここで、 $\hat{\Lambda}$ は

$$\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} e^{i\lambda_1} \otimes \hat{1} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{i\lambda_{2N}} \otimes \hat{1} \end{pmatrix} \quad (\text{F.2})$$

である。 $\hat{1}$ はスピノール空間に対する 2×2 の単位行列、 λ_j ($j = 1, 2, \dots, 2N$) はランダムに与えられた位相である。また、ユニタリ行列 \hat{U} は $2N$ 本の複素ベクトルの組 $\{\psi_j\}$ を用いて

$$\hat{U} = (\psi_1, \hat{g}\psi_1^*, \dots, \psi_{2N}, \hat{g}\psi_{2N}^*) \quad (\text{F.3})$$

と表される。ただし、 $\{\psi_j, \hat{g}\psi_k^*\}$ ($1 \leq j, k \leq 2N$) の $4N$ 本のベクトルは全て互いに直交するようにランダムに与えられる。(F.1) 式で symplectic ensemble の行列が与えられたとき、以下の手順で orthogonal ensemble の行列を作る。

スピン $\sigma = +1$ の成分に対しては $x_j = \text{Re}\psi_j$ 、スピン $\sigma = -1$ の成分に対しては $x_j = 0$ として、複素ベクトル ψ_j から実ベクトル x_j を抽出する。このとき、 $\{x_j\}$ は直交していないので、Gram-Schmidt の正規直交化法によって、新しい $2N$ 本の実ベクトルの組 $\{\tilde{x}_j\}$ を作る。 $\{\tilde{x}_j\}$ を (F.3) 式に適用して、ユニタリ行列 $\hat{U} = (\tilde{x}_1, \hat{g}\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{2N}, \hat{g}\tilde{x}_{2N})$ を得る。ここで、 \tilde{x}_j と $\hat{g}\tilde{x}_j$ はそれぞれ $\sigma = +1$ と -1 のスピン成分のみを持つ。このユニタリ行列と $\hat{\Lambda}$ を用いると、散乱行列 \hat{S} は orthogonal ensemble となる。

ここで、パラメータ p_{SO} を導入する。元の複素ベクトル $\{\psi_j\}$ と正規直交化した新しい実ベクトル $\{\tilde{x}_j\}$ より、

$$\psi'_j = \tilde{x}_j + p_{\text{SO}}(\psi_j - \tilde{x}_j) \quad (\text{F.4})$$

を作る。この $\{\psi'_j, \hat{g}\psi_j^*\}$ に対して、再び Gram-Schmidt の正規直交化法を適用して $\{\tilde{\psi}'_j, \hat{g}\tilde{\psi}'_j^*\}$ を作り、(F.1) 式と (F.3) 式に適用することで、中間の強さの散乱行列 $\hat{S}(p_{\text{SO}})$ を準備する。

参考文献

- [1] 勝本信吾, 朝倉物性物理シリーズ 2 メゾスコピック系 (朝倉書店, 2003).
- [2] 江藤幹雄, 物性研究 **85**, 853 (2006).
- [3] D. Goldhaber-Gordon, H. Shtrikman, D. Mahalu, D. Abusch-Magder, U. Meirav, and M. A. Kastner, Nature **391**, 156 (1998).
- [4] D. Loss and D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **74**, 4047 (1995).
- [5] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha, and L. M. K. Vandersypen, Rev. Mod. Phys. **79**, 1217 (2007).
- [6] S. Tarucha, D. G. Austing, Y. Tokura, W. G. van der Wiel, and L. P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett. **84**, 2485 (2000).
- [7] Y. Feng, A. S. Sachrajda, P. Zawadzki, S. Kolind, M. Buchanan, J. H. Smet, J. Lapointe, and P. A. Marshall, J. Vac. Sci. Technol. B **17**, 3231 (1999).
- [8] M. Kato, A. Endo, S. Katsumoto, and Y. Iye, Phys. Rev. B **77**, 155318 (2008).
- [9] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **1**, 223 (1957); Z. Phys. B **21**, 247 (1975); Z. Phys. B **68**, 217 (1987).
- [10] M. Büttiker, Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988); Phys. Rev. B **38**, 12724 (1988); Phys. Rev. Lett. **62**, 229 (1989).
- [11] I. Žutić, J. Fabian, and S. Das Sarma, Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
- [12] 江藤 幹雄, 固体物理 **43**, 145 (2008); **43**, 197 (2008); **43**, 397 (2008).
- [13] R. Winkler, *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems* (Springer, Berlin Heidelberg, 2003).
- [14] E. I. Rashba, Fiz. Tverd. Tela (Leningrad) **2**, 1224 (1960); Yu. A. Bychkov and E. I. Rashba, J. Phys. C **17**, 6039 (1984).
- [15] J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi, and T. Enoki, Phys. Rev. Lett. **78**, 1335 (1997).
- [16] D. Grundler, Phys. Rev. Lett. **84**, 6074 (2000).
- [17] Y. Sato, T. Kita, S. Gozu, and S. Yamada, J. Appl. Phys. **89**, 8017 (2001).
- [18] G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).

- [19] J. B. Miller, D. M. Zumbühl, C. M. Marcus, Y. B. Lyanda-Geller, D. Goldhaber-Gordon, K. Campman, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 076807 (2003).
- [20] M. Kohda, V. Lechner, Y. Kunihashi, T. Dollinger, P. Olbrich, C. Schonhuber, I. Caspers, V. V. Bel'kov, L. E. Golub, D. Weiss, K. Richter, J. Nitta, and S. D. Ganichev, *Phys. Rev. B* **86**, 081306(R) (2012).
- [21] S. Murakami, N. Nagaosa, and S.-C. Zhang, *Science* **301**, 1348 (2003).
- [22] J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jungwirth, and A. H. MacDonald, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 126603 (2004).
- [23] J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, and T. Jungwirth, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 047204 (2005).
- [24] C. L. Kane and E. J. Mele, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 146802 (2005); *Phys. Rev. Lett.* **95**, 226801 (2005).
- [25] M. Z. Hasan and C. L. Kane, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045 (2010).
- [26] M. I. Dyakonov and V. I. Perel, *JETP Lett.* **13**, 467 (1971); *Phys. Lett. A* **35**, 459 (1971).
- [27] J. E. Hirsch, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1834 (1999).
- [28] S. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 393 (2000).
- [29] H. A. Engel, B. I. Halperin, and E. I. Rashba, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 166605 (2005).
- [30] N. F. Mott and H. S. Massey, *Theory of Atomic Collisions*, 3rd ed. (Oxford, 1965).
- [31] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics* (Course of theoretical physics, Vol. 3) 3rd ed. (Pergamon Press, 1977).
- [32] Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, *Science* **306**, 1910 (2004).
- [33] S. O. Valenzuela and M. Tinkham, *Nature* **442**, 176 (2006).
- [34] Y. Kajiwara, K. Harii, S. Takahashi, J. Ohe, K. Uchida, M. Mizuguchi, H. Umezawa, H. Kawai, K. Ando, K. Takanashi, S. Maekawa, and E. Saitoh, *Nature* **464**, 262 (2010).
- [35] E. Saitoh, M. Ueda, H. Miyajima, and G. Tatara, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 182509 (2006).
- [36] S. Datta and B. Das, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 665 (1990).
- [37] G. Schmidt, D. Ferrand, L. W. Molenkamp, A. T. Filip, and B. J. van Wees, *Phys. Rev. B* **62**, R4790 (2000).
- [38] T. Koga, J. Nitta, H. Takayanagi, and S. Datta, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 126601 (2002).
- [39] J. I. Ohe, M. Yamamoto, T. Ohtsuki, and J. Nitta, *Phys. Rev. B* **72**, 041308(R) (2005).

-
- [40] M. Eto, T. Hayashi, and Y. Kurotani, J. Phys. Soc. Jpn. **74**, 1934 (2005).
- [41] P. G. Silvestrov and E. G. Mishchenko, Phys. Rev. B **74**, 165301 (2006).
- [42] M. Kohda, S. Nakamura, Y. Nishihara, K. Kobayashi, T. Ono, J. Ohe, Y. Tokura, T. Mineno, and J. Nitta, Nature Comm. **3**, 1082 (2012).
- [43] S. W. Kim, Y. Hashimoto, Y. Iye, and S. Katsumoto, J. Phys. Soc. Jpn. **81**, 054706 (2012).
- [44] E. N. Bulgakov, K. N. Pichugin, A. F. Sadreev, P. Středa, and P. Šeba, Phys. Rev. Lett. **83**, 376 (1999).
- [45] A. A. Kiselev and K. W. Kim, Appl. Phys. Lett. **78**, 775 (2001).
- [46] A. A. Kiselev and K. W. Kim, J. Appl. Phys. **94**, 4001 (2003).
- [47] T. P. Pareek, Phys. Rev. Lett. **92**, 076601 (2004).
- [48] K. Hattori and H. Okamoto, Phys. Rev. B **74**, 155321 (2006).
- [49] S. Bellucci and P. Onorato, Phys. Rev. B **74**, 245314 (2006).
- [50] Y. Jiang and L. Hu, Phys. Rev. B **74**, 075302 (2006).
- [51] Y. Xing, Q. F. Sun, L. Tang, and J. P. Hu, Phys. Rev. B **74**, 155313 (2006).
- [52] B. K. Nikolić, L. P. Zárbo, and S. Souma, Phys. Rev. B **72**, 075361 (2005).
- [53] M. Yamamoto, T. Ohtsuki, and B. Kramer, Phys. Rev. B **72**, 115321 (2005).
- [54] J. H. Bardarson, Í. Adagideli, and Ph. Jacquod, Phys. Rev. Lett. **98**, 196601 (2007).
- [55] M. Yamamoto and B. Kramer, J. Appl. Phys. **103**, 123703 (2008).
- [56] J. J. Krich and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **78**, 035338 (2008).
- [57] J. J. Krich, Phys. Rev. B **80**, 245313 (2009).
- [58] I. A. Shelykh, N. G. Galkin, and N. T. Bagraev, Phys. Rev. B **72**, 235316 (2005).
- [59] L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, P. L. McEuen, S. Tarucha, R. M. Westervelt, and N. S. Wingreen, in *Mesoscopic Electron Transport*, NATO ASI Series E **345**, eds. L. Y. Sohn, L. P. Kouwenhoven, and G. Schön (Kluwer, Dordrecht, 1997), p. 105.
- [60] A. C. Hewson, *The Kondo Problem to Heavy Fermions* (Cambridge University Press, Cambridge, 1993).
- [61] K. C. Nowack, F. H. L. Koppens, Yu. V. Nazarov, and L. M. K. Vandersypen, Science **318**, 1430 (2007).
- [62] T. P. Mayer Alegre, F. G. G. Hernández, A. L. C. Pereira, and G. Medeiros-Ribeiro, Phys. Rev. Lett. **97**, 236402 (2006).
- [63] Y. Igarashi, M. Jung, M. Yamamoto, A. Oiwa, T. Machida, K. Hirakawa, and S. Tarucha, Phys. Rev. B **76**, 081303(R) (2007).
- [64] S. Takahashi, R. S. Deacon, K. Yoshida, A. Oiwa, K. Shibata, K. Hirakawa, Y.

- Tokura, and S. Tarucha, Phys. Rev. Lett. **104**, 246801 (2010).
- [65] R. S. Deacon, Y. Kanai, S. Takahashi, A. Oiwa, K. Yoshida, K. Shibata, K. Hirakawa, Y. Tokura, and S. Tarucha, Phys. Rev. B **84**, 041302(R) (2011).
- [66] Y. Kanai, R. S. Deacon, S. Takahashi, A. Oiwa, K. Yoshida, K. Shibata, K. Hirakawa, Y. Tokura, and S. Tarucha, Nature Nanotech. **6**, 511 (2011).
- [67] C. Fasth, A. Fuhrer, L. Samuelson, V. N. Golovach, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **98**, 266801 (2007).
- [68] A. Pfund, I. Shorubalko, K. Ensslin, and R. Leturcq, Phys. Rev. Lett. **99**, 036801 (2007).
- [69] A. Pfund, I. Shorubalko, K. Ensslin, and R. Leturcq, Phys. Rev. B **76**, 161308(R) (2007).
- [70] A. Pfund, I. Shorubalko, K. Ensslin, and R. Leturcq, Phys. Rev. B **79**, 121306(R) (2009).
- [71] S. Nadj-Perge, S. M. Frolov, J. W. W. van Tilburg, J. Danon, Yu. V. Nazarov, R. Algra, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, Phys. Rev. B **81**, 201305(R) (2010).
- [72] S. Nadj-Perge, S. M. Frolov, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, Nature **468**, 1084 (2010).
- [73] S. Nadj-Perge, V. S. Pribiag, J. W. G. van den Berg, K. Zuo, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, S. M. Frolov, and L. P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett. **108**, 166801 (2012).
- [74] M. D. Schroer, K. D. Petersson, M. Jung, and J. R. Petta, Phys. Rev. Lett. **107**, 176811 (2011).
- [75] B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [76] A. F. Andreev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **46**, 1823 (1964); **49**, 655 (1965) [Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964); **22**, 455 (1966)].
- [77] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity* (McGraw-Hill, Inc., New York, 1996).
- [78] H. Takayanagi, T. Akazaki, J. Nitta, Phys. Rev. Lett. **75**, 3533 (1995).
- [79] Y. Kanai, R. S. Deacon, A. Oiwa, K. Yoshida, K. Shibata, K. Hirakawa, and S. Tarucha, Phys. Rev. B **82**, 054512 (2010).
- [80] Y. Kanai, R. S. Deacon, A. Oiwa, K. Yoshida, K. Shibata, K. Hirakawa, and S. Tarucha, Appl. Phys. Lett. **100**, 202109 (2012).
- [81] Y.-J. Doh, J. A. van Dam, A. L. Roest, E. P. A. M. Bakkers, L. P. Kouwenhoven, and S. De Franceschi, Science **309**, 272 (2005).

-
- [82] J. A. van Dam, Yu. V. Nazarov, E. P. A. M. Bakkers, S. De Franceschi, and L. P. Kouwenhoven, *Nature* **442**, 667 (2006).
- [83] H. A. Nilsson, P. Samuelsson, P. Caroff, and H. Q. Xu, *Nano Lett.* **12**, 228 (2011).
- [84] V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, *Science* **336**, 1003 (2012).
- [85] L. P. Rokhinson, X. Liu, and J. K. Furdyna, *Nature Phys.* **8**, 795 (2012).
- [86] A. Das, Y. Ronen, Y. Most, Y. Oreg, M. Heiblum, and H. Shtrikman, *Nature Phys.* **8**, 887 (2012).
- [87] M. T. Deng, C. L. Yu, G. Y. Huang, M. Larsson, P. Caroff, and H. Q. Xu, *Nano Lett.* **12**, 6414 (2012).
- [88] L. P. Kouwenhoven, S. M. Frolov, V. Mourik, and K. Zuo, private communications.
- [89] Y. V. Nazarov and Y. M. Blanter, *Quantum Transport: introduction to nanoscience*, (Cambridge University Press, Cambridge, 2009).
- [90] C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3836 (1991); **68**, 1442(E) (1992).
- [91] J. Bardeen and J. L. Johnson, *Phys. Rev. B* **5**, 72 (1972).
- [92] A. Furusaki and M. Tsukada, *Solid State Commun.* **78**, 299 (1991).
- [93] A. Furusaki, H. Takayanagi, and M. Tsukada, *Phys. Rev. B* **45**, 10563 (1992).
- [94] A. Buzdin, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
- [95] A. I. Buzdin and M. Y. Kupriyanov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **53**, 308 (1991) [*JETP Lett.* **53**, 321 (1991)].
- [96] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, and X. Grison, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 304 (2001).
- [97] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2427 (2001).
- [98] V. A. Oboznov, V. V. Bol'ginov, A. K. Feofanov, V. V. Ryazanov, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 197003 (2006).
- [99] E. A. Demler, G. B. Arnold, and M. R. Beasley, *Phys. Rev. B* **55**, 15174 (1997).
- [100] A. Buzdin, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 107005 (2008).
- [101] E. V. Bezuglyi, A. S. Rozhavsky, I. D. Vagner, and P. Wyder, *Phys. Rev. B* **66**, 052508 (2002).
- [102] A. A. Reynoso G. Usaj, C. A. Balseiro, D. Feinberg, and M. Avignon, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 107001 (2008).
- [103] A. A. Reynoso G. Usaj, C. A. Balseiro, D. Feinberg, and M. Avignon, *Phys. Rev. B* **86**, 214519 (2012).
- [104] J.-F. Liu and K. S. Chan, *Phys. Rev. B* **82**, 125305 (2010).
- [105] J.-F. Liu, K. S. Chan, and J. Wang, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 182505 (2010).

- [106] J.-F. Liu, K. S. Chan, and J. Wang, *J. Phys. Soc. Jpn.* **80**, 124708 (2011).
- [107] A. G. Mal'shukov and C. S. Chu, *Phys. Rev. B* **78**, 104503 (2008).
- [108] A. G. Mal'shukov, S. Sadjina, and A. Brataas, *Phys. Rev. B* **81**, 060502(R) (2010).
- [109] A. G. Mal'shukov and C. S. Chu, *Phys. Rev. B* **84**, 054520 (2011).
- [110] B. Bèri, J. H. Bardarson, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **77**, 045311 (2008).
- [111] L. Dell'Anna, A. Zazunov, R. Egger, and T. Martin, *Phys. Rev. B* **75**, 085305 (2007).
- [112] F. Dolcini and L. Dell'Anna, *Phys. Rev. B* **78**, 024518 (2008).
- [113] A. Zazunov, R. Egger, T. Jonckheere, and T. Martin, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 147004 (2009).
- [114] C. Padurariu and Yu. V. Nazarov, *Phys. Rev. B* **81**, 144519 (2010).
- [115] C. Karrasch, S. Andergassen, and V. Meden, *Phys. Rev. B* **84**, 134512 (2011).
- [116] S. Droste, S. Andergassen, and J. Splettstoesser, *J. Phys.: Condens. Matter* **24**, 415301 (2012).
- [117] J. S. Lim, R. López, and R. Aguado, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 196801 (2011).
- [118] I. V. Krive, L. Y. Gorelik, R. I. Shekhter, and M. Jonson, *Low. Temp. Phys.* **30**, 398 (2004).
- [119] I. V. Krive, A. M. Kadigrobov, R. I. Shekhter, and M. Jonson, *Phys. Rev. B* **71**, 214516 (2005).
- [120] M. Cheng and R. M. Lutchyn, *Phys. Rev. B* **86**, 134522 (2012).
- [121] Y. Tanaka, T. Yokoyama, and N. Nagaosa, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 107002 (2009).
- [122] N. M. Chtchelkatchev and Yu. V. Nazarov, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 226806 (2003).
- [123] H. Sickinger, A. Lipman, M. Weides, R. G. Mints, H. Kohlstedt, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 107002 (2012).
- [124] A. Fert and O. Jaoul, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 303 (1972).
- [125] A. Fert, A. Friederich, and A. Hamzic, *J. Magn. Magn. Mater.* **24**, 231 (1981).
- [126] T. Seki, Y. Hasegawa, S. Mitani, S. Takahashi, H. Imamura, S. Maekawa, J. Nitta, and K. Takanashi, *Nature Mater.* **7** 125 (2008).
- [127] G. Y. Guo, S. Maekawa, and N. Nagaosa, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 036401 (2009), and related references cited therein.
- [128] Y. Aharonov and D. Bohm, *Phys. Rev.* **115**, 485 (1959).
- [129] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [130] T. Ando, *Phys. Rev. B* **40**, 5325 (1989).
- [131] T. Ando, *Phys. Rev. B* **44**, 8017 (1991).

-
- [132] T. Ando and H. Tamura, *Phys. Rev. B* **46**, 2332 (1992).
- [133] N. Hatano, R. Shirasaki, and H. Nakamura, *Phys. Rev. A* **75**, 032107 (2007).
- [134] K. Sasada, N. Hatano, and G. Ordóñez, *J. Phys. Soc. Jpn.* **80**, 104707 (2011), and related references cited therein.
- [135] D. S. Fisher and P. A. Lee, *Phys. Rev. B* **23**, 6851 (1981).
- [136] Y. Meir and N. S. Wingreen, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2512 (1992).
- [137] A. A. Kiselev and K. W. Kim, *Phys. Rev. B* **71**, 153315 (2005).
- [138] F. Zhai and H. Q. Xu, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 246601 (2005).
- [139] C. Karrasch, T. Hecht, A. Weichselbaum, Y. Oreg, J. von Delft, and V. Meden, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 186802 (2007), and related references cited therein.
- [140] J. S. Lim, M.-S. Choi, M. Y. Choi, R. López, and R. Aguado, *Phys. Rev. B* **74**, 205119 (2006).
- [141] K. Hamaya, M. Kitabatake, K. Shibata, M. Jung, M. Kawamura, K. Hirakawa, T. Machida, T. Taniyama, S. Ishida, and Y. Arakawa, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 022107 (2007).
- [142] Y. Asano, Y. Tanaka, M. Sigrist, and S. Kasiwaya, *Phys. Rev. B* **67**, 184505 (2003).
- [143] Y. Tanaka, A. A. Golubov, S. Kasiwaya, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 037005 (2007).
- [144] Y. Maeno, H. Hashimoto, K. Yoshida, S. Nishizaki, T. Fujita, J. G. Bednorz, and F. Lichtenberg, *Nature* **372**, 532 (1994).
- [145] G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **25**, 4515 (1982).
- [146] N. M. Chtchelkatchev, W. Belzig, Yu. V. Nazarov, and C. Bruder, *JETP Lett.* **74**, 323 (2001).
- [147] M. Eto and T. Yokoyama, *J. Phys. Soc. Jpn.* **78**, 073710 (2009).
- [148] T. Yokoyama and M. Eto, *Phys. Rev. B* **80**, 125311 (2009).
- [149] T. Yokoyama and M. Eto, *Physica E* **42**, 956 (2009).
- [150] M. Eto and T. Yokoyama, *J. Phys. Soc. Jpn.* **79**, 123711 (2010).
- [151] T. Yokoyama and M. Eto, *Phys. Rev. B* **86**, 205305 (2012)
- [152] T. Yokoyama, M. Eto, and Yu. V. Nazarov, *J. Phys. Soc. Jpn.* (submitted); arXiv:1212.5390.